Controle preditivo TISO com estudo de caso no controle de velocidade de veículo elétrico alimentado com célula combustível e supercapacitor ⋆

José S. C. D Junior * **Bismark C. Torrico** * **Fabrício G. Nogueira** * **Felipe J. S. Vasconcelos** * **Luana F. S. Teodósio** * **Jéssica F. Oliveira** * **Alanio F. Lima** * **Francisco V. Andrade** *

* *Departamento de Engenharia Elétrica, Universidade Federal do Ceará, Av. Mister Hull - Pici - 60455-760, (e-mail: josesergio@alu.ufc.br, bismark@dee.ufc.br, fnogueira@dee.ufc.br, felipe.sousa.vasconcelos@dee.ufc.br, luana.teodosio@alu.ufc.br, jessicafeitosa@alu.ufc.br, allanio007@gmail.com, fvanier.andrade@gmail.com).*

Abstract: This paper proposes a model predictive control algorithm (MPC) for systems with two inputs and one output (TISO), subject to constraints on control signals. The first input achieves steady-state performance conditions, incorporating an integral action to reject constant disturbances in this state. The second control signal is aimed at improving transient response, with the steady-state value of this second signal being user-defined. A case study is conducted, simulating the speed control of an electric vehicle powered by a fuel cell and a supercapacitor. The fuel cell current ensures operation in a steady state, while that of the supercapacitor improves transient performance, handling changes in speed or road slope. Simulation results are presented for both nominal and uncertain cases.

Resumo: O presente trabalho propõe um algoritmo de controle preditivo baseado em modelo (MPC) para sistemas com duas entradas e uma saída (TISO), sujeitos a restrições nos sinais de controle. A primeira entrada é utilizada para alcançar condições de desempenho em regime estacionário, incorporando uma ação integral para rejeitar perturbações constantes nesse regime. O segundo sinal de controle é destinado a melhorar a resposta transitória, sendo que o valor de regime permanente desse segundo sinal pode ser definido pelo usuário. Um estudo de caso é realizado, simulando o controle de velocidade de um veículo elétrico, alimentado por uma célula a combustível e um supercapacitor. A corrente da célula combustível garante a operação em regime permanente, enquanto a do supercapacitor melhora o desempenho em regime transitório, lidando com mudanças de velocidade ou inclinação da pista. São apresentados resultados de simulação no caso nominal e com incertezas.

Keywords: Model-Based Predictive Control (MPC); TISO systems; Electric Vehicle; Fuel Cell; Super Capacitor.

Palavras-chaves: Controle Preditivo Baseado em Modelo (MPC); Sistemas TISO; Veículo Elétrico; Célula a Combustível; Super Capacitor.

1. INTRODUÇÃO

Uma gama considerável de processos industriais são caracterizados por possuir um número maior de atuadores do que o número de variáveis de saída controladas. Melhoria de eficiência, redução de custos, redundância de uso de insumos e confiabilidade operacional são motivações para processos possuírem diferentes canais de atuação. Esse tipo de sistema será denominado de sistema superatuado.

Para um caso ideal, é desejável que os atuadores sejam rápidos e tenham uma ampla faixa de operação sem serem saturados, no entanto, isso pode levar a um dimensionamento excessivo de equipamentos, o que na prática não é desejável. Assim, em vez de um único atuador, podem ser usados dois ou mais, com características complementares que permitam melhorar o acionamento de um processo. Por exemplo, um atuador pode ser usado para melhorar a resposta transitória associada a mudanças rápidas e outro para garantir mudanças no ponto de operação. Em plantas industriais, é comum encontrar processos superatuados. Por exemplo, na regulação de temperatura de câmaras térmicas por meio de um resistor e um umidificador (Santos et al., 2021; Normey-Rico et al., 2022).

⋆ O presente trabalho foi realizado com apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior – Brasil (CAPES) – Código de Financiamento 001, da Fundação Cearense de Apoio ao Desenvolvimento Científico e Tecnológico (Funcap) e do Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq).

Em veículos elétricos (VE), também podem ocorrer casos de superatuação, como quando a energia é proveniente de diferentes fontes, como célula a combustível, banco de capacitores e supercapacitores (Zhou et al., 2020).

Um caso particular são os sistemas com duas entradas e uma única saída (TISO, do inglês *Two-Input Single-Output*). Em Wang et al. (2001) foi apresentada uma estratégia de estimação de perturbações para detectar se é possível rejeitá-las com um único atuador, caso contrário, é proposta a ativação de atuadores adicionais. Em Rico-Azagra et al. (2014) é proposta uma solução robusta de controle de feedback para sistemas com múltiplas entradas manipuladas e uma única saída mensurável. Para este objetivo é usada uma estrutura de controladores em paralelo com garantia de estabilidade robusta e rejeição de perturbações.

Uma classe de controladores que inclui na sua formulação processos superatuados com restrições é o controle preditivo baseado em modelo (MPC, do inglês *Model-based Predictive Control*). O MPC além de prever o comportamento futuro de um processo baseado no seu modelo dinâmico, ainda calcula a sequência de controle que permita minimizar uma função custo associada com a trajetória de referência desejada, esforço de controle e restrições do sistema (Camacho and Bordons, 2004).

