ESTUDO SOBRE ESTRATÉGIAS DE CONTROLE LONGITUDINAL PARA ROBÔS TERRESTRES EM TERRENOS IRREGULARES COM INCLINAÇÃO

Victor R. F. Miranda*, Armando Alves Neto†, Leonardo A. Mozelli†

*Programa de Pós-graduação em Engenharia Elétrica, UFMG, Belo Horizonte, Brasil

†Departamento de Engenharia Eletrônica, UFMG, Belo Horizonte, Brasil

Emails: `victormrfm@ufmg.br`, `aaneto@cpdee.ufmg.br`, `mozelli@cpdee.ufmg.br`

Abstract— This work presents the modeling of longitudinal dynamics of Ackerman ground robots, dedicated to applications in precision agriculture. In addition, keeping in mind the agricultural environment, irregularities and inclinations in the off-road terrain are considered key elements in this dynamics. Besides, parametric uncertainties are considered, aiming at cargo transport missions, such as chemical pesticides, agricultural products, soil samples, among others. Two methodologies are employed: robust PID controller, tuned by means of LMIs, and non-linear Backstepping controller. Simulation results aim to compare the methodologies adopted in disctinct scenarios and missions.

Keywords— Autonomous Vehicles, Agricultural Robotics, Mobile Robots, Robust Control, Non-linear Control.

Resumo— Este trabalho apresenta a modelagem da dinâmica longitudinal de robôs terrestres do tipo Ackerman, dedicados a aplicações na agricultura de precisão. Tendo em vista o ambiente agrícola, irregularidades e inclinações no terreno são considerados elementos relevantes nesta dinâmica. Além disso, variações paramétricas são consideradas, visando missões de transporte de carga, como defensivos químicos, produtos agrícolas, amostras de solo, dentre outras. Duas metodologias são empregadas: controlador robusto do tipo PID, sintonizado por meio de LMIs, e controlador não linear *Backstepping*. Resultados de simulação visam comparar as metodologias adotadas em diferentes cenários e missões.

Palavras-chave— Veículos Autônomos, Robótica Agrícola, Robôs Móveis, Controle Robusto, Controle Não Linear.

1 Introdução

Nas últimas décadas, o cenário de aplicação de robôs móveis, especialmente em indústrias do setor primário, tem crescido vigorosamente. Um exemplo disso, é o crescente uso de drones em missões relacionadas a agricultura de precisão. Em muitos casos, porém, o monitoramento de lavouras por meio de robôs aéreos limita o sensoreamento a apenas “o que pode ser visto de cima”. Por isso, é importante também a aplicação de plataformas autônomas terrestres, capazes de navegar por entre a plantação, mais próximas ao solo e à lavoura (Grocholsky et al., 2006).

Essa consideração traz, entretanto, uma série de desafios, já que geralmente as áreas de plantio (ou de conservação ambiental) localizam-se sobre terrenos irregulares, com aclives, declives ou mesmo erosões, apresentando diferentes tipos de solo (Vidoni et al., 2015). Tudo isso acarreta sérios problemas no que tange a questão de controle de velocidade e navegação de robôs terrestres.

O controle sobre a dinâmica é parte fundamental na concepção de um veículo autônomo. Este, normalmente, é dividido em longitudinal, envolvendo os atuadores de aceleração e frenagem, e lateral, que atua nas rodas para movimentos direcionais (Rajamani, 2011). Existem diversas técnicas para realizar o projeto desses controladores, seja a partir de modelos ou mesmo a partir de dados experimentais (veja o artigo recente de revisão por Khodayari et al. (2010) e suas referências).

Figura 1: Plataforma utilizada como base para o modelo do robô: veículo automodelo.

O presente trabalho concentra-se em duas abordagens para o controle longitudinal de um veículo: o tradicional controlador Proporcional-Integral-Derivativo (PID) e a metodologia *Backstepping*. Para tal, será considerado um robô terrestre de pequenas dimensões, similar ao automodelo *Tamyia TXT-1*, mostrado na Fig. 1.

O controlador PID é muito utilizado na industria devido a sua estrutura simples (Ge et al., 2002). Diversos trabalhos foram desenvolvidos ao longo de mais de um século, propondo métodos para sua sintonia. Devido à sua ampla adoção e simplicidade, somada a exemplos de sucesso na aplicação de veículos autônomos (Dias et al., 2015), este controlador foi elencado para este estudo.

O método utilizado nesse trabalho é baseado na solução de Desigualdades Matriciais Lineares (LMIs) através de um algoritmo de otimização. A utilização desse método para obter os ganhos de sintonia do PID não é trivial e, dessa forma, uma solução é modelar como um problema equivalente de realimentação estática de saída (SOF), como proposto por Zheng et al. (2002) e Cao et al. (1998). Além disso, é necessário a utilização de um método de linearização do modelo de dinâmica longitudinal do veículo, em torno de pontos de operação de interesse (Dias et al., 2015). Contudo, tal metodologia permite incluir diversos critérios de desempenho e tratar incertezas no modelo de maneira apropriada.

O controlador *Backstepping* é um técnica de controle bem mais recente, aplicada diretamente a sistemas não lineares, sem a necessidade de linearização. É baseada no método direto de Lyapunov (Khalil and Grizzle, 2002), determinando leis de controle que garantam a estabilidade a subsistemas mais simples, obtidos por substituição de variáveis no sistema original (Khalil and Grizzle, 2002; Krstic et al., 1995). Tem sido usado no controle de diversas plataformas robóticas, inclusive no controle longitudinal de robôs terrestres (Chaibet et al., 2005). Uma de suas vantagens sobre outras técnicas de controle não linear é a flexibilidade no projeto, permitindo incorporar vários fenômenos não lineares nos modelos, bem como evitar o cancelamento indesejado de termos.

Neste sentido, o presente trabalho compara, com resultados simulados, o projeto desses dois controladores, PID e *Backstepping*, com o objetivo de seguir uma trajetória longitudinal de referência, em terrenos contendo inclinações. Parâmetros tanto do veículo (como massa) e de seu ambiente de trabalho (como coeficiente de atrito com solo) são considerados incertos, visando incorporar na modelagem as dificuldades inerentes das aplicações de robótica agrícola.

