

ALOCAÇÃO ÓTIMA DE INDICADORES DE FALTA EM REDES DE DISTRIBUIÇÃO DE ENERGIA ELÉTRICA UTILIZANDO MODELAGEM MATEMÁTICA

LETICIA B. VILELA, ELIANE S. SOUZA, FÁBIO B. LEÃO

*LaPSEE – Laboratório de Planejamento de Sistemas de Energia Elétrica,
Departamento de Engenharia Elétrica, UNESP- Universidade Estadual Paulista
Ilha Solteira, SP, Brasil*

E-mails: leticiabiagi.ufms@gmail.com, elianesouza.col@gmail.com,
bertequini@dee.feis.unesp.br

Abstract— In this paper, it is proposed a mathematical model of Integer Non Linear Programming (INLP) to solve the Optimal Placement of Fault Indicator Devices (OPFI) problem in radial electric power distribution networks. The problem is modeled by an objective function that considers two conflicting costs: the Cost of Energy Not Supplied (CENS) and the Cost of Investing in Sensors (CINV). The proposed mathematical model can be solved using exact methods and the computational tool used in solving the model is the KNITRO solver. For validation of the proposed method, tests are performed on a 34-bar distribution system in which the fault indicators are only allocated in the main feeder of the distribution system. The obtained results show that the mathematical model is adequate to solve the formulated problem. Thus, the proposed method contributes to the literature, since the OPFI problem has been solved in the literature mainly by heuristic techniques.

Keywords— Allocation of Fault Indicator Devices, Energy Not Supplied, Mathematical Programming, Integer Non Linear Programming.

Resumo— Neste artigo propõe-se um modelo matemático de Programação Não Linear Inteira (PNLI) para resolver o problema de alocação ótima de dispositivos indicadores de falta (OPFI – *Optimal Placement of Fault Indicator Devices*) em redes radiais de distribuição de energia elétrica. O problema é modelado por meio de uma função objetivo que considera dois custos conflitantes: o Custo da Energia Não Suprida (CENS) e o Custo de Investimento em Sensores (CINV). O modelo matemático proposto pode ser resolvido por métodos exatos e a ferramenta computacional empregada na resolução do modelo é o solucionador KNITRO. Para validação do método proposto, são realizados testes em um sistema de distribuição de 34 barras em que os indicadores de falta são alocados apenas no alimentador principal do sistema de distribuição. Os resultados obtidos mostram que o modelo matemático é adequado para resolver o problema formulado. Assim, o método proposto traz contribuição à literatura, visto que o problema da alocação ótima de dispositivos indicadores de falta tem sido resolvido na literatura principalmente por meio de técnicas heurísticas.

Palavras-chave— Alocação de Sensores Indicadores de Falta, Energia Não Suprida, Programação Matemática, Programação Não Linear Inteira.

1 Introdução

No final da década de 1990, durante o período da reestruturação do setor elétrico brasileiro, em que o controle de grandes geradoras e distribuidoras de energia elétrica foi transferido para a iniciativa privada, intensificaram-se as discussões sobre a qualidade no fornecimento da energia elétrica. De acordo com Souza *et al.* (2009), a maioria das interrupções que os consumidores experimentam ocorre devido à existência de uma falta no sistema de distribuição. Localizadores de falta fornecem estimativas do local da falta, informando a seção em que a falta ocorreu, mas não o local exato da mesma, funcionando como um dispositivo direcionador do local da falta para que as equipes de manutenção possam chegar mais rápido ao local da falta e repará-la. A detecção da falta se dá por meio de sensores que são sensibilizados pela passagem de corrente de curto-circuito pela rede primária de distribuição. O dispositivo é sinalizado se uma corrente que passa pelo circuito monitorado pelo indicador de falta (IF) ultrapassa o ajuste de disparo do dispositivo. A sinalização pode ser feita por LED (*Light Emitting Diode*), por uma bandeira colorida (geralmente sinalizadas por lâmpadas de Gás *Xenon*), ou ainda por uma combinação dos dois tipos. Os fabricantes geralmente utilizam

sinalização diferente para faltas permanentes e para faltas temporárias (Nortroll, 2018).

O problema da alocação dos indicadores de falta consiste basicamente em determinar quantos dispositivos devem ser instalados e onde devem ser instalados. Desde que alocados eficientemente, os dispositivos IFs podem reduzir o tempo de interrupção de energia em até 60% (Usida *et al.*, 2012). Desse modo, deve-se analisar o ponto de equilíbrio entre o Custo pela Energia Não Suprida (CENS) e o Custo com Investimento em Sensores (CINV), pois não é economicamente viável para as concessionárias alocar sensores ao longo de toda a rede. Assim, deve-se resolver o problema de alocação ótima de dispositivos IFs que minimize o CENS e o CINV de acordo com os objetivos da empresa distribuidora.

Esse problema tem sido resolvido na literatura por métodos heurísticos, principalmente por meta-heurísticas. Em Ho *et al.* (2011), propõe-se a aplicação de um algoritmo imune para resolver o problema da alocação ótima de IFs minimizando o custo da interrupção do serviço e o custo com investimento em sensores. Nos resultados apresentados, o custo com a interrupção de energia foi diminuído em 32% por ano. Em Souza *et al.* (2009), utiliza-se lógica *fuzzy* para resolver o problema da alocação dos indicadores de falta. Um algoritmo genético é empregado

para resolver esse problema em Almeida *et al.* (2011), em Cong *et al.* (2005), em Cruz e Leão (2017) e em Usida *et al.* (2012). Neste último trabalho, a alocação dos dispositivos IFs ocorre apenas no alimentador principal de um sistema de distribuição. Shahsavari *et al.* (2014) apresentam uma formulação multi-objetivo para a alocação ótima de IFs que considera os efeitos da existência de dispositivos de proteção e de controle no tempo de restauração do sistema e o problema é resolvido por meio de um algoritmo de enxame de partículas multi-objetivo (MOPSO) acompanhado de um método de tomada de decisão baseado em lógica *fuzzy* para selecionar os melhores resultados pertencentes ao conjunto de soluções de Pareto.

