

ANÁLISE DE DESEMPENHO DE SISTEMAS A EVENTOS DISCRETOS VIA AUTÔMATOS ESTOCÁSTICOS MODULARES

LISLEY MARA GUIMARÃES DE SOUZA*, CARLOS ANDREY MAIA*

**Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica - Universidade Federal de Minas Gerais (UFMG) - Av. Antônio Carlos 6627, 31270-901, Belo Horizonte, MG, Brasil*

Emails: lisleysouza@ufmg.br, maia@cpdee.ufmg.br

Abstract— Evaluating the system performance is important in order to detect production bottlenecks and verify the possible optimizations of the system. There are several ways to evaluate the system performance, such as: observation, simulation and analytical modeling. In this context, a methodology was developed, using Discrete Event Systems Theory (DES), which was adapted to model and control systems through the stochastic modular automata by the parallel composition operation, aiming to analyze the performance of systems in general. In this perspective, this article will show how the modular stochastic automata are adaptable and compact enough to realize both the simulation of a DES and the derivation of analytical models. The effectiveness of the methodology is evaluated by using an optimization problem of an automated manufacture system operated with auto guided vehicles, in order to obtain maximum production efficiency. A comparison of the operational cost between the obtained solutions is done as well.

Keywords— automata, discrete event systems, performance evaluation, system modeling.

Resumo— Avaliar o desempenho de sistemas é de grande importância para a detecção de gargalos e verificação de possíveis otimizações dos mesmos. Existem diversas formas de avaliar esse desempenho, como: monitoração, simulação e modelagem analítica. Nesse contexto, foi elaborada uma metodologia, utilizando a Teoria de Sistemas a Eventos Discretos (SED), que fosse adequada para modelar e controlar sistemas por meio dos autômatos modulares estocásticos através da operação de composição paralela, visando analisar o desempenho de sistemas em geral. Dentro desse contexto, este artigo demonstrará como os autômatos estocásticos modulares são versáteis e compactos tanto para realizar a simulação de SED como para a derivação de modelos analíticos. A efetividade da metodologia é avaliada utilizando um problema de otimização de um sistema de manufatura automatizado operado com veículos autoguiados, visando obter a máxima eficácia na produção. Também é feita a comparação entre as soluções obtidas em termos de custo computacional.

Palavras-chave— autômatos, avaliação de desempenho, modelagem de sistemas, sistemas a eventos discretos.

1 Introdução

A avaliação do desempenho dos sistemas é de extrema relevância para seu bom funcionamento e desenvolvimento, a qual auxilia na otimização e pode prevenir as falhas. Para um resultado satisfatório da avaliação é necessário primeiramente um modelo que represente bem o funcionamento do sistema a ser avaliado.

Existem diversas maneiras de modelagem de SED, e uma pouco explorada é a que utiliza autômatos estocásticos modulares. Essa modelagem permite representar sistemas grandes e complexos de forma individual, podendo ser, então, analisados um a um, sem grande esforço computacional, possibilitando a avaliação do sistema como um todo.

De posse do modelo, os principais métodos de avaliar um sistema são: monitoramento, simulação e modelagem analítica. A utilização do método através de monitoração não apresenta uma confiabilidade excepcional nem é economicamente uma opção interessante, pois reside na necessidade de uma implementação física completa do sistema para que este possa ser avaliado (BRENNER, 2004).

O método de simulação pode ser definido como um processo de projetar um modelo computacional a partir um sistema real e conduzir

experimentos com esse modelo, com o propósito de entender seu comportamento e avaliar estratégias para sua operação (PEGDEN, 1990). Segundo (BANKS, 2005), o extraordinário avanço da computação, aliado aos benefícios pertinentes ao uso de simulação e o aprimoramento da sua metodologia, tornaram a simulação uma das ferramentas mais utilizadas e aceitas no âmbito de pesquisa operacional e análise de sistema.

Por sua vez, o método analítico consiste em modelar um sistema real através das relações matemáticas existentes no funcionamento do mesmo. Por meio dessas relações pode-se descrever o sistema como um conjunto de estados possíveis e definir transições entre esses estados (SANTOS, 2002).

Neste trabalho, o objetivo é analisar a metodologia elaborada com os autômatos estocásticos modulares para análise de desempenho de sistemas, mostrando como essa metodologia pode ter solução tanto pelo método de simulação, utilizando o método de escalonamento de eventos, quanto pelo método analítico, por meio da cadeia de Markov.

