Determinação da Capacidade de Observação de Sistemas de Medição para a Estimação de Estado em Redes de Potência

Vinicius B. Braga Flôr* Milton B. Do Coutto Filho**
Julio C. Stacchini de Souza***

**Instituto de Computação, Universidade Federal Fluminense, Niterói, Rio de Janeiro (e-mail: viniciusbiajoni@id.uff.br).*
***Instituto de Computação, Universidade Federal Fluminense, Niterói, Rio de Janeiro (e-mail: mbrown@ic.uff.br)*
****Dept. de Eng. Elétrica, Universidade Federal Fluminense, Niterói, Rio de Janeiro (e-mail: julio@ic.uff.br)*

Abstract: State estimation (SE) has established itself as a necessary functionality for the safe and reliable operation of electrical networks. It is responsible for obtaining the most likely operational state of the system through the processing of available measurements (state observations), mitigating the uncertainties present in the measurement process, and rejecting gross errors. This article focuses on determining the system state observation capability established by the measurement system. For this purpose, it is proposed to use the concept known as first passage/arrival/hitting time, i.e., the one necessary for a process, leaving a known initial state, to reach a specific condition for the first time. Applied to the SE problem, this concept can be translated into a strength index of a measurement system capable of resisting the unavailability of measurements until the unobservability barrier is reached for the first time. Numerical results from simulation studies illustrate the use of the proposed index.

Resumo: A estimação de estado em sistemas de potência (EE) consagrou-se como uma funcionalidade necessária à operação segura e confiável de redes elétricas de potência. Isto se deve a estar encarregada de obter o estado operativo mais provável do sistema, através do processamento das medidas disponíveis (observações do estado), atenuando as incertezas presentes no processo de medição e rejeitando erros grosseiros. Este artigo centra-se na determinação da capacidade de observação do estado do sistema estabelecida pelo sistema de medição. Para este propósito, propõe-se a utilização de um conceito conhecido genericamente como tempo de primeira ultrapassagem/chegada, i.e., aquele necessário para que um processo, saindo de um estado inicial conhecido, atinja uma condição específica pela primeira vez. Aplicado ao problema da EE, tal conceito pode se traduzir em um índice de força de um sistema de medição capaz de resistir à indisponibilidade de medidas, até que seja atingida a barreira da inobservabilidade. Resultados numéricos de estudos de simulação ilustram a utilização do índice proposto.

Keywords: First hitting time; measurement unavailability; observability; state estimation; power systems.

Palavras-chaves: tempo para primeiro atingimento; indisponibilidade de medidas; observabilidade; estimação de estado; sistemas de potência.

1. INTRODUÇÃO

A estimação de estado em redes elétricas de potência (EE) segue sendo aperfeiçoada para cumprir papel indispensável na provisão de dados de tempo real, necessários à operação segura e confiável de tais redes (Monticelli, 1999), (Abur, 2004). Neste sentido, tradicionalmente, a EE atua no processamento de medidas cruas obtidas do sistema SCADA (*supervisory control and data acquisition*), especificamente: fluxos nos ramos e injeções nas barras da rede (em pares de potência ativa/reativa); magnitudes de tensão das barras. Além disto, medidas de fasores de tensão e corrente (sincrofasores) são providas por unidades de medição fasorial (UMFs). Tais medidas são observações do estado operativo do sistema, caracterizado pelas tensões das barras (magnitudes e ângulos de fase), referentes a uma determinada configuração da rede elétrica. Frequentemente, formula-se a EE através do método dos mínimos quadrados ponderados (MQP) e estabelecendo-se como subproblemas a determinação da configuração atual da rede, análise de observabilidade/criticalidade, filtragem e validação dos resultados do processo de estimação.

A EE tem sido reconhecida como a maneira mais adequada para a realização da árdua tarefa de se detectar, identificar e substituir medidas espúrias, i.e., aquelas portadoras de erros grosseiros (EGs). Este objetivo alcança-se através de um sistema de medição forte, i.e., aquele dotado de uma capacidade de observação do estado do sistema que supera o mínimo necessário para a EE (condição de observabilidade).

A análise de observabilidade clássica resulta em resposta

binária (sim ou não) sobre a suficiência de medidas para que se alcance as variáveis de estado de todas as barras da rede sob supervisão. Tal análise, denominada observabilidade estrutural (Montanari et al., 2020), não indica a capacidade de observação do sistema de medição que serve ao propósito da EE. Até o momento, apenas a análise de criticalidades envolve este tópico. Com ela, busca-se identificar que medidas (individualmente/agrupadas) são essenciais (críticas) à observabilidade (Sou et al., 2012). Se indisponíveis, estas medidas apresentam impacto significativo na observabilidade, com comprometimento da confiabilidade dos resultados da EE, notadamente no que tange à depuração de EGs (Augusto et al., 2016). Um tratamento probabilístico inicial do problema da obtenção de graus de observabilidade encontra-se em (Do Coutto Filho et al., 2013), (Augusto et al., 2019).