O restante desse artigo é organizado da seguinte forma: na Seção 2 são discutidas a modelagem do robô e as duas técnicas empregadas (PID e *Backstepping*); já na Seção 3 são apresentados os resultados em simulação da comparação dessas técnicas; e finalmente na Seção 4 são apresentadas as conclusões do trabalho, assim como as possíveis direções futuras de desenvolvimento.

2 Metodologia

Nesta seção será abordado, primeiramente, o modelo dinâmico longitudinal de um veículo terrestre e na sequência os métodos de projeto dos controladores *Backstepping* e PID para seguimento de referência.

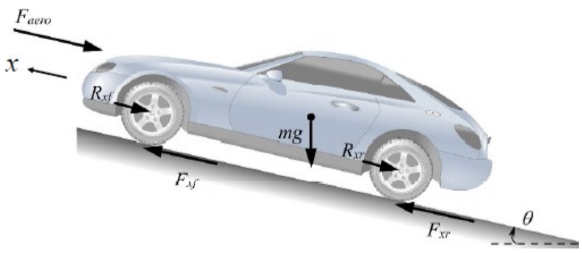

Figura 2: Forças longitudinais atuando sobre um veículo.

2.1 Modelo longitudinal

O modelo dinâmico longitudinal de um veículo pode ser representado a partir da distribuição de forças mostrada na Fig. 2, somando-se a esse a dinâmica de transmissão do motor, conforme descrito em Rajamani (2011).

Nesse caso, conforme apresentado em Dias et al. (2015) e Short et al. (2004), a aceleração longitudinal a pode ser determinada pelo equilíbrio dessas forças, tal que

$$ma = F_{\mathrm{xf}} + F_{\mathrm{xr}} - F_{\mathrm{aero}} - R_{\mathrm{xf}} - R_{\mathrm{xr}} - mg\mathrm{sen}(\theta) \quad (1)$$

onde m é a massa do carro, θ é a inclinação do terreno, g é a gravidade e F_{xf}, F_{xr}, F_{aero}, R_{xf} e R_{xr} são, respectivamente, a força longitudinal dos pneus dianteiros, força longitudinal dos pneus traseiros, força aerodinâmica, resistência de rolagem nos pneus dianteiros e resistência de rolagem nos pneus traseiros.

Substituindo os termos com base em Rajamani (2011) e Short et al. (2004), temos que

$$\begin{aligned} ma = \eta\frac{T_{\mathrm{m}}}{r} - \frac{1}{2}\rho C_d A_f |v_x + v_w|(v_x + v_w) \\ - \mu mg\cos(\theta)\,\mathrm{sign}(\mathbf{x}_2) - mg\mathrm{sen}(\theta) \end{aligned} \quad (2)$$

onde η é a eficiência do motor, T_{m} é o torque aplicado nas rodas, r é o raio da roda, ρ é a densidade do ar, C_d é o coeficiente de arrasto aerodinâmico, A_f é a área frontal do veículo, v_x é a velocidade longitudinal e v_w é a velocidade do vento.

Aqui, o coeficiente de atrito μ é calculado segundo a fórmula descrita em Pacejka and Bakker (1992) e Pacejka (2005), tal que

$$\mu = D\,\mathrm{sen}\Big(C\,\mathrm{atan}\Big(Bk - E[Bk - \mathrm{atan}(Bk)]\Big)\Big), \quad (3)$$

onde D, C B, k e E são coeficientes relativos a características das rodas e do solo.

Ainda, conforme definido em Zheng et al. (2016) e Gravina et al. (2017), a dinâmica de transmissão do veículo que relaciona o torque aplicado ao motor com o torque nas rodas é dada por

$$\dot{T}_{\mathrm{m}} = \frac{1}{\zeta}\left(\frac{T_u}{\beta} - T_{\mathrm{m}}\right) \quad (4)$$

onde ζ é a constante inercial, β é a razão de transmissão e T_u é o torque do motor.

Neste trabalho, adotaremos algumas das suposições descritas em Rajamani (2011), Zheng et al. (2016) e Gravina et al. (2017): i) a ação do vento é desprezível, ii) o veículo é considerado rígido e simétrico, iii) a influência dos movimentos de guinada e arfagem são desconsiderados, iv) motor está conectado diretamente ao eixo ($\beta = 1$).

Assim, tratando o modelo na forma de espaço de estados a partir das equações (2), (3) e (4), obtêm-se o sistema não linear

$$\begin{aligned}\dot{\mathbf{x}}_1 &= \mathbf{x}_2\\ m\dot{\mathbf{x}}_2 &= \frac{\eta}{r}\mathbf{x}_3 - \frac{1}{2}\rho C_d A_f|\mathbf{x}_2|\mathbf{x}_2 - mg\text{sen}(\theta)\\ &\quad - \mu mg\text{cos}(\theta)\,\text{sign}(\mathbf{x}_2)\\ \zeta\dot{\mathbf{x}}_3 &= u - \mathbf{x}_3\end{aligned} \tag{5}$$

onde $\mathbf{x}_1$ é a posição longitudinal, $\mathbf{x}_2 = v_x$, $\mathbf{x}_3 = T_\text{m}$ e $u = T_u$.

2.2 Backstepping

Backstepping é uma técnica clássica utilizada para determinar leis de controle para sistemas não lineares. Para aplicação desse método, foi necessário escolher uma nova lei de controle para o sistema original formado pelas equações (5), de modo a formatá-lo como triangular superior. Além disso, é necessário considerar a dinâmica do erro de posição no sistema para o projeto do controlador. Seja,

$$\begin{aligned}u &= \zeta u_n + \mathbf{x}_3\\ e &= \mathbf{x}_{1r} - \mathbf{x}_1\end{aligned} \tag{6}$$

temos o novo sistema dado por

$$\begin{aligned}\dot{e} &= \dot{\mathbf{x}}_{1r} - \mathbf{x}_2\\ m\dot{\mathbf{x}}_2 &= \frac{\eta}{r}\mathbf{x}_3 - \frac{1}{2}\rho C_d A_f|\mathbf{x}_2|\mathbf{x}_2 - mg\text{sen}(\theta)\\ &\quad - m\mu g\text{cos}(\theta)\,\text{sign}(\mathbf{x}_2)\\ \dot{\mathbf{x}}_3 &= u_n\end{aligned} \tag{7}$$

na forma triangular.

