

ANÁLISE DE ESTABILIDADE TRANSITÓRIA EM SISTEMAS ELÉTRICOS DE POTÊNCIA COM INCERTEZAS PARAMÉTRICAS

RAPHAEL LUIZ VICENTE FORTULAN*, LUÍS FERNANDO COSTA ALBERTO*

**Escola de Engenharia de São Carlos da Universidade de São Paulo
Avenida Trabalhador São-carlense, 400
São Carlos, São Paulo, Brasil*

Emails: raphael.fortulan@usp.br, lfcalberto@usp.br

Abstract— In this paper, we develop and apply a methodology for assessing the transient stability of a single machine infinite bus system with parametric uncertainties. For this purpose, a robust extension of the direct method PEBS combined with interval arithmetic is developed. The proposed methodology gives as a result the worst-case scenario for the critical clearing time considering all possible combination of parameters. Finally, we compare data from Monte Carlo simulations with the results obtained by the proposed methodology to prove its efficiency and accuracy.

Keywords— Transient Stability, Direct Methods, PEBS, Interval Arithmetic, Parametric Uncertainties.

Resumo— Neste artigo, desenvolve-se e aplica-se uma metodologia para avaliar a estabilidade transitória de um sistema de uma máquina conectada a um barramento infinito com incertezas paramétricas. Para isso, utiliza-se uma extensão robusta do método direto PEBS combinado com aritmética de intervalo. A metodologia proposta fornece o pior cenário para o tempo crítico de abertura (o maior intervalo de tempo para se corrigir a falta de forma que o sistema elétrico fique estável), considerando todas as possíveis combinações de parâmetros. Finalmente, são comparados os dados de simulações de Monte Carlo com os resultados obtidos pela metodologia proposta para comprovar sua eficiência e precisão.

Palavras-chave— Estabilidade Transitória, Métodos Diretos, PEBS, Aritmética de Intervalos, Incertezas Paramétricas.

1 Introdução

O crescente uso de geração a partir de fontes de natureza intermitente como, por exemplo, os geradores eólicos e solares trouxe incertezas e novas dificuldades para a operação dos sistemas elétricos de potência. É crescente a necessidade de incluir nas análises, e em particular na análise de estabilidade transitória, as incertezas paramétricas e operativas do sistema.

Há duas linhas distintas para a análise de estabilidade transitória em sistemas elétricos de potência com incertezas. A primeira utiliza simulações com métodos estatísticos para se estimar a densidade de probabilidade do tempo crítico de abertura. Em (Timko et al., 1983), por exemplo, avalia-se a aleatoriedade dos eventos que podem causar instabilidade e, por consequência, a probabilidade do sistema elétrico de potência ser estável. Com esse intuito, primeiramente obtém-se via simulações ou experimentalmente, a distribuição de probabilidade da falta (tipo, localização e sequência). Em seguida, via simulação de Monte Carlo determina-se a distribuição de probabilidade para a estabilidade do sistema. Em Yuan-Yih e Chung-Liang (1988), propõe-se a utilização da teoria de probabilidade condicional para a obtenção da distribuição de probabilidade do tempo crítico de abertura a partir de uma série de dados temporais do sistema elétrico de potência. Ainda nesta linha, Chiodo et al. (1994) desenvolvem uma formulação analítica para o cálculo da probabilidade do sistema de potência, composto por

uma máquina conectada a um barramento infinito com incertezas na carga, ser estável dada a ocorrência de uma falta trifásica. Isto é realizado utilizando uma aproximação logarítmica entre o tempo crítico de abertura e a carga do sistema. Mais recentemente, em (Milanović, 2017) uma visão geral da modelagem probabilística de sistemas elétricos de potência com alta penetração de geração renovável é apresentada.

