

ALOCÇÃO ÓTIMA DE PMUs EM SISTEMAS DE POTÊNCIA UTILIZANDO GRASP-VNS

Lanziotti V. S.

Guerra Z. W.

Baracho F. R. A. C.

Departamento de Engenharia Elétrica da Universidade Federal de Ouro Preto UFOP – MG - BRASIL

Abstract— This paper presents the implementation and application of the Greedy Randomized Adaptive Search Procedure (GRASP) and the Variable Neighborhood Search (VNS) to solve the optimal allocation problem of Phasor Measurement Units PMUs in power system. The allocation is aimed at monitoring voltages and phasor currents in some power system buses using a classical mathematical model of overlap. The algorithm starts with a high number of PMUs and then decreases until it finds a configuration with the lowest number of PMUs capable of estimating reliably all parameters of the investigated network. By metering or calculating them. The results in large networks found in the literature are presented, in order to assess the efficiency of the techniques.

Keywords— Optimal meters allocation, PMUs, GRASP, VNS

Resumo— Este artigo apresenta a implementação e aplicação das técnicas “Greedy Randomized Adaptive Search Procedure (GRASP) e “Variable Neighborhood Search” (VNS) para resolver o problema de alocação ótima de Phasor Measurement Units PMUs em um sistema de potência. A alocação visa monitorar tensões e correntes fasoriais em algumas barras da rede utilizando um modelo matemático clássico de recobrimento. O algoritmo começa com um número elevado de PMUs para depois diminuir até encontrar uma configuração com o menor número de PMUs com capacidade de estimar de modo confiável todos os parâmetros da rede avaliada, via medição ou via cálculo matemático. São apresentados os resultados em redes de grande porte encontradas na literatura, com a finalidade de avaliar a eficiência das técnicas.

Palavras-chave— Alocação ótima de monitores, PMUs, GRASP, VNS

1 Introdução

O monitoramento de sistemas elétricos de potência (SEP) de grande porte representa um grande desafio para a engenharia atual devido à sua complexidade e aos elevados dispêndios associados a investimentos e a operação (Zambrano et. al., 2017). Surge, portanto, a necessidade do desenvolvimento de métodos capazes de garantir, a custo mínimo, padrões de qualidade e confiabilidade de fornecimento de energia elétrica. Tais padrões são exigidos pelos consumidores e pelas agências reguladoras.

Nos últimos anos, pesquisas técnicas associadas a tecnologias de equipamentos que permitem a leitura de grandezas fasoriais (tensão e corrente), chamadas “Phasor Measurement Units” e comumente conhecidas como “PMUs”, trouxeram novos desafios para melhorar o monitoramento das grandezas elétricas de um sistema elétrico de potência SEP. Pois, a partir de um monitoramento eficiente, é possível estimar o estado da rede. Em seguida, toma-se as medidas necessárias para otimizar a operação da rede, visando principalmente o aumento da confiabilidade (Abur & Expósito, 2004; Chen & Abur, 2006; Zhao, 2017; Zhao et. al., 2015); dentre outros. Assim, abre-se espaço para o estudo de temas importantes, como, por exemplo, qualidade de energia elétrica (Zambrano et. al., 2017; Cebrian & Kagan, 2010; Arruda et. al., 2010).

Na literatura, encontram-se vários trabalhos sobre Estimção de Estado (EE) utilizando medições convencionais (valores eficazes) de grandezas elétricas (tensões, correntes, fluxo de potência e injeção de potências) em alguns pontos do SEP (Abur & Expósito, 2004). A maioria destes se baseia no método de Mínimos Quadrados Ponderados (Schweppe, 1970).

Técnicas modernas que tratam a alocação de monitores no SEP utilizando medições fasoriais (PMUs) descritas em (Farsadi et. al., 2009; Xu et. al., 2014; Eldery et. al., 2006; Manousakis & Korres, 2017; Olguin et. al., 2006; Reis et. al., 2008). Os autores tratam o assunto como um problema de otimização combinatória, onde a função objetivo é minimizar os custos dos monitores, considerando restrições próprias do problema de recobrimento (Martello et. al., 2000). Para resolver o problema, utilizam-se algoritmos do tipo branch and bound e programação dinâmica, sendo o tamanho do SEP um fator limitador.

