Controle Chaveado Aplicado ao SMIB-MSC via Desigualdades Matriciais Lineares

João. M. de S. Filho * **Francisco L. de C. Costa** ** **Roberta R. T. Alves** ** **Marcus V. S. Costa** * **Elenilson V. Fortes** ***

* *PPGEE, Universidade Federal Rural do Semi-Árido, RN, Brasil, (e-mail: joao.filho42474@alunos.ufersa.edu.br, marcus.costa@ufersa.edu.br).*
** *PPGEE, Universidade Federal do Ceará, CE, Brasil (e-mail: luiscarvalho9000@gmail.com, robertarafaela2010@hotmail.com)*
*** *Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Goiás, GO, Brasil, (e-mail: elenilson.fortes@ifg.edu.br)*

Abstract: This paper proposes the application of switched control via linear matrix inequalities (LMIs) to the Single Machine Infinite Bus System (SMIB) to ensure stability over low-frequency electromechanical oscillations. The study considers parametric variations in the system load, as well as an external disturbance in the form of an increase in mechanical input power to the generator shaft. Furthermore, the study addresses the computation of state feedback gains using the Lyapunov-Metzler stabilization theory optimized by linear matrix inequalities. The results demonstrate that the proposed controller stabilized the closed-loop SMIB system at all operating points. For future work, an efficient closed-loop pole allocation design is needed to meet small disturbance criteria.

Resumo: Este artigo propõe a aplicação do controle chaveado via desigualdades matriciais lineares (LMIs) ao *Single Machine Infinite Bus System* (SMIB) para garantir a estabilidade sobre o efeito de oscilações eletromecânicas de baixa frequência. No estudo, são consideradas variações paramétricas na carga do sistema, bem como uma perturbação externa na forma de um aumento na potência de entrada mecânica no eixo do gerador. Além disso, o estudo considera a obtenção dos ganhos de realimentação de estados usando a teoria de estabilização de Lyapunov-Metzler otimizada por desigualdades matriciais lineares. Os resultados demonstram que o controlador proposto estabilizou o sistema SMIB de malha fechada em todos os pontos de operação. Para trabalhos futuros, é necessário um projeto de alocação eficiente dos polos de malha fechada para cumprir os critérios de pequenas perturbações.

Keywords: Switched Control; Single Machine Infinite Bus; Current Sensitivity Model; Power Systems.

Palavras-chaves: Controle Chaveado, *Single Machine Infinite Bus*, Modelo de Sensibilidade a Corrente, Sistemas Elétricos de Potência

1. INTRODUÇÃO

A estabilidade de Sistemas Elétricos de Potência (SEPs) é descrita como a capacidade do sistema de se manter em condições normais de operação. Além disso, é necessário que o SEP se mantenha em um ponto de equilíbrio aceitável após uma perturbação transitória (Kundur, 1994).

Em um SEP, podem ocorrer grandes perturbações mediante a retirada de linhas de transmissão ou de unidades geradoras, assim como podem ocorrer pequenas perturbações, quando, por exemplo, há variações normais em uma carga conectada a algum barramento do SEP (Fortes et al., 2016). Ademais, em SEPs com grandes linhas de transmissão é possível ocorrer perturbações de baixa frequência causadas pelos rotores dos geradores, que podem ser classificadas como modos locais $(0,8$ a $2,0)$ Hz ou interárea $(0,1$ a $0,7)$ Hz (Kundur, 1994; Fortes et al., 2016).

No estudo das oscilações em um SEP, causadas por perturbações, é essencial a utilização de modelos matemáticos que descrevam as características físicas do sistema (Kundur, 1994). Nesse contexto, é válido mencionar o Modelo Heffron e Phillips (MHP), Modelo de Sensibilidade de Potência (MSP) e Modelo de Sensibilidade de Corrente (MSC). O MHP é um modelo mais limitado quando comparado ao MSP e MSC, uma vez que nesse modelo há a necessidade da manutenção do barramento infinito e a redução dos SEPs às barras terminais dos geradores. O MSP e o MSC apresentam abordagens semelhantes, tendo como principal diferença o fato do primeiro ser baseado no balanço nodal de potência ativa e reativa, enquanto o segundo é baseado no balanço nodal de corrente (Heffron e Phillips, 1952; Deckmann e da Costa, 1994; Takahashi et al., 2018).

Em Fortes et al. (2016) e Fortes et al. (2018), é abordado que a forma de atenuar os efeitos das perturbações depende do modo oscilatório. Os modos locais são atenuados utilizando o *Power System Stabilizer* (PSS) acoplado ao *Automatic Voltage Regulator* (AVR), enquanto que com os modos interáreas podem ser utilizados o *Power Oscillation Damping* (POD) em conjunto com os *Flexible AC Transmission Systems* (FACTS).

Na literatura, há diversas metodologias de controle que permitem estabilizar um SEP. A título de ilustração, é possível citar o *Residue Method* (Yang et al., 1998) e o *Decentralized Modal Control* (Araujo e Zanetta, 2001). No campo dos algoritmos de otimização, podem ser citados o *Bacterial Foraging Optimization* (BFO) (de Menezes et al., 2014; Miotto e Covacic, 2011), o *Particle Swarm Optimization* (PSO) (Miotto et al., 2016) e o *Fireworks Algorithm* (Fortes et al., 2017). Na área de controle ótimo, podem ser citados os artigos Fortes et al. (2020) e Yathisha e Patilkulkarni (2018).