2 Sistemas a Eventos Discretos

Sistemas a Eventos Discretos (SED) podem ser definidos como um sistema dinâmico que evolui

de acordo com a ocorrência abrupta de eventos físicos, em intervalos de tempo em geral irregulares e desconhecidos (CURY, 2001). Também são sistemas que percebem a ocorrência externa através de estímulos denominados eventos, que podem ser o início ou término de uma tarefa. A ocorrência desses estímulos causam uma mudança interna no sistema, não dependendo necessariamente da passagem do tempo para evoluir como nos sistemas contínuos (CASSANDRAS, 2008). Os principais modelos utilizados para tratar de SED's são: redes de Petri, cadeias de Markov, teoria das filas, álgebra max-plus, teoria de linguagens e autômatos, entre outros.

2.1 Autômatos

A representação usual de SED's via autômatos é feita por diagramas de transição, em que os estados são representados por círculos e os eventos são representados por arcos direcionados. O estado inicial é indicado por uma seta adicional, e os estados marcados, que são os de interesse, são representados por dois círculos concêntricos, (MARTINS, 2016). Podem ser classificados como determinísticos ou estocásticos, não-temporizados ou temporizados.

Uma estrutura de temporização (ou estrutura de relógio) é definida como uma sequência de tempo de vida para os eventos. Para cada estado é verificado quais transições são factíveis, bem como os momentos de ocorrência (RIBEIRO, 2016). Na prática, geralmente os eventos ocorrem de forma estocástica, ou seja, existe uma incerteza em relação ao próximo evento. Segundo (CASSANDRAS, 2008), um autômato temporizado estocástico é composto por uma estrutura de relógio estocástica, em que para cada evento aleatório, é associado uma função de distribuição que caracteriza o comportamento do mesmo.

(CASSANDRAS, 2008) define um autômato temporizado estocástico por uma 6-tupla $(X, E, \Gamma, p, p_0, H)$, em que :

- X é o conjunto finito de estados;
- E é o conjunto finito de eventos associados ao autômato;
- $\Gamma \leftarrow 2^E$ é a função de eventos factíveis. $\Gamma(x)$ representa todos os eventos ativos dado que o autômato se encontra no estado x ;
- $p(x'; x, e)$ é a probabilidade de transição do estado x para x' , dada a ocorrência do evento e sendo que $p(x'; x, e) = 0 \forall e \notin \Gamma(x)$;
- p_0 é a probabilidade do estado inicial do sistema ser x ;
- H é uma estrutura de relógio estocástica.

De acordo com a definição do autômato, a estrutura de relógio, as transições e a definição de estado inicial são formadas por variáveis aleatórias. Essa condição configura um comportamento incerto ao autômato.

2.2 Modelos modulares

Para trabalhar com um sistema modelado por autômatos modulares, algumas operações são necessárias para modificar o seu diagrama de transição. Uma dessas operações é denominada composição paralela.

Quando sistemas de autômatos interagem, o conjunto de eventos de cada componente inclui eventos particulares que pertencem ao seu próprio sistema e possuem eventos comuns que são compartilhados com outros autômatos. E como a composição por produto é restritiva, pois só permite transições em eventos comuns, a forma de construir modelos de sistemas complexos a partir de modelos de autômatos modulares é através da operação de composição paralela. Essa operação nos permite combinar dois ou mais autômatos (CASSANDRAS, 2008).

A composição paralela entre autômatos é representada por $\parallel$. Como exemplo, $F_1 \parallel F_2$ é a composição paralela entre os autômatos F_1 e F_2 . A composição de F_1 e F_2 pode ser representada como uma sêxtupla (CASSANDRAS, 2008):

$$(X_1 \times X_2, E_1 \cup E_2, f, \Gamma_{1 \parallel 2}, (x_{1_0}, x_{2_0}), X_{T_1} \times X_{T_2})$$

Em que:

- $X_1 \times X_2$ representa um conjunto de estados formado pelo produto dos possíveis estados dos autômatos F_1 e F_2 ;
- $E_1 \cup E_2$ representa um conjunto de eventos formado pela união dos eventos que compõem os autômatos F_1 e F_2 ;
- $f : X \times E \rightarrow X$ é a função de transição;
- $\Gamma_{1 \parallel 2}$ é a função de eventos factíveis dado que o autômato se encontra em um dos estados provenientes do produto $X_1 \times X_2$;
- (x_{1_0}, x_{2_0}) formado por uma composição entre os estados iniciais de F_1 e F_2 ; é o estado inicial do sistema;
- $X_{T_1} \times X_{T_2}$ é um conjunto de estados terminais do sistema.

3 Cadeia de Markov

Em janeiro de 1913, o matemático russo A. Markov fundou um novo ramo da teoria da probabilidade (HAYES, 2013), conhecida como cadeia de Markov. Esta metodologia é extremamente eficiente na solução de problemas práticos.

cos formados por informações de natureza incerta (RIBEIRO, 2016).