A segunda utiliza o conceito de *worst-case scenario*, nela o pior cenário é adotado para a medida da margem de estabilidade do sistema. Os trabalhos de Calvaer et al. (1973) e Ribbens-Pavella et al. (1982), por exemplo, almejam prover uma medida robusta da margem de estabilidade do sistema elétrico de potência via uma análise do distúrbio mais severo que possa ocorrer em uma determinada configuração introduzindo o conceito de índice de estabilidade transitória. O seu cálculo é realizado a partir de uma expressão analítica independente das simulações desenvolvida no trabalho. Seguindo esta linha, Choi et al. (2015) propõem o uso da técnica de otimização SOS (Parrilo, 2006) para a obtenção de uma estimativa robusta do tempo crítico de abertura em um sistema máquina conectada a um barramento infinito com incertezas paramétricas. Com esse intuito, primeiramente, desenvolvem uma aproximação polinomial para as equações diferenciais que modelam o sistema elétrico e, em seguida, as linearizam em relação aos parâmetros. Neste artigo, estamos interessados na incorporação de in-

certezas nos métodos diretos com a abordagem do pior cenário.

Métodos diretos utilizam a teoria de região de estabilidade e funções energia para obter estimativas do tempo crítico de abertura (Chiang, 2010). Os principais métodos diretos são o Critério das Áreas Iguais (Sauer et al., 2017), o PEBS (Chiang et al., 1988) e o BCU (Chiang et al., 1994). Em todos eles, o objetivo é encontrar um valor crítico de energia, sem resolver as equações diferenciais e com isso determinar o tempo crítico de abertura. Neste trabalho, uma versão robusta do método PEBS, desenvolvida em (Bretas e Alberto, 2002), é utilizada em conjunto com aritmética intervalar (Moore et al., 2009) para se determinar o menor tempo crítico de abertura considerando todas as possíveis combinações de parâmetros e incertezas operacionais. O uso de intervalos para a representação de incertezas se mostra vantajoso, pois elimina a necessidade do uso de métodos estatísticos e, ao mesmo tempo, garante a inclusão de todos os possíveis valores no resultado final, aspecto fundamental para a análise de segurança do sistema.

Este trabalho está dividido como se segue: Na seção 2, as definições, notações e propriedades da aritmética intervalar são revisadas, em seguida apresenta-se a formulação geral para problemas de estabilidade transitória em sistemas elétricos de potência, o método PEBS Robusto e a extensão intervalar da função energia; na seção 3, são discutidos os detalhes de implementação da aritmética intervalar e do método de Monte Carlo utilizados neste trabalho; na seção 4, um sistema máquina conectada a um barramento infinito é utilizada para demonstrar a confiabilidade e o desempenho da metodologia desenvolvida quando comparada com a simulação de Monte Carlo; finalmente, na seção 5, conclusões são traçadas a partir dos resultados obtidos.

2 Modelagem do Problema de Estabilidade Transitória

O problema de análise de estabilidade transitória é o estudo da capacidade de o sistema se recuperar após um grande distúrbio. Mais precisamente, é verificar se o sistema pós-distúrbio, alcança uma condição aceitável de operação (Kundur et al., 2004). Portanto, o estudo é dividido em três etapas: pré-falta (antes da ocorrência do distúrbio), em falta (durante a ação do distúrbio) e pós-falta (após a ocorrência do distúrbio). Em geral, os distúrbios considerados nas análises são curto circuitos trifásicos francos aplicados nas barras dos geradores. A ocorrência deles implica em um desbalanço entre a potência mecânica injetada e a potência elétrica gerada pelos geradores. Neste trabalho, estuda-se o problema de estabilidade de uma máquina conectada a um barramento



Figura 1: Sistema de uma máquina conectada a um barramento infinito

infinito, como ilustrado na Figura 1.