Neste trabalho, apresenta-se um modelo matemático de Programação Não Linear Inteira (PNLI) para a otimização do problema de alocação de indicadores de falta em sistemas de distribuição radiais. A otimização clássica é empregada neste trabalho pela vantagem que os métodos exatos oferecem de garantir a obtenção de soluções de melhor qualidade e, em determinadas condições, de garantir que o ótimo global seja encontrado. Nos métodos exatos de resolução, caso a função objetivo do problema apresente uma não linearidade, como é o caso da modelagem proposta, para garantir que o ótimo local encontrado seja o ótimo global, a função objetivo e o conjunto de restrições do problema devem ser convexas, caso contrário não é possível garantir a otimalidade global (Bazaraa, Sherali e Shetty, 2013). O modelo matemático proposto neste trabalho é irrestrito. As soluções ótimas propostas pelo método consistem em determinar o número ótimo de sensores a serem instalados no sistema e também o local ótimo de sua instalação, de acordo com a hierarquização adotada para os dois critérios formulados na função objetivo.

2 Modelo Matemático Proposto

No modelo matemático proposto para a otimização do problema de alocação de sensores IFs em sistemas de distribuição de energia elétrica radiais, busca-se definir em quais ramos do sistema elétrico devem ser instalados esses sensores, de tal forma que essa alocação permita a minimização de custos pela energia não suprida, CENS, e a minimização de custos de investimento em sensores, CINV. Esses dois objetivos são formulados na função objetivo de otimização por meio de somas ponderadas. Essa formulação permite que os pesos associados a cada objetivo sejam calibrados para priorizar um ou outro critério de otimização e permite também que o problema seja resolvido sem que conflitos de interesse sejam estabelecidos. Nesse problema, os custos relacionados à energia não suprida são minimizados pela possibilidade de redução do tempo de localização da falta a partir da atuação dos sensores indicadores de falta alocados no sistema elétrico e os custos de investimento são minimizados por meio da alocação

mínima desses sensores no sistema. Portanto, à medida que cresce o número de sensores alocados, os custos de investimento aumentam e os custos pela energia não suprida tendem a diminuir. Assim, na função objetivo, minimizam-se os custos totais, priorizando ou não um desses dois critérios. Essa formulação é apresentada na Equação (1).

$$\min v = \omega_1 CENS + \omega_2 CINV \quad (1)$$

Na Equação (1), ω_1 e ω_2 são, respectivamente, os pesos associados ao critério de minimização dos custos pela energia não suprida CENS e ao critério de minimização dos custos de investimento CINV. Na Equação (1), quando $\omega_1 \neq \omega_2$, considera-se que um dos dois objetivos é prioritário, e quando $\omega_1 = \omega_2$, os dois objetivos formulados são considerados igualmente importantes. Assim, os pesos ω_1 e ω_2 podem ser calibrados da seguinte forma: $\omega_1 + \omega_2 = 1$, com $\omega_1 \geq 0$ e $\omega_2 \geq 0$, ou $\omega_1 = \omega_2 = 1$. No primeiro caso, tem-se a combinação convexa dos dois objetivos e atribuir os pesos ω_1 e ω_2 é equivalente a fazer $\alpha CENS + (1 - \alpha) CINV$, com $\alpha \geq 0$. Assim, variando α , é possível obter um conjunto de soluções e esse conjunto de soluções deve ser avaliado para formar a fronteira de Pareto. No segundo caso, minimizam-se os custos totais reais na função objetivo.

A instalação de sensores indicadores de falta promove a formação de zonas no sistema. Essas zonas definem os limites de atuação dos sensores. No esquema de zoneamento proposto, considera-se a possibilidade de que sejam instalados sensores em todos os ramos normalmente fechados no tronco principal de cada alimentador primário do sistema radial. O sistema que opera radialmente possui o total de ramos normalmente fechados correspondente a $|\Omega_d|$, onde Ω_d representa o conjunto de barras de demanda do sistema (o total de barras de demanda é equivalente ao total de ramos fechados na configuração radial). Assim, para a resolução do problema, o alimentador primário de distribuição onde se deseja alocar sensores IFs é inicialmente dividido em $|\Omega_d^{AL}|$ zonas, sendo Ω_d^{AL} o conjunto de barras de demanda no tronco principal desse alimentador, de acordo com a sua topologia operacional base, e cada zona candidata formada é composta por uma barra de demanda e pelo ramo que a conecta ao sistema. Portanto, o número máximo de zonas candidatas nesse alimentador corresponde a $|\Omega_d^{AL}|$. Esse esquema é ilustrado na Figura 1.

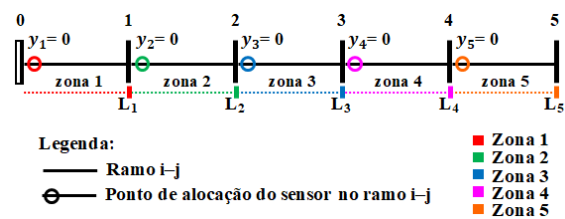


Figura 1. Ilustração da divisão do sistema em zonas candidatas.

Caso existam ramais laterais conectados à barra que compõe a zona i , as demandas de carga das barras nesses ramais devem ser somadas à demanda da barra na zona i para a resolução do problema, de modo que a topologia resultante do alimentador não possua ramais laterais. Nesse esquema, os sensores IFs são alocados apenas no tronco principal de um alimentador primário.

Na **Figura 1**, o sistema de distribuição ilustrado possui um único alimentador com 6 barras conectadas radialmente através de 5 ramos ativos. A subestação é representada pela barra 0 e as barras de demanda estão numeradas de 1 a 5. Nesse sistema, é possível a formação de, no máximo, 5 zonas, pois existem 5 ramos operando na topologia base. Assim, esse sistema é inicialmente organizado em 5 zonas candidatas e, na **Figura 1**, cada zona está indicada por uma cor. Originalmente, a zona 1 está definida pela barra 1 e pelo ramo 0–1, a zona 2 está definida pela barra 2 e pelo ramo 1–2, a zona 3 está definida pela barra 3 e pelo ramo 2–3, a zona 4 está definida pela barra 4 e pelo ramo 3–4 e a zona 5 está definida pela barra 5 e pelo ramo 4–5. A decisão de alocar ou de não alocar um sensor IF no sistema ocorre por meio da variável de decisão binária y_i . A decisão de alocar é representada por $y_i = 1$ e a decisão de não alocar é representada por $y_i = 0$. Na variável y_i , o índice i identifica uma barra de demanda e a sua respectiva zona. Assim, a variável y_i representa a decisão sobre a alocação de um sensor no ramo que conecta a barra i ao sistema, na extremidade com distância mínima da subestação, como está ilustrado na **Figura 1**.