A cadeia de Markov é um meio utilizado para descrever e analisar propriedades de sistemas dinâmicos. A principal característica dessa ferramenta é o poder de determinar a probabilidade de o sistema estar em um estado em qualquer instante do tempo (CASSANDRAS, 2008). As cadeias de Markov são empregadas para descrever e buscar soluções estacionárias para os mais diversos tipos de realidades (BRENNER, 2002). Um processo Markoviano é matematicamente expresso pela equação:

$$\begin{aligned} P[X(t_{k+1}) \leq x_{k+1} | X(t_k) = x_k, X(t_{k-1}) = x_{k-1}, \dots, X(t_0) = x_0] \\ = P[X(t_{k+1}) \leq x_{k+1} | X(t_k) = x_k] \end{aligned}$$

Essa equação implica que a probabilidade de transição do estado atual para o próximo não depende do passado, ou seja, todo passado está agregado no estado presente, portanto, está em função apenas do estado atual do sistema. Esse fato é chamado de propriedade sem memória, já que não é preciso de memória da história passada para prever o futuro de maneira probabilística (CASSANDRAS, 2008).

3.1 Autômato estocástico visto como uma cadeia de Markov

A composição paralela de vários autômatos estocásticos compostos por uma estrutura de relógio completamente poissoniana pode ser reduzida a uma cadeia de Markov, pois a transição entre estados é também escrita em função de taxas de transferência (CASSANDRAS, 2008). Além do conjunto de estados X e da matriz de probabilidade de transição M_p , uma cadeia de Markov que representa um autômato estocástico é composta por uma matriz de taxas de transição M_q (RIBEIRO, 2016), representada abaixo:

$$M_q = \begin{pmatrix} q_{00} & q_{01} & q_{02} & \cdots & q_{0L} \\ q_{10} & \cdots & \cdots & \cdots & q_{1L} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ q_{L0} & \cdots & \cdots & \cdots & q_{LL} \end{pmatrix}$$

Em que L representa o número de estados e q_{ij} , a taxa de transição do estado i para o estado j . A definição de q_{ij} é dada por λ_α se $i \neq j$, em que λ_α é a taxa de ocorrência de um evento α , caracterizado por uma distribuição de Poisson, ou $-\sum_{j=0}^L q_{ij}$ se $i = j$. Assim, pode-se determinar a probabilidade do sistema estar em um estado em qualquer instante de tempo, como:

$$\pi M_q = 0$$

Onde π representa um vetor composto por cada $\pi_i \forall x_i \in X$. Assim, a probabilidade estacionária de cada estado pode ser obtida resolvendo um sistema de equações lineares (RIBEIRO,

2016). A vantagem de se utilizar a cadeia de Markov para análise de desempenho de sistemas é que, por ser um modelo analítico, o resultado é determinístico, mesmo se tratando de sistemas que possuem comportamento estocástico. Para obtenção dos resultados determinístico são utilizados apenas as taxas de transição que são utilizadas naquele estado e as taxas que chegam até aquele estado, obtendo assim a probabilidade do sistema se encontrar em cada um dos estados alcançáveis.

4 O problema dos veículos guiados automatizados

O problema utilizado para validar a metodologia elaborada foi adaptado de um problema do livro de simulação de eventos discretos do (BANKS, 2005), que consiste em determinar a máxima produtividade de uma frota de AGVs (veículos guiados automatizados) que presta serviço em 3 estações de trabalho para transportar peças ao redor de um trilho, como mostrado na figura 1.

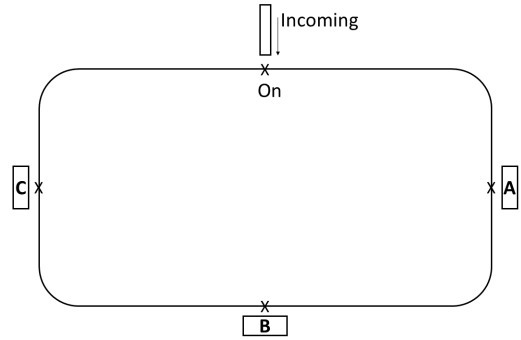


Figura 1: Estações de trabalho
Fonte: Adaptado de (BANKS, 2005)

A frota de AGVs enfileirados transportam cada peça de uma estação para outra, desde o ponto de entrada, na esteira *incoming*, até o ponto de descarga na máquina C, correndo sempre em sentido horário no trilho; nenhum AGV sai do trilho durante o trabalho. A peça, ao chegar na esteira *Incoming*, leva 30 segundos para ser inserida no AGV. Ao sair dessa esteira, ela é processada pelas 3 estações com o tempo especificado de processamento, mostrado na tabela 1. Assim, ao terminar de ser processada pelas três estações, o processo de descarga da peça do AGV para o estoque leva 45 segundos.