Do exposto, vislumbra-se que estabelecer métricas que expressem a capacidade de observação do sistema de medição torna-se um tópico de pesquisa interessante a ser explorado.

Este artigo propõe um índice inspirado no conceito de tempo de primeira ultrapassagem/chegada (Redner, 2001) que expresse a capacidade de observação de um sistema de medição. Tal índice, aqui designado por *INOBS*, refere-se ao cômputo da frequência com que um sistema de medição, diante de eventos que caracterizem a indisponibilidade de medidas, leva a rede pela primeira vez a colidir com a barreira da inobservabilidade. Até onde alcança o conhecimento dos autores, pela primeira vez nos estudos de EE propõe-se a utilização do índice *INOBS*. Tal índice torna-se útil para se quantizar a capacidade de observação de sistemas de medição, podendo ser usado para planejar de forma ótima tais sistemas (Rocha et al., 2019).

A seguir, encontram-se as seções de Análise de Observabilidade, Primeira Ocorrência de Inobservabilidade, Resultados Numéricos e Conclusões.

2. ANÁLISE DE OBSERVABILIDADE

Esta análise destina-se a verificar se o estado do sistema, tratado como um todo, pode ser estimado através das diversas medidas disponíveis (Lukomski et al., 2008).

Os métodos comumente usados para se verificar a condição de observabilidade dividem-se em duas categorias principais: topológicos (Krumpholz et al., 1980) e numéricos (Monticelli et al., 1985). Os primeiros baseiam-se na Teoria dos Grafos e levam em conta a configuração da rede e respectivo posicionamento/ tipos de medidas disponíveis. Apresentam a vantagem de não estar sujeitos a erros de arredondamento, inerentes aos cálculos numéricos. Por outro lado, requerem a construção de rotinas lógicas para tratar os grafos de medição (Soares Lima et al., 2022). Já os métodos numéricos realizam cálculos com matrizes que pertencem ao processo de estimação (e.g., Jacobiano, Ganho, Gram), o que constitui vantagem, traduzida por sua adoção na maioria das vezes. Não obstante, as operações aritméticas em ponto flutuante podem acumular erros (caso haja valores com ordens de grandeza bastante distintas), o que pode dificultar a decisão sobre a condição de observabilidade.

Quando se avalia quantitativamente a capacidade de observação de um sistema de medição, torna-se necessário realizar vários testes de observabilidade. Isto porque verifica-se o efeito da indisponibilidade de medidas, tomadas uma-a-uma ou formando grupos (tuplas), na observabilidade da rede. Estudos desta natureza fazem parte da análise de criticalidade que representa uma forma de se avaliar a força de um sistema de medição, sendo fundamental para indicar a partir de que ponto a EE torna-se inepta para lidar com EGs.

Usualmente, na análise de criticalidades os testes de observabilidade são executados de forma mais eficiente trabalhando-se com a matriz de covariância dos resíduos do método MQP, $\boldsymbol{\Omega}(m \times m)$, definida por (Abur, 2004):

$$\boldsymbol{\Omega} = \boldsymbol{I} - \boldsymbol{H}\boldsymbol{G}^{-1}\boldsymbol{H}^{t} \tag{1}$$

onde $\boldsymbol{G} = \boldsymbol{H}^{t}\boldsymbol{H}$—matriz de Ganho $(n \times n)$; n—no. de variáveis de estado; $\boldsymbol{H}$—matriz Jacobiano das medidas $(m \times n)$; m—no. de medidas disponíveis; $\boldsymbol{I}$—matriz identidade $(m \times m)$; $(.)^{t}$—transposição de vetor/matriz (com representação em negrito).

Os elementos de $\boldsymbol{\Omega}$ representam as interrelações entre medidas. Assim sendo, aquelas que não forem redundantes (conhecidas como medidas críticas), i.e., totalmente não correlacionadas com qualquer outra medida do conjunto em análise, correspondem a linhas/colunas nulas de $\boldsymbol{\Omega}$.

Para facilitar o entendimento sobre a utilização de $\boldsymbol{\Omega}$ na análise de observabilidade/criticalidade, considere que as medidas críticas identificadas sejam separadas das demais que integram $\boldsymbol{\Omega}$, criando-se uma outra matriz $\boldsymbol{\Omega_1}$. Em um sistema observável as linhas/colunas de $\boldsymbol{\Omega_1}$ são linearmente independentes; se assim não forem, o sistema é inobservável.