Na literatura, não é comum encontrar trabalhos que atenuam os efeitos das perturbações do modo oscilatório nos SEPs sujeitos a comutação. De fato, um sistema sujeito a comutação é definido como um conjunto de Subsistemas no domínio do tempo contínuo ou discreto, no qual uma lei de controle comanda o chaveamento entre os Subsistemas (Sun e Ge, 2005).

Alguns dos primeiros avanços sobre metodologias de controle chaveado podem ser verificados nos trabalhos Liberzon e Morse (1999) e Daafouz et al. (2002), nos quais o controle de Subsistemas são realizados por meio da definição de uma regra de comutação e aplicação de desigualdades matriciais lineares (LMIs). Na estabilização de sistemas chaveados, é válido citar o artigo de Deaecto e Geromel (2008), que apresenta uma metodologia para controlar sistemas chaveados por meio da desigualdade de Lyapunov-Metzler aplicada em sistemas em malha aberta e realimentados.

Esse crescimento da área de controle chaveado pode ser explicado pelo fato de que tanto na engenharia, como na natureza, vários sistemas podem ser representados como sistemas chaveados, devido as características de salto de valores ou mudanças de fatores ambientais (Zhao e Hill, 2008; Liu et al., 2020).

Dito isso, este artigo propõe as seguintes contribuições:

- Implementar o MSC em um sistema *Single Machine Infinite Bus* (SMIB) (denominado SMIB-MSC) juntamente com um conjunto de sistemas chaveados obtidos a partir da abordagem chaveada proveniente de uma faixa de incertezas da potência ativa e reativa;
- Aplicar a metodologia de controle realimentado para sistemas chaveados apresentada em Deaecto e Geromel (2008) ao SMIB-MSC;
- Analisar a estabilidade do sistema em malha aberta e por realimentação de estados, via controle chaveado, no SMIB-MSC, após a aplicação de uma perturbação externa impulsiva de 5% da potência mecânica sobre o eixo do gerador;
- Avaliar o desempenho da atuação do controlador por meio da resposta no tempo da saída do sistema e da localização dos polos.

No que segue, este artigo é organizado da seguinte maneira: Na Seção 2, são apresentados os conceitos básicos do MSC aplicados ao gerador síncrono ligado ao barramento infinito, considerando variações na carga conectada a uma das barras do sistema. Na seção 3, é apresentada a estratégia de controle chaveado que será aplicada ao SMIB-MSC. Na Seção 4, são discutidos os resultados obtidos a partir das simulações realizadas. Por fim, na Seção 5, são apresentadas as conclusões deste trabalho.

2. MODELO DE SENSIBILIDADE DE CORRENTE

Na Figura 1 é apresentado um sistema SMIB. Em linhas gerais, este é formado por um gerador síncrono G, uma eventual carga L_i e um barramento infinito (ver Fortes et al. (2020)).

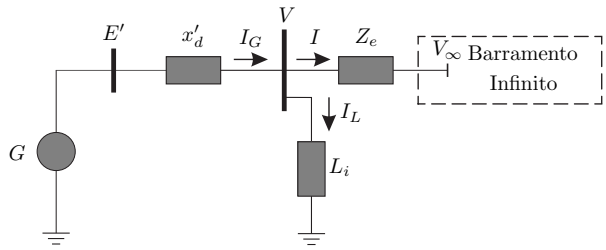

Figura 1. *Diagrama unifilar do sistema SMIB.*

Na Figura 1, E', V, I_G são, respectivamente, a tensão interna, tensão terminal e corrente fornecida pelo gerador e x'_d a sua reatância transitória de eixo direto. Ademais, I_L, I e V_∞, são, respectivamente, a corrente drenada por uma eventual carga L_i, a corrente que percorre a linha de transmissão com impedância Z_e e a tensão no barramento infinito.

A representação do MSC na forma de espaço de estados é apresentada em (1) – (3).

$$\Delta \boldsymbol{x} = \left[\Delta\omega \ \Delta\delta \ \Delta E'_q \ \Delta E'_{\text{fd}}\right]^T \tag{1}$$

$$\Delta \boldsymbol{u} = \left[\Delta P_M \ \Delta V_{\text{ref}} \ \Delta P_L \ \Delta Q_L\right]^T \tag{2}$$

$$\Delta \boldsymbol{z} = \left[\Delta\theta_t \ \Delta V_t\right]^T \tag{3}$$

Em (1), $\Delta\boldsymbol{x}$ são as variáveis de estado, em que $\Delta\omega$, $\Delta\delta$, $\Delta E'_q$ e ΔE_{fd} representam, respectivamente, as variações da velocidade angular, do ângulo interno do rotor, da tensão interna de quadratura e da tensão de campo do gerador.

Em (2), $\Delta\boldsymbol{u}$ são as variáveis de entrada, sendo ΔP_M a potência de entrada, ΔV_{ref} a tensão de referência do AVR, ΔP_L e ΔQ_L representam, respectivamente, as variações da potência ativa e reativa drenada pela eventual carga L.

