Calibração de Sistemas Multi-Robô Baseado no Método de Newton para Aplicações em Células de Manufatura Aditiva

Rodrigo Bostrom * **Fernando Coutinho** ** **Gilmar P. Cruz Júnior** ***
Fernando Lizarralde *

* *Programa de Engenharia Elétrica - COPPE Universidade Federal do Rio de Janeiro, Brasil (e-mail: rodrigo.bostrom@coppe.ufrj.br).*
** *Faculdade de Engenharia Elétrica - Universidade Federal do Sul e Sudeste do Pará, Brasil*
*** *Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica - Universidade Federal de Minas Gerais, Brasil*

Abstract: This paper presents a calibration algorithm based on Newton's Method for a robotic system composed of a manipulator and a positioning table. The procedure aims to determine the homogeneous transformation between the robot base and the table by equating the closed kinematic chain of these robots, transforming the calibration problem into a problem of searching for the root of a non-linear equation. The proposed method was tested in a robotic cell for wire arc additive manufacturing (WAAM), which employs different robotic manipulators in the manufacturing process. Additionally, the proposed algorithm was also applied to the extrinsic calibration of a laser sensor used to survey the profile of manufactured parts and mounted on a robotic manipulator. The results demonstrate the efficiency of the Newton Method when applied in different contexts, highlighting its importance as a tool in the calibration process.

Resumo: Este artigo apresenta um algoritmo de calibração baseado no Método de Newton para um sistema robótico composto por um manipulador e uma mesa posicionadora. O procedimento visa determinar a transformação homogênea entre a base do robô e a mesa equacionando a cadeia cinemática fechada destes robôs, transformando o problema de calibração em um problema de busca pela raiz de uma equação não linear. O método proposto foi utilizado em uma célula robótica para manufatura aditiva a arame e arco (WAAM), que emprega diferentes manipuladores robóticos no processo de manufatura. Adicionalmente, o algoritmo proposto também foi aplicado na calibração extrínseca de um sensor a laser utilizado para levantamento do perfil de peças fabricadas e montado em um manipulador robótico. Os resultados demonstram a eficiência do Método de Newton quando aplicado em diferentes contextos, destacando sua importância como ferramenta no processo de calibração.

Keywords: Robotic systems, Newton's method, Optimization, Additive Manufacturing, Extrinsic calibration

Palavras-chaves: Sistemas robóticos, Método de Newton, Otimização, Manufatura Aditiva, Calibração extrínseca

1. INTRODUÇÃO

A manufatura aditiva a arame e arco, conhecida como WAAM (Wire Arc Additive Manufacturing), é um método baseado na fusão de um arame metálico consumível para criar peças tridimensionais camada por camada. Essa tecnologia destaca-se por produzir componentes complexos utilizando equipamentos comuns na indústria como robôs manipuladores e fontes de soldagem.

Em WAAM, os manipuladores robóticos são utilizados para controlar o movimento da tocha de soldagem para depositar o metal fundido de maneira precisa produzindo peças de alta qualidade (Ding et al., 2015). Para atividades mais sofisticadas envolvendo WAAM, como a manufatura de peças de geometrias complexas ou o revestimento destas peças, o movimento coordenado entre diferentes robôs se torna necessário já que, além de um manipulador ser utilizado para movimentar a tocha, outro robô é utilizado para reposicionar a peça de trabalho com o objetivo de obter uma orientação adequada e manter a qualidade da peça (Lizarralde et al., 2022). Dentro deste escopo, mesmo que os robôs disponíveis comercialmente sejam equipamentos de alta precisão, a forma como os dois robôs estão dispostos entre si pode conter incertezas que afetam o processo de manufatura e a qualidade das peças produzidas. As mesas posicionadoras são frequentemente utilizadas para reposicionar peças durante processos de soldagem ou manufatura aditiva, garantindo a orientação e a superfície adequadas para a deposição (Figura 1). A peça é fixada à placa frontal da mesa, cujo objetivo principal é assegurar a posição correta para a soldagem. Em aplicações de controle coordenado multi-manipuladores, a cadeia cinemática de dois robôs é tratada como uma só e o posicionamento de um robô em relação ao outro é tratado como um elo dessa cadeia (Jamisola and Roberts, 2015).

Figura 1. Sistema robô e mesa posicionadora.

Para realizar o movimento coordenado entre robôs em uma célula de manufatura aditiva, é necessário um procedimento que garanta que todos os equipamentos estejam devidamente calibrados. Uma variedade de métodos de calibração tem sido desenvolvidos neste sentido.

Em (Deng et al., 2015) os autores abordam o problema propondo um método baseado na calibração de três pontos (Zhang et al., 2008). O procedimento utiliza um equipamento com sensores a laser e um sinal sonoro para verificar se a tocha do manipulador está alinhada com um ponto conhecido na mesa.

Em (Wang et al., 2019) foi proposto um método para calibração de robôs cooperativos em três tipos de instalação típicos na indústria. A posição e orientação relativa entre eles foram obtidas através de relações geométricas formadas pela projeção da estrutura topológica dos manipuladores em uma cadeia cinemática fechada em um plano.

Em (Mao et al., 2023) é proposto um método de calibração para sistemas multi-robô utilizando a calibração por três pontos para estabelecer uma relação entre os pontos de medição de referência, posicionados em um equipamento entre os robôs, e o efetuador dos manipuladores.