Contemporaneamente, surge a utilização de técnicas metaheurísticas (Da Silva et. al., 2010; Guerra et. al., 2016), que é o foco deste trabalho.

A metodologia desenvolvida neste trabalho aplica a técnica híbrida entre um algoritmo construtivo, que é o “Greedy Randomized Adaptive Search Procedure” GRASP (Festa & Resende, 2004), e uma técnica de busca local em estruturas de vizinhança, que é a “Variable Neighborhood Search” VNS (Mladenovic, 1995). Esta técnica híbrida consiste em construir soluções (configurações de locais de instalação de monitores) e, em seguida, fazer uma busca local a partir da solução construída, utilizando estruturas de vizinhança.

O trabalho está dividido em cinco seções, contando, sendo esta a primeira. Na seção dois, o problema é descrito e a formulação matemática é apresentada. Em seguida, na seção 3, são apresentadas as técnicas GRASP e VNS. A aplicação das técnicas GRASP e VNS ao problema de alocação de PMUs compõe a seção 4. Os resultados da aplicação da técnica proposta, formada pela junção das técnicas GRASP e VNS e as conclusões compõem as seções 5 e 6.

2 Descrição do Problema

2.1 Estimação de Estado EE

A função da EE nos SEPs é fornecer uma base de dados confiável em tempo real a partir de medições. No caso deste trabalho, tal base é composta por medições feitas por PMUs, as quais registram valores das magnitudes de tensão e corrente com seus respectivos defasamentos angulares. A partir das grandezas medidas em alguns pontos (barras e/ou linhas) do SEP, é possível determinar as outras grandezas nos demais pontos do SEP. Dentre as principais aplicações dos resultados fornecidos pela EE, podem-se citar (John *et. al.*, 1994):

- Monitoramento com Segurança (normal, de emergência, ou restaurativa);
- Análise de Segurança, visando avaliar os efeitos de eventuais contingências no sistema;
- Previsão de carga, cujo objetivo é estimar a demanda futura do sistema.

Um ponto importante para ter sucesso na EE do SEP, com vistas ao incremento da confiabilidade é o monitoramento do SEP. Esse é o foco deste trabalho.

2.2 Monitoramento do SEP através de PMUs

Dentre as novas tecnologias que vêm sendo propostas para monitoramento do SEP, destaca-se a medição fasorial sincronizada PMU. A sua estrutura básica é ilustrada na Figura 1. Estes equipamentos têm recebido grande atenção da comunidade científica e de empresas do setor elétrico. Possuem um novo sistema que utiliza uma fonte eficaz de sincronização, fornecida pelo sistema Global Positioning System GPS, que viabiliza a realização da medição de grandezas fasoriais em instalações geograficamente distantes. Atualmente, este sistema tem sido implantado com base em dados provenientes de um conjunto de telemédias redundantes, digitais e analógicas, que compõem o sistema Supervisory Control and Data Acquisition SCADA. As informações são enviadas para sistemas de EE.

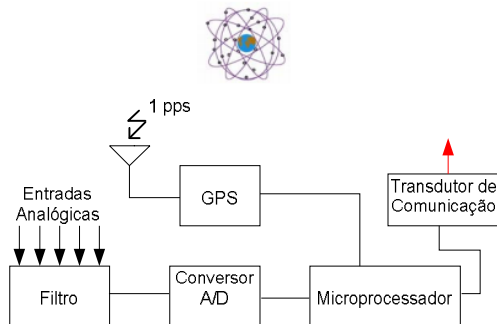


Figura 1. Estrutura básica de uma PMU

PMUs medem tensão (nas barras), corrente (nas linhas) e suas respectivas fases nas barras onde estão instalados, como ilustrado na Figura 2, onde M significa o PMU instalado na barra j .