Para o sistema ilustrado na **Figura 1**, supondo que as variáveis de decisão assumem os seguintes valores: $y_1 = 0$, $y_2 = 1$, $y_3 = 0$, $y_4 = 1$ e $y_5 = 1$, esse resultado indicaria a alocação de sensores nas zonas candidatas 2, 4 e 5, nos ramos 1–2, 3–4 e 4–5, que são os ramos que conectam as barras 2, 4 e 5 ao sistema, respectivamente. Na **Figura 2**, ilustra-se esse resultado. No sistema ilustrado na **Figura 2**, os sensores instalados formam, efetivamente, o seguinte zoneamento: a zona 1 não possui sensor; o sensor alocado na zona 2 atua sobre as zonas 2 e 3; a zona 3 não possui sensor; o sensor alocado na zona 4 atua sobre a zona 4; e o sensor alocado na zona 5 atua sobre a zona 5.

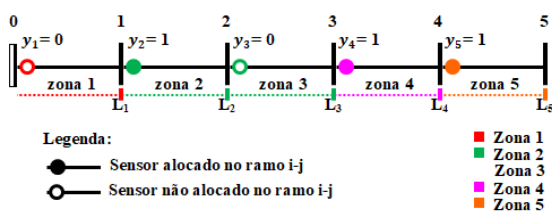


Figura 2. Ilustração do zoneamento do sistema após a alocação dos sensores.

Para o reconhecimento do zoneamento efetivamente formado durante o processo de alocação dos sensores no sistema, exige-se que todas as barras de demanda à jusante de cada barra de demanda na

topologia base sejam conhecidas e informadas na ordem em que são energizadas pela subestação no alimentador e que essas barras estejam numeradas em ordem crescente para resolução. Portanto, devem existir $|\Omega_d^{AL}|$ conjuntos que informam as zonas à jusante de cada zona candidata no alimentador. Assim, para cada possibilidade de instalação de um sensor, são conhecidas todas as zonas candidatas que podem estar sujeitas à sua atuação. Por exemplo, na **Figura 2**, o conjunto de zonas candidatas à jusante da zona 1 é formado pelas zonas 2, 3, 4 e 5 (nessa ordem), o conjunto de zonas candidatas à jusante da zona 2 é formado pelas zonas 3, 4 e 5 (nessa ordem), o conjunto de zonas candidatas à jusante da zona 3 é formado pelas zonas 4 e 5 (nessa ordem), o conjunto de zonas candidatas à jusante da zona 4 é formado pela zona 5 e o conjunto de zonas candidatas à jusante da zona 5 é vazio, pois a barra 5 é terminal. Nesse sistema, existem 5 conjuntos desse tipo, um conjunto para cada zona candidata.

O esquema de zoneamento proposto é usado para o cálculo da energia não suprida durante os intervalos de tempo necessários para a localização de faltas permanentes no sistema. A partir desse esquema, é possível identificar e somar as cargas em cada zona formada durante o processo de resolução do problema e é possível calcular o tempo de localização da falta em cada zona. O tempo necessário para a localização de uma falta depende da alocação ou não alocação do sensor em cada zona candidata e de outros parâmetros, como comprimento dos ramos, distância mínima entre a subestação e cada zona e parâmetros de tempo ou de velocidade de deslocamento das equipes responsáveis pela localização das faltas. O tempo associado à localização de uma falta com sensor é menor do que o tempo associado à localização de uma falta sem sensor, por isso a energia não suprida tende a diminuir com a alocação de sensores no sistema.

Nesse problema, a instalação de sensores indicadores de falta leva em consideração as taxas de falhas no sistema no período de um ano para o cálculo da energia não suprida nesse período. Isso permite indicar os pontos mais críticos do sistema para a alocação desses sensores. No problema, essas taxas estão associadas aos ramos. Assim, para o cálculo da energia não suprida em um ano, considera-se a possibilidade de falta permanente em todas as zonas candidatas, de acordo com as respectivas taxas de falhas.

A energia não suprida em cada cenário de falta simulado é calculada até a localização da respectiva falta, multiplicando as cargas na zona em falta pelos respectivos parâmetros de tempo do problema para a localização dessa falta. Esses parâmetros de tempo são calculados de acordo com a presença ou com a ausência de sensor no conjunto de zonas candidatas. As faltas são informadas nos ramos e, em cada falta simulada no problema, considera-se percorrer a extensão do alimentador desde a subestação até o ramo em falta. Isso representa percorrer toda a extensão do alimentador primário até chegar à zona de atuação do último sensor acionado e percorrer internamente essa

zona até a localização exata do defeito. Nessa formulação, as demandas de carga contribuem para a alocação mais uniforme dos sensores, de acordo com a densidade de cargas em certas regiões do alimentador. A energia não suprida no ano consiste no somatório da energia não suprida em todos os cenários de falta simulados. Finalmente, os custos pela energia não suprida no ano são obtidos multiplicando a energia não suprida total pelo preço de comercialização da energia.

Os custos de investimento em alocação dos sensores no sistema são calculados por unidade de sensor instalado. Dessa forma, para o cálculo desses custos, é necessário conhecer o número de sensores alocados na solução do problema. Esse número é facilmente obtido através do somatório das variáveis de decisão y_i . Assim, na solução apresentada na **Figura 2**, o número de sensores instalados é $y_1 + y_2 + y_3 + y_4 + y_5 = 3$.

O cálculo da energia não suprida no esquema de zoneamento proposto se divide em duas partes, as quais são apresentadas nas relações matemáticas (2) e (3). Em (2), calcula-se a energia não suprida considerando a possibilidade de inexistência de sensores indicadores de falta a partir da subestação. Nessa relação, a energia não suprida é calculada desde a subestação até que se identifique a instalação de um sensor. Em (3), calcula-se a energia não suprida considerando a possibilidade de instalação de sensores indicadores de falta a partir da subestação e, nessa relação, a energia não suprida é calculada a partir do primeiro sensor instalado à jusante da subestação. A não linearidade da função objetivo está nessas relações, pelo produto das variáveis binárias y_i .