A seguir é apresentada uma breve revisão de trabalhos de MPC para sistemas superatuados. Em Pawłowski et al. (2022), é proposta a administração de duas drogas para controlar o índice bispectral (BIS), o qual está associado ao nível hipnótico de pacientes durante a cirurgia. Para obter um controle ótimo, é utilizado o controle preditivo, e a robustez é avaliada considerando a variabilidade inter e intra-paciente.

Em (Arce et al., 2010), é proposto um controle preditivo baseado em modelo para uma célula de combustível comercial validada, focado no controle do fornecimento de ar, visando garantir a eficiência da célula e mitigar perdas excessivas de calor. Toureche et al. (2022) propõe um controlador MPC projetado para um sistema de células a combustível, energia fotovoltaica e supercapacitores conectados a rede elétrica, a fim de gerenciar o fornecimento de energia em regimes transitórios e controlar a potência ativa e reativa da rede elétrica.

Hou et al. (2023) propuseram uma estratégia de controle preditivo de modelo hierárquico multi-horizonte baseada em otimização convexa, que combina otimização convexa com o modelo de controle preditivo hierárquico visando resolver problemas de alocação eficiente de energia, maximizando a economia de hidrogênio, estendendo a vida útil da célula de combustível e mantendo a estabilidade do estado de carga da bateria.

Neste trabalho, é proposto um algoritmo de MPC para lidar com sistemas TISO. O algoritmo proposto permite que a ação integral seja associada ao primeiro sinal de controle u_1, garantindo a rejeição de perturbações em regime estacionário, enquanto o segundo sinal de controle u_2, com uma resposta mais rápida, seja usado para melhorar a resposta transitória, tanto do seguimento de referências quanto da rejeição de perturbações.

Este trabalho também propõe um estudo de caso, por meio de simulação, do controle de velocidade de um veículo elétrico no padrão fórmula SAE. Considera-se que o veículo é alimentado por uma célula a combustível e um supercapacitor. A corrente proveniente da célula a combustível é utilizada para garantir a operação do veículo em regime permanente, enquanto a corrente do supercapacitor é empregada para melhorar o desempenho transitório, lidando com mudanças de velocidade ou perturbações decorrentes da inclinação da pista. O uso de células de combustível de hidrogênio em veículos elétricos tem como objetivo aumentar sua autonomia em comparação com veículos alimentados por banco de baterias (Arce et al., 2010). No entanto, a vida útil da célula de combustível pode ser comprometida quando submetida a partidas e paradas frequentes ou variações abruptas de carga. Para contornar as limitações da célula de combustível, neste trabalho, propõe-se o uso de um supercapacitor (SC), que possui alta capacidade de armazenamento de energia, taxa de carga e descarga rápida, além de um ciclo de vida útil elevado (Yadlapalli et al., 2022).

Este artigo está dividido da seguinte forma: A Seção 2 aborda o desenvolvimento de um controlador MPC TISO. A Seção 3 trás as modelagens do veículo elétrico, da célula a combustível e do supercapacitor. Na Seção 4 podem ser visualizados os resultados da simulação computacional. Finalizando o trabalho com a Seção 5 apresentando a conclusão.

2. CONTROLADOR MPC TISO

Nesta seção, é proposta uma função custo do MPC para o controle de sistemas TISO. Em seguida, são calculadas as predições por meio da abordagem de espaço de estados. Finalmente, é determinado o controle ótimo tanto para o caso sem restrições quanto para o caso restrito.

2.1 Função custo

Para calcular os sinais de controle de um processo TISO, neste trabalho, propõe-se minimizar a seguinte função custo

$$\begin{aligned} J = \sum_{j=1}^{N} \{ & \delta_j \left(y(k+j|t) - w(k+j) \right)^2 \\ & + \lambda_{1,j} \Delta u_1(k+j-1|t)^2 \\ & + \lambda_{2,j} (u_2(k+j-1|t) - u_r(k+j-1))^2 \} \end{aligned} \tag{1}$$

sujeito a:

$$\begin{aligned} \Delta u_{1\min} \leq \Delta u_1(k+j-1) \leq \Delta u_{1\max}, \\ u_{1\min} \leq u_1(k+j-1) \leq u_{1\max}, \\ u_{2\min} \leq u_2(k+j-1) \leq u_{2\max}, \end{aligned}$$

em que $y(k+j|k)$ é a predição ótima da saída $j-$passos à frente até o tempo discreto k, $w(k+j)$ é o sinal de referência futura, $u_i(k+j)$ é a entrada de controle futura usada como variável de decisão para minimizar a função de custo J, para $i = 1, 2$, $u_r(k+j)$ é o sinal de referência da segunda entrada do processo, $\Delta = 1 - q^{-1}$, sendo q^{-1} o operador de atraso unitário, $\Delta u_{1\min}$ e $\Delta u_{1\max}$ são os limites inferior e superior de incremento no sinal de controle u_1, respectivamente, $u_{1\min}$ e $u_{1\max}$ são os limites

inferior e superior do sinal de controle u_1, respectivamente, $u_{2\min}$ e $u_{2\max}$ são os limites inferior e superior do sinal de controle u_2, respectivamente, em que N é o horizonte de predição e δ e λ são valores de ponderação.