5 Metodologia

Para determinar a máxima produtividade do exercício dos AGV's, o primeiro passo da metodologia consiste em modelar o sistema na forma de autômatos estocásticos modulares, que são implementados no UltraDes, desenvolvido no

Tabela 1: Tempo de processamento de cada estação de trabalho

ESTAÇÃO	PROCESSAMENTO (s)
A	120
B	100
C	45

Fonte:(BANKS, 2005)

(LACSED, 2016), para a operação da composição paralela. Dessa forma, obtém-se o modelo que é apropriado tanto para o método da simulação quanto para o método analítico.

Todo trabalho computacional foi feito em um notebook com sistema operacional Windows 7, processador Intel Core i3, 8 GB de memória RAM e sistema operacional de 64 bits, utilizando o *software Matlab*.

5.1 Modelagem do problema por autômatos modulares

O sistema foi modelado de acordo com 3 autômatos gerais: estação, fila e quebra. Para os estados dos autômatos foram utilizados os nomes:

1. (V_x): indicando estação x vazia, $x = Incoming, A, B$ e C ;
2. (P_x): indicando estação x processando, $x = A, B$ e C ;
3. (F_x): indicando estação x pronta mas com o AGV parado, $x = Incoming, A, B$ e C ;
4. (iF_x): indicando o tamanho da fila da estação x, $i =$ variando de acordo com a capacidade da fila e $x = A, B, C$;
5. (xT): indicando estação trabalhando, $x = A, B, C$;
6. (xF): indicando estação com falha, $x = A, B, C$.

Os eventos foram nomeados como:

1. (X_{in}): chegada do AGV na estação x, $x = Incoming, A, B$ e C ;
2. (X_{end}): finalizou processo na estação x, $x = A, B$ e C ;
3. (X_{out}): saída do AGV da estação x, $x = Incoming, A, B$ e C ;
4. (f_x): falha da estação x, $x = A, B$ e C ;
5. (r_x): reparo da estação x, $x = A, B$ e C .

5.1.1 Os autômatos das estações

Os autômatos das estações foram modelados de acordo com 3 eventos, sendo um evento para chegada do AGV, um evento para finalização do processo e um evento que indica a saída do AGV da estação. Todas as 3 estações possuem o mesmo modelo de autômato, em que o estado inicial simboliza estação ociosa (V_x), o segundo estado simboliza a estação trabalhando (P_x) e o terceiro estado representa processo finalizado (F_x), pois se a estação terminar o trabalho e a fila para a próxima estação estiver cheia, ele deve esperar para sair da mesma. Na figura 2 é mostrado um autômato genérico elaborado para cada estação.

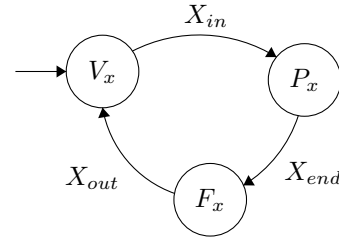


Figura 2: Autômato das estações

Para que cada evento ocorresse, era necessário associar um tempo de vida ou disparo. Os eventos X_{in} e X_{out} tinham tempos instantâneos, ou seja, próximos a zero, pois se não houvesse nenhuma peça sendo processada ou a fila da próxima estação não estivesse completa a peça poderia sair do estado atual imediatamente. Já os eventos X_{end} dispunham de tempos de vida de acordo com os tempos de processamento de cada estação, como mostrado na tabela 1.

A esteira *Incoming* foi modelada apenas com dois estados, pois não há nenhum tipo de processamento da peça na esteira. O estado inicial representa a estação vazia e ao ocorrer o disparo do evento de chegada de peça ($V_{Incoming}$), o autômato mudaria para o segundo estado que significa que a esteira contém uma peça. Quando a mesma fosse depositada no AGV e ocupasse a fila da estação A, o autômato da esteira retornaria ao estado inicial com o evento $F_{Incoming}$.

5.1.2 Os autômatos das filas de cada estação

Os autômatos modelados para as filas dependem da capacidade de cada estação, que serão otimizadas na seção 5.4. A figura 3 exemplifica um dos modelos de autômato modelados para a fila da estação B. Em que o estado inicial representa 0 AGVs na fila, e ao ocorrer a saída do AGV da estação anterior, no caso a estação A, ele acrescenta um na fila de B (evento (A_{out})), e assim até completar a capacidade de 3 AGVs aguardando para ser processado em B. Quando a estação B

admitir um processo (evento (B_{in})), um AGV sai da fila de B, podendo então chegar mais um AGV para fila.