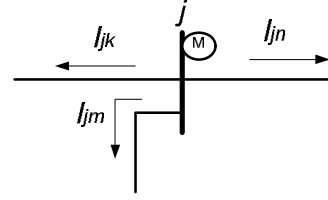


Figura 2. Exemplo de um monitor instalado na barra j

Instalar PMUs em todas as barras de um SEP seria inviável, pelo elevadíssimo custo, e desnecessário. Surge, então, o problema de minimizar os custos de instalação de PMUs visando monitorar todas as grandezas elétricas do sistema (tensões, correntes e fluxo de carga), que será tratado a seguir.

2.3 Formulação matemática do problema

A formulação matemática do problema recai no grupo de problemas clássicos de otimização combinatória. Em termos de literatura, se assemelha ao problema de recobrimento (Goldbarg & Luna, 2005). Este problema é tratado pela Programação Linear Inteira Binária, ou seja, um problema em que todas as funções são lineares e as variáveis possuem valores inteiros 0 (não existe monitor instalado na barra) ou 1 (existe monitor instalado na barra).

A formulação do problema baseia-se na topologia da rede e na lei de Ohm para circuitos elétricos. São utilizados conceitos como: *Locais de instalação* (possíveis localizações dos monitores são as barras do sistema); *Variáveis de estado* (tensões em cada barra); *Observabilidade* (uma variável de estado é dita observável se medida ou calculada por pelo menos um PMU - tenta-se garantir a observabilidade sempre) e *PMUs* (monitores ou medidores? instalados permanentemente, que medem tensão e corrente fasorial ao longo do tempo).

A função objetivo é minimizar o custo total do sistema de monitoramento e é definida pela equação (1).

$$\min z = \sum_{j=1}^n c(j).x(j) \quad (1)$$

onde:

z : Função objetivo (custo do sistema de monitoramento);

c : Custo do monitor instalado na barra j ;

x : Variável binária, 0 = não existe instalado monitor na barra e 1 = existe instalado monitor na barra;

j : local (barra) de instalação;

n : Número total de barras.

Quanto às restrições, é necessário garantir que um PMU instalado em algum local é capaz de medir as tensões nesta barra, as correntes que saem desta barra e, desde que conhecidos os parâmetros da linha, é possível calcular as tensões nas barras adjacentes. Este conhecimento é suficiente para se conseguir descrever as restrições do problema apresentadas a seguir:

$$\text{Sujeito a } \begin{cases} \sum_{j=1}^n d(i, j) \cdot x(j) \geq b(i) \\ 0 \leq x(j) \leq 1 \\ x(j) \in \{0,1\} \forall j = 1, \dots, n \end{cases} \quad (2)$$

onde:

d : Matriz densidade (observabilidade);

j : posição na matriz quadrada $i \times j$;

b : Vetor redundância.

A matriz densidade é construída a partir de observabilidade. Como exemplo de ilustração, se tem a rede da Figura 3 (Gou B, 2008). Nesta rede observa-se a possibilidade de calcular a tensão na barra 2 a partir das medições do PMU instalado na barra 1. Por conseguinte, a instalação de um PMU em uma determinada barra garante a observação das tensões nas barras adjacentes. Aplicando esta teoria, é construída a matriz densidade mostrada na Figura 4.

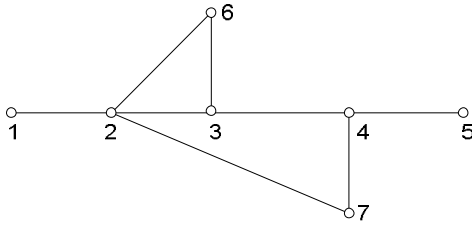


Figura 3. Exemplo para ilustração (Gou B, 2005)

$$d = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Figura 4. Matriz densidade

Considerando uma solução qualquer " x " (Figura 5) para a rede da Figura 3, pode-se calcular o vetor redundância b (Figura 6) aplicando a equação (2). Observa-se que b' possui espaços zerados, o que significa que as barras 1 e 7 não são observadas, as barras 2, 3 5 e 6 são observadas por um PMU e a barra 4 é observada por dois PMUs, possuindo esta ultima maior redundância (desejável).