Para se estabilizar (7) do sistema, foi escolhida uma função candidata de Lyapunov definida positiva

$$\begin{aligned}V_1 &= \frac{e^2}{2}\\ \dot{V}_1 &= e(\dot{\mathbf{x}}_{1r} - \mathbf{x}_2).\end{aligned} \tag{8}$$

Considerando uma lei de controle virtual dada por

$$\phi_1 = \dot{\mathbf{x}}_{1r} + \mathbf{k}_1 e, \tag{9}$$

e tratando $\mathbf{x}_2 = \phi_1$, garante-se que (8) seja definida negativa e, portanto, a estabilidade assintótica para (7) com ganho $\mathbf{k}_1$ positivo.

Assumindo $\mathbf{z}_1 = \mathbf{x}_2 - \phi_1$, obtemos o seguinte subsistema

$$\begin{aligned}\dot{e} &= -\mathbf{k}_1 e - \mathbf{z}_1\\ \dot{\mathbf{z}}_1 &= \dot{\mathbf{x}}_2 - \ddot{\mathbf{x}}_{1r} + \mathbf{k}_1\mathbf{z}_1 + \mathbf{k}_1^2 e\end{aligned} \tag{10}$$

Para estabilizar o novo subsistema, uma nova função candidata de Lyapunov, definida positiva, foi escolhida

$$\begin{aligned}V_2 &= \frac{e^2}{2} + \frac{{\mathbf{z}_1}^2}{2}\\ \dot{V}_2 &= e(-\mathbf{k}_1 e + \mathbf{z}_1) + \mathbf{z}_1(\dot{\mathbf{x}}_2 - \ddot{\mathbf{x}}_{1r} + \mathbf{k}_1\mathbf{z}_1 + \mathbf{k}_1^2 e).\end{aligned} \tag{11}$$

Assumindo a lei de controle virtual $\phi_2 = \mathbf{x}_3$, onde

$$\begin{aligned}\phi_2 = \frac{mr}{\eta}\Bigg[&\left(\frac{1}{2m}\right)\rho C_d A_f|\mathbf{x}_2|\mathbf{x}_2 + g\text{sen}(\theta) + \ddot{\mathbf{x}}_{1r}\\ &- \mathbf{k}_1\mathbf{z}_1 + \mu g\text{cos}(\theta)\,\text{sign}(\mathbf{x}_2) - \mathbf{k}_1^2 e + e - \mathbf{k}_2\mathbf{z}_1\Bigg],\end{aligned} \tag{12}$$

obtemos (11) definida negativa e, assim, o subsistema é assintoticamente estável para ganhos $\mathbf{k}_1$ e $\mathbf{k}_2$ positivos.

Para $\mathbf{z}_2 = \mathbf{x}_3 - \phi_2$, um segundo subsistema é obtido

$$\begin{aligned}\dot{e} &= -\mathbf{k}_1 e - \mathbf{z}_1\\ \dot{\mathbf{z}}_1 &= e - \mathbf{k}_2\mathbf{z}_1 + \frac{\eta}{mr}\mathbf{z}_2\\ \dot{\mathbf{z}}_2 &= u_n - \frac{mr}{\eta}\Bigg[\frac{1}{m}\rho C_d A_f(|\mathbf{x}_2| + \dot{\mathbf{x}}_2|\mathbf{x}_2|)\\ &\quad + \ddot{\mathbf{x}}_{1r} - 2\mathbf{k}_1 e + \mathbf{k}_1\mathbf{k}_2\mathbf{z}_1 - \frac{\eta\mathbf{k}_1}{mr}\mathbf{z}_2 + \mathbf{k}_1^3 e + \mathbf{k}_1^2\mathbf{z}_1\\ &\quad - \mathbf{z}_1 - \mathbf{k}_2 e + \mathbf{k}_2^2\mathbf{z}_1 - \frac{\eta\mathbf{k}_2}{mr}\mathbf{z}_2\Bigg].\end{aligned} \tag{13}$$

Escolhendo uma função candidata de Lyapunov definida positiva quadrática dada por

$$\begin{aligned}V_3 &= \frac{e^2}{2} + \frac{{\mathbf{z}_1}^2}{2} + \frac{{\mathbf{z}_2}^2}{2}\\ \dot{V}_3 &= e\dot{e} + \mathbf{z}_1\dot{\mathbf{z}}_1 + \mathbf{z}_2\dot{\mathbf{z}}_2\end{aligned} \tag{14}$$

e considerando a lei de controle virtual

$$\begin{aligned}\phi_3 = -\frac{\eta}{mr}\mathbf{z}_1 + \frac{mr}{\eta}\Bigg[&\frac{1}{m}\rho C_d A_f(|\mathbf{x}_2| + \dot{\mathbf{x}}_2|\mathbf{x}_2|)\\ &+ \ddot{\mathbf{x}}_{1r} - 2\mathbf{k}_1 e + \mathbf{k}_1\mathbf{k}_2\mathbf{z}_1 - \frac{\eta\mathbf{k}_1}{mr}\mathbf{z}_2 + \mathbf{k}_1^3 e + \mathbf{k}_1^2\mathbf{z}_1\\ &- \mathbf{z}_1 - \mathbf{k}_2 e + \mathbf{k}_2^2\mathbf{z}_1 - \frac{\eta\mathbf{k}_2}{mr}\mathbf{z}_2\Bigg] - \mathbf{k}_3\mathbf{z}_2,\end{aligned} \tag{15}$$

o subsistema é assintoticamente estável para $u_n = \phi_3$, pois $\dot{V}_3$ passa a ser definida negativa para ganhos $\mathbf{k}_1$, $\mathbf{k}_2$ e $\mathbf{k}_3$ positivos. Portanto, substituindo u_n na lei de controle u dada em (6), o sistema dado por (5) é assintoticamente estável, seguindo o Lema 1 apresentado por Khalil and Grizzle (2002).