Os métodos referenciados obtém de maneira acurada a posição relativa entre os robôs e os experimentos realizados demonstram esses resultados. Contudo, a vantagem do algoritmo proposto neste trabalho é utilizar apenas a medição de pontos no processo de calibração sem a necessidade de dispositivos externos, como sensores e equipamentos montados no robô, obtendo também um resultado acurado na calibração.

O objetivo deste artigo é apresentar uma metodologia para calibração da posição e orientação entre a base de dois robôs utilizando um algoritmo baseado no Método de Newton. O procedimento iterativo utiliza uma função que descreva os diferentes sistemas de coordenadas presentes em uma cadeia cinemática fechada, assim como em (Leite et al., 2012), e estima a transformação homogênea da mesa com respeito ao robô. Para demonstrar a eficácia ao ser aplicado em diferentes contextos, o algoritmo proposto também foi aplicado em uma calibração extrínseca de um perfilômetro montado em um manipulador robótico com o auxílio de um plano de calibração instalado na mesa posicionadora, estimado com o uso do PCA (*Principal Component Analysis*).

2. METODOLOGIA DA CALIBRAÇÃO

Nesta seção é apresentada a metodologia proposta para a calibração da mesa posicionadora com respeito ao robô, além da definição dos sistemas de coordenadas da cadeia cinemática. A pose de um manipulador robótico se refere a posição e orientação do efetuador com respeito a um sistema de coordenadas específico. A transformação homogênea entre dois sistemas de coordenadas é definida como $\boldsymbol{T}_{ij} \in SE(3)$ (1), onde o índice i é o sistema de referência e o índice j é o sistema local. Do mesmo modo, $\boldsymbol{R}_{ij} \in SO(3)$ denota a matriz de rotação de j com respeito a i e $\boldsymbol{p}_{ij} \in \mathbb{R}^3$ é o vetor de posição de j com respeito a i. Desta forma,

$$\boldsymbol{T}_{ij} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{R}_{ij} & \boldsymbol{p}_{ij} \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \tag{1}$$

A pose também pode ser representada em forma vetorial:

$$\boldsymbol{x}_{ij} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{p}_{ij}^{\mathsf{T}} & \boldsymbol{\Phi}_{ij}^{\mathsf{T}} \end{bmatrix}^{\mathsf{T}} \tag{2}$$

onde $\boldsymbol{\Phi}_{ij} = \begin{bmatrix} \psi_{ij} & \theta_{ij} & \phi_{ij} \end{bmatrix}^{\mathsf{T}}$ representa a orientação de j com respeito a i em ângulos de Euler *Roll-Pitch-Yaw* (Murray et al., 1994).

Neste trabalho, o sistema de coordenadas da base da mesa é definida pela letra M, o da base do robô pela letra B, o do efetuador pela letra E, o da tocha do robô pela letra T, o da peça de trabalho montada sobre a mesa pela letra U, como é ilustrado na Figura 2. No processo de calibração, considera-se que a transformação $\boldsymbol{T}_{BE}(\boldsymbol{q}_b^k)$, sendo $\boldsymbol{q}_b^k \in \mathbb{R}^N$ as variáveis de juntas do manipulador, é conhecida e dada pela cinemática do robô. Além disso, a transformação $\boldsymbol{T}_{ET}$ também é conhecida. Define-se ponto de calibração como um ponto associado à U cuja posição com respeito a este sistema de coordenadas é conhecido. Cada ponto de calibração é designado por p_{UP}^k, sendo $k = 0, 1, \ldots, n-1$, onde n é o número de pontos. Posicionando-se a tocha do

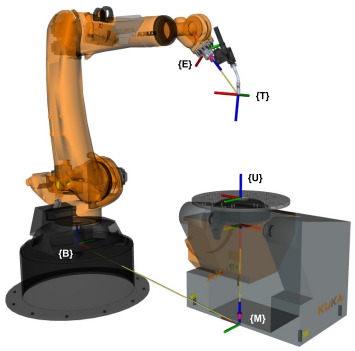

Figura 2. Sistemas de coordenadas de um robô e mesa posicionadora.

robô nos pontos de calibração tem-se a equação

$$\bar{\boldsymbol{p}}_{BP}^k = \boldsymbol{T}_{BT}(\boldsymbol{q}_b^k)\ \bar{\boldsymbol{p}}_{TP}^k \tag{3}$$

ou equivalentemente

$$\boldsymbol{p}_{BP}^k = \boldsymbol{R}_{BT}(\boldsymbol{q}_b^k)\ \boldsymbol{p}_{TP}^k + \boldsymbol{p}_{BT} \tag{4}$$

onde $\bar{\boldsymbol{p}}_{TP}^k = \boldsymbol{T}_{TU}\ \bar{\boldsymbol{p}}_{UP}^k$ é o vetor homogêneo relacionado a esse vetor e $\boldsymbol{q}_b^k \in \mathbb{R}^n$ é o vetor de variáveis de juntas do manipulador para um ponto de calibração de índice k. Considerando então que a tocha encosta em cada ponto de calibração, tem-se que $\bar{\boldsymbol{p}}_{TP}^k = [0_{1\times 3} \quad 1]$.