Em (3), $\Delta\boldsymbol{z}$ são as variáveis algébricas do sistema, em que $\Delta\theta$ é o ângulo e ΔV é a magnitude da tensão na barra em que a carga encontra-se conectada.

Dito isso, a representação completa do SMIB no espaço de estados no tempo contínuo é dada na eq. (4).

$$\begin{bmatrix}\Delta\dot{\boldsymbol{x}}\\ 0\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}\boldsymbol{J}_1 & \boldsymbol{J}_2\\ \boldsymbol{J}_3 & \boldsymbol{J}_4\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\Delta\dot{\boldsymbol{x}}\\ \Delta\dot{\boldsymbol{z}}\end{bmatrix} + \begin{bmatrix}\boldsymbol{B}_1\\ \boldsymbol{B}_2\end{bmatrix}\Delta\boldsymbol{u} \tag{4}$$

A eq. (4) pode ser reescrita como (5) e (6).

$$\Delta\dot{\boldsymbol{x}} = J_1\Delta\boldsymbol{x} + \boldsymbol{J}_2\Delta\boldsymbol{z} + \boldsymbol{B}_1\Delta\boldsymbol{u} \tag{5}$$

$$\boldsymbol{J}_3\Delta\boldsymbol{x} + \boldsymbol{J}_4\Delta\boldsymbol{z} + \boldsymbol{B}_2\Delta\boldsymbol{u} = 0 \tag{6}$$

A partir de (5) e (6) é obtido (7).

$$\Delta\dot{\boldsymbol{x}} = A\Delta\boldsymbol{x} + B\Delta\boldsymbol{u} \tag{7}$$

Em (7), $\boldsymbol{A} = \boldsymbol{J}_1 - \boldsymbol{J}_2\boldsymbol{J}_4^{-1}\boldsymbol{J}_3$ e $\boldsymbol{B} = \boldsymbol{B}_1 - \boldsymbol{J}_2\boldsymbol{J}_4^{-1}\boldsymbol{B}_2$, sendo $\boldsymbol{A}$ denominado como a matriz de estados e $\boldsymbol{B}$ a matriz de entradas. Mais detalhes sobre a eq. (7) podem ser verificadas em Fortes et al. (2016, 2020).

Na Seção 3, serão discutidas as LMIs que serão utilizadas para obter os ganhos de realimentação de estados responsáveis por estabilizar o sistema em conjunto com a regra de comutação, a partir da formulação matemática proposta para o SMIB-MSC.

3. ESTRATÉGIA DE CONTROLE

Considere um sistema SMIB-MSC chaveado conforme (8) e (9).

$$\Delta\dot{\boldsymbol{x}} = \boldsymbol{A}_\sigma\Delta\boldsymbol{x} + \boldsymbol{B}_{\mathrm{Vs}\,\sigma}\boldsymbol{u}_{\mathrm{Vs}} + \boldsymbol{B}_\sigma\Delta\boldsymbol{u} \tag{8}$$

$$\Delta\boldsymbol{\omega} = \boldsymbol{C}_\sigma\Delta\boldsymbol{x} + \boldsymbol{D}_\sigma\Delta\boldsymbol{u} \tag{9}$$

No sistema (8) e (9), $\boldsymbol{x} \in \mathbb{R}^n$ é o vetor de estados, $\boldsymbol{u}_{V_s} \in \mathbb{R}^r$ é o sinal de controle, $\Delta\boldsymbol{u} \in \mathbb{R}^m$ é a perturbação externa, $\Delta\boldsymbol{\omega} \in \mathbb{R}^p$ é a saída controlada e $\boldsymbol{\sigma} = i \in \mathbb{K}$, em que $\mathbb{K} = \{1, 2, ..., N\}$ é a regra de comutação, que seleciona um dos Subsistemas do conjunto $(\boldsymbol{A}_i, \boldsymbol{B}_{\mathrm{Vs}_i}, \boldsymbol{B}_i, \boldsymbol{C}_i, \boldsymbol{D}_i)$, no qual $\boldsymbol{A}_i \in \mathbb{R}^{n\times n}$ é a matriz de estados, $\boldsymbol{B}_{\mathrm{Vs}_i} \in \mathbb{R}^{n\times r}$ é a matriz do sinal de controle, $\boldsymbol{B}_i \in \mathbb{R}^{n\times m}$ é a matriz de entrada, $\boldsymbol{C}_i \in \mathbb{R}^{p\times n}$ é a matriz de saída e $\boldsymbol{D}_i \in \mathbb{R}^{p\times r}$ é a matriz de transição direta do i-ésimo Subsistema do conjunto.

No sistema (8) e (9), $\boldsymbol{B}_{\mathrm{Vs}\,\sigma}$ é dado conforme (10).

$$\boldsymbol{B}_{\mathrm{Vs}\,\sigma} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & \frac{K_r}{T_r} \end{bmatrix} \tag{10}$$

Em (10), K_r e T_r são, respectivamente, o ganho e a constante de tempo do AVR, que é utilizado para garantir o amortecimento da perturbação externa $\Delta\boldsymbol{u}$.