2.3 Controle robusto SOF-PID

A utilização de LMIs aplicadas a algoritmos de otimização é um método bastante eficaz para se analisar a estabilidade de sistemas de alta ordem e/ou com distúrbios envolvidos. Porém, no caso de sintonia de controladores PID, essa abordagem não é trivial. Alguns trabalhos, como Zheng et al. (2002) e He and Wang (2006), propõem um método para transformar o problema de sintonia PID em um de realimentação estática de saída (SOF), empregando algoritmos iterativos para solucionar esse último (como em Cao et al. (1998)).

O presente trabalho propõe sintonizar um controlador PID robusto para o sistema apresentado pelas equações (5), transformando-o em um problema de estabilidade SOF H_∞ e utilizando um algoritmo iterativo baseado em He and Wang (2006) para solucionar o problema.

Como se trata de um método aplicado a sistemas lineares, o primeiro passo é a linearização do sistema em um ponto de operação, assumindo como condição de equilíbrio o robô no plano. Assim, considera-se a inclinação do terreno como um distúrbio, variável $\omega(t)$, cujo efeito deve ser minimizado, resultando em:

$$\begin{aligned}\dot{\mathbf{x}}(t) &= \mathbf{A}\mathbf{x}(t) + \mathbf{B}_2 u(t) + \mathbf{B}_1\omega(t)\\ \mathbf{z}(t) &= \mathbf{C}_1\mathbf{x}(t)\\ \mathbf{y}(t) &= \mathbf{C}_2\mathbf{x}(t)\end{aligned} \tag{16}$$

sendo $\mathbf{z}(t)$ e $\mathbf{C}_1$, respectivamente, a saída computada e uma matriz de ponderação, a serem definidas segundo o critério de desempenho H_∞ e:

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0\\ 0 & 0 & \frac{\eta}{mr}\\ 0 & 0 & -\frac{1}{\zeta}\end{bmatrix},\ \mathbf{B}_2 = \begin{bmatrix}0\\0\\ \frac{1}{\zeta}\end{bmatrix}, \tag{17}$$

$$\mathbf{B}_1 = \begin{bmatrix}0 & g(\mu-1) & 0\end{bmatrix}^T,\ \mathbf{C}_2 = \begin{bmatrix}1 & 0 & 0\end{bmatrix} \tag{18}$$

$$\mathbf{x} = \begin{bmatrix}\mathbf{x}_1 & \mathbf{x}_2 & \mathbf{x}_3\end{bmatrix},\ \omega(t) = \theta(t). \tag{19}$$

Segundo este modelo, o controlador PID é descrito como

$$u(t) = K_p\mathbf{y} + K_i\int_0^t \mathbf{y}\,dt + K_d\dot{\mathbf{y}}\ .$$

Seguindo o método proposto por Zheng et al. (2002), podemos transformar o problema de controle PID em um de controle SOF para um novo sistema a partir de mudanças de variáveis, desde que a Condição 1 seja válida.

Condição 1 *A matriz $\mathbf{I} - K_d\mathbf{C}_2\mathbf{B}_2$ é invertível.*

Seja

$$\bar{\mathbf{x}}(t) = \begin{bmatrix}\mathbf{x}(t)\\ \int_0^t \mathbf{y}dt\end{bmatrix},\qquad \bar{\mathbf{y}}(t) = \begin{bmatrix}\mathbf{C}_2\mathbf{x}(t)\\ \int_0^t \mathbf{y}dt\\ \mathbf{C}_2\mathbf{A}\mathbf{x}(t)\end{bmatrix}$$

um novo sistema pode ser descrito como

$$\begin{aligned}\dot{\bar{\mathbf{x}}}(t) &= \bar{\mathbf{A}}\bar{\mathbf{x}}(t) + \bar{\mathbf{B}}_2 u(t) + \bar{\mathbf{B}}_1\omega(t)\\ \mathbf{z}(t) &= \bar{\mathbf{C}}_1\bar{\mathbf{x}}(t)\\ \bar{\mathbf{y}}(t) &= \bar{\mathbf{C}}_2\bar{\mathbf{x}}(t)\end{aligned} \tag{20}$$

sendo

$$\bar{\mathbf{A}} = \begin{bmatrix}\mathbf{A} & 0\\ \mathbf{C}_2 & 0\end{bmatrix},\qquad \bar{\mathbf{B}}_1 = \begin{bmatrix}\mathbf{B}_1\\ 0\end{bmatrix},\qquad \bar{\mathbf{B}}_2 = \begin{bmatrix}\mathbf{B}_2\\ 0\end{bmatrix},$$

$$\bar{\mathbf{C}}_2 = \begin{bmatrix}\mathbf{C}_2 & 0\\ 0 & \mathbf{I}\\ \mathbf{C}_2\mathbf{A} & 0\end{bmatrix},\ \text{e}\quad \bar{\mathbf{C}}_1 = \begin{bmatrix}\mathbf{C}_1 & 0\end{bmatrix}.$$

Dessa forma, a lei de controle se reduz a

$$u(t) = \bar{\mathbf{K}}\bar{\mathbf{y}}(t) \tag{21}$$

onde

$$\begin{aligned}\bar{\mathbf{K}} &= \begin{bmatrix}\bar{\mathbf{K}}_1 & \bar{\mathbf{K}}_2 & \bar{\mathbf{K}}_3\end{bmatrix},\\ K_d &= \bar{\mathbf{K}}_3(\mathbf{I} + \mathbf{C}_2\mathbf{B}_2\bar{\mathbf{K}}_3)^{-1},\\ K_i &= (\mathbf{I} - K_d\mathbf{C}_2\mathbf{B}_2)\bar{\mathbf{K}}_2,\ \text{e}\\ K_p &= (\mathbf{I} - K_d\mathbf{C}_2\mathbf{B}_2)\bar{\mathbf{K}}_1.\end{aligned}$$

Como em Zheng et al. (2002), a inversão de $\mathbf{I} + \mathbf{C}_2\mathbf{B}_2\bar{\mathbf{K}}_3$ é garantida pelo Lema 1.