A posição do mesmo ponto de calibração também pode ser obtida a partir da cadeia cinemática que passa pela mesa posicionadora

$$\bar{\boldsymbol{p}}_{BP}^k = \boldsymbol{T}_{BM}\ \bar{\boldsymbol{p}}_{MP}^k \tag{5}$$

$$\boldsymbol{p}_{BP}^k = \boldsymbol{R}_{BM}\ \boldsymbol{p}_{MP}^k + \boldsymbol{p}_{BM} \tag{6}$$

onde $\boldsymbol{p}_{MP}^k = \boldsymbol{R}_{MU}(\boldsymbol{q}_m^k)\boldsymbol{p}_{UP}^k$, $\bar{\boldsymbol{p}}_{MP}^k$ é o vetor homogêneo relacionado a esse vetor e $\boldsymbol{q}_m^k \in \mathbb{R}^m$ é o vetor de variáveis de juntas da mesa posicionadora para um ponto de calibração de índice k.

O objetivo deste algoritmo de calibração é estimar a transformação homogênea desconhecida $\boldsymbol{T}_{BM}$ entre a base do robô e da mesa. Equacionando a cadeia cinemática fechada desses robôs, é possível transformar o problema de calibração em um problema de busca de zeros de uma função que descreva o sistema em função da pose do sistema de coordenadas da mesa com respeito ao robô dada por

$$\boldsymbol{f}(\boldsymbol{p}_{BM}, \boldsymbol{R}_{BM}) = \begin{bmatrix} \boldsymbol{p}_{BP}^0 - \boldsymbol{p}_{BM} - \boldsymbol{R}_{BM}\ \boldsymbol{p}_{MP}^0 \\ \vdots \\ \boldsymbol{p}_{BP}^{n-1} - \boldsymbol{p}_{BM} - \boldsymbol{R}_{BM}\ \boldsymbol{p}_{MP}^{n-1} \end{bmatrix} = 0 \tag{7}$$

Assim, o problema pode ser resolvido por meio de uma metodologia iterativa baseada no Método de Newton.

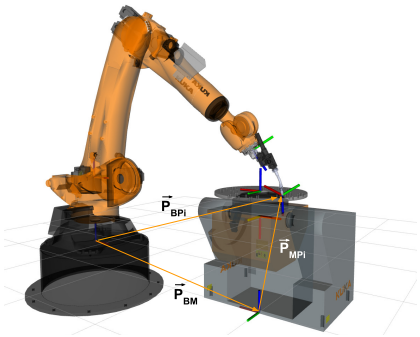

Figura 3. Cadeia Cinemática Fechada do robô e mesa posicionadora.

Considerando o Jacobiano $\boldsymbol{J_f}$:

$$\boldsymbol{J_f} = \nabla \boldsymbol{f} = \left[\frac{\partial \boldsymbol{f}^\mathsf{T}}{\partial \boldsymbol{p}_{BM}} \quad \frac{\partial \boldsymbol{f}^\mathsf{T}}{\partial \boldsymbol{\Phi}_{BM}} \right]^\mathsf{T} \in R^{3n\times 6} \tag{8}$$

onde a derivada parcial de $\boldsymbol{f}$ com respeito a posição $\boldsymbol{p}_{BM}$ é dado por $\frac{\partial^\mathsf{T} \boldsymbol{f}}{\partial \boldsymbol{p}_{BM}} = -\left[I \ldots I \right] \in R^{3n\times 3}$, enquanto a derivada parcial de $\boldsymbol{f}$ com respeito a rotação $\boldsymbol{\Phi}_{BM}$ é dado por

$$\frac{\partial \boldsymbol{f}^\mathsf{T}}{\partial \boldsymbol{\Phi}_{BM}} = -\begin{bmatrix} \frac{\partial \boldsymbol{R}}{\partial \psi}\boldsymbol{p}_{MP}^1 & \frac{\partial \boldsymbol{R}}{\partial \theta}\boldsymbol{p}_{MP}^1 & \frac{\partial \boldsymbol{R}}{\partial \phi}\boldsymbol{p}_{MP}^1 \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ \frac{\partial \boldsymbol{R}}{\partial \psi}\boldsymbol{p}_{MP}^k & \frac{\partial \boldsymbol{R}}{\partial \theta}\boldsymbol{p}_{MP}^k & \frac{\partial \boldsymbol{R}}{\partial \phi}\boldsymbol{p}_{MP}^k \end{bmatrix} \tag{9}$$

onde $\frac{\partial \boldsymbol{R}}{\partial \phi}, \frac{\partial \boldsymbol{R}}{\partial \theta}, \frac{\partial \boldsymbol{R}}{\partial \psi}$ são as derivadas das matrizes de rotação com respeito a cada ângulo de Euler.

