

ALOCAÇÃO OTIMIZADA DE UNIDADES DE MEDIÇÃO FASORIAL EM SISTEMAS DE TRANSMISSÃO UTILIZANDO OTIMIZAÇÃO POR ENXAME DE PARTÍCULAS

JOSÉ PAULO R. FERNANDES

*Laboratório de Análise Computacional de Sistemas Elétricos de Potência, Depto. de Engenharia Elétrica,
Escola de Engenharia de São Carlos - Universidade de São Paulo, São Carlos, SP, BRASIL*

E-mail: joseprf@usp.br

MADELEINE R. M. C. ALBERTINI

*Instituto de Ciências Exatas e Tecnológicas, Depto. de Engenharia Elétrica, Universidade Federal do
Triângulo Mineiro, Uberaba, MG, BRASIL*

E-mail: rociodelpilar_21@hotmail.com

Abstract— This paper describes a particle swarm optimization based method of multi-objective optimal phasor measurement units allocation in transmission systems. The allocation problem can be modeled in the binary domain and equated in to work with mono objective meta-heuristics without ignoring its multi-objective nature. Although the particle swarm optimization is more suited for continuous domain problems, with some adaptations, it can also perform well in allocation problems using few iterations. The algorithm and problem modeling adaptations, test systems' results and comparison with other algorithms in literature are presented and exhibits promising results for optimal monitor allocation in small and medium sized transmission systems.

Keywords— optimal allocation, phasor measurement unit, swarm optimization, evolutionary algorithm, smart grid.

Resumo— Este artigo descreve um método de alocação otimizada de unidades de medição fasorial com foco multiobjetivo em sistemas de transmissão baseado em otimização por enxame de partículas. O problema de alocação pode ser modelado no domínio binário e equacionado de modo a favorecer o uso de meta-heurísticas mono objetivas sem perder sua natureza multiobjetiva. Apesar da otimização por enxame de partículas ser mais adequada a problemas de domínio contínuo, com algumas adaptações, ela pode ter um bom desempenho em problemas de alocação usando um número baixo de iterações. O algoritmo e o problema adaptados, resultados obtidos com sistemas de testes e comparação com outros algoritmos utilizados na literatura são apresentados e mostram resultados promissores para alocação otimizada de monitores em sistemas de transmissão de pequeno e médio porte.

Palavras-chave— alocação otimizada, unidade de medição fasorial, otimização por enxame, algoritmo evolutivo, *smart grid*.

1 Introdução

A complexidade dos sistemas elétricos de potência (SEP) gerada pela interligação de redes distantes, inclusão de fontes alternativas e ampliação dos modelos já existentes tem dificultado a operação segura e o monitoramento destas redes por seus administradores. Tal desafio advém do grande número de pontos físicos presentes nas redes elétricas que requerem monitoramentos diversos, sendo determinante a busca de meios de minimizar o número de medidores para reduzir custos, mantendo a possibilidade de se determinar o estado operacional em que se encontra um determinado sistema. O monitoramento correto de uma rede é importante na identificação de faltas, no controle de indicadores de qualidade de serviço e no planejamento das concessionárias em geral.

Devido a sua alta capacidade de amostragem de dados e possibilidade de comunicação por GPS, que garantem inúmeros benefícios em processos de estimação de estado, a utilização de unidades de medição fasorial (PMUs) tem se tornado cada vez mais comum. No entanto, o alto custo destes dispositivos exige que sua implantação seja feita de maneira precisa para garantir a observabilidade da rede com baixo custo.

A fim de resolver este problema de maneira economicamente viável, devem-se elaborar projetos de distribuição de monitores que tenham baixo custo e

ainda assim garantam observabilidade¹ e sejam o mais redundante possível², o que possibilita uma melhor estimação de estados do SEP. Nota-se que este é um problema com três objetivos diferentes, sendo a diminuição de custos conflitante com os demais.