Para verificar se a indisponibilidade de k medidas leva à inobservabilidade, podem-se extrair de $\boldsymbol{\Omega_1}$ submatrizes $\boldsymbol{\Omega_1^{(k)}}$ $(k \times k)$ associadas a tais medidas e verificar se contêm linhas linearmente independentes. Para isto, basta que se proceda à triangularização de $\boldsymbol{\Omega_1^{(k)}}$ e, caso ao fim deste processo, surja um pivô nulo ($det\ \boldsymbol{\Omega_1^{(k)}} = 0$), as k medidas formam uma k-tupla crítica. Lembrando que, no processo de triangularização (eliminação de Gauss), a cada etapa, elimina-se uma medida da k-tupla. Se esta for crítica, as tuplas subsequentes $(k-1, k-2, \cdots, 1)$ também o serão e, na última etapa, restará uma medida crítica confirmada pelo pivô nulo em $\boldsymbol{\Omega_1^{(k)}}$.

A análise de criticalidade e correspondente interpretação/ utilização de seus resultados envolve certas sutilezas que podem trazer a princípio algumas dificuldades. Recentemente, foram propostos grafos de criticalidades, como uma forma de visualização dos resultados desta análise, em substituição ao respectivo tabelamento (Braga Flôr et al., 2023).

O conceito de criticalidade não se limita a medidas, se estende, por exemplo, a agregados de medidas (unidades de medição, UMs) e ramos da rede (Mantesso Coimbra et al., 2021). Neste artigo, serão consideradas as indisponibilidades de medidas individualmente e de UMs caracterizadas pelo agregado de medidas realizadas em cada barra da rede.

Embora a análise de criticalidades esteja relacionada à inobservabilidade, não será explorada aqui diretamente por limitações de espaço.

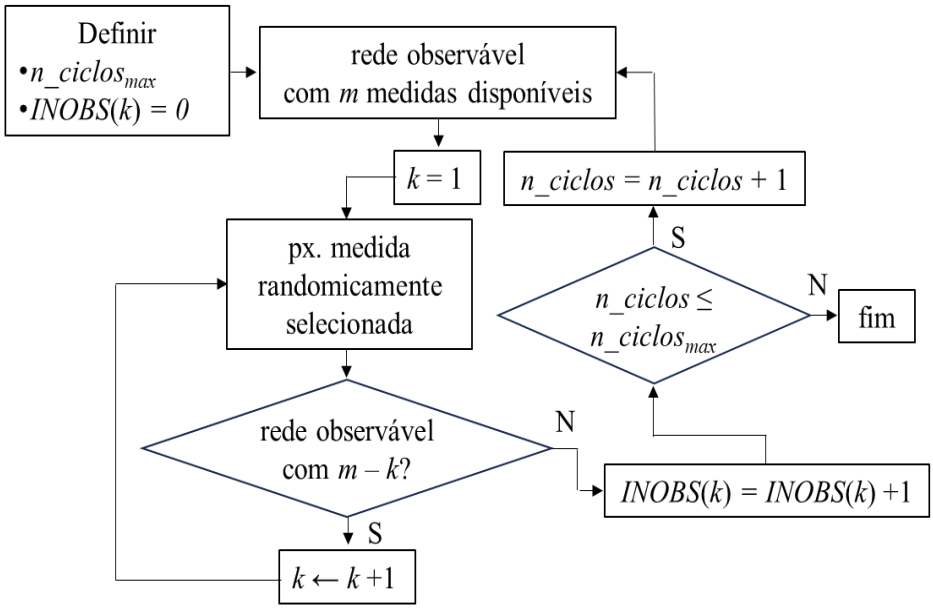

Fig. 1. Fluxograma simplificado para o cálculo do índice *INOBS*

3. PRIMEIRA OCORRÊNCIA DE INOBSERVABILIDADE

Genericamente, o tempo de primeira passagem ou chegada a uma barreira em um processo estocástico refere-se àquele que leva uma variável de estado para atingir valor específico. Estes tempos dizem respeito a características centrais de processos estocásticos (e.g., Poisson, Wiener, Gama e Markov). O estado do processo pode ser representado, por exemplo, pela força de um sistema (e.g., capacidade de observação advinda da medição) que ultrapassa uma barreira quando o processo atinge pela primeira vez um estado limite específico (e.g., inobservabilidade). O tempo que leva o processo estocástico até atingir tal estado pode ser expresso em sua forma usual ou por alguma medida mais operacional de progressão do processo (e.g., frequência de ocorrência de eventos).

Matematicamente, o tempo, denotado por t_b, para que um processo estocástico de valores $\vartheta(t)$ atinja a barreira b, partindo de $\vartheta(t = 0) < b$, define-se por:

$$t_b = inf\ \{t \geq 0; \vartheta(t) \geq b\} \tag{2}$$

onde inf no presente contexto corresponde ao ínfimo de um conjunto limitado S definido em (2), i.e., o maior elemento de em S que seja menor ou igual a cada elemento de S.