$$ens_1 = \sum_{\substack{i \in \Omega_z \\ i = z_1}} \left(L_i(1 - y_i) + \sum_{j \in Z_i^{jus}} L_j(1 - y_j) \prod_{\substack{k \in Z_j^{jus} \\ i < k \leq j}} (1 - y_k) \right) \times \left(\sum_{m,n \in Z_i^L} \lambda_{m,n} \left(t_{ss}^{av} + \frac{d_i^z + c_{m,n}}{v_{desloc}} \right) (1 - y_i) + \sum_{j \in Z_i^{jus}} \sum_{m,n \in Z_j^L} \lambda_{m,n} \left(t_{ss}^{av} + \frac{d_j^z - d_i^z + c_{m,n}}{v_{desloc}} \right) (1 - y_i) \prod_{\substack{k \in Z_j^{jus} \\ i < k \leq j}} (1 - y_k) \right) \quad (2)$$

$$ens_2 = \sum_{i \in \Omega_z} \left(L_i y_i + \sum_{j \in Z_i^{jus}} L_j y_j \prod_{\substack{k \in Z_j^{jus} \\ i < k \leq j}} (1 - y_k) \right) \times \left(\sum_{m,n \in Z_i^L} \lambda_{m,n} \left(t_{cs}^{av} + \frac{d_i^z}{v_{desloc} \alpha^{cs}} + \frac{c_{m,n}}{v_{desloc}} \right) y_i + \sum_{j \in Z_i^{jus}} \sum_{m,n \in Z_j^L} \lambda_{m,n} \left(t_{cs}^{av} + \frac{d_i^z}{v_{desloc} \alpha^{cs}} + \frac{d_j^z - d_i^z + c_{m,n}}{v_{desloc}} \right) y_i \prod_{\substack{k \in Z_j^{jus} \\ i < k \leq j}} (1 - y_k) \right) \quad (3)$$

Nesse esquema, podem acontecer três situações: **a)** se nenhum sensor é instalado, um único zoneamento é formado e todas as cargas são agrupadas a essa zona sem sensor e o cálculo da energia não suprida é realizado unicamente através da relação

(2); **b)** se um sensor é instalado desde a primeira zona, o resultado do cálculo da energia não suprida em (2) é nulo e o cálculo é realizado unicamente por meio da relação (3); **c)** se pelo menos um sensor é instalado em uma zona intermediária, o cálculo da energia não suprida é realizado por meio das duas relações matemáticas, sendo que em (2), calcula-se a parcela correspondente às zonas sem sensor desde a subestação até o primeiro sensor instalado e, em (3), calcula-se a parcela correspondente às zonas a partir desse primeiro sensor instalado até o final do alimentador.

Na relação (2), z_1 representa a primeira zona a partir da subestação. Em (2) e (3), Ω_z é o conjunto de zonas candidatas e é formado pelas barras de demanda do sistema elétrico no alimentador onde se deseja alocar os dispositivos IFs (assim, $|\Omega_z| = |\Omega_d^{AL}|$, onde Ω_d^{AL} representa as barras de demanda no tronco do alimentador e não inclui a barra da subestação); Z_i^{jus} é o conjunto de zonas a jusante da zona candidata i ; Z_i^L é o conjunto de ramos na zona candidata i ; a variável y_i representa a decisão sobre alocar ou não alocar um sensor na zona candidata i , onde $y_i = 1$ indica sensor instalado e $y_i = 0$ indica sensor não instalado; o parâmetro L_i é a demanda de carga na zona candidata i , em kW (L_i engloba a demanda de carga da barra que compõe a zona i e o somatório das demandas de carga das barras presentes em ramais laterais conectados a essa barra, caso esses ramais existam); o parâmetro d_i^z é a distância mínima, em km, da subestação até a zona candidata i (a distância até o ponto de alocação do sensor); o parâmetro $\lambda_{m,n}$ representa a taxa anual de falha do ramo $m - n$, dado em anos, calculado de acordo com a equação (4), onde $\bar{\lambda}$ representa a taxa média anual de falha do sistema em anos/km e Ω_l é o conjunto de ramos do sistema elétrico; $c_{m,n}$ é o parâmetro de comprimento do ramo $m - n$, dado em km; t_{ss}^{av} e t_{cs}^{av} representam, respectivamente, os tempos de notificação da falta sem sensor e com sensor no centro de controle operacional do sistema de distribuição; v_{desloc} é o parâmetro de velocidade média de deslocamento das equipes de manutenção, dado em km/h; α^{cs} é um parâmetro adimensional responsável por aumentar a velocidade de deslocamento das equipes de manutenção quando uma zona em falta possui sensor IF instalado (se existe sensor instalado a montante do local de falta, as equipes de manutenção podem se deslocar mais rapidamente até a zona suspeita).

No problema formulado, o tempo de notificação da falta em uma determinada zona está em função da existência ou não existência de sensor alocado nessa zona e representa o intervalo de tempo desde a ocorrência da falta até sua notificação (aviso) no centro de controle. O tempo de notificação da falta com sensor, t_{cs}^{av} , decorre da atuação do próprio sensor e sua respectiva sinalização no centro de controle; e o tempo de notificação da falta sem sensor, t_{ss}^{av} , geralmente decorre da informação de consumidores sobre o corte de fornecimento de energia elétrica em determinada região. Após a notificação da falta, as

equipes de manutenção são enviadas aos pontos suspeitos.

$$\lambda_{m,n} = \bar{\lambda} \times c_{m,n} \quad \forall (m,n) \in \Omega_l \quad (4)$$

A energia não suprida, ENS, no problema é o resultado do somatório das equações (2) e (3), como consta na relação (5). O CENS é obtido usando a relação (6), onde c_e é o parâmetro de custo da energia não suprida em R\$/kWh.

$$ENS = ens_1 + ens_2 \quad (5)$$

$$CENS = c_e \times ENS \quad (6)$$

O custo de investimento em sensores, CINV, é calculado usando a relação (7). Nessa relação, PC corresponde ao preço de compra unitário do sensor, em reais (R\$); CI corresponde ao custo de instalação do sensor, em R\$; TVU corresponde ao tempo de vida útil do sensor, em anos (de acordo com o fabricante); e CM corresponde ao custo de manutenção do sensor, em R\$/ano.

$$CINV = \sum_{i \in \Omega_z} y_i \times \left[\frac{PC + CI}{TVU} + CM \right] \quad (7)$$