Por se tratar de um problema de natureza combinatoria, a aplicação de meta-heurísticas é bastante utilizada. Em (Cebrian, Almeida, Kagan 2010) e (Freitas et al, 2016) são propostos algoritmos evolutivos para projeto de sistemas de medição com bons resultados. Indo um pouco além, (Bertho et al, 2016) ainda demonstra como esses algoritmos podem ser facilmente adaptados para diferentes tipos de sistemas. De fato, sua praticidade possibilitaria a operação em tempo real para restauração de observabilidade a partir de pseudomedidas, bastando algumas pequenas mudanças, como pode ser visto em (Nanchian, Majumdar, Bikash, 2017), que utilizam um algoritmo evolutivo para estimação de estado. Ainda no problema de alocação (Roy, Sinha, Pradhan, 2012) apresenta uma metodologia baseada em características da rede com bons resultados nos sistemas de testes do IEEE e (Reis, 2012) usa uma abordagem

¹ Um sistema elétrico é dito observável se seu fluxo de potência pode ser estimado com as medidas disponíveis.

² Espera-se que exista o máximo possível de medidas relacionadas a cada barra para melhorar o processo de estimação de estados em sistemas elétricos.

baseada em programação dinâmica aproximada com sucesso em sistemas de grande porte. As publicações de (Eldery et al., 2006) e (Ketabi, Sheibani, Nosratabadi, 2012) propõem um método de alocação baseado no algoritmo de programação inteira *branch-and-bound*. Nesses trabalhos são impostas restrições para as soluções, as quais consideraram aspectos quanto a localização e a importância de cada barra, assim como a existência de equipamentos e disponibilidade de canal de comunicação. Em (Rad, Mokhtari, Karimi, 2013) avaliou-se a metodologia de alocação para um sistema de maior porte e foi realizada uma análise de sensibilidade do impacto do acréscimo de medidores a partir do número mínimo ótimo de medidores sobre a precisão dos resultados de estimação.

Dada a flexibilidade das meta-heurísticas e o histórico de sucesso no problema de alocação de PMUs, é proposto um algoritmo baseado em otimização por enxame de partículas (PSO) capaz de realizar a alocação com menor custo possível, garantindo a observabilidade do sistema e buscando maior redundância. Este algoritmo foi testado com sistemas de testes do IEEE e foi feita uma breve análise estatística e a comparação com resultados conhecidos da literatura.

2 Modelagem do Problema

A utilização de unidades de medição fasorial (PMU) permite que o problema seja modelado como um problema de recobrimento (PR), conforme proposto por (Reis, 2012). Cada PMU pode fornecer dados relativos à sua barra de instalação e às correntes que estão saindo dela, ou seja, cada unidade atenderá ao seu ponto de instalação e a todos diretamente conectados a ele³. Seguindo a modelagem proposta por (Reis, 2012), o problema consiste em minimizar a equação (1), enquanto atende às condições impostas por (2), (3) e (4), sendo:

$$\min z = \sum_{j=1}^n c(j) * x(j) \quad (1)$$

Sujeito a

$$\sum_{j=1}^n d(i, j) * x(j) \geq b(j) \quad (2)$$

$$0 \leq x(j) \leq 1 \quad (3)$$

$$x(j) \text{ inteiro para } j = 0, 1, 2, \dots, n \quad (4)$$

Nas equações, $c(j)$ é o custo de uma PMU em uma barra j , $x(j)$ é uma variável binária que diz se há PMU instalada naquela barra j ($x(j)=1$) ou não ($x(j)=0$), n o número total de barras, $d(i, j)$ é um valor binário que representa a posição (i, j) da matriz de adjacência D correspondente à topologia do SEP analisado e $b(j)$ é um elemento do vetor B que indica por no mínimo quantas PMUs a barra j deve ser

atendida. Para validação do método, b é considerado um vetor com todos elementos iguais a 1, pois deseja-se atender a todas as barras com pelo menos um medidor (condição de custo mínimo que garante a observabilidade do sistema), assim como o vetor de custos também é considerado unitário.

Adiciona-se ainda a condição de maximizar o somatório do produto entre a matriz de adjacência D e o vetor de variáveis x , o que indica a quantidade total de medições possíveis de se obter usando todos os canais de medição do sistema. Deste modo, a equação (5) deve ser incluída no problema.

$$\max r = \sum_{j=1}^n D * x \quad (5)$$

Sendo os elementos $d(i, j)$ da matriz D obtidos a partir da equação (6), onde $Y(i, j)$ são os elementos da matriz Y de admitâncias do SEP.

$$\begin{aligned} d(i, j) &= 1 \text{ se } Y(i, j) \neq 0 \text{ e} \\ d(i, j) &= 0 \text{ se } Y(i, j) = 0 \end{aligned} \quad (6)$$

Por se tratar de um problema multiobjetivo adaptado à uma meta-heurística mono-objetivo, as equações (1), (2) e (5), que descrevem o *fitness*, foram ordenadas de maneira hierárquica, onde a prioridade é garantir a observabilidade (2), a seguir reduzir os custos (1) e, por fim, aumentar a quantidade de medições fornecidas para se ter um sistema mais redundante possível (5).