Nº de barra	1	2	3	4	5	6	7
x	0	0	1	0	1	0	0

Figura 5. Solução qualquer x

Nº de barra	1	2	3	4	5	6	7
b'	0	1	1	2	1	1	0

Figura 6. Vetor-Redundância b'

A partir desta formulação básica do problema, podem-se inserir outras restrições. Como, por exemplo, inserir medições (tensões e/ou correntes) já existentes na rede, como proposto na literatura (Gou,

2008). A diferença estará na alteração da matriz densidade d e do vetor b . Também seria possível construir a matriz densidade visando a observabilidade de índices de qualidade de energia elétrica (Eldery, et. al., 2006; Almeida & Kagan, 2011).

Devido a ser o foco deste trabalho a implementação de novas técnicas de otimização para a solução do problema foi considerada a formulação básica.

3 TÉCNICAS APLICADAS

3.1 Greedy Randomized Adaptive Search Procedure (GRASP)

O algoritmo GRASP, apresentado em (Festa et. al., 2004), é uma heurística construtiva do tipo "gulosa", mas que usa um componente aleatório e adaptativo.

Este algoritmo consiste na construção de soluções, ou seja, na definição dos locais onde serão instalados os PMUs, de modo a adicionar em cada passo uma parte da solução (um medidor e o local onde será instalado). No algoritmo, é utilizada uma probabilidade entre os melhores candidatos, aplicando-se um critério probabilístico ou determinístico. O conceito adaptativo aparece quando é usada uma lista de tamanho variável e que depende da evolução do processo. Os passos a seguir mostram a sequência do processo de construção de uma solução.

1. Implementar a fase de pré-processamento;
2. Realizar a fase construtiva;
3. Atualizar a solução incumbente;
4. Aplicar um critério de parada.

3.2 Variable Neighborhood Search (VNS)

A VNS apresentada em (Mladenovic, 1995) é uma metaheurística baseada em um princípio simples; qual seja, mudar sistematicamente os parâmetros dentro de k estruturas de vizinhança.

As soluções que se encontram mediante um dos movimentos possíveis se denominam vizinhas e constituem uma vizinhança. O conjunto de movimentos possíveis dá lugar a uma relação de vizinhança e estrutura de vizinhança. Para isso, a VNS utiliza uma combinação de buscas locais e globais. Nestes processos, as buscas não são informadas porque não utilizam informação do passado no processo de otimização.

A construção de estruturas de vizinhança é fundamental no processo de busca, já que determina a qualidade do conjunto de movimentos aplicados; o qual enriquece a vizinhança. Com isso, é possível realizar passos mais longos na aproximação ao ótimo.

1) Estruturas de Vizinhança: Uma estrutura de vizinhança $N(x)$ é definida para uma solução x dentro de um espaço de soluções S , como uma função $N : S \rightarrow 2^S = \{x/y \subseteq S\}$ que associa a cada solu-

ção $x \in S$ um conjunto de configurações próximas de x tal que cada y será uma solução vizinha de x como é ilustrado na Figura 7.

Para o caso da alocação de PMUs, uma solução é considerada mais próxima da outra, quanto menor o número de barras (locais) de alocação dos monitores que assume estados diferentes do atual. Por outro lado, a geração de estruturas de vizinhança pode ser feita utilizando critérios de seleção, como por exemplo: seleção de heurísticas existentes; alteração de parâmetros dos métodos existentes; uso de k -mudança; divisão de vizinhança entre outras. A estratégia utilizada neste trabalho foi através de k -mudanças, como é ilustrado na Figura 8, que é a maneira mais simples de gerar as estruturas de vizinhança.