Expandindo as equações (2) e (3) para o sistema de 6 barras ilustrado na **Figura 1**, obtêm-se as seguintes relações matemáticas:

$$ens_1 = \begin{pmatrix} L_1(1-y_1) + \\ L_2(1-y_1)(1-y_2) + \\ L_3(1-y_1)(1-y_2)(1-y_3) + \\ L_4(1-y_1)(1-y_2)(1-y_3)(1-y_4) + \\ L_5(1-y_1)(1-y_2)(1-y_3)(1-y_4)(1-y_5) \end{pmatrix} \times$$

$$\begin{pmatrix} \lambda_{0,1} \left(t_{ss}^{av} + \frac{d_1^Z + c_{0,1}}{v_{desloc}} \right) (1-y_1) + \\ \lambda_{1,2} \left(t_{ss}^{av} + \frac{d_2^Z - d_1^Z + c_{1,2}}{v_{desloc}} \right) (1-y_1)(1-y_2) + \\ \lambda_{2,3} \left(t_{ss}^{av} + \frac{d_3^Z - d_1^Z + c_{2,3}}{v_{desloc}} \right) (1-y_1)(1-y_2)(1-y_3) + \\ \lambda_{3,4} \left(t_{ss}^{av} + \frac{d_4^Z - d_1^Z + c_{3,4}}{v_{desloc}} \right) (1-y_1)(1-y_2)(1-y_3)(1-y_4) + \\ \lambda_{4,5} \left(t_{ss}^{av} + \frac{d_5^Z - d_1^Z + c_{4,5}}{v_{desloc}} \right) (1-y_1)(1-y_2)(1-y_3)(1-y_4)(1-y_5) \end{pmatrix}$$

$$ens_2 = \begin{pmatrix} L_1 y_1 + \\ L_2 y_1(1-y_2) + \\ L_3 y_1(1-y_2)(1-y_3) + \\ L_4 y_1(1-y_2)(1-y_3)(1-y_4) + \\ L_5 y_1(1-y_2)(1-y_3)(1-y_4)(1-y_5) \end{pmatrix} \times$$

$$\begin{pmatrix} \lambda_{0,1} \left(t_{cs}^{av} + \frac{d_1^Z}{v_{desloc}} \alpha^{cs} + \frac{c_{0,1}}{v_{desloc}} \right) y_1 + \\ \lambda_{1,2} \left(t_{cs}^{av} + \frac{d_1^Z}{v_{desloc}} \alpha^{cs} + \frac{d_2^Z - d_1^Z + c_{1,2}}{v_{desloc}} \right) y_1(1-y_2) + \\ \lambda_{2,3} \left(t_{cs}^{av} + \frac{d_1^Z}{v_{desloc}} \alpha^{cs} + \frac{d_3^Z - d_1^Z + c_{2,3}}{v_{desloc}} \right) y_1(1-y_2)(1-y_3) + \\ \lambda_{3,4} \left(t_{cs}^{av} + \frac{d_1^Z}{v_{desloc}} \alpha^{cs} + \frac{d_4^Z - d_1^Z + c_{3,4}}{v_{desloc}} \right) y_1(1-y_2)(1-y_3)(1-y_4) + \\ \lambda_{4,5} \left(t_{cs}^{av} + \frac{d_1^Z}{v_{desloc}} \alpha^{cs} + \frac{d_5^Z - d_1^Z + c_{4,5}}{v_{desloc}} \right) y_1(1-y_2)(1-y_3)(1-y_4)(1-y_5) \end{pmatrix}$$

$$+ \begin{pmatrix} L_2 y_2 + \\ L_3 y_2(1-y_3) + \\ L_4 y_2(1-y_3)(1-y_4) + \\ L_5 y_2(1-y_3)(1-y_4)(1-y_5) \end{pmatrix} \times$$

$$\begin{pmatrix} \lambda_{1,2} \left(t_{cs}^{av} + \frac{d_2^Z}{v_{desloc}} \alpha^{cs} + \frac{c_{1,2}}{v_{desloc}} \right) y_2 + \\ \lambda_{2,3} \left(t_{cs}^{av} + \frac{d_2^Z}{v_{desloc}} \alpha^{cs} + \frac{d_3^Z - d_2^Z + c_{2,3}}{v_{desloc}} \right) y_2(1-y_3) + \\ \lambda_{3,4} \left(t_{cs}^{av} + \frac{d_2^Z}{v_{desloc}} \alpha^{cs} + \frac{d_4^Z - d_2^Z + c_{3,4}}{v_{desloc}} \right) y_2(1-y_3)(1-y_4) + \\ \lambda_{4,5} \left(t_{cs}^{av} + \frac{d_2^Z}{v_{desloc}} \alpha^{cs} + \frac{d_5^Z - d_2^Z + c_{4,5}}{v_{desloc}} \right) y_2(1-y_3)(1-y_4)(1-y_5) \end{pmatrix}$$

$$+ \begin{pmatrix} L_3 y_3 + \\ L_4 y_3(1-y_4) + \\ L_5 y_3(1-y_4)(1-y_5) \end{pmatrix} \times$$

$$\begin{pmatrix} \lambda_{2,3} \left(t_{cs}^{av} + \frac{d_3^Z}{v_{desloc}} \alpha^{cs} + \frac{c_{2,3}}{v_{desloc}} \right) y_3 + \\ \lambda_{3,4} \left(t_{cs}^{av} + \frac{d_3^Z}{v_{desloc}} \alpha^{cs} + \frac{d_4^Z - d_3^Z + c_{3,4}}{v_{desloc}} \right) y_3(1-y_4) + \\ \lambda_{4,5} \left(t_{cs}^{av} + \frac{d_3^Z}{v_{desloc}} \alpha^{cs} + \frac{d_5^Z - d_3^Z + c_{4,5}}{v_{desloc}} \right) y_3(1-y_4)(1-y_5) \end{pmatrix}$$

$$+ \begin{pmatrix} L_4 y_4 + \\ L_5 y_4(1-y_5) \end{pmatrix} \times$$

$$\begin{pmatrix} \lambda_{3,4} \left(t_{cs}^{av} + \frac{d_4^Z}{v_{desloc}} \alpha^{cs} + \frac{c_{3,4}}{v_{desloc}} \right) y_4 + \\ \lambda_{4,5} \left(t_{cs}^{av} + \frac{d_4^Z}{v_{desloc}} \alpha^{cs} + \frac{d_5^Z - d_4^Z + c_{4,5}}{v_{desloc}} \right) y_4(1-y_5) \end{pmatrix}$$

$$+ (L_5 y_5) \times \left(\lambda_{4,5} \left(t_{cs}^{av} + \frac{d_5^Z}{v_{desloc}} \alpha^{cs} + \frac{c_{4,5}}{v_{desloc}} \right) y_5 \right)$$

3 Resultados

O método proposto foi aplicado em um sistema de distribuição radial de 34 barras apresentado em (Cruz, 2017). Esse sistema possui um único alimentador primário, que possui vários ramais laterais, portanto, é necessário identificar o tronco principal desse alimentador para a resolução do problema. Como o tronco principal do alimentador do sistema teste não é conhecido, adotou-se o método proposto em Usida *et al.* (2012) para tal identificação. A proposta apresentada em Usida *et al.* (2012) consiste em adotar como tronco principal os trechos do alimentador radial que compõem o caminho entre a subestação e a barra terminal mais distante. Portanto, o método consiste, basicamente, em reconhecer a barra mais distante da subestação e o caminho até ela, identificando, assim, as barras e os ramos do alimentador radial que fazem parte desse caminho. Os dados do sistema teste de 34 barras com o tronco principal identificado e com os parâmetros do modelo matemático correspondentes às zonas candidatas já calculados estão apresentados na **Tabela 1**.