O controlador $\boldsymbol{u}_{\mathrm{Vs}}$ apresentado em (8) é definido em (11).

$$\boldsymbol{u}_{\mathrm{Vs}} = \boldsymbol{K}_\sigma\Delta\boldsymbol{x} \tag{11}$$

Em malha fechada, o sistema mostrado em (8) e (9) pode ser representado pelo sistema (12) e (13).

$$\Delta\dot{\boldsymbol{x}} = \boldsymbol{A}_{cl}\Delta\boldsymbol{x} + \boldsymbol{B}_\sigma\Delta\boldsymbol{u} \tag{12}$$

$$\Delta\boldsymbol{\omega} = \boldsymbol{C}_{cl}\Delta\boldsymbol{x} \tag{13}$$

Em (12) e (13), $\boldsymbol{A}_{cl}$ e $\boldsymbol{C}_{cl}$ são definidos, respectivamente, como em (14) e (15).

$$\boldsymbol{A}_{cl} = \boldsymbol{A}_\sigma + \boldsymbol{B}_{\mathrm{Vs}\,\sigma}\boldsymbol{K}_\sigma \tag{14}$$

$$\boldsymbol{C}_{cl} = \boldsymbol{C}_\sigma + \boldsymbol{D}_\sigma\boldsymbol{K}_\sigma \tag{15}$$

Em Deaecto e Geromel (2008), é retratado que o controle de um sistema chaveado como definido em (12) e (13) é efetuado a partir da aplicação de uma regra de comutação $\boldsymbol{\sigma}_i(\Delta\boldsymbol{x}) = i \in \mathbb{K}$ que seleciona, a cada instante de tempo $t \geq 0$ uma matriz de ganho $\boldsymbol{K}_i$ do conjunto $\boldsymbol{\mathcal{K}} = \{\boldsymbol{K}_i, ..., \boldsymbol{K}_N\}$, em que N é a quantidade de Subsistemas.

Nesse contexto, o controle do sistema (12) e (13) será efetuado por meio do procedimento de otimização apresentado em Deaecto e Geromel (2008) via realimentação de estados. No processo de otimização, são considerados um conjunto de matrizes simétricas definidas positivas $\{\boldsymbol{X}_1, ..., \boldsymbol{X}_N\}$, um conjunto de matrizes $\{\boldsymbol{Q}_1, ..., \boldsymbol{Q}_N\}$ e um escalar positivo γ que satisfazem as desigualdades modificadas de Lyapunov-Metzler (16) – (18).

$$\Theta(\boldsymbol{\sigma}_i) < \min_{i\in\mathbb{K}} tr\{\boldsymbol{W}_i\} \tag{16}$$

$$\begin{bmatrix} \boldsymbol{\mathcal{L}}_i - \gamma\boldsymbol{X}_i & (\boldsymbol{C}_i\boldsymbol{X}_i + \boldsymbol{D}_i\boldsymbol{Q}_i)^T & \gamma\boldsymbol{X}_i \\ * & -\boldsymbol{I} & 0 \\ * & * & -\gamma\boldsymbol{X}_j \end{bmatrix} < 0 \tag{17}$$

$$\forall i \neq j \in \mathbb{K}\times\mathbb{K} \rightarrow \begin{bmatrix} \boldsymbol{W}_i & \boldsymbol{B}_{\sigma(0)}^T \\ * & \boldsymbol{X}_i \end{bmatrix} > 0,\ i \in K \tag{18}$$

Em (16) – (18), $\boldsymbol{\mathcal{L}}_i = (\boldsymbol{A}_i\boldsymbol{X}_i + \boldsymbol{B}_{\mathrm{Vs}_i}\boldsymbol{Q}_i) + (\boldsymbol{A}_i\boldsymbol{X}_i + \boldsymbol{B}_{\mathrm{Vs}_i}\boldsymbol{Q}_i)^T$. Então, a regra de comutação (19), em que $\boldsymbol{P}_i = \boldsymbol{X}_i^{-1}$ e os ganhos de realimentação $\boldsymbol{K}_i = \boldsymbol{Q}_i\boldsymbol{X}_i^{-1}$ levam o sistema (12) e (13) a um ponto de equilíbrio globalmente assintoticamente estável e a desigualdade (16) é verdadeira.

$$\boldsymbol{\sigma}_i(\Delta\boldsymbol{x}) = \arg\left(\min_{i\in\mathbb{K}} \Delta\boldsymbol{x}^T\boldsymbol{P}_i\Delta\boldsymbol{x}\right) \tag{19}$$

Na Figura 2, é ilustrado o diagrama de controle proposto neste trabalho com a realimentação de estados do AVR baseado na lei de controle (11) e a atuação da regra de comutação (19).

Como pode ser observado na Figura 2, a regra de comutação (19) atua simultaneamente com o controlador (11) para estabilizar o SMIB-MSC, indicando a cada instante de tempo qual ganho do conjunto $\boldsymbol{\mathcal{K}} = \{\boldsymbol{K}_i, ..., \boldsymbol{K}_N\}$, com $\boldsymbol{K}_i = [\boldsymbol{K}_{\Delta\omega_i}\ \boldsymbol{K}_{\Delta\delta_i}\ \boldsymbol{K}_{\Delta E_{q_i}}\ \boldsymbol{K}_{\Delta E_{\mathrm{fd}_i}}]$, deve ser acionado. O resultado da aplicação dessa estratégia de controle é prontamente discutido na Seção 4.