Observe que o objetivo da função custo (1) é que, em regime estacionário, o erro de seguimento de referências $(\omega - y)$, o esforço de controle Δu_1 e $(u_2 - u_r)$ convirjam pra zero.

2.2 Modelo para cálculo de predições

Para o cálculo das predições, é proposto usar o seguinte modelo com atuação dupla

$$y(k) = \frac{b_1(q^{-1})}{a_1(q^{-1})}u_1(k) + \frac{b_2(q^{-1})}{a_2(q^{-1})}u_2(k) + \frac{c(q^{-1})}{\tilde{a}(q^{-1})}e(k), \quad (2)$$

em que $\tilde{a} = \Delta a_1(q^{-1})a_2(q^{-1})$, y é o sinal de saída, u_1 e u_2 os sinais de controle e e é um ruído branco de média nula. Reescrevendo (2), pode se obter

$$\tilde{a}(q^{-1})y(k) = \tilde{b}_1(q^{-1})\Delta u_1(k) + \tilde{b}_2(q^{-1})u_2(k) + c(q^{-1})e(k), \quad (3)$$

em que

$$\tilde{b}_1(q^{-1}) = b_1(q^{-1})a_2(q^{-1})$$

e

$$\tilde{b}_2(q^{-1}) = \Delta b_2(q^{-1})a_1(q^{-1})$$

com

$$\begin{aligned} \tilde{a}(q^{-1}) &= 1 + \tilde{a}_1 q^{-1} + ... + \tilde{a}_n q^{-n}, \\ \tilde{b}_j(q^{-1}) &= \tilde{b}_{j1} q^{-1} + ... + \tilde{b}_{jn} q^{-n}, \\ c(q^{-1}) &= 1 + c_1 q^{-1} + ... + c_n q^{-n}. \end{aligned}$$

Note que o modelo (3) está em função do incremento Δu_1 em vez de u_1, assim, a ação integral de controle está associada a u_1. Neste trabalho, u_2 será usado para melhorar a resposta de regime transitorio.

O modelo (3) pode ser escrito na forma canônica observável

$$\begin{cases} x(k+1) = \mathbf{A}x(k) + \mathbf{B_1}\Delta u_1(k) + \mathbf{B_2}u_2(k) + \mathbf{D}e(k), \\ y(k) = \mathbf{H}x(k) + e(k), \end{cases} \quad (4)$$

em que

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} -\tilde{a}_1 & 1 & & \\ -\tilde{a}_2 & & 1 & \\ \vdots & & & \\ & & & 1 \\ -\tilde{a}_n & & & 0 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{B_j} = \begin{bmatrix} \tilde{b}_{j1} \\ \tilde{b}_{j2} \\ \vdots \\ \tilde{b}_{jn} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{D} = \begin{bmatrix} c_1 - \tilde{a}_1 \\ c_2 - \tilde{a}_2 \\ \vdots \\ c_n - \tilde{a}_n \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{H} = [\,1 \;\; 0 \;\; \dots \;\; 0\,].$$

A modelo (4) será usado na próxima subseção para o cálculo das predições.

2.3 Cálculo das predições

As predições do processo podem ser calculadas de forma recursiva por meio do modelo (4) e considerando que a melhor predição do ruído branco é $e(k+j) = 0$, $\forall j \geq 1$.

$$\begin{aligned} y(k+1|k) &= \mathbf{H}\,[\mathbf{B_1}\Delta u_1(k|k) + \mathbf{B_2}u_2(k|k) \\ &\quad + \mathbf{A}x(k) + \mathbf{D}e(k)] \\ y(k+2|k) &= \mathbf{H}\,[\mathbf{A}\mathbf{B_1}\Delta u_1(k|k) + \mathbf{B_1}\Delta u_1(k+1|k) \\ &\quad + \mathbf{B_2}u_2(k|k) + \mathbf{B_2}u_2(k+1|k) \\ &\quad + \mathbf{A}^2x(k) + \mathbf{A}\mathbf{D}e(k)] \\ &\vdots \\ y(k+N|k\;) &= \sum_{j=1}^{N} \mathbf{H}\mathbf{A}^{N-j}\,[\mathbf{B_1}\Delta u_1(k+j-1|k) \\ &\quad + \mathbf{B_2}u_2(k+j-1|k)\;] + \mathbf{H}\mathbf{A}^N x(k) + \mathbf{H}\mathbf{A}^{N-1}\mathbf{D}e(k) \end{aligned}$$