Lema 1 *A matriz $\mathbf{I} - K_d\mathbf{C}_2\mathbf{B}_2$ é invertível se e somente se a matriz $\mathbf{I} + \mathbf{C}_2\mathbf{B}_2\bar{\mathbf{K}}_3$ for invertível, onde K_d e $\bar{\mathbf{K}}_3$ são relacionadas da seguinte forma:*

$$K_d = \bar{\mathbf{K}}_3(\mathbf{I} + \mathbf{C}_2\mathbf{B}_2\bar{\mathbf{K}}_3)^{-1}.$$

Assim, é possível encontrar os ganhos do controlador PID resolvendo, via LMIs com um algoritmo iterativo de otimização, adaptado do proposto por He and Wang (2006), o problema de controle SOF H_∞.

Como o objetivo é um controlador PID robusto, incertezas politópicas foram adicionadas ao sistema:

$$\begin{aligned}&\dot{\bar{\mathbf{x}}}(t) = \bar{\mathbf{A}}(\gamma)\bar{\mathbf{x}}(t) + \bar{\mathbf{B}}_2 u(t) + \bar{\mathbf{B}}_1(\gamma)\omega(t)\\ &\mathscr{D} = \Bigg\{(\bar{\mathbf{A}},\bar{\mathbf{B}}_1)(\gamma) : (\bar{\mathbf{A}},\bar{\mathbf{B}}_1)(\gamma) = \sum_{i=1}^{N}\gamma_i(\bar{\mathbf{A}},\bar{\mathbf{B}}_1)_i;\\ &\qquad \sum_{i=1}^{N}\gamma_i = 1; \gamma_i \geq 0\Bigg\},\end{aligned}$$

onde $\bar{\mathbf{A}}_i$ e $\bar{\mathbf{B}}_{1,i}$ são vértices conhecidos.

O problema de controle SOF H_∞ consiste em encontrar a lei de controle (21), tal que o sistema em malha fechada

$$\begin{aligned}\dot{\bar{\mathbf{x}}}(t) &= (\bar{\mathbf{A}}_i + \bar{\mathbf{B}}_2\bar{\mathbf{K}}\bar{\mathbf{C}}_2)\mathbf{x}(t) + \bar{\mathbf{B}}_{1,i}\omega(t),\\ &\forall i = 1\ldots N,\end{aligned} \tag{22}$$

satisfaça

$$\|H(s)\|_\infty < \gamma, \text{ para } \gamma > 0. \tag{23}$$

De acordo com Cao et al. (1998), Zheng et al. (2002) e He and Wang (2006), (23) pode ser reescrito da seguinte forma:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{P}\widetilde{\mathbf{A}}+\widetilde{\mathbf{A}}^T\mathbf{P}-\alpha\mathbf{P} & \mathbf{P}\widetilde{\mathbf{B}} & \widetilde{\mathbf{C}}^T \\ \widetilde{\mathbf{B}}^T\mathbf{P} & -\gamma\mathbf{I} & \widetilde{\mathbf{D}}^T \\ \widetilde{\mathbf{C}} & \widetilde{\mathbf{D}} & -\gamma\mathbf{I} \end{bmatrix} < 0 \tag{24}$$

sendo

$$\widetilde{\mathbf{A}} = (\bar{\mathbf{A}}_i + \bar{\mathbf{B}}_2\bar{\mathbf{K}}\bar{\mathbf{C}}_2),\ \widetilde{\mathbf{B}} = \bar{\mathbf{B}}_{1,i},\ \widetilde{\mathbf{C}} = \bar{\mathbf{C}}_1,\ \widetilde{\mathbf{D}} = 0.$$

Portanto, para que o sistema em malha fechada seja estável, as restrições (24) têm que ser satisfeitas para um $\mathbf{P} = \mathbf{P}^T > 0$, $\alpha \leq 0$, onde α traduz a alocação de polos a esquerda do eixo complexo, e $\forall i = 1, 2, \ldots, N$. Note que tais restrições não são LMIs, devido aos termos cruzados de variáveis de decisão.

Para solucionar esse problema, dois algoritmos baseados em He and Wang (2006) foram utilizados. Ao se fixar uma das variáveis que estão multiplicadas é possível solucionar as restrições por meio de LMIs iterativas. Com o primeiro algoritmo, determina-se uma matriz $\mathbf{P}$ inicial, a qual é utilizada no segundo algoritmo para determinar o ganho $\bar{\mathbf{K}}$.

Algoritmo 1

Faça i=1, $\mathbf{P}_0 = \mathbf{I}$ e $\mathbf{L}_0 = \mathbf{I}$
while True **do**
  Encontre $\mathbf{P}_i$ e $\mathbf{L}_i$ resolvendo o seguinte problema de otimização para $\mathbf{P}_i$, $\mathbf{L}_i$, $\mathbf{V}_1$ e $\mathbf{V}_2$, onde $\mathbf{V}_1 = \mathbf{P}\mathbf{B}_2\mathbf{K}$ e $\mathbf{V}_2 = \mathbf{K}\mathbf{C}_2\mathbf{L}$:
  Minimize traço$(\mathbf{P}_i\mathbf{L}_{i-1}+\mathbf{L}_i\mathbf{P}_{i-1})$ sujeito às LMIs (25), (26) e (27).
  if traço$(\mathbf{P}_i\mathbf{L}_i) - n < \epsilon_1$ **then**
    $\mathbf{P} = \mathbf{P}_i$ inicial foi encontrado.
    interrompe laço
  end if
  if traço$(\mathbf{P}_i\mathbf{L}_i)$ - traço$(\mathbf{P}_{i-1}\mathbf{L}_{i-1}) < \epsilon_2$ **then**
    $\mathbf{P}$ inicial não pode ser encontrado.
    interrompe laço
  end if
  Faça i = i+1
end while