O sistema é modelado pelo seguinte conjunto de equações diferenciais (Sauer et al., 2017):

$$\dot{\delta} = \omega, \quad (1)$$

$$\begin{aligned} M\dot{\omega} = & P_m - E^2G + EE_\infty G \cos(\delta) \\ & + EE_\infty B \sin(\delta) - D\omega, \end{aligned} \quad (2)$$

em que δ e ω são, respectivamente, o ângulo do rotor do gerador e o desvio de frequência do gerador em relação à frequência síncrona, P_m é a potência mecânica injetada na máquina, E e E_∞ são, respectivamente, as forças eletromotrizes do gerador e do barramento infinito, G e B são, respectivamente, a condutância e susceptância equivalentes da linha de transmissão em série com a reatância da máquina, finalmente D e M são a constante de amortecimento e momento de inércia do gerador, respectivamente.

Compactamente, as equações (1) e (2) podem ser reescritas como segue:

$$\dot{x} = f(x, \lambda), \quad (3)$$

em que $x = [\delta, \omega]^T$ e $\lambda = [M, P_m, E, E_\infty, G, B]^T$ são, respectivamente, os vetores dos estados e dos parâmetros do sistema. O sistema tem função energia dada por:

$$\begin{aligned} V(\delta, \omega, \lambda) = & \frac{M}{2}\omega^2 - P_m\delta + E^2G\delta + EE_\infty B \cos(\delta) \\ & - EE_\infty G \sin(\delta) + c, \end{aligned} \quad (4)$$

em que c é uma constante arbitrária. Fisicamente, a função energia pode ser dividida em duas partes: cinética (V_k) e potencial (V_p). Desta forma, $V(\delta, \omega, \lambda) = V_k(\omega, \lambda) + V_p(\delta, \lambda)$, em que

$$V_k(\omega, \lambda) = \frac{M}{2}\omega^2, \quad (5)$$

$$\begin{aligned} V_p(\delta, \lambda) = & - P_m\delta + E^2G\delta + EE_\infty B \cos(\delta) \\ & - EE_\infty G \sin(\delta) + c. \end{aligned} \quad (6)$$

2.1 PEBS Robusto

Neste trabalho, utiliza-se a extensão robusta do método PEBS, proposta em (Bretas e Alberto, 2002). Neste, considera-se que o sistema elétrico de potência pós-falta possui incertezas paramétricas no período pós-falta e que existam

funções $a(\delta, \omega)$ e $b(\delta, \omega)$ de tal forma que:

$$a(\delta, \omega) \leq V(\delta, \omega, \lambda) \leq b(\delta, \omega) \Rightarrow \begin{cases} a_p(\delta) \leq V_p(\delta, \lambda) \leq b_p(\delta) \\ a_k(\omega) \leq V_k(\omega, \lambda) \leq b_k(\omega) \end{cases} \quad (7)$$

Os passos para a execução do algoritmo podem ser resumidos como se segue:

1. Integrar numericamente as equações diferenciais do sistema em falta;
2. Determine o máximo da função a_p calculada ao longo da trajetória em falta. Seja V_{cr} esse máximo;
3. Determine o instante t_{cr} no qual a função b alcança o valor crítico V_{cr} ao longo da trajetória em falta. O tempo t_{cr} será uma estimativa robusta para o tempo crítico de abertura.

Claramente, uma limitação para a utilização da metodologia é a determinação das funções a e b . Para superá-la, aqui se propõe o uso da aritmética intervalar.

2.2 Extensão Intervalar da Função Energia

2.2.1 Notação

Denota-se por \mathbb{I} o conjunto de todos os intervalos compactos sobre a reta real da forma $X = [\underline{x}, \bar{x}]$ e \mathbb{I}^n representa o conjunto de todos n -dimensionais vetores intervalares sobre \mathbb{R} da forma $([\underline{x}_1, \bar{x}_1], [\underline{x}_2, \bar{x}_2], \dots, [\underline{x}_n, \bar{x}_n])^\top$.