Tabela 1. Dados e parâmetros do modelo matemático calculados para o sistema teste de 34 barras

Dados das zonas candidatas no tronco do alimentador primário							
Ω_z	Ω_d^L	Z_i^L	L_i	d_i^z	$c_{m,n}$	$\lambda_{m,n}$	Renumeração para resolução
Zona	Barra	Ramo	De-manda	Distância da SE	Comprimento	Taxa de falha	
i	i	$m - n$	(kW)	(km)	(km)	(anual)	$\Omega_z \Omega_d^L Z_i^L$
802	802	800-802	0,00	0,0000	0,786384	0,1172	1 1 0-1
806	806	802-806	55,00	0,7864	0,527304	0,0786	2 2 1-2
808	808	806-808	16,00	1,3137	9,854184	1,4683	3 3 2-3
812	812	808-812	0,00	11,1679	11,430000	1,7031	4 4 3-4
814	814	812-814	0,00	22,5979	9,061704	1,3502	5 5 4-5
850	850	814-850	0,00	31,6596	0,003048	0,0005	6 6 5-6
816	816	850-816	169,00	31,6626	0,094488	0,0141	7 7 6-7
824	824	816-824	45,00	31,7571	3,112008	0,4637	8 8 7-8
828	828	824-828	4,00	34,8691	0,256032	0,0381	9 9 8-9
830	830	828-830	52,00	35,1252	6,230112	0,9283	10 10 9-10
854	854	830-854	4,00	41,3553	0,158496	0,0236	11 11 10-11
852	852	854-852	0,00	41,5138	11,225784	1,6726	12 12 11-12
832	832	852-832	450,00	52,7395	0,003048	0,0005	13 13 12-13
858	858	832-858	17,00	52,7426	1,493520	0,2225	14 14 13-14
834	834	858-834	514,00	54,2361	1,776984	0,2648	15 15 14-15
860	860	834-860	206,00	56,0131	0,615696	0,0917	16 16 15-16
836	836	860-836	149,00	56,6288	0,816864	0,1217	17 17 16-17
862	862	836-862	0,00	57,4457	0,085344	0,0127	18 18 17-18
838	838	862-838	28,00	57,5310	1,481328	0,2207	19 19 18-19

Para os testes foram considerados os seguintes parâmetros: taxa média de falhas (λ): 0,149 falhas/km ao ano; tempo de notificação da falta no centro de controle operacional sem sensor (t_{ss}^{av}): 0,3333 h (correspondente a 20 min) e com sensor (t_{cs}^{av}): 0,0833 h (correspondente a 5 min); velocidade média de deslocamento das equipes de manutenção para zonas urbanas (v^{desloc}): 25 km/h (parâmetro utilizado para calcular o tempo de deslocamento das equipes); parâmetro que aumenta a v^{desloc} das equipes para chegar à zona em falta onde existe sensor instalado (α^{cs}): 2; preço de compra de cada sensor (PC): R\$ 1.209,60 (para alocar os sensores nas três fases desse sistema, o PC total é de R\$ 3.628,80); custo de instalação de cada sensor (CI), referente a

5% do preço de compra do sensor (Usida *et al.* 2012): R\$ 60,48 (para instalar os sensores nas três fases, o custo total é R\$ 181,44). Custo de manutenção de cada sensor (CM), referente a 5% do preço de compra do sensor (Usida *et al.* 2012): R\$ 60,48 (o custo total de manutenção dos sensores alocados nas três fases é de R\$ 181,44). Tempo de vida útil média do sensor (TVU): 10 anos (Nortroll 2018). O custo da energia (c_e) adotado é de 0,4535 R\$/kWh. A taxa de câmbio utilizada neste trabalho é de 3,78 R\$/\$.

Não foi considerada neste trabalho a existência de dispositivos IFs já presentes no sistema ou de outros dispositivos de proteção com função de indicação de falta (tais como disjuntores e religadores), no entanto, o método proposto pode resolver o problema de alocação ótima considerando a existência desses dispositivos de forma trivial apenas fixando $y_i = 1$ para cada zona i que possui um desses dispositivos instalados (devem-se fixar esses valores antes da resolução do modelo matemático).

Os testes de validação do método proposto foram realizados em um computador com as seguintes características: processador Intel® Core™ i7-7700 de 3,60 GHZ e memória RAM de 16 GB. Para resolver o modelo matemático em todos os testes simulados foram utilizados os softwares de programação matemática AMPL (A Mathematical Programming Language) e KNITRO versão 7.0.0.

Na **Tabela 2**, apresenta-se um resumo dos resultados das simulações onde se determinou para resolução o número de sensores a serem instalados no sistema. Nesse tipo de teste, a otimização consiste em determinar o ponto ótimo de alocação de cada sensor. Esses testes foram realizados sem priorização de ω_1 ou de ω_2 , ou seja, assumindo $\omega_1 = \omega_2 = 1$. Na **Tabela 2**, apresentam-se as seguintes informações: ENS anual em kWh, o CENS correspondente em R\$, o CINV anual em R\$, a função objetivo FO para cada caso em R\$ e o tempo computacional de resolução TC em segundos para cada proposta de solução.