Por simplicidade, as predições podem ser representadas na forma matricial

$$\mathbf{Y} = \mathbf{G_1}\;\Delta\mathbf{U_1} + \mathbf{G_2}\;\mathbf{U_2} + \mathbf{F}x(k) + \mathbf{E}e(k), \quad (5)$$

em que $\mathbf{Y} = \begin{bmatrix} y(k+1|k) \\ y(k+2|k) \\ \vdots \\ y(k+N|k) \end{bmatrix}$, $\Delta\mathbf{U_1} = \begin{bmatrix} \Delta u_1(k) \\ \Delta u_1(k+1) \\ \vdots \\ \Delta u_1(k+N-1) \end{bmatrix}$,

$$\mathbf{U_2} = \begin{bmatrix} u_2(k) \\ u_2(k+1) \\ \vdots \\ u_2(k+N-1) \end{bmatrix}, \mathbf{F} = \begin{bmatrix} \mathbf{HA} \\ \mathbf{HA}^2 \\ \vdots \\ \mathbf{HA}^N \end{bmatrix}, \mathbf{E} = \begin{bmatrix} \mathbf{HD} \\ \mathbf{HAD} \\ \vdots \\ \mathbf{HA}^{N-1}\mathbf{D} \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{G_i} = \begin{bmatrix} \mathbf{HB_i} & 0 & \dots & 0 \\ \mathbf{HAB_i} & \mathbf{HB_i} & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \mathbf{HA}^{N-1}\mathbf{B_i} & \mathbf{HA}^{N-2}\mathbf{B_i} & \dots & \mathbf{HB_i} \end{bmatrix}, i = 1, 2.$$

Observe que o horizonte de predição da saída é o mesmo que o horizonte de controle. Em casos particulares em que é importante otimizar o custo computacional, pode ser escolhido um horizonte de controle menor do que o de predição. Entretanto, esse caso particular não será tratado neste trabalho.

Alternativamente, (5) pode ser representado como

$$\mathbf{Y} = \mathbf{G}\,\mathbf{U} + \mathbf{f}, \quad (6)$$

com $\mathbf{G} = [\mathbf{G_1}\;\;\mathbf{G_2}]$, $\mathbf{U} = \begin{bmatrix} \Delta\mathbf{U_1} \\ \mathbf{U_2} \end{bmatrix}$, e $\mathbf{f} = \mathbf{F}x(k) + \mathbf{E}e(k)$.

2.4 Cálculo do controle ótimo

A função custo (1) pode ser reescrita na forma matricial da seguinte forma

$$\begin{aligned} \mathbf{J} =& (\mathbf{Y} - \mathbf{W})^T\mathbf{Q}(\mathbf{Y} - \mathbf{W}) + \Delta\mathbf{U_1}^T\mathbf{R_1}\Delta\mathbf{U_1} \\ &+ (\mathbf{U_2} - \mathbf{U_r})^T\mathbf{R_2}(\mathbf{U_2} - \mathbf{U_r}) \end{aligned} \quad (7)$$

em que $\mathbf{W} = \mathbf{1}_{N\times 1}w(k)$, $\mathbf{U_r} = \mathbf{1}_{N_u\times 1}u_r(k)$, $\mathbf{Q} = diag(\delta_1, \delta_2, ..., \delta_N)$, $\mathbf{R_1} = diag(\lambda_{1,1}, \lambda_{1,2}, ..., \lambda_{1,N})$, e $\mathbf{R_2} = diag(\lambda_{2,1}, \lambda_{2,2}, ..., \lambda_{2,N})$ são matrizes de ponderação positivas definidas.

Usando as saídas preditas demonstradas em (6), a função custo (7) pode ser escrita como

$$J = \frac{1}{2}\mathbf{U}\,\mathbf{H}\,\mathbf{U} + \mathbf{b}^T\,\mathbf{U} + \gamma, \quad (8)$$

em que

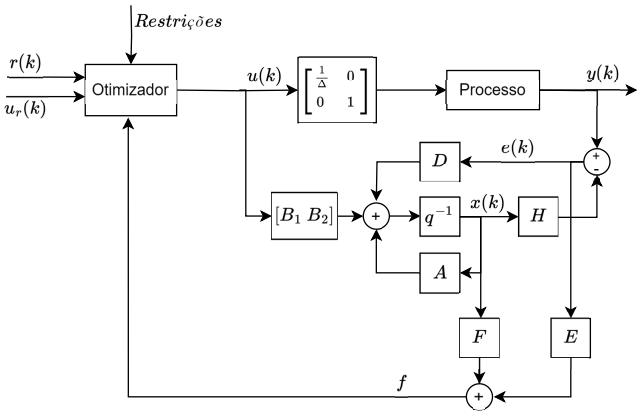

Figura 1. Estrutura de controle MPC com restrições.

$$\begin{aligned}
\mathbf{H} &= 2(\mathbf{G}^T\mathbf{Q}\mathbf{G}+\mathbf{R}),\\
\mathbf{b}^T &= 2\left((\mathbf{f}-\mathbf{W})^T\,\mathbf{Q}\,\mathbf{G} - \left[\mathbf{0}_{1\times N}\ \ \mathbf{U_r}^T\mathbf{R_2}\right]\right),\\
\mathbf{R} &= \begin{bmatrix}\mathbf{R_1} & \mathbf{0}\\ \mathbf{0} & \mathbf{R_2}\end{bmatrix},\\
\gamma &= cte.
\end{aligned}$$

2.4.1 Controle ótimo sem restrições

No caso linear, sem restrições, o sinal de controle $\Delta\mathbf{U}$ que minimiza a função custo (8) é dado por

$$\begin{aligned}
\mathbf{U} &= -\mathbf{H}^{-1}\mathbf{b}\\
\mathbf{U} &= \left(\mathbf{G}^T\mathbf{Q}\mathbf{G}+\mathbf{R}\right)^{-1}\left(\mathbf{G}^T\mathbf{Q}(\mathbf{W}-\mathbf{f}) + \begin{bmatrix}\mathbf{0}_{N\times 1}\\ \mathbf{R_2}\mathbf{U_r}\end{bmatrix}\right).
\end{aligned} \tag{9}$$