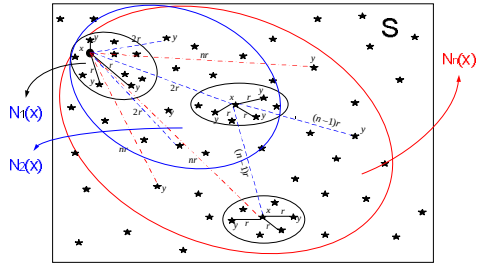


Figura 7. Vizinhanças induzidas

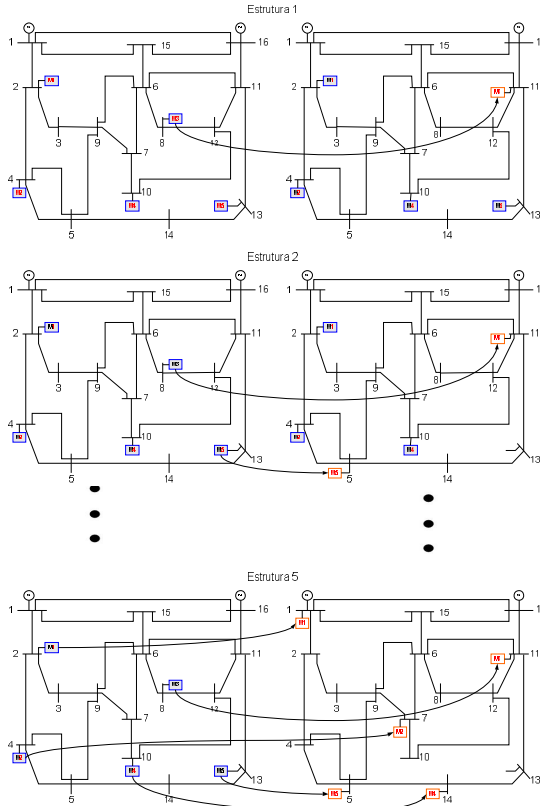


Figura 8. Geração de estruturas de vizinhança através de k -mudança

2) *Estratégias de Percorrido*: Devem-se utilizar estratégias de percorrido no processo de busca local, como por exemplo: (i) Busca Greedy ou a busca do

melhor vizinho. Nesta busca, é realizada uma busca exaustiva, transitando por todas as configurações da vizinhança da solução atual e determinando qual é a que produzirá uma maior melhoria do valor da função objetivo atual; e (ii) Busca do primeiro melhor vizinho, que se caracteriza por transitar em todas as configurações da vizinhança até que se encontre a primeira configuração vizinha de melhor qualidade que a solução atual. Esta última estratégia foi adotada nesse estudo.

4 Aplicação das Técnicas GRASP e VNS ao Problema de Alocação de PMUs

Uma vez construída a matriz densidade ilustrada no item 2.2 para uma determinada rede, o processo da implementação das técnicas GRASP-VNS se aplica como descrito a seguir.

4.1 Primeira Etapa – Algoritmo GRASP

A primeira etapa consiste em construir soluções utilizando o algoritmo GRASP e é detalhada a seguir:

Passo 1: Ordenar ascendentemente a matriz densidade, pelo número de barras vizinhas que as barras analisadas observam. Para o exemplo da Figura 4, tem-se a Figura 9.

Passo 2: Sorteia-se um número entre 1 e Tam_Lista . Tam_Lista varia entre 20% a 30% do tamanho da lista (linhas). Esta linha selecionada agrupa aqueles locais de instalação ou barras (critério adaptativo), os quais participarão da seleção para instalar PMUs.

Passo 3: Sorteia-se, na linha selecionada (grupo de barras observadas), uma barra onde será instalado o PMU.

Passo 4: Eliminam-se todas as barras que são observadas pela barra selecionada.

Este processo é repetido, até eliminar todas as barras observadas (ou monitoradas). Uma vez atingido este objetivo, tem-se um conjunto de locais de instalação (barras) dos PMUs (solução).

$$d(ordenada) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 2 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 3 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 3 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 4 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 4 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 5 \end{bmatrix}$$

Figura 9. Ordenação da Matriz Densidade “ d ” da Figura 4

4.2 Segunda Etapa – Algoritmo VNS

Uma vez gerada uma solução (configuração de locais de instalação dos PMUs), na primeira etapa, processa-se uma busca local, ou seja, deve-se gerar todas as soluções vizinhas desta configuração dentro da sua estrutura de vizinhança (Mladenovic, 1995),

realocando um medidor (aleatoriamente) em outra barra.