Encontrar a distribuição de probabilidade de t_b na trajetória até a inobservabilidade constitui uma tarefa árdua de cálculo estocástico. Em termos práticos, calcula-se a probabilidade de cruzamento de barreira por t_b através do método de simulação de Monte Carlo, descrito a seguir.

No problema de se avaliar a capacidade de observação de um sistema de medição, t_b será representado pelo índice *INOBS*. Este corresponde à frequência com que tal sistema, diante de eventos diversos de indisponibilidade de medidas, atinge pela primeira vez a inobservabilidade.

Considere que uma rede elétrica inicialmente observável esteja sujeita a sucessivas ocorrências de indisponibilidade de medidas—ciclos de simulação envolvendo apenas uma medida por vez selecionada aleatoriamente—que levem a rede à inobservabilidade pela primeira vez. Normalmente, tais ocorrências são consideradas equiprováveis. Então, calcula-se o índice *INOBS* com base na contagem do número de vezes (frequência) em que diversas k medidas indisponíveis levaram à inobservabilidade. Repete-se o ciclo diversas vezes, o suficiente para que a simulação represente com adequada precisão a distribuição de probabilidade de *INOBS*. A Figura 1 apresenta o fluxograma simplificado do processo realizado para cálculo desse índice.

A distribuição de probabilidades do índice *INOBS* pode ser obtida empiricamente, calculando-se a frequência de inobservabilidade resultante de uma sequência (ciclo) de perdas aleatórias unitárias de medidas. Eventos simulados como esses podem representar, por exemplo, ataques cibernéticos nos quais o invasor tenha muito poucas informações sobre a rede elétrica (usualmente, dados de topologia/posicionamento de medidas estão protegidos) e procura realizar ataques que indisponibilize medições, degradando paulatinamente a EE até que a condição de inobservabilidade seja atingida.

Vale considerar que ataques cibernéticos procuram ser furtivos, conforme aponta a literatura específica, sendo neste sentido mais realista tornar indisponível um elemento do processo de EE por vez. Do contrário, estratégias de defesa da rede diante de ataques mais evidentes seriam

acionadas para frustrar a intenção maliciosa destas ações.

4. RESULTADOS NUMÉRICOS

Nesta seção, são apresentados os resultados obtidos pelas simulações realizadas sobre a rede elétrica do sistema IEEE 30 barras e 41 ramos (Do Coutto Filho et al., 2022).

Dois tipos de ocorrência de eventos de indisponibilidade de elementos em sequência foram considerados: (i) os que envolvem individualmente medidas; (ii) os que atingem todas as medidas de cada UM. Em cada caso, simulou-se um total de 15 ciclos (n_ciclos_{max}) de indisponibilidade aleatória (de acordo com uma distribuição de probabilidades uniforme) de uma medida ou UM por vez, até a barreira da inobservabilidade ser atingida pela primeira vez.

Através da simulação descrita, levantou-se a distribuição de frequência do índice *INOBS* por meio de um histograma tendo por base a quantidade de medidas indisponíveis sequencialmente efetuada. Além disto, em complemento, construiu-se a respectiva função de distribuição de probabilidades acumulada.

Diversos sistemas de medição foram adotados para revelar nuances da capacidade de observação desses sistemas aplicados à rede de 30 barras adotada, como será visto a seguir.

Os algoritmos usados nas simulações foram implementados em um computador desktop de 3.4 GHz, 16 GB RAM, Intel Core i7 de décima geração, na linguagem Python e com o auxílio das bibliotecas Numpy e Matplotlib.

Caso 1—observação através de 43 medidas e 21 UMs

Considere um sistema de medição composto por 43 medidas, agregadas em 21 UMs (incluindo 2 UMFs nas barras #3 e #28), a saber: 25 fluxos de potência, 13 injeções, 2 ângulos de fase de tensões de barra e 3 correntes de ramos. Note que se trata de medição pouco redundante—expressa pela relação entre o no. de medidas e de variáveis de estado, de valor aproximadamente igual a 1,4.

As Figs. 2 e 3 apresentam o histograma e a curva de probabilidade acumulada de *INOBS*, quando simulada a indisponibilidade de medidas. Analogamente, simulou-se também a indisponibilidade de UMs, obtendo-se a estatística de *INOBS* ilustrada nas Figs. 4 e 5.

Veja que, com a indisponibilidade de 7 a 10 medidas, ocorre mais frequentemente a inobservabilidade da rede. Por exemplo, com até 9 medidas indisponibilizadas em sequência, a probabilidade de inobservabilidade atinge cerca de 75%. Já no caso da indisponibilidade de UMs, ao se perder 3 destas, a probabilidade de inobservabilidade da rede se aproxima de 70%.