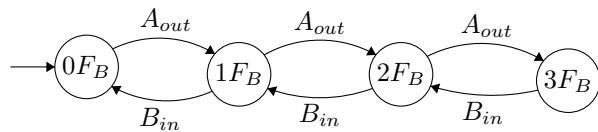


Figura 3: Exemplo autômato da fila da estação B

5.1.3 Os autômatos das falhas de cada estação

Em cada uma das estações, há um tempo especificado como uma média estatística para tempos de falha (*MTTF: mean time to failure*) e tempos de reparo (*MTTR: mean time to repair*). A figura 4 ilustra como foi modelado o autômato de falha para as estações, em que o estado inicial representa a estação trabalhando, podendo acontecer os eventos de chegada e saída de peças, e o segundo estado representa a estação quebrada, proibindo as peças de serem admitidas ou retiradas da estação.

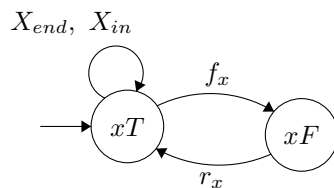


Figura 4: Autômato das falhas

Os tempos de disparos dos eventos (f_x) e (r_x) para cada estação são mostrados na tabela 2.

Tabela 2: Tempos de falha e reparo de cada estação

Estação	MTTF (min)	MTTR (min)
A	90	3.1
B	82	4.0
C	20	5.0

Fonte: (BANKS, 2005)

Considera-se que o tempo de falha e de reparo são distribuídos exponencialmente em torno das médias especificadas em MTTF e MTTR. Outra consideração é que o tempo médio de falha não tem qualquer dependência com o funcionamento das estações, portanto as falhas podem ocorrer estando as estações operando ou não.

Então, a modelagem do problema resulta em 10 autômatos, em que são 3 autômatos gerados para cada estação, 3 para as filas, 3 para o sistema de falha e reparo e 1 representando a esteira *Incoming*.

5.2 Escalonamento de eventos

O método de escalonamento de eventos utiliza a matriz de transição de cada autômato juntamente com os tempos de vida de cada evento. A matriz de transição é construída através da função de transição $f(x, \alpha) = x'$, que indica que se o autômato está no estado x e ocorrer o evento α , ocorre uma transição para o estado x' .

Cada autômato tem a sua matriz de transição. Depois de construir as matrizes de todos os autômatos que compõem o sistema é definido um estado inicial, e nesse estado é selecionado todos os eventos factíveis. Depois verifica-se o menor tempo de disparo dos eventos selecionados, ocorrendo a transição de menor tempo. Acontecendo a transição, o sistema é modificado para um novo estado e, portanto, com novos eventos factíveis. Com isso o processo é retomado na verificação do menor tempo dentre os eventos factíveis para aquele estado.

De forma geral, para cada ocorrência de um evento são realizados os seguintes passos descritos no livro do (CASSANDRAS, 2008):

1. Remover a primeira linha do calendário;
2. Atualizar o tempo com o valor de t_1 ;
3. Atualizar o estado de acordo com $x' = f(x, e_1)$;
4. Apagar no calendário as linhas correspondentes a eventos infactíveis no novo estado;
5. Acrescentar ao calendário os eventos factíveis que ainda não estejam escalonados;
6. Reordenar o calendário por ordem crescente do valor do tempo em que os eventos foram escalonados.

5.3 Geração da cadeia de Markov

Com a cadeia de Markov é possível determinar a probabilidade do sistema ser encontrado em cada um dos estados resultantes da composição paralela. O número de estados possíveis aumenta de forma exponencial ao número de estados dos autômatos individuais. As equações da cadeia de Markov são construídas de acordo com os eventos de entrada e saída de cada estado do sistema completo.

O primeiro passo para elaborar a matriz de transição do problema proposto foi realizar a composição paralela e eliminar os estados que não são acessíveis, e criar, portanto, a lista de estados e eventos factíveis. Para fazer a composição paralela dos 10 autômatos, foi utilizado o *software UltraDes*, uma biblioteca que implementa estruturas para representar eventos, estados e autômatos. Essas estruturas podem realizar operações que permitem a modelagem e análise de SED

(LACSED, 2016). A composição paralela resultou em um autômato de 25.920 estados factíveis, para cada um desses estados e eventos foi atribuído um índice para facilitar na montagem matriz de transição.

De posse da matriz de transição, foi elaborada a matriz que representava as equações da cadeia de Markov para cada estado: a matriz de taxas de transição (M_q). As equações são construídas de acordo com o tempo de cada evento multiplicado pelo valor da probabilidade do sistema, que é a variável de interesse, a ser encontrado naquele estado, cujo os eventos de saída são de valores negativos e os eventos de chegada são positivos. O somatório de todos os termos é igual a zero.