Tabela 2. Resultados dos testes com número de dispositivos IFs determinados para resolução e sem priorização de critérios na FO.

n° IFs	ENS/ano (kWh)	CENS/ano (R\$)	CINV/ano (R\$)	FO (R\$)	TC (s)
1	5.908,1801	2.679,3597	562,4640	3.241,8237	1
2	3.157,3391	1.431,8533	1.124,9280	2.556,7813	2
3	2.323,0144	1.053,4870	1.687,3920	2.740,8790	11
4	1.490,6255	675,9987	2.249,8560	2.925,8547	10
5	1.171,8238	531,4221	2.812,3200	3.343,7421	18
6	873,5463	396,1532	3.374,7840	3.770,9372	13
7	743,2279	337,0538	3.937,2480	4.274,3018	33
8	623,1674	282,6064	4.499,7120	4.782,3184	33
9	510,0442	231,3051	5.062,1760	5.293,4811	44
10	428,6444	194,3902	5.624,6400	5.819,0302	20
11	369,8106	167,7091	6.187,1040	6.354,8131	17
12	324,0717	146,9665	6.749,5680	6.896,5345	12
13	316,0519	143,3295	7.312,0320	7.455,3615	21
14	312,5530	141,7428	7.874,4960	8.016,2388	13
15	309,5706	140,3903	8.436,9600	8.577,3503	18
16	309,0650	140,1610	8.999,4240	9.139,5850	15
17	309,0650	140,1610	9.561,8880	9.702,0490	8
18	309,0650	140,1610	10.124,3520	10.264,5130	3
19	309,0650	140,1610	10.686,8160	10.826,9770	<1

Na **Figura 3**, ilustram-se os resultados apresentados na **Tabela 2**, destacando a relação entre o número de dispositivos instalados no sistema e a função objetivo do problema. A melhor função objetivo está destacada em vermelho, referente à instalação de dois sensores. Os ramos onde os sensores IFs foram alocados nos testes apresentados na **Tabela 2** são apresentados na **Figura 4**.

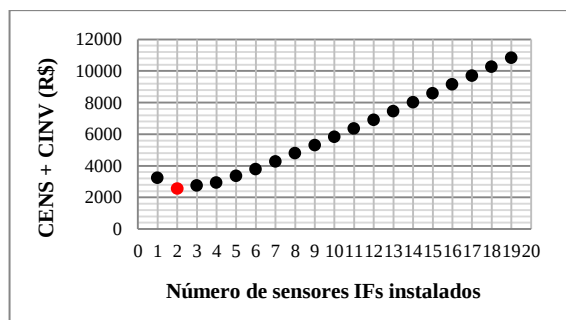


Figura 3. Relação entre FO e número de sensores IFs instalados

Zona	Ramo	Número de sensores instalados																		
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
802	800-802																			
806	802-806																			
808	806-808																			
812	808-812																			
814	812-814																			
850	814-850																			
816	850-816																			
824	816-824																			
828	824-828																			
830	828-830																			
854	830-854																			
852	854-852																			
832	852-832																			
858	832-858																			
834	858-834																			
860	834-860																			
836	860-836																			
862	836-862																			
838	862-838																			

Legenda:

- Sensor não instalado no ramo
- Sensor instalado no ramo
- Solução ótima

Figura 4. Local de instalação dos sensores para os resultados da **Tabela 2**.

Por exemplo, para o caso em que se determina que somente um sensor deve ser alocado, o otimizador deve alocar somente um sensor (em cada uma das três fases, por se tratar de um sistema trifásico) em um dos 19 ramos do sistema de modo a minimizar a energia não suprida e esse sensor foi alocado no ramo 852–832, na zona 832, como pode ser observado na **Figura 4**. Na solução em que se determina que 7 sensores devem ser alocados, o otimizador deve alocar exatamente 7 sensores no sistema e eles foram alocados nos ramos 806–808, 850–816, 824–828, 854–852, 852–832, 858–834 e 860–836, respectivamente, nas zonas 808, 816, 828, 852, 832, 834 e 836, um em cada uma das três fases.

Analizando os resultados apresentados na **Tabela 2**, verifica-se que a melhor solução corresponde à alocação de 2 sensores. Nessa proposta de solução, os dispositivos IFs foram instalados nos ramos 850–

816 e 852–832, em cada uma das três fases. Essa solução é a **solução ótima** do problema quando o número de sensores a serem instalados não é determinado para resolução e fica sujeito ao número máximo de sensores que podem ser instalados no sistema (fica sujeito ao número de zonas candidatas). Nesse tipo de teste, a otimização consiste em determinar o número ótimo de sensores a serem instalados e em determinar os pontos ótimos de alocação. Nessa solução, o problema foi resolvido também em 2 segundos, a ENS calculada equivale a R\$ 3.157,3391, o CENS equivale a R\$ 1.431,8533, o CINV equivale a R\$ 1.124,9280 e a FO, que representa a soma do CENS e do CINV, equivale a **R\$ 2.556,7813**.

Analizando os demais resultados apresentados na **Tabela 2**, pode-se observar que a ENS e o CENS diminuem progressivamente até a solução que aloca 16 dispositivos IFs no sistema. Nas soluções nas quais são instalados 17, 18 e 19 sensores, não existe mais melhoria na ENS em relação à solução que instala 16 sensores porque as zonas onde esses demais sensores são instalados (respectivamente, as zonas 802, 814 e 850), não possuem demanda de carga. O efeito de não diminuir a ENS nessas soluções ocorre porque esses sensores são alocados em zonas candidatas que não possuem demanda de carga e que estão à jusante de uma zona com sensor já instalado que também não possui demanda de carga (esse é o caso das zonas 814 e 850) ou à jusante da subestação (esse é o caso da zona 802, que é a primeira zona a partir da subestação).

Esse efeito não ocorre nos seguintes casos: instalar sensor na zona candidata **812** tendo um sensor já instalado na zona 808 (ver solução que fixa o total de 11 sensores para instalação); instalar sensor na zona candidata **852** tendo um sensor já instalado na zona 828 ou 830 ou 854 (ver, respectivamente, as soluções que fixam o total de 7, 11 e 13 sensores para instalação); e, finalmente, instalar sensor na zona candidata **862** tendo um sensor já instalado na zona 860 ou 836 (ver, respectivamente, as soluções que fixam o total de 9 e 12 sensores para instalação). Nos casos apontados, a ENS diminui com a alocação de sensores nas zonas 812, 852 e 862, as quais não possuem demanda de carga, porque o tempo necessário para percorrer o trecho do alimentador correspondente aos respectivos ramos nessas zonas é subtraído do tempo de percurso para localização da falta nas respectivas zonas candidatas 808, 828, 830, 854, 860 e 836 a montante delas, as quais possuem demanda.

Os resultados apresentados são característicos do sistema teste simulado. Em sistemas que não possuem barras de passagem (barras sem demanda de carga), a ENS tende a diminuir a cada novo sensor instalado em cada zona candidata.