3 Metodologia

Um algoritmo de otimização por enxame foi implementado tomando como base o modelo proposto por (Xiaohui, 2006), que é mostrado a seguir:

Iniciar partículas (soluções) aleatórias

Enquanto o número de iterações definido não for atingido

Avaliar partículas

Comparar com melhor resposta obtida por esta partícula (melhor local)

Comparar com melhor resposta obtida pelo conjunto de partículas (melhor global)

Calcular velocidade de cada partícula

Atualizar posição de cada partícula

Retornar melhor solução

A avaliação das soluções ou partículas é feita seguindo as equações apresentadas na modelagem do problema, considerando uma hierarquia entre os objetivos existentes. Deste modo, na etapa de avaliação das partículas é considerado (i) se a solução tem observabilidade melhor que a solução comparada, dada pela melhor local (neste caso o valor é comparado ao produto do valor obtido na solução com a tolerância estabelecida) ou global, dependendo da etapa; (ii) se os valores em (i) forem iguais, os custos são comparados e a de menor custo é escolhida; e (iii) se os valores forem iguais em (i) e iguais em (ii),

³ Assumindo que todos eles terão dispositivos de medição de corrente instalados.

a solução mais redundante é escolhida.

Para a geração das soluções iniciais, foram utilizadas soluções com quantidades pequenas de elementos iguais a um, buscando acelerar a convergência por se tratar de um problema em que sempre haverá uma solução com custo mínimo em que a quantidade de PMUs instaladas será igual ou menor que a metade do número de barras do sistema, onde cada PMU pode atender à barra de instalação e às barras adjacentes.

Também foram criados novos operadores para atuar na movimentação da partícula: constantes de tolerância na avaliação local das soluções (em custo e observabilidade), onde o melhor local pode mudar para uma solução pior, mas próxima do ótimo local, a fim de aumentar o espaço de busca por soluções; e um operador de mutação, semelhante ao que é observado nos algoritmos genéticos, onde há uma pequena chance de até n posições de um vetor de solução sofrerem uma aceleração (variação no vetor de velocidades) de -1 ou +1 aleatoriamente.

Após as mudanças, o novo algoritmo é dado da seguinte forma:

Variáveis

pop, obj, v, tol, it, objL, objG, inercia, melhor

Iniciar

gerar pop

para i de 1 até it

para j de 1 até tamanho(pop)

obj(j) = avaliar(pop(j))

se obj(j) > tolerancia*objL(j)

objL(j) = obj(j)

se obj(j) > objG

objG = obj(j)

melhor = pop(j)

fim se

fim se

v(j) = rand*(obj(j)-objL(j))+rand*(obj(j)-objG)+inercia

pop(j) = pop(j)+v(j)

fim para

fim para

retornar objGlobal, melhor

Fim

Sendo *pop* a população de partículas, *obj* o desempenho de cada solução para os objetivos, *v* a velocidade de cada partícula, *tol* a tolerância de busca dos objetivos, *it* o número de iterações, *objL* o melhor desempenho histórico de uma partícula, *objG* o melhor desempenho histórico geral, *inercia* a inércia provocada pelo movimento da iteração anterior e *melhor* a melhor partícula encontrada.

Este algoritmo foi então aplicado nos sistemas de teste do IEEE de 14, 30, 57 e 118 barras, obtidos do site da Universidade de Washington (2017), utilizando as três combinações de parâmetros de entrada mostrados na Tabela 1, com tolerâncias de 20% para pior em custo e observabilidade e sempre com populações constantes de 500 indivíduos (também chamados de soluções ou partículas). As populações

iniciais foram todas limitadas a ter até cinco elementos iguais a 1 em seus indivíduos. O critério de parada adotado foi sempre o número de iterações.

Para cada combinação de entrada, foram executadas 30 simulações em cada sistema teste considerando o vetor de custos uniforme. Também foram feitas 30 simulações considerando custos não uniformes nos sistemas de 57 barras utilizando a combinação de melhor desempenho para o caso uniforme.