Ao finalizar a construção das equações de cada estado, tem-se um sistema linear $Ax = B$, no qual A representa a soma das taxas dos eventos que saem e chegam a partir daquele estado, x representa a probabilidade do sistema ser encontrado em cada estado e B é o vetor de termos soluções das equações. Foi utilizado a função *mldivide* do *Matlab* para resolver o sistema linear, que resultou em uma matriz de 25.920×25.920 .

Para a solução analítica foi elaborado um segundo modelo, que eliminou os eventos instantâneos, pois esses levam a estados que possuem uma probabilidade infinitesimal, que para a solução via modelos analíticos não precisam ser considerados por não serem estados de interesse. No primeiro modelo, dos 25.920 estados possíveis, 24.697 estados tinham a possibilidade do sistema estar nesses estados menores que 10^{-6} . Então, por isso foi construído um segundo modelo que considerasse apenas os estados de maior probabilidade. O sistema modelado passou a conter 7 autômatos, em que são 3 autômatos para as filas, 3 para as falhas e reparos e 1 representando a esteira *Incoming*.

5.4 Otimizando as posições das estações

O problema inicial tratava que cada estação teria uma fila com 3 AGV's, mas isso poderia variar. Então foi realizado um estudo de otimização, simulando cada estação contendo de 1 a 3 AGV's na fila, para encontrar a melhor posição das estações. O trilha foi dividido de forma que entre uma estação e a seguinte houvesse 3 AGV's em fila. Para descobrir a maior produtividade do sistema com uma menor variância, o estudo de otimização foi elaborado variando a capacidade da fila em relação a posição da estação.

A estação A poderia ficar na posição de 1 a 3, a estação B poderia ocupar da posição 4 a 6 e a estação C da posição 7 a 9. A análise das posições foi elaborada da seguinte forma: para analisar a posição da estação A, a estação B foi fixada na posição 6, assim quando a estação A estava na posição 1, tendo apenas um AGV em sua fila, a estação B continha 5 AGV's em sua fila e a estação

C estava fixada na posição 9 contendo 3 AGV's em sua fila.

Para análise da estação B, a estação A seria fixada na posição 3, para que assim fosse possível testar a produção do sistema, com a segunda estação tendo de 1 a 3 peças esperando em sua fila. Assim, quando a estação C for analisada, a estação B seria fixada na posição 6, para que fosse analisada a produtividade da estação C, contendo de 1 a 3 AGV's em sua fila.

As estações A, B e C, variando as suas posições, se comportaram de forma exibida nas figuras 5, 6 e 7. Cada posição teve uma simulação com um tempo de aquecimento de 10.000 segundos, com um tempo total de 100.000 segundos, em 10 replicações.

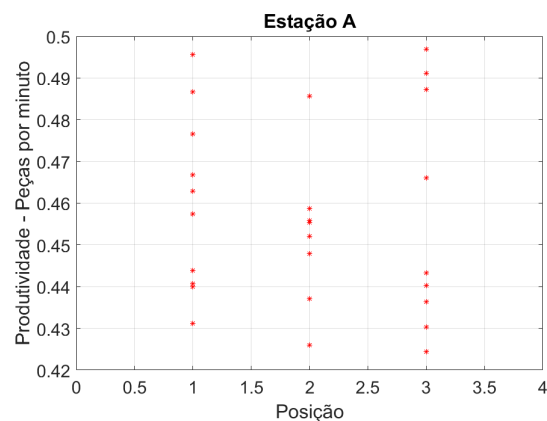


Figura 5: Variando Estação A

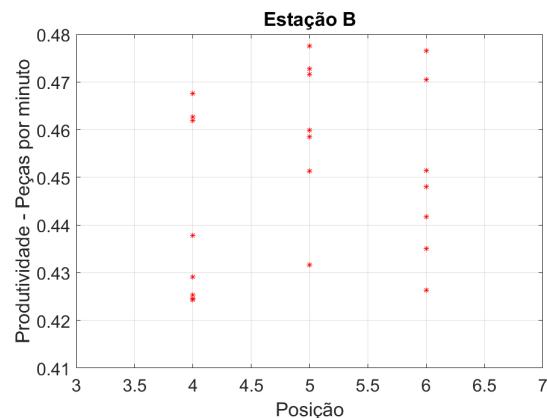


Figura 6: Variando Estação B

De acordo com os resultados mostrados, a estação A teve a menor variância na produtividade quando tinha 2 AGV's na fila, (posição (2)). A estação B mostrou também uma menor variância na posição (5), resultando, portanto, a 3 peças na sua fila. Já a estação C obteve uma menor variância e maior produtividade à medida que aumentava o número de AGV's, ficando portanto na posição (9), obtendo 4 AGV's na fila da sua estação. Então, através dos resultados da otimização,