4. SIMULAÇÃO E RESULTADOS

Nesta Seção são apresentados os resultados da simulação realizada para o sistema SMIB-MSC chaveado por realimentação de estados adotando a metodologia de controle apresentada na Seção 3. Os valores dos parâmetros do SMIB-MSC utilizados na simulação são provenientes do artigo Fortes et al. (2020).

4.1 Sistema em malha aberta

Com o objetivo de realizar uma situação em que ocorre um aumento de carga no sistema, foi considerada uma variação de $0,1$ p.u. na carga ativa (P_L) e reativa (Q_L) do sistema, sendo a faixa de incertezas simuladas definida por $0,95 \leq \Delta\boldsymbol{P}_L \leq 1,05$ p.u. e $0,95 \leq \Delta\boldsymbol{Q}_L \leq 1,05$ p.u. A partir dessas faixas de valores, foi definido um conjunto formado por quatro Subsistemas. Dessa forma,

- Subsistema 1: $(0,95; 0,95)$ p.u.
- Subsistema 2: $(0,95; 1,05)$ p.u.
- Subsistema 3: $(1,05; 0,95)$ p.u.
- Subsistema 4: $(1,05; 1,05)$ p.u.

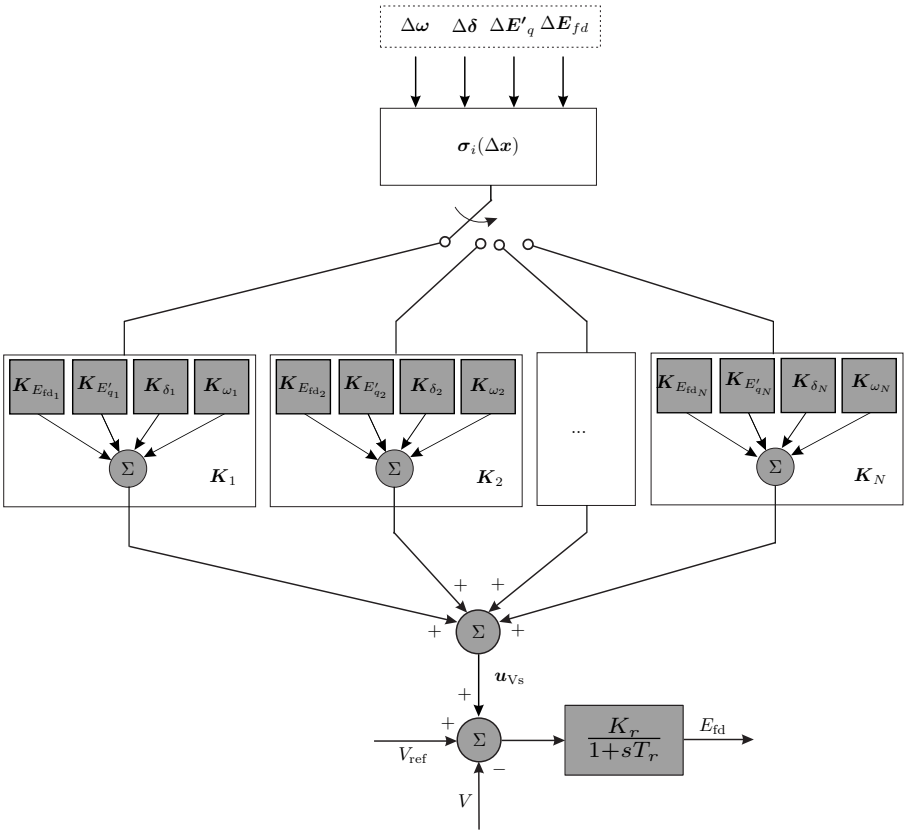

Figura 2. Diagrama de controle.

Com o propósito de verificar a estabilidade do sistema em malha aberta, foi aplicada uma perturbação externa $\Delta \boldsymbol{u}$ em $t = 0,5$ s, na forma de um impulso de 5% da potência mecânica de entrada sobre o eixo do gerador (ΔP_m), semelhante a um pequeno ajuste na geração.

Na Figura 3 são apresentadas as trajetórias do sinal de saída $\Delta\omega$, após a aplicação da perturbação externa impulsiva em $t = 0,5$ s. Na Figura 3 (a) encontram-se representados o Subsistema 1, na Figura 3 (b) o Subsistema 2, na Figura 3 (c) o Subsistema 3 e, por fim, na Figura 3 (d) o Subsistema 4.

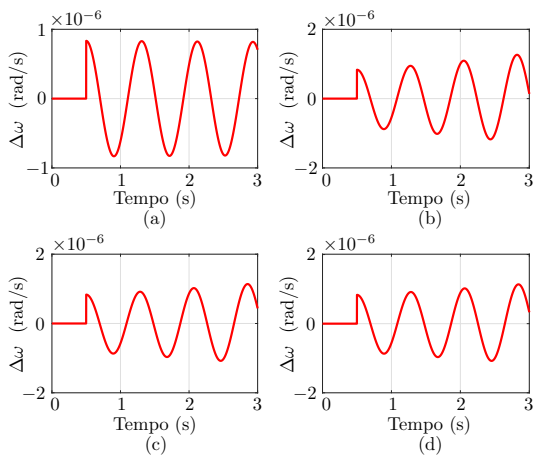

Figura 3. Resposta no tempo dos Subsistemas 1, 2, 3 e 4 após a aplicação da perturbação impulsiva.