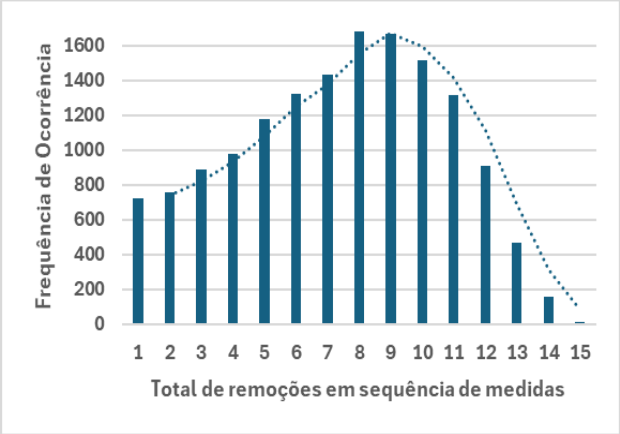

Fig. 2. Histograma – Caso 1: indisponibilidade de medidas

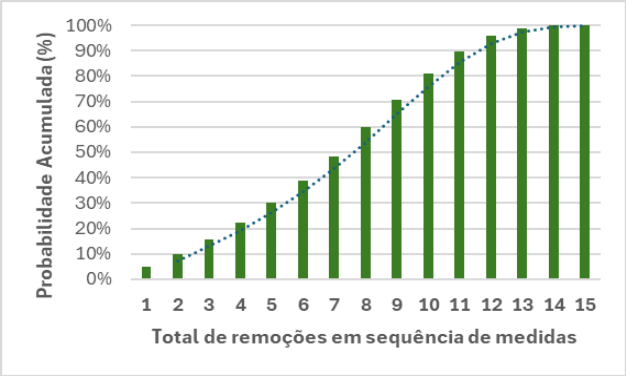

Fig. 3. Função de distribuição de probabilidades acumuladas – Caso 1: indisponibilidade de medidas

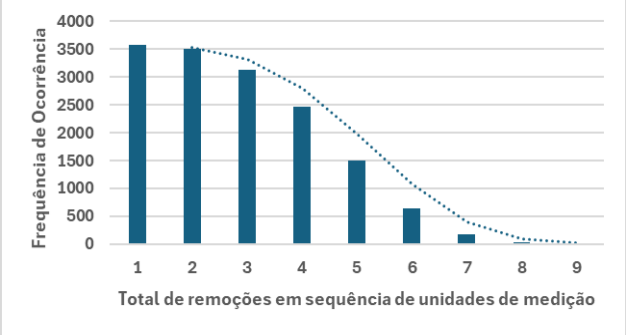

Fig. 4. Histograma – Caso 1: indisponibilidade de UMs

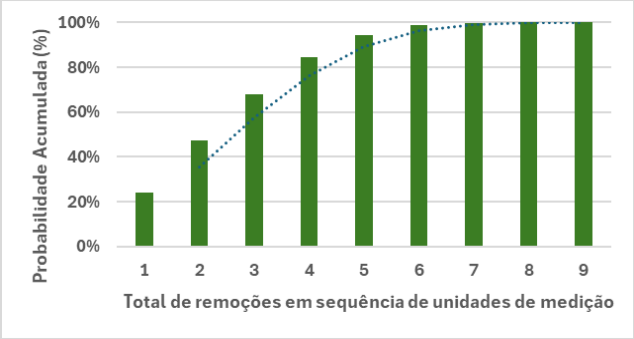

Fig. 5. Função de distribuição de probabilidades acumuladas – Caso 1: indisponibilidade de UMs