Com isso, como apenas $\Delta u_1(k)$ e $u_2(k)$ são aplicados ao processo, a entrada de controle é definida por

$$\begin{aligned}
\Delta u_1(k) &= \mathbf{K_{1r}}w(k) - \mathbf{K_1}\mathbf{F}x(k) - \mathbf{K_1}\mathbf{E}e(k) + \mathbf{K_{1ur}}u_r(k),\\
u_2(k) &= \mathbf{K_{2r}}w(k) - \mathbf{K_2}\mathbf{F}x(k) - \mathbf{K_2}\mathbf{E}e(k) + \mathbf{K_{2ur}}u_r(k),
\end{aligned} \tag{10}$$

em que

$\mathbf{K_1}$ é a primeira linha de $\mathbf{H}^{-1}\mathbf{G}^T\mathbf{Q}$,

$\mathbf{K_2}$ é a linha $N+1$ de $\mathbf{H}^{-1}\mathbf{G}^T\mathbf{Q}$,

K_{1ur} é a primeira linha de $\mathbf{H}^{-1}\begin{bmatrix}\mathbf{0}_{N\times 1}\\ \mathbf{R_2}\mathbf{1}_{N\times 1}u_r(k)\end{bmatrix}$,

K_{2ur} é a linha $N+1$ de $\mathbf{H}^{-1}\begin{bmatrix}\mathbf{0}_{N\times 1}\\ \mathbf{R_2}\mathbf{1}_{N\times 1}u_r(k)\end{bmatrix}$,

$K_{1r} = \mathbf{K_1}\mathbf{1}_{N\times 1}$ e $K_{2r} = \mathbf{K_2}\mathbf{1}_{N\times 1}$.

A entrada de controle descrita em (10) pode ser escrita na forma matricial como

$$\mathbf{u}(k) = \mathbf{K_r}w(k) - \mathbf{K_f}x(k) - \mathbf{K_e}e(k) + \mathbf{K_{ur}}u_r(k), \tag{11}$$

na qual $\mathbf{u}(k) = [\Delta u_1(k)\ \ u_2(k)]^T$

$$\mathbf{K_r} = \begin{bmatrix}K_{1r}\\ K_{2r}\end{bmatrix}, \mathbf{K_f} = \begin{bmatrix}\mathbf{K_1}\mathbf{F}\\ \mathbf{K_2}\mathbf{F}\end{bmatrix}, \mathbf{K_e} = \begin{bmatrix}\mathbf{K_1}\mathbf{E}\\ \mathbf{K_2}\mathbf{E}\end{bmatrix}, \mathbf{K_{ur}} = \begin{bmatrix}K_{1ur}\\ K_{2ur}\end{bmatrix}.$$

2.4.2 Controle ótimo com restrições

As restrições da função custo (1), podem ser escritas no forma matricial obtendo

$$\begin{aligned}
\mathbf{\Delta U_{1\,min}} &\le \mathbf{\Delta U_1} \le \mathbf{\Delta U_{1\,max}}\\
\mathbf{U_{1min}} &\le \mathbf{U_1} \le \mathbf{U_{1max}}\\
\mathbf{U_{2min}} &\le \mathbf{U_2} \le \mathbf{U_{2max}}
\end{aligned} \tag{12}$$

em que $\mathbf{\Delta U_{1\,min}} = \mathbf{1}_{N\times 1}\Delta u_{1\,\min}$, $\mathbf{\Delta U_{1\,max}} = \mathbf{1}_{N\times 1}\Delta u_{1\,\max}$, $\mathbf{U_{1\,min}} = \mathbf{1}_{N\times 1}u_{1\,\min}$, $\mathbf{U_{1\,max}} = \mathbf{1}_{N\times 1}u_{1\,\max}$, $\mathbf{U_{2\,min}} = \mathbf{2}_{N\times 1}u_{1\,\min}$, $\mathbf{U_{2\,max}} = \mathbf{1}_{N\times 1}u_{2\,\max}$ e $\mathbf{1}_{N\times 1}$ é um vetor com N linhas e todos os elementos unitários.

As restrições (12) podem ser escritas na forma matricial como

$$\mathbf{Ar\ U}\ \le \mathbf{Br}$$

em que

$$\mathbf{Ar} = \begin{bmatrix}\mathbf{I}_{N\times N} & \mathbf{0}_{N\times N}\\ \mathbf{0}_{N\times N} & \mathbf{I}_{N\times N}\\ -\mathbf{I}_{N\times N} & \mathbf{0}_{N\times N}\\ \mathbf{0}_{N\times N} & -\mathbf{I}_{N\times N}\\ \mathbf{M}^{-1}_{N\times N} & \mathbf{0}_{N\times N}\\ \mathbf{0}_{N\times N} & \mathbf{I}_{N\times N}\\ -\mathbf{M}^{-1}_{N\times N} & \mathbf{0}_{N\times N}\\ \mathbf{0}_{N\times N} & -\mathbf{I}_{N\times N}\end{bmatrix},\ \mathbf{Br} = \begin{bmatrix}\mathbf{\Delta U_{1max}}\\ \mathbf{U_{2max}}\\ -\mathbf{\Delta U_{1min}}\\ -\mathbf{U_{2min}}\\ \mathbf{MU_{1max}} - \mathbf{U_0}\\ \mathbf{U_{2max}}\\ \mathbf{U_0} - \mathbf{MU_{1min}}\\ -\mathbf{U_{2min}}\end{bmatrix},$$