O algoritmo proposto é baseado no Método de Newton, uma técnica iterativa para solução de equações do tipo $F(x) = 0$ por meio de aproximações sucessivas (Ortega and Rheinboldt, 2000). Para este trabalho, uma condição inicial para o método é obtida para cada sistema usando um método da KUKA para calibração de sistemas cinemáticos. A correção das estimativas para os parâmetros da pose são encontrados a cada iteração pelo seguinte cálculo

$$\boldsymbol{x}_{BM}(i+1) = \boldsymbol{x}_{BM}(i) - \beta \boldsymbol{J}_{\boldsymbol{f}}^\dagger(\boldsymbol{x}_{BM}(i))\boldsymbol{f}(\boldsymbol{x}_{BM}(i)) \tag{10}$$

Sendo $\beta \in (0 \quad 1]$ o ganho do Método de Newton, $\boldsymbol{J}_{\boldsymbol{f}}^\dagger = (\boldsymbol{J}_{\boldsymbol{f}}^\mathsf{T}(i)\boldsymbol{J}_{\boldsymbol{f}}(i))^{-1}\boldsymbol{J}_{\boldsymbol{f}}^\mathsf{T}(i) \in R^{6\times 3n}$ a pseudo-inversa à esquerda de $\boldsymbol{J_f}$ e i a *i-ésima* iteração do algoritmo. Uma condição de parada para o algoritmo foi definida quando a diferença da posição de duas poses consecutivas for menor que ϵ_1 e da orientação for menor que ϵ_2.

2.1 Simulação Numérica

O Algoritmo 1, implementado com o *software* Matlab, é validado a partir da geração de pontos aleatórios dentro de um intervalo estipulado simulando os pontos de calibração $\boldsymbol{p}_{UP}^k$ e uma transformação homogênea $\boldsymbol{T}_{BM}$ desconhecida para o algoritmo mas cujo valor é conhecido e usado como *Ground-Truth*. O sistema robótico KUKA KR90 + KP2 foi considerado para esta simulação numérica.

Algorithm 1 Newton's Method

procedure NEWTON($\boldsymbol{f}, \boldsymbol{J_f}, \boldsymbol{x}_0, \epsilon, \beta, N$)
  $\boldsymbol{x}_{BM} \leftarrow \boldsymbol{x}_0$
  $i \leftarrow 0$
  while $i < N$ and $\| \boldsymbol{f}(\boldsymbol{x}) \| > \epsilon$ **do**
    $\boldsymbol{f} = \boldsymbol{p}_{BP}^k - \boldsymbol{p}_{BM} - \boldsymbol{R}_{BM}\boldsymbol{p}_{MP}^k, k = 0, \ldots, n-1$
    $\boldsymbol{J_f} = \left[\frac{\partial \boldsymbol{f}^\mathsf{T}}{\partial \boldsymbol{p}_{BM}} \quad \frac{\partial \boldsymbol{f}^\mathsf{T}}{\partial \Phi_{BM}} \right]^\mathsf{T}$
    $\boldsymbol{x}_{BM} \leftarrow \boldsymbol{x}_{BM} - \beta \boldsymbol{J}_{\boldsymbol{f}}^\dagger(\boldsymbol{x}_{BM})\boldsymbol{f}(\boldsymbol{x}_{BM})$
    $i \leftarrow i + 1$
  end while
  return $\boldsymbol{x}_{BM}$
end procedure

Para simular os pontos medidos experimentalmente, é adicionado um ruído gerado a partir de uma distribuição normal com média $\mu = 0$ mm e desvio padrão $\sigma = 2$ mm, representando as variações na medição de cada ponto de calibração com o objetivo de testar a capacidade do algoritmo de encontrar uma solução para a função. O resultado é considerado satisfatório se a estimativa do método estiver dentro de uma margem de erro de até 1 mm para a posição e 0.1° para a orientação com respeito ao *Ground-Truth* definido.

O algoritmo estima a transformação homogênea após 14 iterações. A Tabela 1 mostra as coordenadas X, Y e Z da posição e a orientação expressa em ângulos de Euler RPY do sistema de coordenadas da base da mesa com respeito à base do robô. Entre os valores utilizados têm-se a condição inicial do método, o *Ground-Truth* usado como referência e o resultado obtido pelo algoritmo para a transformação $\boldsymbol{T}_{BM}$ desejada. Observa-se que a estimativa do algoritmo tem um erro máximo de 0.72 mm na posição e 0.04° na orientação em relação ao *Ground-Truth*, considerado como satisfatório para essa simulação.

3. VALIDAÇÃO EXPERIMENTAL

Nesta seção, os resultados do experimento são apresentados para validar o algoritmo proposto. O procedimento

	Cond. Inicial	Ground-Truth	Algoritmo
X	1000 mm	1740 mm	1740.23 mm
Y	900 mm	390 mm	389.28 mm
Z	-90 mm	-460 mm	-460.37 mm
Roll (X)	0°	0°	0.04°
Pitch (Y)	0°	0°	0.006°
Yaw (Z)	-170°	-180°	-179.99°

Tabela 1. Simulação numérica para validação do algoritmo.

consiste em tocar cada ponto de calibração com um pequeno arame preso à tocha, registrando então a posição $\boldsymbol{p}_{BP}^{k} = [p_{BP_x}, p_{BP_y}, p_{BP_z}]$ da tocha com respeito a base do robô. Os pontos de calibração são definidos e adquiridos utilizando a unidade manual de controle *teach pendant* do robô, que possui comandos para movimentá-lo em seu espaço de trabalho.