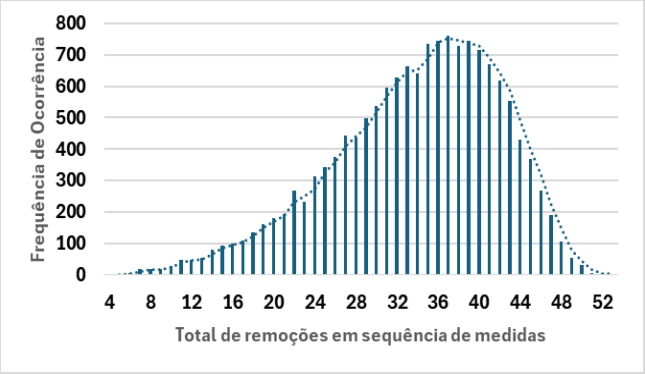

Fig. 6. Histograma – Caso 2: indisponibilidade de medidas

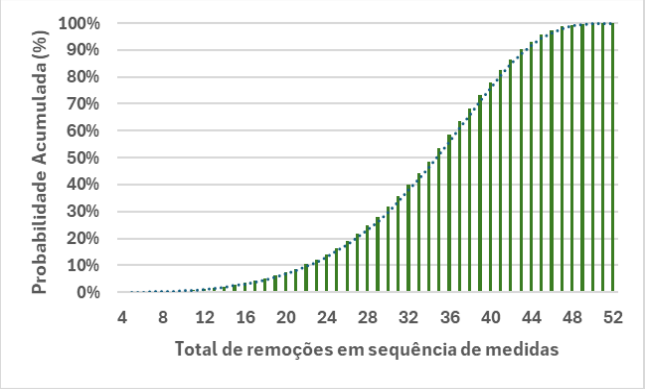

Fig. 7. Função de distribuição de probabilidades acumuladas – Caso 2: indisponibilidade de medidas

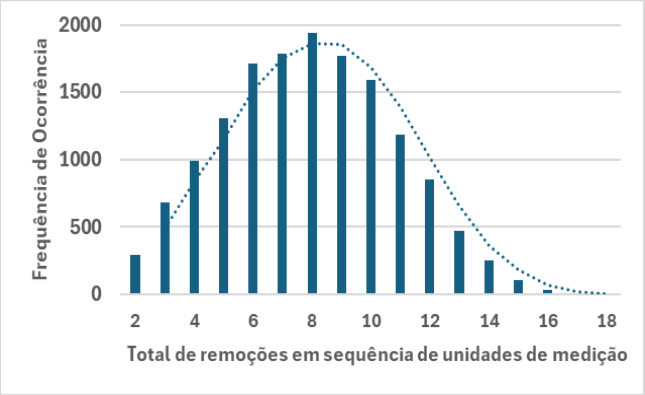

Fig. 8. Histograma – Caso 2: indisponibilidade de UMs

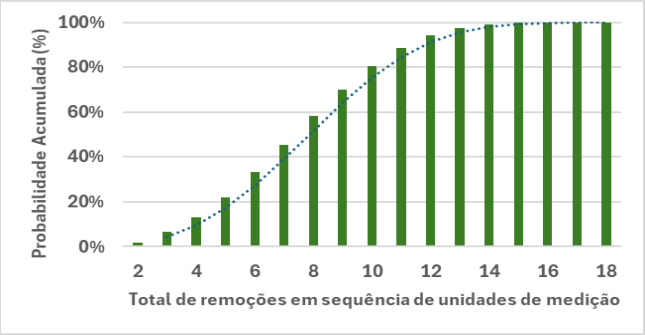

Fig. 9. Função de distribuição de probabilidades acumuladas – Caso 2: indisponibilidade de UMs

Caso 2—observação através de 81 medidas e 29 UMs
Neste caso, a rede em estudo passou a ser observada por 81 medidas, colhidas por 29 UMs, sendo 56 fluxos de potência e 25 injeções. A redundância correspondente subiu para 2,7.

As Figs. 6 a 9 apresentam estatisticamente a variação do índice *INOBS*. Note que a capacidade de observação deste sistema tornou-se bem superior. A inobservabilidade passou a ocorrer mais frequentemente com a indisponibilidade de um número significativamente maior de medidas (em torno de 35 medidas). Para a mesma probabilidade de inobservabilidade de 75% do Caso 1, aqui seria necessária a indisponibilidade de 40 medidas. Pode-se comentar o mesmo para a indisponibilidade de UMs; por exemplo, ao se perder 3 destas, a probabilidade de inobservabilidade da rede é de 5% (contra 70% do Caso 1).

Verifica-se que a baixa capacidade de observação do sistema de medição do Caso 1 (comparativamente à do Caso 2) mensurada pelo índice *INOBS* se deve às criticalidades de baixa cardinalidade envolvendo muitas medidas, o que aumenta a frequência/chance de inobservabilidade. Isto pode ser constatado com a análise de criticalidades de medidas (até a cardinalidade de ordem 3) do sistema do Caso 1, encontrada em (Do Coutto Filho et al., 2022). A importância de se conhecer as criticalidades do plano de medição está na possibilidade se realizar reforços em pontos estratégicos, norteados pela avaliação do índice *INOBS*.

Caso 3—observação através de 77 medidas e 21 UMs
Outro sistema de medição foi testado, agora com 21 UMs que coletam 77 medidas, sendo 56 fluxos de potência e 21 injeções. A redundância de medidas agora é 2,6, aproximadamente a mesma do Caso 2, só que o sistema de medição do Caso 3 agrega mais medidas nas UMs de cada barra, característica não refletida na métrica de redundância global. Então, pode-se atribuir ao sistema do Caso 3 o predicado de concentração da medição. As Figs. 10 a 13 apresentam estatisticamente a variação do índice *INOBS*.