$$\mathbf{U_0} = \begin{bmatrix}1\\ 0\\ \vdots\\ 0\end{bmatrix} u_1(k-1),\ \mathbf{M} = \begin{bmatrix}1 & 0 & 0 & \dots & 0\\ -1 & 1 & 0 & \dots & 0\\ 0 & -1 & 1 & \dots & 0\\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots\\ 0 & 0 & \dots & -1 & 1\end{bmatrix}.$$

3. MODELO DE VEÍCULO ELÉTRICO (VE)

Nesta seção é apresentado o modelo simplificado de um VE para controle de velocidade, levando em consideração que ele é alimentado por uma célula de combustível e um banco de supercapacitores.

3.1 Veículo Elétrico

O modelo simples do veículo elétrico é obtido através das equações de movimento baseada nas leis de Newton

$$m\ddot{x} + b\dot{x} = F_{ve}, \tag{13}$$

em que m é a massa do veículo, x é a posição do veículo, b é um coeficiente de atrito que pode ser determinado a partir da resistência com a pista e o ar e F_{ve} é a força resultante provinda dos motores do VE. Para a estimação do parâmetro b é sugerido realizar um ensaio com velocidade constante. Assim a equação (13) é reescrita como

$$b = \frac{F_{ve}}{\dot{x}}. \tag{14}$$

A força do VE pode ser determinada a partir da corrente

$$F_{ve} = \frac{V_{ve}\,I_{ve}\,\nu}{\dot{x}}, \tag{15}$$

onde V_{ve} é a tensão nominal do motor elétrico, I_{ve} é a corrente fornecida ao motor, e $\nu < 1$ é uma constante associada com as perdas eletromecânicas .

Considerando que o VE é acionado por duas fontes de energia P_{e1} e P_{e2}, e por meio da transformada de Laplace de (13), obtém-se a seguinte função de transferência:

$$\frac{V(s)}{P_{e1}(s) + P_{e2}(s)} = \frac{K_e}{ms + b}, \tag{16}$$

em que $V(s)$ é a transformada de Laplace da velocidade do VE e K_e é o fator de conversão de corrente para força, na qual:

$$K_e = \frac{V_{ve}\,\nu}{\dot{\bar{x}}}, \tag{17}$$

onde $\dot{\bar{x}}$ é a velocidade do VE no ponto de operação desejado.

3.2 Célula a Combustível

A célula a combustível (CC) é um sistema que produz eletricidade por meio de uma reação eletroquímica entre um gás combustível rico em hidrogênio e um oxidante, como o ar ou gás oxigênio. A CC é eletricamente semelhante à bateria, pois ambos produzem uma tensão DC usando um processo de oxirredução eletroquímica. Entretanto, ao contrário da bateria, a CC não libera energia armazenada, fornecendo energia através da conversão de energia do gás hidrogênio em eletricidade.

A CC têm uma grande constante de tempo para responder a um aumento ou diminuição na demanda de produção de energia (Béguin and Frackowiak, 2013), resultando em limitação na potência da CC em regimes transitórios. Além disso, a potência fornecida pela CC é limitada.

Com isso, a CC é limitada pelas seguintes restrições:

$$\frac{P_{cc_{min}}}{V_{ve}} \leq I_{cc} \leq \frac{P_{cc_{max}}}{V_{ve}}$$
$$\Delta I_{cc_{min}} \leq \Delta I_{cc} \leq \Delta I_{cc_{max}}$$

em que P_{cc} é a potência fornecida pela CC, em $[W]$, I_{cc} é a corrente fornecida pela CC, em $[A]$, V_{ve} é a tensão nominal do motor elétrico, em $[V]$, e ΔI_{cc} é a variação de corrente fornecida pela CC, em $[A/s]$.

3.3 Supercapacitor

O supercapacitor (SC), também conhecido como ultracapacitor, é composto por dois eletrodos divididos por um separador de membranas e o eletrólito. O separador de membrana faz apenas a mobilidade iônica, mas proíbe a interação elétrica. O SC retêm a energia elétrica principalmente pela criação de um sistema de capacitor de camada dupla na interação entre os eletrodos e o eletrólito.

O SC possui alta densidade de potência, ampla faixa de temperatura operacional, alta eficiência e longo ciclo de vida. Por meio disso, utiliza-se o SC em fontes híbridas DC, em paralelo com baterias ou CC, permitindo o fornecimento de picos de energia transitórios para compensar as limitações de potência da CC por meio da sua constante de tempo mais curta e maior densidade de potência (Béguin and Frackowiak, 2013).