2.2.2 Aritmética Intervalar

Neste trabalho, as incertezas paramétricas e operacionais são representadas por intervalos. Formalmente um intervalo pode ser definido como sendo (Moore et al., 2009)

$$X = [\underline{x}, \bar{x}] = \{x \in \mathbb{R} : \underline{x} \leq x \leq \bar{x}\}. \quad (8)$$

As operações usuais de adição e subtração, também conhecidas como soma e diferença de Minkowski (Stefanini e Bede, 2009), entre dois intervalos X e Y podem ser escritas como se segue

$$X \oplus Y = \{x + y : x \in X, y \in Y\} = [\underline{x} + \underline{y}, \bar{x} + \bar{y}], \quad (9)$$

$$X \ominus Y = \{x - y : x \in X, y \in Y\} = [\underline{x} - \bar{y}, \bar{x} - \underline{y}]. \quad (10)$$

Da mesma forma, as operações de multiplicação e divisão são dadas por (Moore et al., 2009):

$$X \odot Y = \{\min \Upsilon, \max \Upsilon\}, \text{ em que} \quad (11)$$

$$\Upsilon = \{\underline{x} \cdot \underline{y}, \underline{x} \cdot \bar{y}, \bar{x} \cdot \underline{y}, \bar{x} \cdot \bar{y}\},$$

$$X \oslash Y = \{\min \Gamma, \max \Gamma\}, \text{ em que} \quad (12)$$

$$\Gamma = \left\{ \underline{x} \cdot \frac{1}{\underline{y}}, \underline{x} \cdot \frac{1}{\bar{y}}, \bar{x} \cdot \frac{1}{\underline{y}}, \bar{x} \cdot \frac{1}{\bar{y}} \right\} \text{ e } 0 \notin Y.$$

Funções de intervalos são também definidas pontualmente (Moore et al., 2009) por:

$$f(X) = \bigcup_{x \in X} \{f(x)\} \quad (13)$$

Dada a necessidade de se operar as funções sobre todo o intervalo para determinar $f(X)$, o uso de funções de intervalos é impraticável. Ao invés disto, utilizam-se extensões intervalares de $f(x)$, na qual se é trocada a variável real x pelo intervalo X , e é denotada por $\mathcal{F}(X)$. Matematicamente, diz-se que $\mathcal{F}(X)$ é uma extensão intervalar de $f(x)$ se a seguinte condição é válida (Moore et al., 2009):

$$\mathcal{F}([x, x]) = f(x) \quad (14)$$

Isto é, se um intervalo consistindo de apenas o número real x é aplicado em \mathcal{F} , então o resultado é o mesmo que se x é aplicado em f . Ainda mais, se \mathcal{F} for obtida pela substituição das operações da aritmética real pelas equivalentes da aritmética intervalar, então \mathcal{F} é denotada como sendo a extensão intervalar natural de f e pode-se afirmar que:

$$f(X) \subseteq \mathcal{F}(X) \quad (15)$$

Este resultado é conhecido como o Teorema Fundamental da Análise Intervalar (Moore et al., 2009).

2.2.3 Formulação

Novamente, considera-se que o sistema elétrico de potência possui incertezas paramétricas uniformes, podendo ser representadas por intervalos, no período após a correção da falta. Desta forma, o sistema incerto pode ser descrito como se segue:

$$\dot{X} = f(X, \Lambda) \quad (16)$$

em que $\Lambda \in \mathbb{I}^m$ é o vetor intervalar paramétrico das incertezas e $X \in \mathbb{I}^n$ é o vetor intervalar de estados do sistema. Naturalmente a função energia calculada sobre a trajetória em falta também será dependente dos parâmetros, ou seja,

$$V(x, \Lambda). \quad (17)$$

na qual $x \in \mathbb{R}^n$ é o vetor de estados do sistema em falta. Desta forma, $V : \mathbb{R}^n \times \mathbb{I}^m \rightarrow \mathbb{I}$ é uma função intervalar e sua extensão natural intervalar pode ser denotada como sendo

$$\mathcal{V}(x, \Lambda). \quad (18)$$

Utilizando o Teorema Fundamental da Análise Intervalar (15), pode-se escrever a seguinte expressão:

$$\underline{\mathcal{V}(x, \Lambda)} \leq V(x, \Lambda) \leq \overline{\mathcal{V}(x, \Lambda)}. \quad (19)$$