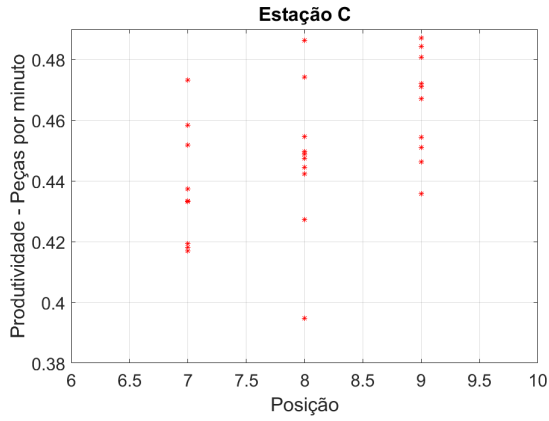


Figura 7: Variando Estação C

as posições das estações estão mostrados na tabela 3.

Tabela 3: Posições das estações

Estação	Posição	Capacidade da Fila
A	2	2
B	5	3
C	9	4

6 Resultados computacionais

O problema abordado tem como objetivo encontrar a máxima produtividade do sistema. Utilizando a metodologia para a simulação, a produtividade foi calculada de acordo com a quantidade de vezes que o evento de C_{out} ocorreu. O valor encontrado para a produtividade foi uma média de 0,403517 peças por minutos, tendo como tempo de aquecimento de 10.000 segundos e tempo total de simulação de 100.000 segundos, em um total de 10 replicações. A variância da produtividade pode ser vista na figura 8, em que o intervalo de confiança de 95% foi de 0,387931 a 0,405143. O tempo gasto computacionalmente foi de 4,1886 segundos.

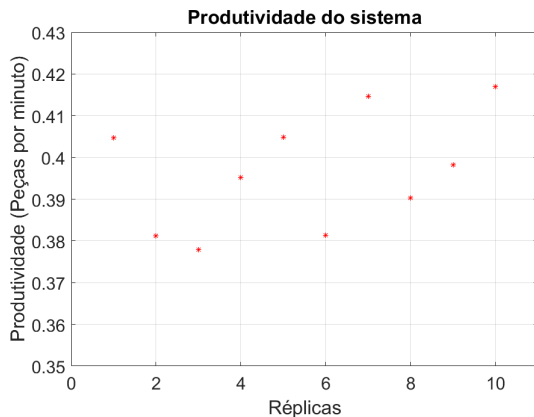


Figura 8: Produtividade do sistema

O resultado obtido na solução via modelagem analítica, considerando o modelo completo, resultou em uma produtividade máxima do sistema de 0,412263 peças por minuto, e essa produtividade foi calculada pela soma das probabilidades dos estados em que o sistema processa uma peça na estação A, multiplicado pela taxa de transição de saída da peça da estação A (A_{end}). O custo computacional foi de 128,8097 segundos. Vale ressaltar que esse modelo resultou em uma matriz de 25.920×25.920 , o que justifica o maior custo computacional.

Para a solução do segundo modelo, que excluiu os eventos instantâneos, a simulação obteve o resultado de 0,416461 peças produzidas por minuto, que foi quase o mesmo valor do sistema completo, com a diferença do tempo gasto computacionalmente de 0,9790 segundos. Esse segundo método reduziu o número total de estados factíveis de 25.920 para 1.920 estados, motivo pelo qual houve o ganho em mais de 95% em custo computacional. Em síntese, a comparação do número de estados pelo tempo computacional dos resultados está mostrada na tabela 4.

Tabela 4: Síntese dos resultados

Método	Número de Estados	Tempo computacional(s)
Simulação	25.920	4,1886
Markov - completo	25.920	128,8097
Markov - reduzido	1.920	0,9790

A análise do sistema por meio da simulação mostrou ser eficiente, pois trata os 25.920 estados com um tempo computacional satisfatório, mas devido à natureza incerta deste tipo de método não é garantida exatidão nas respostas. Assim, os resultados obtidos via simulação de SED devem ser acompanhados por medidas de confiabilidade, como, por exemplo, confiança estatística, ao contrário da análise analítica que possui uma solução muito bem definida. Mas os resultados de ambas as metodologias demonstraram que os modelos implementados são capazes de solucionar o problema, entretanto, a metodologia analítica no segundo modelo mostrou-se mais eficiente tanto no custo operacional como na quantidade de informações retornadas. São conhecidas todas as probabilidades de encontrar o sistema em todos os estados possíveis, facilitando, assim, a observação de cada parte, podendo computar todos indicadores de resultados dos equipamentos do processo, visando determinar a eficiência dos mesmos.