Com isso, o SC é limitado pelas seguinte restrições:

$$\frac{P_{sc_{min}}}{V_{ve}} \leq I_{sc} \leq \frac{P_{sc_{max}}}{V_{ve}}$$

em que P_{sc} é a potência fornecida pelo SC, em $[W]$, I_{sc} é a corrente fornecida pelo SC, em $[A]$, e V_{sc} é a tensão nominal sobre o SC, em $[V]$.

4. ESTUDO DE CASO

Neste estudo de caso, é proposto o controle de velocidade de um VE. Para a determinação do modelo linear, são considerados dados do VE padrão fórmula SAE descritos em de Castro Pereira et al. (2023). A massa do VE é $m = 300kg$, enquanto o coeficiente de atrito foi estimado por meio de um ensaio $b = 40kg/s$, $V_{ve} = 60V$, $\epsilon = 0.9$, $P_{ve} = 4kW$ que aplica uma força $F_{ve} = 400N$ e o ponto de operação de $10m/s$. Assim, o modelo é dado por

$$\frac{Y(s)}{U_1(s) + U_2(s)} = \frac{0.135}{7.35s + 1}, \tag{18}$$

em que as unidades da saída são $[m/s]$ e da entrada são $[A]$. Para o projeto de controle, é determinado um modelo discreto considerando o tempo de amostragem $T_s = 0.1s$. Assim

$$\begin{aligned}
\tilde{a}(q^{-1}) &= 1 - 1.9865q^{-1} + 0.9865q^{-2} \\
\tilde{b}_1(q^{-1}) &= 0.0018q^{-1} \\
\tilde{b}_2(q^{-1}) &= 0.0018q^{-1} - 0.0018q^{-2} \\
c(q^{-1}) &= 1 + c_1q^{-1} + c_2q^{-2}.
\end{aligned}$$

Para a simulação, é considerada uma célula a combustível com corrente mínima de $0A$ e máxima de $600A$ e uma variação de corrente máxima de $100A/s$. Além disso, é considerado um banco de supercapacitores com corrente mínima de $-85A$ e máxima de $85A$. As restrições podem ser representadas como em (12)

$$\begin{aligned}
-100A/s \leq \Delta u_1(k) &\leq 100A/s \\
0A \leq u_1(k) &\leq 600A \\
-85A \leq u_2(k) &\leq 85A.
\end{aligned}$$

Para realizar as simulações, é considerado que o VE está inicialmente em repouso. Em $t = 2$ s, é aplicado um degrau de referência de amplitude $10m/s$, logo em $t = 30$s é considerado que a estrada passa a ter uma inclinação $13,76$, o que gera uma perturbação na entrada com amplitude $55.56A$. Também são considerados os seguintes parâmetros do controlador: $N = 20$, $\delta_j = 1$, $\lambda_{1,j} = 0,1$, $\lambda_{2,j} = 0.0001$, $c_1 = 0$, $c_2 = 0$ e $u_r = 0$.

A Figura 2 apresenta os resultados de simulação no caso nominal. A estratégia proposta é comparada com o caso SISO, no qual o sistema não possui supercapacitor. Como pode ser observado, a resposta transitória tem um melhor desempenho com supercapacitor incluído. O sobre-sinal e o sub-sinal da saída referente ao degrau de referência e à rejeição de perturbações são aproximadamente 10% e -10% no caso sem supercapacitor e 0.1% e -1.5% no caso com supercapacitor.

Para testar a robustez da estratégia proposta, foi considerada uma incerteza de $+50\%$ no ganho estático e na constante de tempo do VE. Os resultados com incertezas são ilustrados na Figura 3. Como pode ser observado, as características de seguimento de referências e rejeição de perturbações são semelhantes ao caso nominal, mostrando que a estrategia é robusta para este tipo de aplicação.

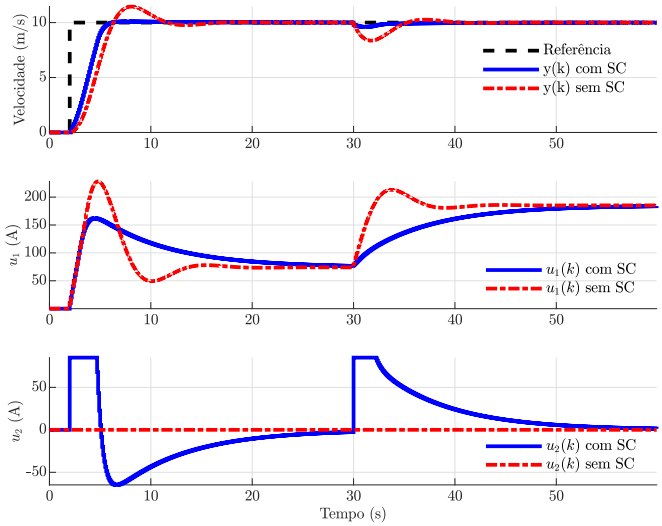

Figura 2. Controle de velocidade do VE: Caso nominal.