A validação experimental consiste em comparar o cálculo da posição de cada ponto de calibração através das equações (3) e (5). Define-se, então, o erro de posição $\boldsymbol{f}$ como

$$\boldsymbol{f}_k = \boldsymbol{p}_{BT} - \boldsymbol{R}_{BM}\boldsymbol{p}_{MP}^{k} - \boldsymbol{p}_{BM} \in \mathbb{R}^3 \tag{11}$$

onde k é o índice do ponto. A métrica utilizada para validar o resultado obtido pela calibração foi o erro de posição entre os pontos de calibração.

Foram validados os dados adquiridos em três sistemas robóticos KUKA que consistem em um robô de seis graus de liberdade e uma mesa posicionadora de dois graus de liberdade. Nas subseções abaixo, serão mostrados o erro de posição dos pontos de calibração utilizando uma estimativa inicial da transformação homogênea em comparação com o resultado do algoritmo.

3.1 Célula Robótica KUKA KR30 + DKP400

Foram utilizados 19 pontos de calibração para essa configuração e o algoritmo converge após 17 iterações. O erro de posição entre os pontos é mostrado na Figura 4.

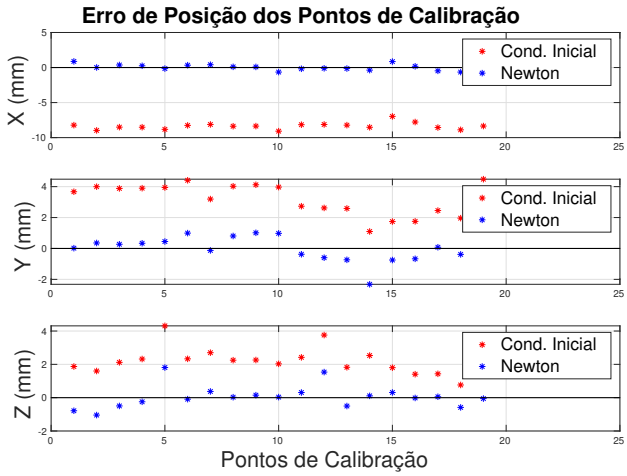

Figura 4. Comparação do erro de posição para o sistema KR30 + DKP400.

3.2 Célula Robótica KUKA KR90 + KP2

Foram utilizados 18 pontos de calibração para essa configuração e o algoritmo converge após 35 iterações. O erro de posição entre os pontos é mostrado na Figura 5.

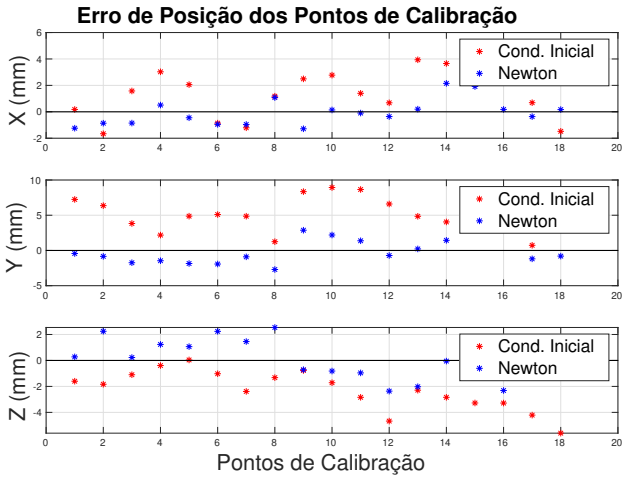

Figura 5. Comparação do erro de posição para o sistema KR90 + KP2.

3.3 Célula Robótica KUKA KR30 + KP2

Foram utilizados 17 pontos de calibração para essa configuração e o algoritmo converge após 14 iterações. O erro de posição entre os pontos é mostrado na Figura 6.

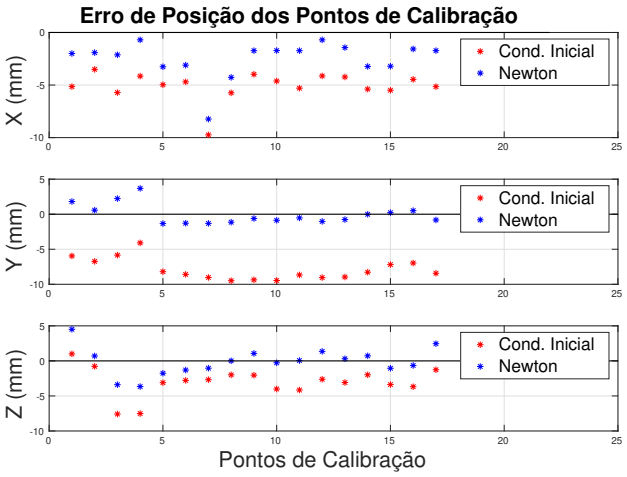

Figura 6. Comparação do erro de posição para o sistema KR30 + KP2.

Observa-se que houve uma redução no erro de posição na maioria dos pontos de calibração nos três sistemas robóticos apresentados neste trabalho, indicando que o algoritmo proposto corrigiu a transformação homogênea da mesa com respeito ao robô. O aumento no erro em alguns pontos pode ser atribuído a problemas na coleta de dados, já que a seleção da posição do ponto de calibração com o teach pendant é feita visualmente, o que pode levar a erros humanos na medição.