Tabela 1. Parâmetros de entrada.

| Entrada | Máximo de posições com aceleração aleatória | Iterações |
|---------|---|-----------|
| 1 | 3 | 150 |
| 2 | 4 | 300 |
| 3 | 5 | 500 |

4 Resultados

Primeiramente, temos os resultados já conhecidos da literatura para tomar como base. A Tabela 2 mostra a relação dos sistemas com suas quantidades mínimas de PMUs necessárias, valores de referência para o problema.

Tabela 2. Valores de referência.

| Sistema | Mínimo de PMUs necessário |
|---------|---------------------------|
| 14 | 4 |
| 30 | 10 |
| 57 | 17 |
| 118 | 32 |

2.1 Desempenho considerando custos uniformes

Assumir que os custos de instalação de PMUs sejam iguais em qualquer ponto⁴ é útil para demonstrar o desempenho do algoritmo já que não haverá nenhuma diferença considerável que faça o algoritmo convergir para um ponto de mínimo. Assume-se então o custo por PMU de 1 unidade de custo (u.c.).

Nesta situação, ao menos uma das combinações de parâmetros de entrada conseguiu encontrar soluções com as quantidades de PMUs de referência em cada caso pelo menos uma vez. Apenas as condições 1 e 3 para o sistema de 118 barras que não encontraram nenhuma vez o valor esperado. Em todos os casos as soluções garantiram observabilidade total do sistema.

Os melhores resultados encontrados, em termos de quantidade de PMUs para cada entrada e sistemas são mostrados na Tabela 3.

⁴ Desconsidera-se neste caso quaisquer custos adicionais ligados à instalação, operação e manutenção, incluindo o custo das unidades de medição de corrente que podem ou não ser instaladas, dependendo do desejo do operador do sistema de obter maior redundância.

Apesar de terem as quantidades mínimas de PMUs iguais, as barras com unidades instaladas não coincidem em todos os casos com o que é observado na literatura. Isso não significa, no entanto, que sejam soluções piores, já que pode existir mais de uma combinação com a mesma quantidade de medições possível, mesmo custo, mas posições de instalação diferentes. Tal fato ocorre nos sistemas de 30, 57 e 118 barras, sendo que nos casos de 30 e 57 são observados ganhos em relação ao que alguns métodos meta-heurísticos ou que não consideram a quantidade de medições na modelagem do problema encontraram.

Tabela 3. Melhores resultados obtidos.

| Entrada | 1 | 2 | 3 |
|------------|----------------|----------------|----------------|
| 14 | 4 PMUs | 4 PMUs | 4 PMUs |
| 30 | 10 PMUs | 10 PMUs | 10 PMUs |
| 57 | 17 PMUs | 17 PMUs | 17 PMUs |
| 118 | 33 PMUs | 32 PMUs | 33 PMUs |

Para o sistema de 57 barras, é apresentado em (Roy, Sinha, Pradhan, 2012) como solução a instalação de PMUs nas barras 1, 4, 9, 20, 24, 27, 29, 30, 32, 36, 38, 39, 41, 45, 46, 51 e 54, o que indica a necessidade de 17 PMUs para até 68 medições diferentes. Com o uso do PSO adaptado a melhor solução obtida indica também 17 PMUs, porém nas barras 1, 4, 6, 9, 15, 20, 24, 28, 31, 32, 36, 38, 39, 41, 47, 51 e 53, permitindo até 72 medições diferentes.

Igualmente, foram observados ganhos em relação ao proposto por (Roy, Sinha, Pradhan, 2012) para o sistema de 30 barras, que precisa de 10 PMUs. Neste caso, sua metodologia encontra como disposição ótima a utilização das barras 2, 3, 6, 9, 10, 12, 15, 19, 25 e 27, capaz de fornecer até 50 medições. Já o PSO encontra como solução as barras 2, 4, 6, 9, 10, 12, 15, 18, 25 e 27, dando a possibilidade de até 52 medições sem aumentar a quantidade de PMUs.

Já para o sistema de 118 barras, a solução encontrada envolve a instalação de PMUs nas barras 3, 5, 9, 12, 15, 17, 21, 23, 28, 30, 34, 37, 40, 45, 49, 53, 56, 62, 64, 68, 71, 75, 77, 80, 85, 86, 91, 94, 101, 105, 110 e 115. São 32 unidades com até 164 medições, mas existem diversas outras possibilidades de dispor a mesma quantidade de PMUs com mais ou menos medições.