Na primeira estrutura de vizinhança $k=1$, muda-se de posição um medidor e avalia-se a função objetivo. Este processo é feito para todos os monitores, o que representa uma porcentagem mínima das possibilidades. Cada um destes valores é comparado com a solução atual. Se o algoritmo encontra uma configuração de melhor qualidade que a solução atual (solução corrente), esta será a nova solução atual (solução corrente) e a busca será reiniciada com $k=1$. Caso não se encontre uma melhor solução, passa-se à estrutura de vizinhança seguinte.

Nesta etapa é considerado que o vetor redundância b da configuração visitada (de melhor qualidade), quando comparado com a configuração atual (solução corrente) nos dois casos seguintes:

1. Se os valores de b visitada não contém zeros;
2. Se o número de “uns” de b visitada é menor que b atual.

No primeiro caso, a busca é reiniciada com $k=1$, reduzindo o número de monitores em um.

A ordem de transição das estruturas é sistemática, ou seja, $k=k+1$. Assim, k monitores são mudados aleatoriamente das suas respectivas barras. Caso seja encontrada uma melhoria no processo de busca, volta-se à para $k=1$, reiniciando-se o processo de busca. Caso contrário, quando o número de trocas de posições dos PMUs chega a $3 \cdot N^\circ$ de barras, passa-se à seguinte estrutura de vizinhança $k=k+1$. O processo continua até chegar a um $k_{\max}=3$.

Redes Elétricas	Sol.	Função objetivo F.O.	Redundância "b"		
			b=1 med.	b=2 med.	b>2 med.
IEEE 14	1°	4	12	2	0
IEEE 30	1°	10	18	7	4
IEEE 30	2°	10	17	6	6
IEEE 57	1°	17	46	9	2
IEEE 57	2°	17	48	9	0
IEEE 118	1°	32	84	29	5
IEEE 118	2°	32	86	30	2
IEEE 118	3°	32	87	24	7
IEEE 300	1°	87	210	81	9
IEEE 300	2°	87	214	76	9
IEEE 300	3°	87	220	70	10
PERU 131	1°	34	113	16	2
PERU 131	2°	34	112	19	0
PERU 131	3°	34	111	18	2
COLOMBIA 93	1°	21	76	16	1
COLOMBIA 93	2°	21	74	18	1
COLOMBIA 93	3°	21	73	17	3

Tabela 1. Resultados da Metodologia

5 Resultados e Discussões

Este método foi implementado num ambiente de programação Matlab, utilizando um Notebook Core Duo, CPU de 2,4 GHz com 2 GB de RAM. Para avaliar a eficiência da metodologia foram empregadas redes elétricas do IEEE amplamente utilizadas na literatura. Já os dados das redes PERU 131 e COLOMBIA 93 encontram-se em (LaPSEE, 2018. Chura, 2006).

Os resultados obtidos estão mostrados na Tabela 1 tem custos iguais para todos os PMUs para fins de comparação com aquelas técnicas de solução encontradas na literatura e mostradas na Tabela 2.

Um parâmetro importante para a EE é a redundância (ver Tabela 1), a qual indica a quantidade de PMUs que monitora uma barra. Por exemplo, a rede de IEEE57 tem duas respostas (configurações de PMUs) com mesmo número de PMUs (17 monitores). A diferença está no vetor redundância “b”. A 1ª resposta é melhor, porque 2 barras são monitoradas por mais de 2 PMUs (1ª resposta), enquanto na 2ª resposta 0 barras por mais de 2 PMUs.

Redes Elétricas		IEEE 14	IEEE 30	IEEE 57	IEEE 118	IEEE 300
Função objetivo F.O.		4	10	17	32	87
Tempo (seg.)		0,1	0,2	0,4	55,0	2000,0
Função objetivo F.O. das Referências	Manousakis N. and Korres G (2017)	4	xx	xx	32	xx
	Reis D. C. S. (2012)	4	10	17	32	87
	Gou B (2008)	4	10	17	xx	xx
	Da Silva et. al. (2000)	4	xx	17	xx	xx

Tabela 2. Comparação dos resultados com a literatura

A Figura 10 ilustra o desempenho da metodologia para um grupo de redes avaliadas. Onde se ilustra o número de PMUs Vs Número de vezes (iterações) que se avalia a F.O. Estando este ultimo parâmetro entre parênteses.