4. CALIBRAÇÃO DE UM PERFILÔMETRO

O uso de um perfilômetro é essencial para otimizar o processo de WAAM, onde a fabricação das peças ocorre camada por camada. Tradicionalmente, a posição do robô é ajustada manualmente por um operador, com base na altura de cada camada, para assegurar a qualidade do processo. Para automatizar essa etapa, um perfilômetro

montado no efetuador do robô é empregado para escanear a peça e coletar uma nuvem de pontos. A partir desses dados, é possível estimar automaticamente a altura das camadas, eliminando a necessidade de intervenção manual. Além disso, o perfilômetro permite escanear peças para criar modelos virtuais 3D. Contudo, a precisão na estimativa da altura e na criação dos modelos escaneados depende diretamente da calibração extrínseca dos parâmetros de pose do sensor com respeito a um referencial inercial.

Visto que a calibração do sensor com respeito a um sistema de coordenadas do robô é essencial, a metodologia desenvolvida também é aplicada para calibrar a pose de um perfilômetro scanCONTROL 2950-100/BL com respeito ao efetuador onde ele está instalado. A estratégia implementada é baseada no procedimento de calibração *Single Plane Hand-Eye* (Cruz Júnior et al., 2022), utilizado para calibrar o mesmo sensor, no qual os resultados foram utilizados como *Ground-Truth*.

A Figura 7 apresenta a disposição dos elementos usados para este experimento em uma célula WAAM. O perfilômetro é preso ao efetuador do robô KUKA KR90 e o plano de calibração fixado sobre a mesa posicionadora. Define-se as

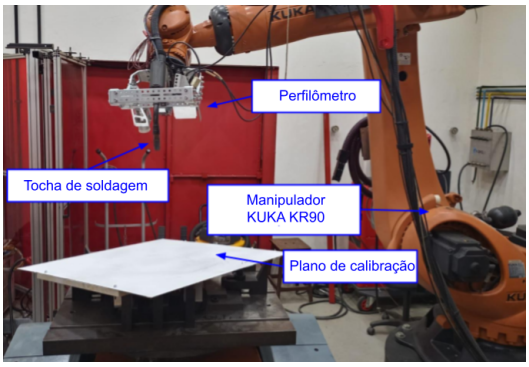

Figura 7. Setup experimental utilizado para a calibração do perfilômetro.

nomenclaturas utilizadas para representar os sistemas de coordenadas e transformações usadas no artigo. O sistema de coordenadas do sensor é descrito pela letra S, o do efetuador pela letra E e da base do robô pela letra R, como mostra a Figura 8. No processo de calibração, a trans-

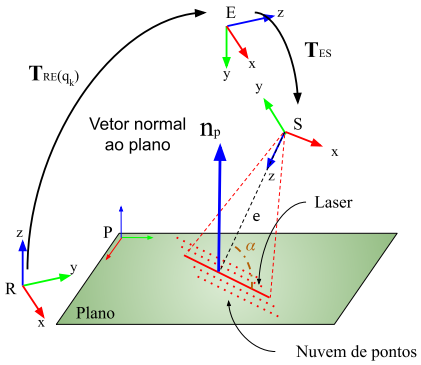

Figura 8. Representação do sistema de coordenadas do robô, do efetuador e do sensor.

formação $\boldsymbol{T}_{ES}$ é calculada iterativamente, minimizando a distância dos pontos medidos pelo sensor a um plano estimado. O algoritmo possui duas etapas: estimativa do plano de calibração usando PCA e o cálculo da transformação homogênea utilizando o algoritmo proposto, ilustrado pelo diagrama de blocos na Figura 9. Os dados do sensor

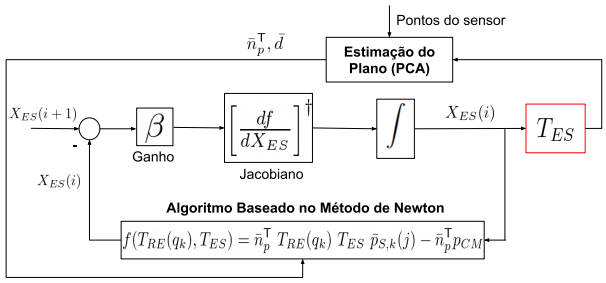

Figura 9. Diagrama de blocos da calibração do sensor.

$\boldsymbol{p}_S = [p_{S,x}, p_{S,y}, p_{S,z}]$ são medidos com respeito ao sistema de coordenadas local e podem ser representados no sistema de referência usando a Equação

$$\bar{\boldsymbol{p}}_R = \boldsymbol{T}_{RE}(q)\, \boldsymbol{T}_{ES}\, \bar{\boldsymbol{p}}_S \tag{12}$$

onde $\bar{\boldsymbol{p}}_R = [p_{R,x}, p_{R,y}, p_{R,z}, 1]$ é o vetor homogêneo da posição de uma medida do sensor com respeito ao robô, $\bar{\boldsymbol{p}}_S = [p_{S,x}, p_{S,y}, p_{S,z}, 1]$ é o vetor homogêneo da posição de uma medida do sensor com respeito ao sistema local e $\boldsymbol{T}_{RE}(\boldsymbol{q})$ é a transformação homogênea do efetuador para a configuração de juntas $\boldsymbol{q}$, considerada conhecida e dada pela cinemática do robô. O método *Principal Component Analysis (PCA)* (Hastie et al., 2009) é aplicado para calcular o vetor unitário normal do plano $\boldsymbol{n}_p$ usando o conjunto de pontos $\boldsymbol{p}_{R,k}$ para $k = 1, 2, \ldots N$ coletados em mais de uma varredura. A equação do plano 3D é determinada pelo vetor normal $\boldsymbol{n}_p$ e o centro de massa do conjunto de pontos $\boldsymbol{p}_{CM}$, como ilustrado na Figura 10. Considera-se que os pontos $\boldsymbol{p}_{CM}$ e $\boldsymbol{p}_{R,k}$ pertencem