Para o sistema de 14 barras não há muito a ser discutido. Por ser um sistema bem simples, sua solução pode ser facilmente obtida com a maioria das metodologias conhecidas, sendo o ótimo global para custo uniforme a instalação de PMUs nas barras 2, 6, 7 e 9, possibilitando até 19 medições.

Em termos de desempenho médio, os dados mostram que os índices de sucesso nos sistemas de 14, 30 e 57 barras são consideráveis. Considerando os parâmetros de entrada com maior sucesso, observam-se nas Tabelas 4 e 5 os desvios padrão e médias para custos e quantidade de medições ao longo das 30 simulações.

Finalmente, olhando o desempenho médio ao longo das iterações, nota-se que o algoritmo encontra soluções com observabilidade total logo nas primeiras iterações e, até o sistema de 57 barras, o custo e a quantidade de medições também tendem a se estabilizar rapidamente. As Figuras 1, 2, 3 e 4 mostram o comportamento do algoritmo para a combinação de parâmetros de entrada 2 (300 iterações e até 4 mudanças aleatórias de velocidade) nos sistemas de 14, 30, 57 e 118 barras, respectivamente.

Como pode ser visto nas Figuras 1, 2, 3 e 4, em média, em menos de 20 iterações já são encontradas soluções com o sistema observável e próximas do custo ótimo. Por um lado, isso mostra a grande eficiência do PSO em encontrar soluções rapidamente, porém indica a necessidade de criar rotinas que evitem que o problema fique preso nestes pontos de mínimo e sejam gastas menos simulações para encontrar ótimos globais.

Tabela 4. Desvios padrão após 30 simulações.

| Sistema | Desvio no custo | Desvio nas medições | Entradas |
|------------|-----------------|---------------------|----------|
| 14 | 0 | 0 | 3 |
| 30 | 0 | 0 | 1, 2 e 3 |
| 57 | 0,556053 | 3,601564 | 2 |
| 118 | 0,973204 | 9,456251 | 2 |

Tabela 5. Médias após 30 simulações.

| Sistema | Custo médio (u.c) | Média de medições | Entradas |
|------------|-------------------|-------------------|----------|
| 14 | 4 | 19 | 3 |
| 30 | 10 | 52 | 1, 2 e 3 |
| 57 | 17,633333 | 73,833333 | 2 |
| 118 | 34,466667 | 187,4 | 2 |

2.2 Desempenho considerando custos não uniformes

Para testar a viabilidade de aplicar este algoritmo em casos de custos não uniformes, ao invés de usar valores aleatórios, o que tornaria impossível comparar com o que se espera do algoritmo, os custos do sistema IEEE de 57 barras foram mudados.

Como já é conhecida a solução ótima obtida para custos uniformes no sistema de 57 barras e suas diferenças em relação à solução encontrada por (Roy, Sinha, Pradhan, 2012), os valores de instalação de PMUs nas barras 15, 28, 31, 47 e 53 foram aumentados em 10%, para 1,1u.c.. Essas barras são as que aparecem na solução encontrada pelo PSO, mas não na de (Roy, Sinha, Pradhan, 2012), portanto, espera-se que agora seja encontrada uma solução semelhante a esta sem que o algoritmo fique preso em soluções que envolvam as barras de maior custo.