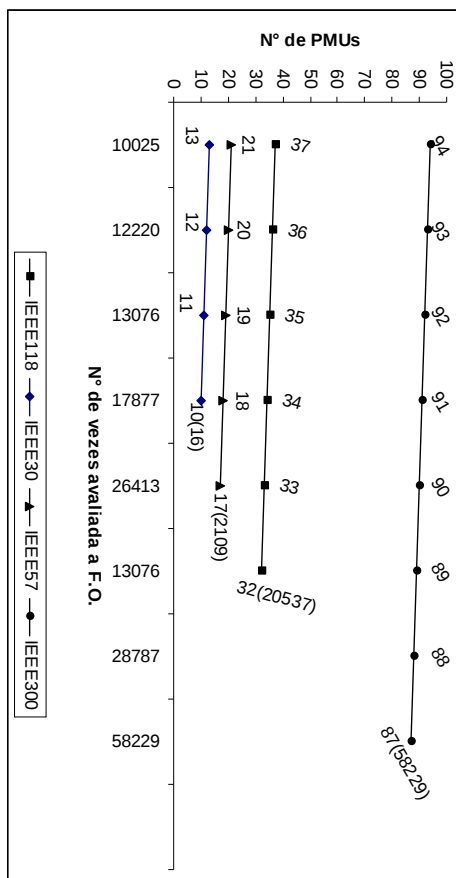


Figura 10. Desempenho da Metodologia para as redes do IEEE

6 Conclusões

Foi apresentada uma metodologia para solucionar o problema de alocação ótima de PMUs, visando o monitoramento dos parâmetros de uma rede elétrica via medição ou via cálculo matemático.

A principal contribuição é a aplicação de uma técnica híbrida GRASP e VNS para resolver o problema.

A utilização de um critério (heurístico) para construir uma solução e, em seguida fazer uma busca local em estruturas de vizinhança mostrou uma alta eficiência, pois os tempos computacionais foram reduzidos em mais de 50% quando comparado ao não utilizar esta estratégia. Além de encontrar os mesmos resultados da literatura (redes IEEE).

Uma característica observada em redes reais é o elevado número de PMUs a serem instalados para monitorar toda a rede. Sendo assim, aparece a necessidade de se restringir o monitoramento. Por exemplo, limitando o escopo para uma região específica de interesse.

Como sugestão para trabalhos futuros, tem-se a inclusão das medições existentes (fasoriais), assim como das medições convencionais (valores eficazes). Isso muda o modelo básico do problema aqui proposto.

Agradecimentos

Os autores agradecem à Universidade Federal de Ouro Preto UFOP pelo financiamento do projeto de pesquisa, que originou os resultados apresentados neste artigo.