Na Figura 3 (a), é observado que a saída do Subsistema 1 apresenta grandes amplitudes periódicas, que se assemelham ao comportamento de um sistema marginalmente estável. No que se refere aos demais Subsistemas, pode ser observado nas Figuras 3 (b), (c) e (d), que ambas são caracterizadas por curvas com amplitudes crescentes a partir da pertubação externa inserida no sistema.

Na Tabela 1 são apresentados os polos de interesse (modos locais) com baixa frequência (λ_i), o coeficiente de amortecimento (ξ_i) e a frequência natural não amortecida (ω_{ni}) do SMIB-MSC em malha aberta.

Tabela 1. Polos de interesse dos Subsistemas.

Modos Oscilatórios	$\lambda_i = \sigma_i \pm \omega_i$	ξ_i (p.u.)	ω_{ni} (Hz)
Subsistema 1	$-0,0077 \pm j7,7496$	$0,0010$	$1,2334$
Subsistema 2	$0,1875 \pm j8,1277$	$-0,0231$	$1,2939$
Subsistema 3	$0,1384 \pm j8,0147$	$-0,0173$	$1,2758$
Subsistema 4	$0,1385 \pm j8,0537$	$-0,0172$	$1,2820$

A Tabela 1 evidencia, por meio da análise dos polos complexos conjugados, que todos os Subsistemas são caracterizados por modos locais, já que as frequências desses modos estão na faixa de $0,80 \leq \omega_{ni} \leq 2,0$ Hz. Ademais, nota-se que os polos referentes ao Subsistema 1 encontram-se próximos do eixo imaginário e que o amortecimento é próximo de zero, o que justifica, na Figura 3 (a), a curva com comportamento semelhante ao de um sistema marginalmente estável. Além disso, na Tabela 1, verifica-se também que os polos dos Subsistemas 2, 3 e 4 apresentam parte real positiva e coeficientes de amortecimentos negativos, o que os caracterizam como instáveis, ver Figuras 3 (b), (c) e (d).

4.2 Ganhos de realimentação de estados

Apresentado o comportamento instável do sistema SMIB-MSC após a perturbação externa impulsiva, é válida a aplicação de uma técnica de controle para estabilizar o sistema. Dito isso, é proposto a aplicação da metodologia de controle chaveado com a aplicação da regra de comutação, eq. (19), e a resolução das LMIs, eqs. (10) e (11), a partir da função objetivo apresentada em (9).

Nesse sentido, durante a resolução dessas LMIs utilizando YALMIP e SeDuMi 1.3, foi atribuído $\gamma = 600$, adotado como critério de projeto. Com isso, foram calculados os valores das matrizes $\boldsymbol{X}_i$ e $\boldsymbol{Q}_i$, com $i = \{1, 2, 3, 4\}$, já que, neste caso, são considerados quatro Subsistemas.

Dito isso, foram calculadas as matrizes de estabilidade fazendo $\boldsymbol{P}_i = \boldsymbol{X}_i^{-1}$. Obtidas as matrizes $\boldsymbol{P}_i$ e $\boldsymbol{Q}_i$, foram determinados os ganhos de realimentação, apresentados em (20) – (23), a partir da relação $\boldsymbol{K}_i = \boldsymbol{Q}_i \boldsymbol{X}_i^{-1}$.

$$\boldsymbol{K}_1 = [57,0764 \;\; -0,4063 \;\; -0,3648 \;\; 0,0022] \tag{20}$$

$$\boldsymbol{K}_2 = [28,3329 \;\; -0,2661 \;\; 0,1787 \;\; 0,0037] \tag{21}$$

$$\boldsymbol{K}_3 = [33,8773 \;\; -0,2954 \;\; 0,1347 \;\; 0,0033] \tag{22}$$

$$\boldsymbol{K}_4 = [28,7470 \;\; -0,2797 \;\; 0,1653 \;\; 0,0033] \tag{23}$$

Os ganhos de realimentação descritos em (20) – (23), são referentes, respectivamente, aos Subsistemas 1, 2, 3 e 4. A partir dos ganhos (20) – (23), é realizado o controle do sistema SMIB-MSC a partir das matrizes de estado $\boldsymbol{A}_{cl}$ e de saída $\boldsymbol{C}_{cl}$ como descrito em (14) e (15).

4.3 Controle por realimentação de estados

Na Figura 4, são apresentados os resultados das sequências de chaveamentos especificadas pela regra de comutação $\boldsymbol{\sigma_i}$, ver Figura 4 (a), e o sinal do controlador $\boldsymbol{u}_{\mathrm{Vs}}$, Figura 4 (b). Em conjunto, estes sinais são utilizadas para estabilizar o sistema após a inserção da perturbação externa impulsiva.