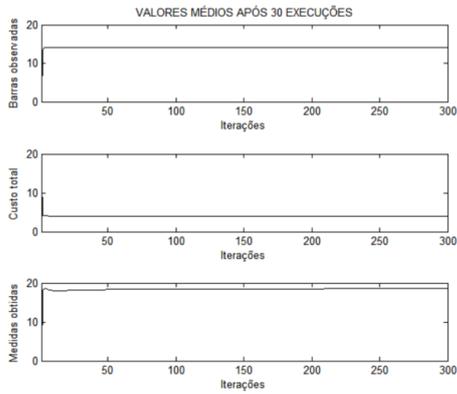


Figura 1. Comportamento no sistema de 14 barras

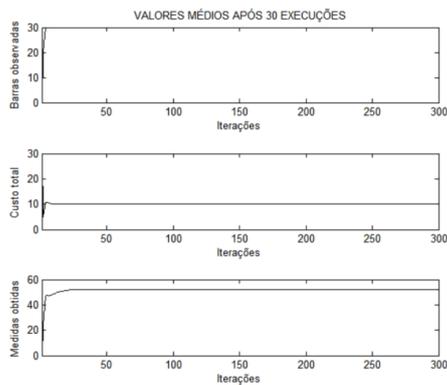


Figura 2. Comportamento no sistema de 30 barras

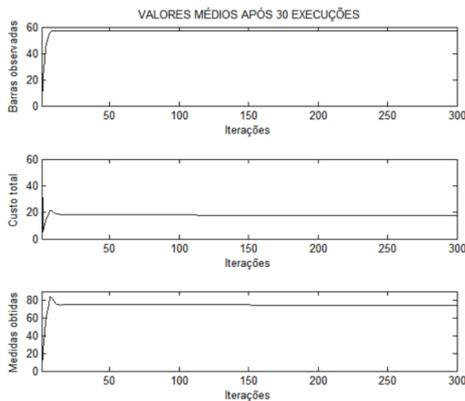


Figura 3. Comportamento no sistema de 57 barras

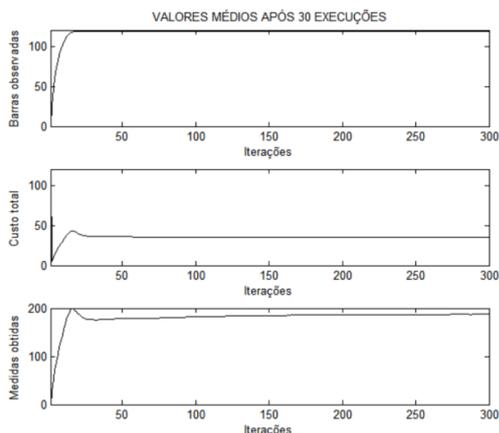


Figura 4. Comportamento no sistema de 118 barras

Surpreendentemente, apesar de terem sido encontradas soluções idênticas a de (Roy, Sinha, Pradhan, 2012) e algumas com menos medições, mas também usando 17 PMUs, ainda foram encontradas diferentes soluções com 70 medições possíveis. A primeira dada pelas barras 1, 6, 13, 15, 19, 22, 25, 27, 32, 36, 38, 41, 46, 51, 52, 55 e 57 e a segunda pelas barras 1, 6, 10, 15, 19, 22, 26, 29, 30, 32, 36, 38, 41, 46, 49, 54 e 57.

Considerando o desempenho médio e comportamento ao longo das iterações, são obtidas a Tabela 6 e a Figura 5.

Tabela 6. Sistema de 57 com custos modificados.

| | Média | Desvio padrão |
|--------------------|--------------|----------------------|
| Custo (u.c) | 17,623333 | 0,632828 |
| Medições | 71 | 3,769204 |

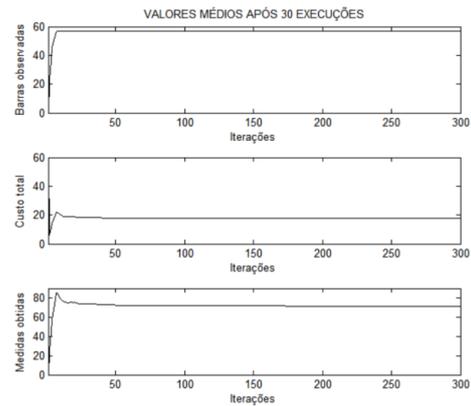


Figura 5. Comportamento no sistema de 57 barras com custos modificados

Novamente a figura indica que logo nas primeiras iterações o algoritmo já chega bastante próximo do ótimo. Desta vez, no entanto, o desvio padrão das melhores soluções aumentou consideravelmente, assim como a variedade de soluções com mesma quantidade de PMUs, mas números de medições diferentes.

O fato de terem sido obtidas soluções ótimas com apenas duas medições a menos que o ótimo para custos uniformes, mesmo com cinco barras importantes tendo seus valores aumentados, indica que o conjunto do PSO com a modelagem por PR são adequadas ao problema de alocação otimizada independentemente do tipo de custo considerado.

5 Conclusões

Os resultados para os sistemas testes do IEEE de 30, 57 e 118 barras confirmam a eficiência das meta-heurísticas para resolver o problema de alocação de PMUs em sistemas elétricos, porém pode ser necessário a realização de diversas execuções dos algoritmos.

mos para encontrar soluções realmente otimizadas, já que não há garantia de obtenção do ótimo em meta-heurísticas. Nota-se que, mesmo que sejam necessárias diversas execuções, o tempo gasto para encontrar opções bastante otimizadas de sistemas de medição é muito inferior ao que seria usado para testar todas as possibilidades ou aplicar algum método determinístico.