7 Conclusões

Analisar o desempenho de sistemas auxilia na detecção de gargalos, possíveis falhas e contribui

para um melhor funcionamento e produtividade. O presente artigo buscou validar a metodologia implementada através de autômatos estocásticos modulares para análise de desempenho de sistemas, utilizando um problema de manufatura automatizado em que busca encontrar a sua produtividade máxima. Mostrou como é eficiente a utilização de autômatos modulares para representar um modelo complexo, pois é mais simples tratar cada parte de forma individual, e através da operação da composição paralela obter o sistema completo.

Além de facilitar a construção do modelo devido permitir analisar cada parte do sistema individualmente, ao utilizar autômatos modulares, torna-se mais objetiva a montagem das matrizes de transições que são essenciais para o método da simulação e possibilita visualizar o que e onde cada evento sucedido modificou no estado do sistema. Para a cadeia de Markov, a vantagem de se utilizar autômatos modulares juntamente com o UltraDes é a facilidade de gerar e atribuir a cada um dos 25.920 estados do sistema completo um índice, e gerar a lista de todas as transições factíveis em todos os estados e qual seria o estado alcançado por cada uma das transições habilitadas. E, portanto, viabilizar a construção da matriz de taxas de transição (M_q) que resultará nas equações de probabilidade de cada estado.

Outro ponto foi a importância da retirada dos eventos instantâneos para o método analítico, pois esses eventos servem para organizar a sequência de como é realizado o processo, movendo o sistema para estados nos quais eles permanecem por pouco tempo, sendo mais essenciais no método da simulação que necessita desta sequência do sistema para evoluir. Já o método analítico requer apenas as transições que são factíveis em cada estado para determinar a probabilidade do mesmo, não precisando de tal maneira dos eventos instantâneos como a simulação.

Como pesquisas futuras, pode-se buscar solucionar o problema original, em que a composição paralela resulta em mais de 600 milhões de estados. Também pode-se testar outros métodos para solucionar a matriz de equações da cadeia de Markov, como os métodos iterativos. Finalmente, pode-se ainda, implementar a metodologia em um problema real de maior complexidade.

Agradecimentos

Este trabalho tem como parceiros e apoiadores o CNPQ, a FAPEMIG e a CAPES, em conjunto com o Programa de Pós Graduação de Engenharia Elétrica da Universidade Federal de Minas Gerais (UFMG).

Referências

- BANKS, J., C. J. (2005). *Discrete-Event Systems Simulation*, Vol. 4, Prentice Hall, University of Illinois, Urbana-Champaign.
- BRENNER, L., F. P. S. A. (2002). Redes de autômatos estocásticos: Um formalismo para avaliação de desempenho e confiabilidade de sistemas. FACULDADE DE INFORMÁTICA PUCRS - Brasil.
- BRENNER, L., F. P. S. A. (2004). Avaliação de desempenho de sistemas paralelos. ERAD - Pelotas.
- CASSANDRAS, C. G., L. S. (2008). *Introduction to Discrete Event Systems*, Vol. 11, second edn, Springer Science Business Media, USA.
- CURY, J. E. R. (2001). Teoria de controle supervisorio de sistemas a eventos discretos. V Simpósio Brasileiro de Automação Inteligente.
- HAYES, B. (2013). First links in the Markov chain, **101**(2): 92. American Scientist.
- LACSED (2016). UltraDES, www.github.com/lacsed/UltraDES. Desenvolvido pelo Laboratório de Análise e Controle de Sistemas a Eventos Discretos - UFMG (Accessed: 2018-02-20).
- MARTINS, L. R. R. (2016). Aprimoramento das estruturas de dados do UltraDES: Uma biblioteca para modelagem, análise e controle de Sistemas a Eventos Discretos. Universidade Federal de Minas Gerais. (Monografia).
- PEGDEN, C. e. a. (1990). *Introduction to simulation using SIMAN*, second edn, McGraw-Hill, Inc., New York, NY, USA.
- RIBEIRO, R. G. (2016). Modeling and portfolio optimization of Stochastic Discrete-Event System through Markovian approximation: An Open-Pit mine study., pp. 1–7. 9th EUROSIM Congress on Modelling and Simulation, Oulu - Finland.
- SANTOS, T. C. W. (2002). *Estudo comparativo de técnicas de modelagem em redes de autômatos estocásticos*, Master's thesis, PONTIFÍCIA UNIVERSIDADE CATÓLICA DO RIO GRANDE DO SUL.