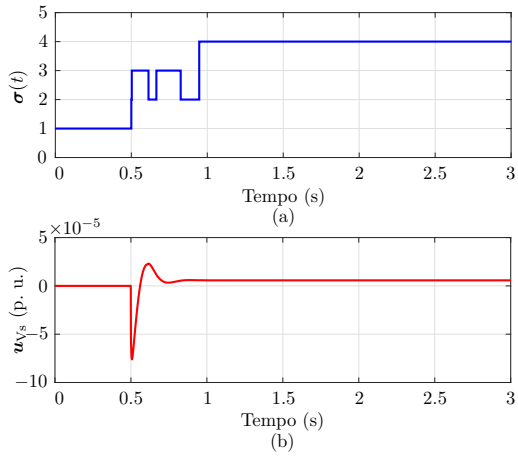

Figura 4. Sequência de comutação (Figura 4 (a)) e sinal do controlador (Figura 4 (b)).

Na Figura 4 (a), é possível observar que a regra de comutação selecionou cada Subsistema do conjunto $i \in \{1, 2, 3, 4\}$ em intervalos de tempos de tamanhos distintos. No mais, é possível observar que, após $0,946$ s, a regra de comutação seleciona somente o Subsistema 4, indicando que a regra de comutação necessita atuar somente nesse Subsistema para estabilizar o SMIB-MSC, em regime permanente, levando-se em consideração os parâmetros de projetos atribuídos.

Na Figura 4 (b), é possível notar o comportamento da trajetória do controlador atuando após a aplicação da perturbação externa impulsiva. Ademais, é válido mencionar que a ação de controle e a regra de comutação operam de forma conjunta para estabilizar a saída controlada.

Por fim, na Figura 5, é apresentada a trajetória no tempo da saída controlada ($\Delta\omega$) para o SMIB-MSC com realimentação de estados com a atuação do controlador $\boldsymbol{u}_{\mathrm{Vs}}$.

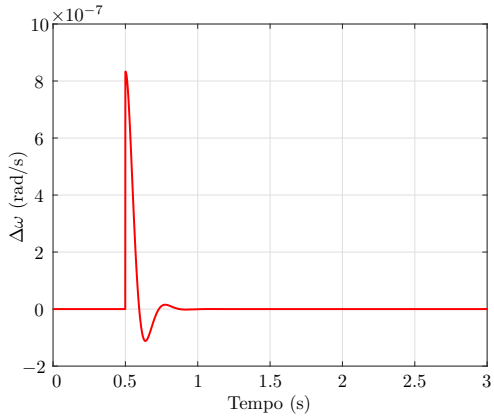

Figura 5. Sinal da saída do sistema com realimentação de estados.

Ao analisar a Figura 5, é possível verificar que a curva referente à saída $\Delta\omega$ do sistema é tipificada por uma curva com amplitudes decrescentes e tende para a origem do sistema, características de um sistema estável.

Na Tabela 1 são apresentados os polos de interesse (modos locais), os coeficientes de amortecimento e a frequência natural não amortecida do SMIB-MSC obtidos após a realimentação de estados de cada ganho $\boldsymbol{K}_1$, $\boldsymbol{K}_2$, $\boldsymbol{K}_3$ e $\boldsymbol{K}_4$ com os respectivos Subsistemas 1, 2, 3 e 4.

Tabela 2. Polos de interesse do sistema SMIB-MSC após realimentação de estados.

Modos Oscilatórios	$\lambda_i = \sigma_i \pm \omega_i$	ξ_i (p.u.)	ω_{ni} (Hz)
Subsistema 1	$-13,4281 \pm j22,7607$	$0,5081$	$4,2059$
Subsistema 2	$-15,1962 \pm j23,5163$	$0,5427$	$4,4562$
Subsistema 3	$-14,4517 \pm j22,7676$	$0,5359$	$4,2919$
Subsistema 4	$-13,5088 \pm j21,1327$	$0,5386$	$3,9918$

Ao analisar a Tabela 2, é possível verificar que todos os polos de interesse (λ_i) estão alocados no semiplano esquerdo do plano complexo sendo, portanto, estáveis. Além disso, na Tabela 2, é possível observar que os valores de ω_{ni} são de aproximadamente 4 Hz, fora da faixa de valores para modos locais. Isso ocorre devido aos altos ganhos utilizados na estabilização de $\Delta\omega$, isto é, a primeira entrada de cada vetor que foram apresentados nas eqs. (20) – (23).

5. CONCLUSÃO

Neste artigo, foi apresentada uma metodologia de controle chaveado por realimentação de estados (Seção 3) para estabilizar o SMIB-MSC (Seção 2), após a aplicação de uma perturbação externa impulsiva sobre o eixo do gerador.

Ao analisar os resultados apresentados na Seção 4, é possível afirmar que a abordagem de comutação utilizada para o SMIB-MSC assegurou a estabilização de malha fechada em todos os Subsistemas analisados, mesmo diante de uma perturbação externa impulsiva no eixo do gerador.

Todavia, os polos de malha fechada (ver Tabela 2) localizaram-se fora da faixa dos modos locais. Para estudos futuros, propõe-se o uso de métodos de estabilização usando regiões LMIs sujeitas à comutação com o objetivo de alocar os polos de malha fechada nas regiões dos modos locais para o sistema SMIB-MSC.

AGRADECIMENTOS

Esse trabalho foi realizado com apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior - Brasil (CAPES) - Código de Financiamento 001. Os autores agradecem a Universidade Federal do Ceará (UFC), a Universidade Federal Rural do Semi-Árido (UFERSA), ao Instituto Federal de Goiás (IFG) e ao grupo de Estudo em Automação e Controle (GEAC) pelo suporte e apoio na produção deste trabalho.