Outra vantagem de se utilizar meta-heurísticas é a possibilidade de sua aplicação para resolver problemas de restauração de observabilidade com muitas pseudomedidas, nos quais o sistema já está em operação e precisa encontrar respostas válidas rapidamente, mesmo que não sejam ótimas.

A maneira como o problema é modelado, seguindo a metodologia proposta por (Reis, 2012), garante ainda que os algoritmos desenvolvidos e validados em condições de custo uniforme e com exigência mínima de apenas uma medição por barra possam trabalhar com custos variados e imposição de redundância local mínima diferente de um, além de permitir trabalhar com topologias variadas de sistemas elétricos.

No que diz respeito à metodologia proposta, apesar dos bons resultados, são necessárias otimizações para impedir que o PSO fique preso em mínimos locais, principalmente em sistemas maiores para que não seja preciso um número tão alto de simulações para encontrar soluções ótimas. Acrescenta-se ainda a necessidade de estabelecer um critério de parada que não seja baseado somente no número de iterações em aplicações reais. Um melhor ajuste nos parâmetros de entrada também é recomendável, dado que foram escolhidas apenas três combinações diferentes somente para fins de comparação, mas, na prática, isso afeta o desempenho do algoritmo.

Agradecimentos

Os autores agradecem à Universidade de São Paulo e à Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de São Paulo (FAPESP) (processo 2017/23728-0) pelo apoio financeiro.

Referências Bibliográficas

BERTHO, R., KEMPNER, T. R., VIEIRA, J. C. M., OLESKOVICZ, M., COURRY, D. V. (2016). Optimized power quality monitor placement based on a particle swarm optimization algorithm. 17th International Conference on Harmonics and Quality of Power (ICHQP). Belo Horizonte – MG.

CEBRIAN, J. C., ALMEIDA, C. F. M., KAGAN, N. (2010). Genetic algorithms applied for the optimal allocation of power quality monitors in distribution networks. Harmonics and Quality Power Conference, Bergamo - Itália

FREITAS, A. F., AMARAL, F. V., SILVA, J. A. L., SALDANHA, R. R., SILVA, S. M. (2016). Optimum allocation of power quality monitors in

electric power systems. 17th International Conference on Harmonics and Quality of Power (ICHQP). Belo Horizonte – MG.

ELDERY, M. A., EL-SAADANY, E. F., SALAMA, M. M. A., VANNELLI, A. (2006). A Novel Power Quality Monitoring Allocation Algorithm. IEEE Transactions on Power Delivery, vol. 21, no. 2, pp. 768-777.

KETABI, A., SHEIBANI, M. R., NOSRATABADI, S. M. (2012). Power quality meters placement using seeker optimization algorithm. International Journal of Electrical Power and Energy Systems, vol. 43, no. 1, pp. 141-149.

NANCHIAN, S., MAJUMDAR, A., PAL, B. C. (2015). Three-Phase State Estimation Using Hybrid Particle Swarm Optimization. IEEE Transactions on Smart Grid, vol. 8, no. 3., pp. 1035-1045.

RAD, M. S., MOKHTARI, H., KARIMI, H. (2013). A new algorithm for optimal measurement placement, observability analysis and Harmonic State Estimation in power systems. 4th Power Electronics, Drive Systems and Technologies Conference, Tehran, Iran.

REIS, D. C. S. (2012). Alocação de monitores de qualidade de energia e unidades de medição fatorial usando programação dinâmica aproximada. 96f. Tese (Doutorado em Engenharia Elétrica) – Instituto Alberto Luiz Coimbra de Pós-Graduação e Pesquisa de Engenharia, Universidade Federal do Rio de Janeiro – RJ.

ROY, B. K. S., SINHA, A. K., PRADHAN, A. K. (2012). An optimal PMU placement technique for power system observability. International Journal of Electrical Power & Energy Systems, vol. 42, no. 1, pp. 71-77.

UNIVERSIDADE DE WASHINGTON (2017). Power systems test case archive. Disponível em: <http://www2.ee.washington.edu/>. Acesso em 25 de maio de 2017.

XIAHUI, H. (2017). PSO Tutorial. Disponível em: http://www.swarmintelligence.org/tutorial_s.php Acesso em 25 de maio de 2017.