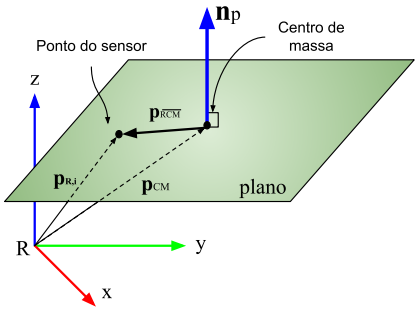

Figura 10. Diagrama de um plano com vetor unitário normal $\boldsymbol{n}_p$, o ponto do centro de massa $\boldsymbol{p}_{CM}$ e qualquer ponto medido $\boldsymbol{p}_{R,k}$.

ao plano e o vetor $\boldsymbol{n}_p$ e $\boldsymbol{p}_{\overline{RCM}}$ são ortogonais, onde $\boldsymbol{p}_{\overline{RCM}} = \boldsymbol{p}_R - \boldsymbol{p}_{CM}$. Assim,

$$\boldsymbol{n}_p^{\mathsf{T}}(\boldsymbol{p}_R - \boldsymbol{p}_{CM}) = 0 \tag{13}$$

Expressando os pontos $\boldsymbol{p}_{R,k}$ e o vetor normal $\boldsymbol{n}_p$ usando a forma homogênea $\bar{\boldsymbol{p}}_{R,k}$ e $\bar{\boldsymbol{n}}_p$, respectivamente, e substituindo $\bar{\boldsymbol{p}}_{R,k}$ pela Equação (12), obtêm-se a função

$$\boldsymbol{f}(\boldsymbol{T}_{RE}(\boldsymbol{q}_k), \boldsymbol{T}_{ES}) = \bar{\boldsymbol{n}}_p^{\mathsf{T}}\, \boldsymbol{T}_{RE}(\boldsymbol{q}_k)\, \boldsymbol{T}_{ES}\, \bar{\boldsymbol{p}}_{S,k}(j) - \bar{\boldsymbol{d}} = 0, \forall q_k \tag{14}$$

sendo $\bar{d}$ o vetor homogêneo de $d = \boldsymbol{n}_p^{\mathsf{T}} \boldsymbol{p}_{CM}$, j o índice do *j-ésimo* ponto do sensor para a configuração do manipulador

em $\boldsymbol{q}_k$. O jacobiano da função $\boldsymbol{J_f} = \begin{bmatrix} \frac{\partial f}{\partial \boldsymbol{p}_{ES}} & \frac{\partial f}{\partial \Phi_{ES}} \end{bmatrix}$ é obtido derivando a Equação 14 com respeito a posição $\boldsymbol{p}_{ES}$ e a rotação $\boldsymbol{R}_{ES}$ descrita pela representação mínima de Roll-Pitch-Yaw como $\boldsymbol{\Phi}_{ES} = [\phi_{ES}, \theta_{ES}, \psi_{ES}]$

$$\boldsymbol{J_f} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{n}_p^\mathsf{T} \boldsymbol{R}_{RE}(\boldsymbol{q}_k) & \boldsymbol{n}_p^\mathsf{T} \boldsymbol{R}_{RE}(\boldsymbol{q}_k) \frac{\partial \boldsymbol{R}_{ES}}{\Phi_{ES}} \boldsymbol{p}_{S,k}(j) \end{bmatrix}^\mathsf{T} \quad (15)$$

sendo N o número de pontos aquisitados pelo perfilômetro e usados na metodologia.

Após iniciar o algoritmo a partir de uma condição inicial, a correção das estimativas para os parâmetros da transformação homogênea são encontrados a cada iteração

$$\boldsymbol{x}_{ES}(i+1) = \boldsymbol{x}_{ES}(i) - \beta \boldsymbol{J_f}^\dagger(\boldsymbol{x}_{ES}(i)) f(\boldsymbol{x}_{ES}(i)) \quad (16)$$

Sendo $\beta \in (0 \quad 1]$ o ganho do método de Newton, $\boldsymbol{J_f}^\dagger = (\boldsymbol{J_f}^\mathsf{T} \ \boldsymbol{J_f})^{-1} \boldsymbol{J_f}^\mathsf{T} \in R^{6\times 3N}$ representa a pseudo-inversa de $\boldsymbol{J_f}$(15) e i é a *i-ésima* iteração do algoritmo. Uma condição de parada para o algoritmo foi definida quando a diferença entre a posição de duas poses consecutivas for menor que 0.01 mm e a orientação for menor que 0.01°. A Tabela 2 mostra as coordenadas X, Y e Z da posição e a orientação expressa em ângulos de Euler RPY do sistema de coordenadas do sensor com respeito ao efetuador do robô utilizando a condição inicial do algoritmo, o *Ground-Truth* utilizado como referência e a estimativa encontrada pelo algoritmo. A partir dos resultados mostrados na Tabela

Comparação do Resultado			
	Condição Inicial	**Ground-Truth**	**Algoritmo**
X	0.0462 m	0.0482 m	0.0499 m
Y	0.0596 m	0.0576 m	0.0497 m
Z	0.1675 m	0.1675 m	0.163 m
Roll (X)	176.88°	176.88°	176.99°
Pitch (Y)	-72.6°	-72.6°	-71.62°
Yaw (Z)	4.44°	4.44°	6.13°

Tabela 2. Comparação da condição inicial, Ground-Truth e estimativa do algoritmo proposto.