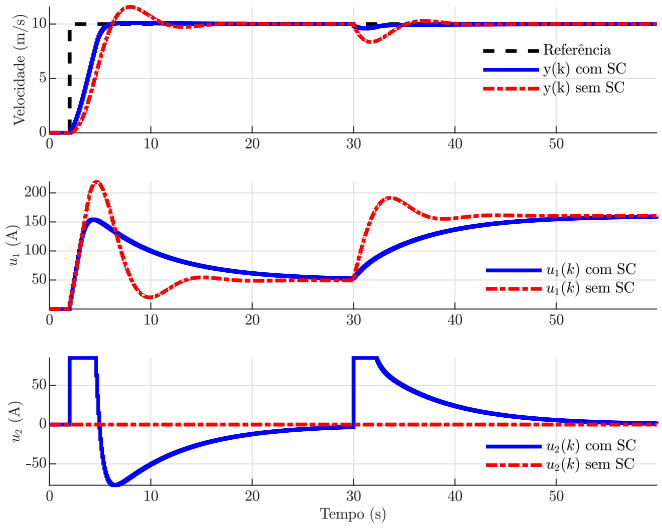

Figura 3. Simulação com incerteza superior a 50%.

5. CONCLUSÃO

Este trabalho apresentou uma nova formulação de controle preditivo para sistemas superatuados com duas entradas e uma saída (TISO). Esta formulação, inclui na função custo o erro predito do seguimento de referências, o esforço de controle da primeira entrada de controle u_1 e a segunda entrada u_2. A formulação proposta permitiu que u_1 seja destinado a garantir o desempenho desejado em regime estacionário, enquanto u_2 melhora o desempenho em regime transitório.

Foi realizado um estudo de caso para o controle de velocidade de um VE alimentado por uma célula a combustível e um supercapacitor. Os resultados mostraram como a complementariedade entre as duas ações de controle permitiu melhorar o desempenho tanto do seguimento de referências quanto da rejeição de perturbações.

Como trabalho futuro, propõe-se generalizar o estudo para sistemas com múltiplas entradas e uma saída e realizar estudos comparativos com outras estratégias da literatura. No caso do veículo elétrico, propõe-se incluir o gerenciamento do carregamento do supercapacitor na função custo, de modo a satisfazer critérios ótimos.

AGRADECIMENTOS

O apoio financeiro das agências de fomento brasileiras CAPES, CNPq [313000/2021-2, 422633/2021-6, 421770/2023-6, 312512/2022-8] e FUNCAP é reconhecido com gratidão.

REFERÊNCIAS

Arce, A., d. Real, A.J., Bordons, C., and Ramírez, D.R. (2010). Real-time implementation of a constrained mpc for efficient airflow control in a pem fuel cell. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 57, 1892–1905.

Béguin, F. and Frackowiak, E. (eds.) (2013). *Supercapacitors materials, systems, and applications*. Wiley-Vch.

Camacho, E.F. and Bordons, C. (2004). *Model Predictive Control*. Springer, London.

de Castro Pereira, J.L., de Andrade, E.B., de Oliveira, L.A., Teodósio, L.F.S., Torrico, B.C., and Nogueira, F.G. (2023). Controle preditivo epsac aplicado ao controle de trajetória de um veıculo.

Hou, S., Yin, H., Xu, F., Benjamín, P., Gao, J., and Chen, H. (2023). Multihorizon predictive energy optimization and lifetime management for connected fuel cell electric vehicles. *Energy*, 266, 126466.

Normey-Rico, J.E., Santos, T.L., Flesch, R.C., and Torrico, B.C. (2022). Control of dead-time process: From the smith predictor to general multi-input multi-output dead-time compensators. *Frontiers in Control Engineering*, 3, 953768.

Pawłowski, A., Schiavo, M., Latronico, N., Paltenghi, M., and Visioli, A. (2022). Model predictive control using miso approach for drug co-administration in anesthesia. *Journal of Process Control*, 117, 98–111.

Rico-Azagra, J., Gil-Martínez, M., and Elso, J. (2014). Quantitative feedback control of multiple input single output systems. *Mathematical Problems in Engineering*, 2014, 17.

Santos, T.L., Franklin, T.S., and Torrico, B.C. (2021). Anti-windup strategy for processes with multiple delays: A predictor-based approach. *Journal of the Franklin Institute*, 358(3), 1812–1838.

Toureche, F., Lalili, D., and Bouaouaou, H. (2022). Mpc and mppt control of fuel cell/photovoltaic/supercapacitor hybrid grid-connected system. In *2022 19th International Multi-Conference on Systems, Signals & Devices (SSD)*, 750–755. IEEE, Sétif, Algeria.

Wang, Q.G., Zhang, Y., Cai, W.J., Bi, Q., and Hang, C.C. (2001). Co-operative control of multi-input single-output processes: on-line strategy for releasing input saturation. *Control Engineering Practice*, 9(5), 491–500.

Yadlapalli, R.T., Alla, R.R., Kandipati, R., and Kotapati, A. (2022). Super capacitors for energy storage: Progress, applications and challenges. *Journal of Energy Storage*, 49, 1–21.

Zhou, S., Chen, Z., Huang, D., and Lin, T. (2020). Model prediction and rule based energy management strategy for a plug-in hybrid electric vehicle with hybrid energy storage system. *IEEE Transactions on Power Electronics*, 36(5), 5926–5940.