Com o sistema deste Caso 3, fica patente que a concentração de medidas desfavorece a capacidade de observação do sistema de medição, tornando-o mais vulnerável à inobservabilidade quando ocorre a indisponibilidade de medidas/UMs. Comparando o comportamento de *INOBS* nos Casos 2 e 3, veja que as frequências de inobservalidade maiores ocorrem no Caso 3 com a indisponibilidade de menos medidas, entre 20 a 30 medidas (contra cerca de 36 a 37, no Caso 2). Diferenças mais expressivas ocorrem no caso da indisponibilidade de UMs. Por exemplo, com a indisponibilidade de apenas uma UM, a frequência de inobservabilidade seria das mais altas. Se 3 UMs não fornecessem medidas, a chance de inobservabilidade seria de aproximadamente 80% (contra 5%, no Caso 2).

Como comentários finais, pode-se afirmar que o índice *INOBS* proposto permite quantizar a capacidade de observação de sistemas de medição em que o interesse seja variado e definido em simulações que caracterizem, por exemplo: regiões de destacada importância na rede; indisponibilidade de medidas/UMs, com probabilidade de ocorrência diversas decorrentes de eventos, tais como,

ataques cibernéticos, equipamentos de baixa confiabilidade, e assim por diante.

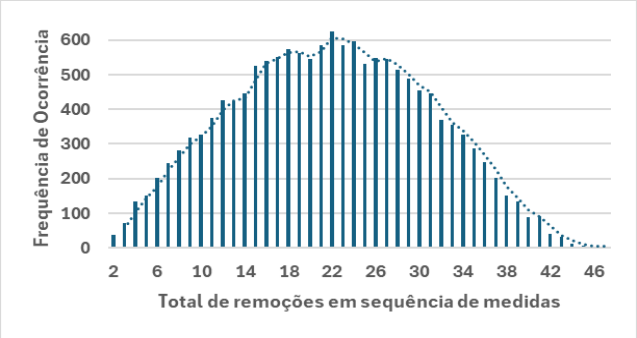

Fig. 10. Histograma – Caso 3: indisponibilidade de medidas

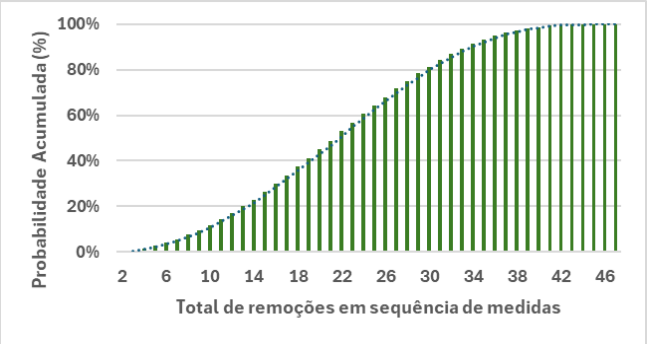

Fig. 11. Função de distribuição de probabilidades acumuladas – Caso 3: indisponibilidade de medidas

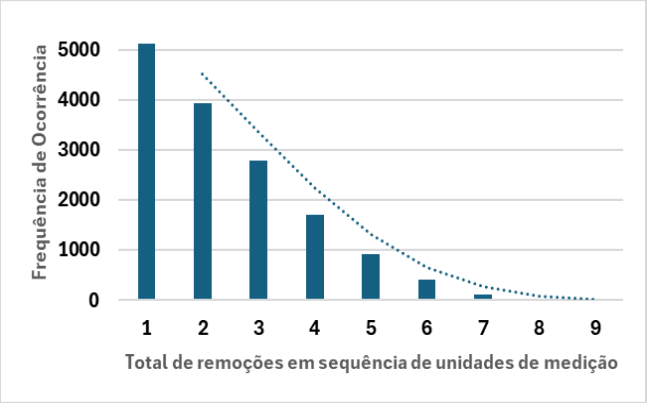

Fig. 12. Histograma – Caso 3: indisponibilidade de UMs

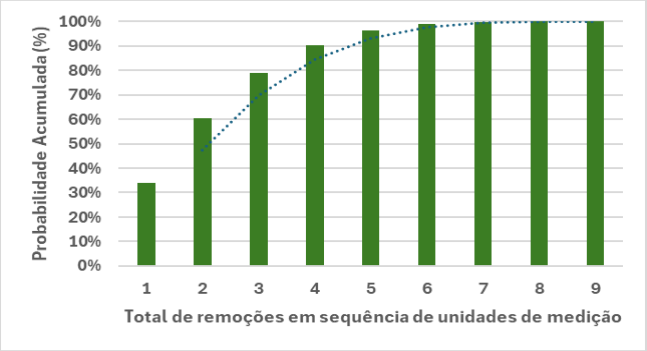

Fig. 13. Função de distribuição de probabilidades acumuladas – Caso 3: indisponibilidade de UMs

5. CONCLUSÕES

Com meio século de existência, a Estimação de Estado em redes elétricas de transmissão de potência tornou-se uma função avançada necessária à operação de tais redes, que dada sua importância requer constante aperfeiçoamento.