Referências Bibliográficas

- Almeida, C. F. M. and Kagan, N (2011). Using Genetic Algorithms and Fuzzy Programming to Monitor Voltage Sags and Swells. *IEEE Intelligent Systems*, Vol.26, No. 2; pp. 46–53.
- Abur A. and Expósito G. A (2004). *Power System State Estimation: Theory and Implementation*. New York, NY, USA: Marcel Dekker.
- Arruda E. F. d., Kagan N. and Ribeiro P. F (2010). Harmonic distortion state estimation using an evolutionary strategy. *IEEE Trans. Power Del.*, Vol. 25, No. 2, pp. 831–842.
- Chen, J. and Abur, A (2006). Placement of PMUs to Enable Bad Data Detection in State Estimation. *IEEE Transactions on Power Systems*, Vol. 21, No. 4, pp. 1608–1615.
- Cebrian J. C. and Kagan, N (2010). Hybrid method to assess sensitive process interruption costs due to faults in electric power distribution networks. *IEEE Trans. Power Del.*, Vol. 25, No. 3, pp. 1686–1696.
- Chura S. I. G (2006) *Palanificação de sistemas de transmisión usando um método de Pontos Interiores*, Tesis de Graduacion, UNI.
- Da Silva R. P. M., Branco H. M. G. C., Oleskovicz, M., et al (2010). *Algoritmos Genéticos Aplicados à Alocação de Medidores de Qualidade da Energia Elétrica em Sistemas de Transmissão*. IEEE/PES Transmission & Distribution Conference and Exposition Latin America.
- Eldery, M. A. Et Al (2006). A Novel Power Quality Monitoring Allocation Algorithm. *IEEE Transactions on Power Delivery*, Vol.21, No. 2, pp. 768–777.
- Festa P. and Resende M. G. C (2004). An annotated bibliography of GRASP. *European Journal of Operational Research*.
- Farsadi M., Golahmadi H. and Shojaei H (2009). Phasor Measurement Unit (PMU) allocation in power system with different algorithms. *Electrical and Electronics Engineering International Conference*.
- Goldbarg M. C. and Luna H. P. L (2005). *Otimização Combinatória e Programação Linear*. Ed. Elsevier.
- Gou B (2008). Generalized Integer Linear Programming Formulation for Optimal PMU Placement. *IEEE Transactions on Power Systems*, Vol. 23, pp. 1099 – 1104.
- Grainger J. J. and Stevenson J. W. D (1994). *Power system analysis*. Ed. McGraw-Hill.

- Guerra W., Silva T. and Jesus B (2016). Allocation of power quality monitors by Clonal Algorithm Paulo Estevão Teixeira Martins; 17th International Conference on Harmonics and Quality of Power (ICHQP), pp: 980 – 985.
- LaPSEE (2018). Repositorio de testes. <http://www.feis.unesp.br/#!/departamento/s/engenharia-eletrica>. Acesso Fev. 2018.
- Manousakis N. and Korres G (2017). Optimal Allocation of PMUs in the Presence of Conventional Measurements Considering Contingencies. IEEE Transactions on Power Delivery, Vol. 01, pp. 1–7.
- Martello S., Pisinger D. and Toth P (2000). New Trends in Exact Algorithms for the 0-1 Knapsack Problem. European Journal of Operational Research, pp. 325–332.
- Mladenovic N (1995). Variable Neighborhood Algorithm: A New Metaheuristic for Combinatorial Optimization. Abstracts of papers presented at Optimization Days.
- Olguin, G., Vuinovich F. and Bollen M. H. J (2006). An optimal monitoring program for obtaining voltage sag system indexes. IEEE Transactions on Power Systems, Vol. 21, pp 378-384.
- Reis D. C. S., Villela P. R. C., Duque C. A. and Ribeiro P. F (2008); Transmission Systems Power Quality Monitors Allocation. Power Energy Soc. Gen. Meet., pp. 1–7.
- Reis D. C. S (2012). Alocação De Monitores De Qualidade De Energia E Unidades De Medição Fasorial Usando Programação Dinâmica Aproximada. Tese de Doutorado, UFRJ.
- Schweppe, F. C (1970). Power System Static-State Estimation, Part I, II and III. IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems, NewYork, Vol. 89, pp. 120-135.
- Xu B. and Abur A (2014). Observability analysis and measurement placement for systems with PMUs. IEEE PES Power Systems Conference and Exposition, Vol.2, pp: 943 – 946.
- Zambrano X., Hernandez A., Izzeddine M. and Castro R. M (2017). Estimation of voltage sags from a limited set of monitors in power systems. IEEE Trans. Power Del., Vol. 32, No. 2, pp. 656–665.
- Zhao J. B., Zhang G. X. and Scala M. L (2015). PMU based robust dynamic state estimation method for power systems. Proc. IEEE Power Eng. Soc. General Meeting, Vol. 20, pp. 26-30.
- Zhao J (2017). Power System Dynamic State Estimation Considering Measurement Correlations. IEEE Transactions on Energy Conversion, Vol. 32, No 4 pp. 1630 – 1632.