2, percebe-se que a estimativa da pose encontrada pelo algoritmo proposto convergiu para um valor bem próximo do *Ground-Truth* esperado. O objetivo da seção é estudar a convergência do algoritmo em diferentes aplicações e erros de estimação eram esperados devido a ruídos presentes no processo de aquisição dos pontos.

5. CONCLUSÕES

Neste artigo foi apresentada uma metodologia de calibração baseada no Método de Newton para estimar os parâmetros extrínsecos referentes às transformações homogêneas entre dispositivos robóticos de uma célula de manufatura aditiva por arco e arame (WAAM). O algoritmo de calibração visa determinar a pose entre um robô e uma mesa posicionadora e foi implementado usando o *software* Matlab. Os experimentos reais foram realizados utilizando três diferentes sistemas robóticos, com o objetivo de validar a metodologia proposta. Os resultados mostram que a pose estimada pelo algoritmo diminuiu o erro de posição dos pontos de calibração calculados pela cadeia cinemática do robô e da mesa. O algoritmo também foi aplicado na calibração de um perfilômetro instalado no manipulador para avaliar a aplicação do método em diferentes contextos. Nesse sentido, os resultados mostram a eficiência da aplicação do Método de Newton como uma ferramenta importante em um processo de calibração e que pode ser aplicada em diversas áreas da indústria que utilizam uma mesa posicionadora em seus processos, como, por exemplo, em usinagem e pintura a spray. Como trabalhos futuros, o algoritmo proposto pode ser comparado com algumas das técnicas apresentadas nas referências, além do estudo de outras técnicas de otimização na calibração.

Agradecimentos: Este trabalho foi financiado em parte pela Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior - Brasil (CAPES) - Código de Financiamento 001, FAPERJ, CNPq, Embrapii e Shell Brasil Petróleo Ltda..

REFERÊNCIAS

Cruz Júnior, G.P., Lizarralde, N., Coutinho, F., Freitas, G.M., and Lizarralde, F. (2022). Calibração single plane hand-eye de perfilômetro 2d para um sistema robótico de manufatura aditiva. In *Congresso Brasileiro de Automática-CBA*, volume 3.

Deng, H., Wu, H., Yang, C., Guan, Y., Zhang, H., and Liu, J. (2015). Base frame calibration for multi-robot coordinated systems. In *2015 IEEE International Conference on Robotics and Biomimetics (ROBIO)*, 1489–1494.

Ding, D., Pan, Z., Cuiuri, D., and Li, H. (2015). Wire-feed additive manufacturing of metal components: technologies, developments and future interests. *International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, 81.

Hastie, T., Tibshirani, R., and Friedman, J. (2009). *The Elements of Statistical Learning: Data Mining, Inference, and Prediction.* Springer, second edition.

Jamisola, R.S. and Roberts, R.G. (2015). A more compact expression of relative jacobian based on individual manipulator jacobians. *Robotics and Autonomous Systems*, 63, 158–164.

Leite, A.C., Lizarralde, F., From, P.J., Costa, R.R., and Hsu, L. (2012). Remote calibration and trajectory replanning for robot manipulators operating in unstructured environments. *IFAC Proceedings Volumes*, 45(8), 59–65. 1st IFAC Workshop on Automatic Control in Offshore Oil and Gas Production.

Lizarralde, N., Coutinho, F., and Lizarralde, F. (2022). Online coordinated motion control of a redundant robotic wire arc additive manufacturing system. *IEEE Robotics and Automation Letters*, 7(4), 9675–9682.

Mao, J., Xu, R., Ma, X., Hu, S., and Bao, X. (2023). Fast calibration method for base coordinates of the dual-robot based on three-point measurement calibration method. *Applied Sciences*, 13(15).

Murray, R.M., Sastry, S.S., and Zexiang, L. (1994). *A Mathematical Introduction to Robotic Manipulation.* CRC Press, Inc., USA, 1st edition.

Ortega, J.M. and Rheinboldt, W.C. (2000). *Iterative Solution of Nonlinear Equations in Several Variables.* Society for Industrial and Applied Mathematics.

Wang, J., Wang, W., Wu, C.H., Chen, S.L., Fu, J.H., and Lu, G.D. (2019). A plane projection based method for base frame calibration of cooperative manipulators. *IEEE Transactions on Industrial Informatics*, 15(3), 1688–1697.

Zhang, W., Ma, X., Cui, L., and Chen, Q. (2008). 3 points calibration method of part coordinates for arc welding robot. In *Intelligent Robotics and Applications*, 216–224.