Sobre os tempos computacionais demandados para resolução desses testes, verifica-se que o tempo máximo de resolução foi de 44 segundos e a maioria dos resultados foram obtidos em até 20 segundos. Como se trata de um problema de planejamento realizado com antecedência, esses tempos podem ser considerados adequados. O tempo de processamento

computacional é um critério importante de avaliação em testes simulados em sistemas de grande porte, pois nesses sistemas, o número das variáveis de decisão binárias do modelo matemático tende a aumentar muito, o que torna o problema mais difícil de ser resolvido, sobretudo, problemas de PNL binário.

Os resultados obtidos com o modelo matemático são sensíveis ao parâmetro α^{cs} , que aumenta a velocidade de deslocamento v^{desloc} em determinados trechos do alimentador com sensor alocado. Por isso, foram realizados testes adicionais com α^{cs} no seguinte intervalo: $1 \leq \alpha^{cs} < 2$. Na **Tabela 3**, mostram-se os resultados para $\alpha^{cs} = 1$ e $\alpha^{cs} = 1,23$. Quando $\alpha^{cs} = 1$, o efeito de α^{cs} é desconsiderado no sistema, ou seja, a velocidade média de deslocamento das equipes de manutenção permanece igual em todos os trechos do alimentador. Para $\alpha^{cs} = 1$, o otimizador alocou 3 sensores, um sensor a mais do que a solução ótima em que $\alpha^{cs} = 2$. Os sensores foram alocados nos ramos 816-824, 852-832 e 834-860, um em cada uma das três fases. Nessa solução, a ENS equivale a R\$ 3.466,8613, portanto, o CENS e o CINV são maiores e a FO (equivalente a R\$ 3.259,6136) é de pior qualidade que a solução ótima em que $\alpha^{cs} = 2$ (equivalente a R\$ 2.556,7813). Para os testes onde $\alpha^{cs} \geq 1,23$, o otimizador alocou 2 sensores IFs nos mesmos ramos apresentados na **Figura 4**, portanto, o CINV nessas soluções é o mesmo CINV da solução ótima apresentada na **Tabela 2**, porém o CENS é maior, já que a velocidade com que as equipes se deslocam até chegar às zonas em falta é menor que a velocidade de deslocamento quando $\alpha^{cs} = 2$, aumentando o valor da ENS nessas soluções. Para $\alpha^{cs} = 1,23$, a FO equivale a R\$ 3.093,2388.

Tabela 3. Soluções ótimas obtidas com diferentes valores de α^{cs} .

α^{cs}	ENS/ano (kWh)	CENS/ano (R\$)	CINV/ano (R\$)	FO (R\$)	IFs	TC (s)
1	3.466,8613	1.572,2216	1.687,3920	3.259,6136	3	7
1,23	4.340,2663	1.968,3108	1.124,9280	3.093,2388	2	6

4 Conclusão

Neste trabalho, foi proposto um modelo matemático de PNLI para a otimização do problema de alocação de dispositivos indicadores de falta em sistemas de distribuição de energia elétrica radiais. A otimização consistiu em minimizar os custos pela energia não suprida e os custos de investimentos em sensores. Na função objetivo proposta, os dois critérios de otimização são formulados através de somas ponderadas e podem ser calibrados para priorizar um ou outro critério, de modo que a solução possa representar o melhor compromisso entre os objetivos econômicos almejados. Foram realizados testes em um sistema de distribuição radial de 34 barras. Para resolução, considera-se apenas o tronco principal do alimentador primário, portanto, o sistema resultante equivale a um sistema de 20 barras. Nos testes, não se distinguiu a prioridade dos critérios de otimização formulados. Foram realizados dois tipos de testes. No

primeiro teste, o número de sensores a ser instalado no sistema foi informado e fixado para resolução, assim, o otimizador apenas determinou o ponto ótimo de alocação desses sensores. No segundo teste, o número de sensores a ser instalado no sistema fez parte do processo de otimização, assim como o ponto ótimo de alocação de cada sensor. O modelo matemático proposto se mostrou eficiente na resolução do problema nos testes realizados, inclusive quanto ao tempo computacional demandado.

Agradecimentos

Agradecimentos ao CNPq, à CAPES e à FAPESP (2015/21972-6) pelos auxílios financeiros concedidos.

Referências Bibliográficas

- Almeida, M. C.; Costa, F. F.; Xavier-de-Souza, S.; Santana, F. (2011). Optimal placement of faulted circuit indicators in power distribution systems. *Electric Power Systems Research*, v. 81, n. 2, pp. 699-706.
- Bazaraa, M. S.; Sherali, H. D.; Shetty, C. M. (2013). *Nonlinear Programming: Theory and Algorithms*. John Wiley & Sons.
- Cong, D. P.; Raison, B.; Rognon, J. P.; Bonnoit, S.; Manjal, B. (2005). Optimization of fault indicators placement with dispersed generation insertion. In *Power Engineering Society General Meeting, 2005 IEEE*, pp. 355-362.
- Cruz, H. O.; Leão, F. B. (2017). Optimal placement of fault indicators using adaptive genetic algorithm. In *Power & Energy Society General Meeting, 2017 IEEE*, pp. 1-5.
- Souza, D. M. B. S. de; Silva, I. N. da; Ziolkowski, V.; Flauzino, R. A. (2009). Efficient allocation of fault indicators in distribution circuits using fuzzy logic. In *Power & Energy Society General Meeting, 2009. PES'09. IEEE*, pp. 1-6.
- Ho, Chin-Ying; Lee, Tsung-En; Lin, Chia-Hung. (2011). Optimal placement of fault indicators using the immune algorithm. *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 26, n. 1, pp. 38-45.
- Nortroll, User Guide, Linetroll 110Eμ, Programmable Fault Current Indicator for Overhead Lines. Disponível em: <http://www.nortroll.no/products/linetroll/linetroll-110em>. Acesso em: 30 jan. 2018.
- Shahsavari, A.; Mazhari, S. M.; Fereidunian, A.; Lesani, H. (2014). Fault indicator deployment in distribution systems considering available control and protection devices: a multi-objective formulation approach. *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 29, n. 5, pp. 2359-2369.
- Usida, W. F.; Coury, D. V.; Flauzino, R. A.; Silva, I. N. da. (2012). Efficient placement of fault indicators in an actual distribution system using evolutionary computing. *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 27, n. 4, pp., 1841-1849.