REFERÊNCIAS

Araujo, P.B. e Zanetta, L. (2001). Pole placement method using the system matrix transfer function and sparsity. *International Journal of Electrical Power & Energy Systems*, 23(3), 173–178. doi:10.1016/s0142-0615(00)00055-7.

Daafouz, J., Riedinger, P., e Iung, C. (2002). Stability analysis and control synthesis for switched systems: a switched lyapunov function approach. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 47(11), 1883–1887. doi:10.1109/tac.2002.804474.

de Menezes, M.M., Araujo, P.B., e Fortes, E.V. (2014). Bacterial foraging optimization algorithm used to adjust the parameters of power system stabilizers and thyristor controlled series capacitor-power oscillation damping controller. In *2014 11th IEEE/IAS International Conference on Industry Applications*. IEEE. doi:10.1109/induscon.2014.7059408.

Deaecto, G.S. e Geromel, J.C. (2008). Controle de sistemas lineares com comutação. *Sba: Controle & Automação Sociedade Brasileira de Automatica*, 19(4), 431–443. doi:10.1590/s0103-17592008000400006.

Deckmann, S. e da Costa, V. (1994). A power sensitivity model for electromechanical oscillation studies. *IEEE Transactions on Power Systems*, 9(2), 965–971. doi:10.1109/59.317649.

Fortes, E.V., Macedo, L.H., Martins, L.F.B., e Miotto, E.L. (2017). A fireworks metaheuristic for the design of PSS and TCSC-POD controllers for small-signal stability studies. In *15th Latin American Congress on Generation, Transmission and Distribution (CLAGTEE)*, 1–6. Mar del Plata - AG.

Fortes, E.V., Araujo, P.B., e Macedo, L.H. (2016). Coordinated tuning of the parameters of PI, PSS and POD controllers using a specialized Chu-Beasley's genetic algorithm. *Electric Power Systems Research*, 140, 708–721. doi:10.1016/j.epsr.2016.04.019.

Fortes, E.V., Costa, M.V.S., Macedo, L.H., e Araujo, P.B. (2020). Linear quadratic regulator applied to low-frequency oscillation damping using the current sensitivity model. In *Anais do Simpósio Brasileiro de Sistemas Elétricos 2020*. sbabra. doi:10.48011/sbse.v1i1.2187.

Fortes, E.V., Macedo, L.H., Araujo, P.B., e Romero, R. (2018). A VNS algorithm for the design of supplementary damping controllers for small-signal stability analysis. *International Journal of Electrical Power & Energy Systems*, 94, 41–56. doi:10.1016/j.ijepes.2017.06.017.

Heffron, W.G. e Phillips, R.A. (1952). Effect of a modern amplidyne voltage regulator on underexcited operation of large turbine generators [includes discussion]. *Transactions of the American Institute of Electrical Engineers. Part III: Power Apparatus and Systems*, 71(3), 692–697. doi:10.1109/aieepas.1952.4498530.

Kundur, P. (1994). *Power system stability and control*. McGraw-Hill, New York.

Liberzon, D. e Morse, A. (1999). Basic problems in stability and design of switched systems. *IEEE Control Systems*, 19(5), 59–70. doi:10.1109/37.793443.

Liu, C., Yang, Z., Liu, X., e Huang, X. (2020). Stability of delayed switched systems with state-dependent switching. *IEEE/CAA Journal of Automatica Sinica*, 7(3), 872–881. doi:10.1109/jas.2019.1911624.

Miotto, E.L., Araujo, P.B., Gamino, B.R., Fortes, E.V., e Martins, L.F.B. (2016). Coordinated tuning of the parameters of supplementary controllers damping using bio-inspired algorithms. In *2016 12th IEEE International Conference on Industry Applications (INDUSCON)*. IEEE. doi:10.1109/induscon.2016.7874510.

Miotto, E.L. e Covacic, M.R. (2011). Study of stability dynamic in a multimachine power system using robust controllers PSS and POD. In *2011 Asia-Pacific Power and Energy Engineering Conference*. IEEE. doi:10.1109/appeec.2011.5748844.

Sun, Z. e Ge, S.S. (2005). *Switched Linear Syste: Control and Design*. Springer, London.

Takahashi, A.L.M., Fortes, E.V., Araujo, P.B., Miotto, E.L., e Martins, L.F.B. (2018). A current sensitivity model for power system stability studies. In *2018 13th IEEE International Conference on Industry Applications (INDUSCON)*. IEEE. doi:10.1109/induscon.2018.8627348.

Yang, N., Liu, Q., e McCalley, J. (1998). TCSC controller design for damping interarea oscillations. *IEEE Transactions on Power Systems*, 13(4), 1304–1310. doi:10.1109/59.736269.

Yathisha, L. e Patilkulkarni, S. (2018). LQR and LQG based optimal switching techniques for PSS and UPFC in power systems. *Control Theory and Technology*, 16(1), 25–37. doi:10.1007/s11768-018-6174-x.

Zhao, J. e Hill, D.J. (2008). On stability, L_2 - gain and H_∞ control for switched systems. *Automatica*, 44(5), 1220–1232. doi:10.1016/j.automatica.2007.10.011.