$$\begin{bmatrix} \mathbf{P}_i & \mathbf{I} \\ \mathbf{I} & \mathbf{L}_i \end{bmatrix} \geq 0 \tag{25}$$

$$\begin{bmatrix} \Gamma_{i,j} & \mathbf{P}_i\bar{\mathbf{B}}_{1,j} & \bar{\mathbf{C}}_1' \\ \bar{\mathbf{B}}_{1,j}^T\mathbf{P}_i & -\gamma\mathbf{I} & 0 \\ \bar{\mathbf{C}}_1 & 0 & -\gamma\mathbf{I} \end{bmatrix}_{j=1,2,\ldots,N} < 0 \tag{26}$$

$$\begin{bmatrix} \Psi_{i,j} & \bar{\mathbf{B}}_{1,j} & \mathbf{L}_i\bar{\mathbf{C}}_1^T \\ \bar{\mathbf{B}}_{1,j}^T & -\gamma\mathbf{I} & 0 \\ \bar{\mathbf{C}}_1 L_i & 0 & -\gamma\mathbf{I} \end{bmatrix}_{j=1,2,\ldots,N} < 0 \tag{27}$$

sendo $\Gamma_{i,j} = \mathbf{P}_i\bar{\mathbf{A}}_j + \bar{\mathbf{A}}_j^T\mathbf{P}_i + \mathbf{V}_1\bar{\mathbf{C}}_{2,j} + \bar{\mathbf{C}}_{2,j}^T\mathbf{V}_1{}^T$ e $\Psi_{i,j} = \bar{\mathbf{A}}_j\mathbf{L}_i + \mathbf{L}_i\bar{\mathbf{A}}_j^T + \bar{\mathbf{B}}_2\mathbf{V}_2 + \mathbf{V}_2^T\bar{\mathbf{B}}_2^T$.

Algoritmo 2

1: Faça i=1 e $\mathbf{P}_1 = \mathbf{P}$, onde $\mathbf{P}$ foi obtido do Algoritmo 2.3
2: **while** True **do**
3:   Resolva o problema de otimização para $\bar{\mathbf{K}}$ com o $\mathbf{P}_i$ dado:
4:   Minimize α sujeito a LMI (24)
5:   **if** $\alpha_i \leq 0$ **then**
6:     $\bar{\mathbf{K}}$ é o ganho estabilizante SOF H_∞ para γ. interrompe o laço.
7:   **else**
8:     Faça i=i+1 e resolva o seguinte problema de otimização para $\mathbf{P}_i$ com $\bar{\mathbf{K}}$ e α_i encontrados no passo 4.
9:     Minimize o traço$(\mathbf{P}_i)$ sujeito a LMI (24)
10:     **if** $\frac{\|\mathbf{P}_i - \mathbf{P}_{i-1}\|}{\|\mathbf{P}_i\|} < \delta$ **then**
11:       Este algoritmo não pode resolver o problema de controle SOF H_∞. δ é uma tolerância prescrita.
12:     **else**
13:       Faça i=i+1 e $\mathbf{P}_i = \mathbf{P}_{i-1}$
14:     **end if**
15:   **end if**
16: **end while**

3 Resultados

O sistema em (5) foi testado, através de simulações usando plataforma *MATLAB*®, em malha fechada com a atuação dos dois controladores desenvolvidos no presente trabalho. O objetivo foi comparar o comportamento do sistema com a ação de cada controlador durante o período de simulação. Foram utilizados os parâmetros descritos na Tabela 1, obtidos para o automodelo *Tamyia TXT-1*, o qual foi adotado no estudos de Ferreira et al. (2018).

Tabela 1: Parâmetros empregados no modelo.

Parâmetro	Valor	Unidade
Massa (m)	5,00	Kg
Gravidade (g)	9,81	m/s^2
Densidade Ar (ρ)	1,18	Kg/m^3
Coef. Arrasto (C_d)	1,05	adimensional
Área Frontal (A_f)	0,15	m^2
Raio da roda (r)	0,10	m
Eficiência Motor (η)	0,95	adimensional
Âng. Pista (θ)	0,00	°(graus)
Inercial (ζ)	0,10	adimensional

Para calcular o coeficiente de atrito μ através da Eq. (3), foram utilizados dados referentes a relação de força por escorregamento do pneu para solo seco e molhado, apresentados na Tabela 2.

Tabela 2: Parâmetros do coeficiente de atrito.

Solo	**B**	**C**	**D**	**E**	**k**	μ
Seco	10	1,9	1,00	0,97	0,02	0,362
Molhado	12	2,3	0,82	1,00	0,02	0,416

Os ganhos obtidos para os controladores através dos métodos apresentados anteriormente podem ser vistos na Tabela 3. Foi utilizado o pacote *MOSEK* (ApS, 2014) em ambiente *MATLAB*®.

Tabela 3: Ganhos para os Controladores

Controlador		**ganhos**	
PID Robusto	K_p	K_i	K_d
	13,121	13,470	4,365
Backstepping	$\mathbf{k}_1$	$\mathbf{k}_2$	$\mathbf{k}_3$
	5,000	5,000	5,000

As simulações consistem na aplicação de um sinal referência para o deslocamento do veículo, que atua como trajetória longitudinal. O objetivo é fazer com que o veículo siga uma trajetória virtual ou um líder que a determine.

As Figuras 3 e 4, apresentam resultados para a aplicação de uma trajetória retilínea e sem distúrbios, i.e., o robô trafega no plano, sem variação de solo ou de massa.

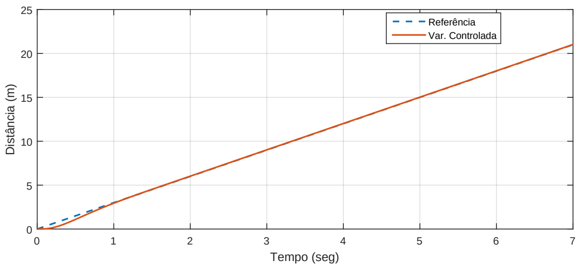

Figura 3: Resposta da posição do sistema controlado pelo *Backstepping* a um referência do tipo rampa.