A determinação da capacidade de observação de sistemas de medição para a Estimação de Estado envolve uma série de aspectos que a torna um processo tão interessante quanto complexo. Na literatura especializada, até momento, apenas mais recentemente, encontram-se estudos que abordam a identificação de caminhos em que a indisponibilidade de medição traz inobservabilidade.

Neste artigo, propõe-se uma métrica de quantização do nível de risco de inobservabilidade da rede supervisionada, quando esta ocorre pela primeira vez devido à indisponibilidade progressiva de diferentes quantidades de medidas. Estudos de simulação com sistemas de medição típicos, destinados à Estimação de Estado em redes de transmissão de potência, ilustram a obtenção do índice de inobservabilidade proposto.

Por fim, vale registrar que, em continuidade à presente pesquisa, vislumbra-se a utilização do índice de inobservabilidade para aperfeiçoamento/planejamento de sistemas de medição. Tal utilização envolve o levantamento do tempo processamento para o cálculo do referido índice.

REFERÊNCIAS

Abur, A. and Expósito, A. G. (2004). *Power system state estimation: theory and implementation*, CRC Press, Marcel Decker, New York, NY.

Augusto, A. A., Do Coutto Filho, M. B., Stacchini de Souza, J. C., and Miranda, V. (2016). "Probabilistic assessment state estimation capabilities for grid observation," *IET Gen., Transm. & Distrib.*, 10 (12), pp. 2933-2941.

Augusto, A. A., Do Coutto Filho, M. B., Stacchini de Souza, J. C., and Guimaraens, M. A. R. (2019). "Branch and bound guided search for critical elements in state estimation," *IEEE Trans. Power Syst.*, 34 (3), pp. 2292-2301.

Braga Flôr, V. B., Do Coutto Filho, M. B., Stacchini de Souza, J. C., and Vergara, P. P. (2023). "Critical data visualization to enhance protection schemes for state estimation," *IEEE Tran. Smart Grid*, 14 (2), pp. 1249-1261.

Do Coutto Filho, M. B., Stacchini de Souza, J. C., and Villavicencio Tafur, J. E. (2013). "Quantifying observability in state estimation," *IEEE Trans. Power Syst.*, 28 (3), pp.2897-2906.

Do Coutto Filho, M. B., Braga Flôr, V. B., Oliveira Neto, R. R., and Stacchini de Souza, J. C. (2022). "Reciprocity in state estimation criticality analysis," *Electric Power Systems Research*, 211, 108385.

Krumpholz, G. R., Clements, K. A., and Davis P, W. (1980). "Power system observability—a practical algorithm using network topology," *IEEE Trans Power App Syst.*, PAS-99 (4), pp. 1534-1542.

Lukomski, R. and Wilkosz, K. (2008). “Power network observability for state estimation review of the methods,” *Proc. 9th Int. Scientific Conf. Electric Power Engineering*, pp. 1-8

Montanari, A. N., Aguirre, L.A. (2020). “Observability of network systems: a critical review of recent results. *J. Control Autom. Electr. Syst.*, 31, pp. 1348–1374.

Mantesso Coimbra, A., Stacchini de Souza, J. C., Do Coutto Filho, M. B., and Augusto, A. A. (2021). "Network-based approach to identify criticalities in state estimation," *IEEE Trans. Power Syst.*, 36 (4), pp. 3394-3405.

Monticelli, A. and Wu, F. F. (1985). “Network observability: theory”, *IEEE Trans Power App Syst*., PAS-104 (5), pp. 1035-1041.

Monticelli, A. (1999). *State estimation in electric power systems: a generalized approach*, Kluwer Academic Press, Norwell, MA.

Redner, S. (2001). *A guide to first-passage processes*, Cambridge University Press, UK.

Rocha, H. R., Cruz, M. A., and Silva, J. A. (2019). “Metering design for power networks using observability indicators,” *Int. J. Electrical Power and Energy Syst.*, 104 (1), pp. 29-37.

Soares Lima, R. C., Do Coutto Filho, M.B., Stacchini de Souza, J. C., and Protti, F. "Topological approach for identifying critical measurements and sets in state estimation," *IEEE Latin America Trans.*, 20 (1), pp. 100-107.

Sou, K. C., Sandberg, H., and Johansson, K. H. (2012). "Computing critical k-tuples in power networks," *IEEE Trans. Power Syst.*, 27 (3), pp. 1511-1520.