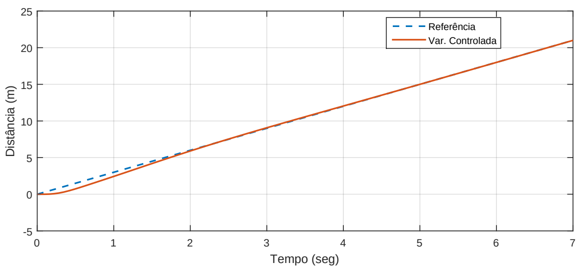

Figura 4: Resposta da posição do sistema controlado pelo PID robusto a um referência do tipo rampa.

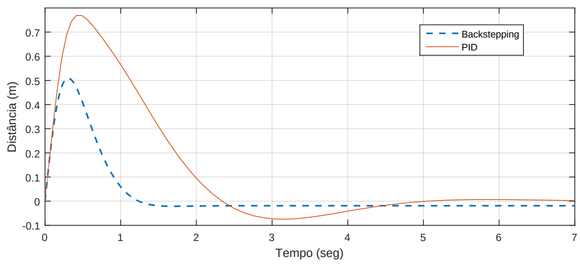

Figura 5: Erro entre a trajetória de Referência e a saída controlada, sem a aplicação de distúrbios.

Analisando os resultados é possível observar que sem a aplicação de distúrbios, o controlador *Backstepping* possui tempo de acomodação menor e com menor sobre elevação, tornando-o, para os ganhos estabelecidos, mais eficiente que o PID Robusto.

Com o objetivo de testar a robustez dos controladores, uma segunda situação foi analisada aplicando-se alterações nas condições do solo. As incertezas inseridas são:

$$-20^\circ \leq \theta \leq 20^\circ$$
$$0{,}362 \leq \mu \leq 0{,}416$$
$$5 \leq m \leq 8$$

Este conjunto de parâmetros visa refletir uma missão agrícola na qual o robô se depara com terrenos acidentados, daí permitindo variações no ângulo; condições de solo seco e molhado, tipicamente ao sair de zonas irrigadas para zonas secas; e de variação de massa, representando, por exemplo a coleta ou entrega de algum produto de interesse.

A Tabela 4 mostra os cenários utilizados durante a simulação de uma missão, identificando o valor para cada variável.

Tabela 4: Cenários apresentados durante a missão: variações de inclinação (θ), de massa (m) e do tipo de solo, por meio do coeficiente de atrito (μ), estão presentes.

Cenário	m (kg)	θ	μ
S0	5	0°	0,362
S1	5	0°	0,416
S2	5	20°	0,416
S3	5	0°	0,416
S4	8	0°	0,416
S5	8	-20°	0,416
S6	8	0°	0,362
S7	5	0°	0,362

As Figuras 6 e 7 apresentam as respostas do modelo sobre ação de ambos os controladores. A referência é idêntica à aplicada na situação sem distúrbios. A Figura 8 apresenta a comparação do erro entre a referência e a variável controlada do sistema com a aplicação do PID e do *Backstepping*. A Figura 9 mostra a comparação entre as velocidades empreendidas nos dois casos.

Analisando os resultados dessa simulação foi possível observar uma melhor atuação do controlador PID Robusto para corrigir os distúrbios. O *Backstepping* não consegue rastrear a referência antes do termino da aplicação do distúrbio, diferente do PID Robusto que atua na correção do erro rapidamente. Nota-se também, uma menor variação do erro para o sistema controlado pelo PID Robusto durante a aplicação dos distúrbios.

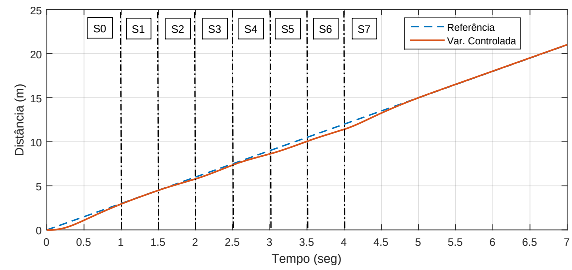

Figura 6: Resposta da posição do sistema controlado pelo *Backstepping* a um referência do tipo rampa, incluindo variação nos parâmetros e terreno.

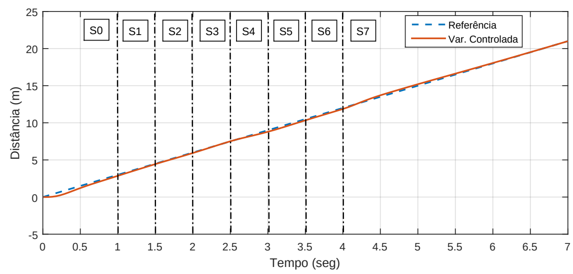

Figura 7: Resposta da posição do sistema controlado pelo PID a um referência do tipo rampa, incluindo variação nos parâmetros e terreno.

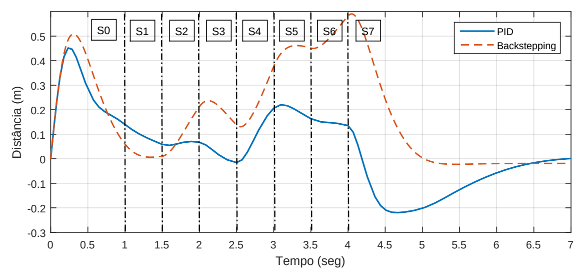

Figura 8: Erro entre a trajetória de referência e a saída controlada.

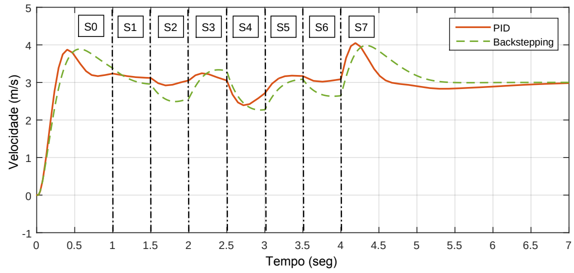

Figura 9: Velocidade em função do tempo

Analisando a figura 9, nota-se uma maior variação da velocidade no sistema sistema controlado pelo *Backstepping*.

4 Conclusões e trabalhos futuros

Este artigo analisou o desempenho de duas metodologias para controle longitudinal de robôs terrestres, visando sua adoção na agricultura de precisão. Foi dado o enfoque na simulação de condições adversas, enfrentadas por um protótipo do tipo Ackerman, em fase de desenvolvimento, para atuação em ambientes externos de lavouras e pastagens, embora as metodologias possam ser aplicadas em outras plataformas. Foi considerado que a massa do robô era incerta, tendo em vista a possibilidade de aplicação no transporte de cargas, como defensivos químicos, produtos agrícolas, amostras de solo, etc. Além disso, foram consideradas irregularidades no terreno, típicas no ambiente desta aplicação, como variação da condição do solo e inclinações no percurso.

Os resultados apresentados demonstram uma superioridade do controlador PID sobre o controlador *Backstepping* nos cenários simulados quando houve presença de distúrbios e variações paramétricas, mesmo em se tratando de uma abordagem típica para sistemas lineares. Na situação em que não há presença de incertezas, o controlador *Backstepping* apresenta um desempenho superior. Desta análise, é possível concluir que a incerteza nos parâmetros e presença de distúrbios são fatores relevantes para o problema investigado, devendo ser tratados durante a etapa de projeto.

Portanto, como trabalhos futuros, pretende-se investigar metodologias robustas de controle não linear, incluindo robustificação do método *Backstepping*. Além disso, pretende-se incorporar o efeito descontínuo de frenagem, bem como o controle completo do robô, considerando forças laterais e movimentos de guinada.

Um robô de pequeno porte, voltado para este tipo de aplicação, vem sendo desenvolvido sobre a plataforma de um automodelo *Tamyia TXT-1*, paralelamente a este estudo, conforme mostrado em Ferreira et al. (2018). Portanto, pretende-se realizar experimentos reais com os controladores desenvolvidos em trabalhos futuros.

Agradecimentos

Este artigo foi desenvolvido dentro do contexto do projeto "*APIAR: desenvolvimento de robôs para inspeção de lavouras*"(APQ-03433-15), Demanda Universal da Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de Minas Gerais (FAPEMIG). O presente trabalho foi realizado com o apoio financeiro do Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq) e da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES).

Referências

ApS, M. (2014). *The MOSEK optimization software (2014).*

Cao, Y.-Y., Lam, J. and Sun, Y.-X. (1998). Static output feedback stabilization: an ILMI approach, *Automatica* **34**(12): 1641–1645.

Chaibet, A., Nouveliere, L., Mammar, S. and Netto, M. (2005). Backstepping control synthesis for automated low speed vehicle, *Proceedings of the 2005, American Control Conference, 2005.*, pp. 447–452.

Dias, J. E. A., Pereira, G. A. S. and Palhares, R. M. (2015). Longitudinal model identification and velocity control of an autonomous car, *IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems* **16**(2): 776–786.

Ferreira, E. M., Miranda, V. R. F., Silva Jr, M. C., Mozelli, L. A. and Alves-Neto, A. (2018). Aplicação de plataforma Android no controle de robôs móveis para inspeção de lavouras, *Anais do XXII Congresso Brasileiro de Automática*, João Pessoa, PA, pp. 1–8.

Ge, M., Chiu, M.-S. and Wang, Q.-G. (2002). Robust PID controller design via LMI approach, *Journal of process control* **12**(1): 3–13.

Gravina, A. P. G., Mozelli, L. A. and Souza, F. O. (2017). Estudo do efeito do atraso de comunicaçao em comboio de veıculos autônomos, *Anais do XIII Simpósio Brasileiro de Automação Inteligente*, Porto Alegre, RS, pp. 25–30.

Grocholsky, B., Keller, J., Kumar, V. and Pappas, G. (2006). Cooperative air and ground surveillance, *IEEE Robotics & Automation Magazine* **13**(3): 16–25.

He, Y. and Wang, Q.-G. (2006). An improved ILMI method for static output feedback control with application to multivariable PID control, *IEEE Trans. on Automatic Control* **51**(10): 1678–1683.

Khalil, H. K. and Grizzle, J. (2002). *Nonlinear systems, vol. 3.*

Khodayari, A., Ghaffari, A., Ameli, S. and Flahatgar, J. (2010). A historical review on lateral and longitudinal control of autonomous vehicle motions, *2010 International Conference on Mechanical and Electrical Technology*, pp. 421–429.

Krstic, M., Kanellakopoulos, I. and Kokotovic, P. V. (1995). *Nonlinear and adaptive control design*, Wiley.

Pacejka, H. (2005). *Tire and vehicle dynamics*, Elsevier.

Pacejka, H. B. and Bakker, E. (1992). The magic formula tyre model, *Vehicle system dynamics* **21**(S1): 1–18.

Rajamani, R. (2011). *Vehicle dynamics and control*, Springer Science & Business Media.

Short, M., Pont, M. and Huang, Q. (2004). Safety and reliability of distributed embedded systems, *University of Leicester, Technical Report* .

Vidoni, R., Bietresato, M., Gasparetto, A. and Mazzetto, F. (2015). Evaluation and stability comparison of different vehicle configurations for robotic agricultural operations on side-slopes, *Biosystems engineering* **129**: 197–211.

Zheng, F., Wang, Q.-G. and Lee, T. H. (2002). On the design of multivariable PID controllers via LMI approach, *Automatica* **38**(3): 517–526.

Zheng, Y., Li, S. E., Wang, J., Cao, D. and Li, K. (2016). Stability and scalability of homogeneous vehicular platoon: Study on the influence of information flow topologies, *IEEE Trans. on Intelligent Transportation Systems* **17**(1): 14–26.