Claramente, é possível utilizar $\underline{\mathcal{V}(x, \Lambda)}$ como sendo a e $\overline{\mathcal{V}(x, \Lambda)}$ como sendo b e, portanto, a utilização

da aritmética intervalar no cálculo da função energia fornece de maneira natural seus limites. Em particular, para o sistema máquina versus barramento infinito temos:

$$\mathcal{V}(\delta, \omega, \Lambda) = \frac{\Lambda_1}{2} \cdot \omega^2 \ominus \Lambda_2 \cdot \delta \oplus \Lambda_3^2 \odot \Lambda_5 \cdot \delta \oplus \Lambda_3 \odot \Lambda_4 \odot \Lambda_6 \cdot \cos(\delta) \ominus \Lambda_4 \odot \Lambda_1 \cdot \sin(\delta) \quad (20)$$

onde $\Lambda = [\Lambda_1, \Lambda_2, \Lambda_3, \Lambda_4, \Lambda_5, \Lambda_6]^T$, $\Lambda_1 = [\underline{M}, \overline{M}]$, $\Lambda_2 = [\underline{P}_m, \overline{P}_m]$, $\Lambda_3 = [\underline{E}, \overline{E}]$, $\Lambda_4 = [\underline{E}_\infty, \overline{E}_\infty]$, $\Lambda_5 = [\underline{G}, \overline{G}]$ e $\Lambda_6 = [\underline{B}, \overline{B}]$.

Para demonstrar que (20) é uma extensão intervalar de (4), basta escolher $\Lambda_i = [\lambda_i, \lambda_i]$, $\lambda_i \in \mathbb{R}$ para $i = 1, 2, \dots, 6$ e aplicar em \mathcal{V} , do qual se obtém:

$$\mathcal{V}(\delta, \omega, \Lambda) = \frac{[\lambda_1, \lambda_1]}{2} \cdot \omega^2 \ominus [\lambda_2, \lambda_2] \cdot \delta \oplus [\lambda_3, \lambda_3]^2 \odot [\lambda_5, \lambda_5] \cdot \delta \oplus [\lambda_3, \lambda_3] \odot [\lambda_4, \lambda_4] \odot [\lambda_6, \lambda_6] \cdot \cos(\delta) \ominus [\lambda_4, \lambda_4] \odot [\lambda_1, \lambda_1] \cdot \sin(\delta) \quad (21)$$

Aplicando as operações $(\oplus, \ominus, \odot, \otimes)$ já definidas se obtém:

$$\mathcal{V}(\delta, \omega, \Lambda) = \left[\frac{\lambda_1 \omega^2}{2} - \lambda_2 \delta + \lambda_3^2 \lambda_5 \delta + \lambda_3 \lambda_4 \lambda_6 \cos(\delta) - \lambda_4 \lambda_1 \sin(\delta), \frac{\lambda_1 \omega^2}{2} - \lambda_2 \delta + \lambda_3^2 \lambda_5 \delta + \lambda_3 \lambda_4 \lambda_6 \cos(\delta) - \lambda_4 \lambda_1 \sin(\delta) \right] \quad (22)$$

Notando que (22) é um intervalo degenerado, obtêm-se que:

$$\mathcal{V}(\delta, \omega, \Lambda) = \frac{\lambda_1 \omega^2}{2} - \lambda_2 \delta + \lambda_3^2 \lambda_5 \delta + \lambda_3 \lambda_4 \lambda_6 \cos(\delta) - \lambda_4 \lambda_1 \sin(\delta) \quad (23)$$

Logo,

$$\mathcal{V}(\delta, \omega, \Lambda) = V(\delta, \omega, [\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \lambda_4, \lambda_5, \lambda_6]) \quad (24)$$

e, portanto, (20) é uma extensão intervalar. Ademais, como \mathcal{V} foi obtida pela substituição de operações reais pelas equivalentes intervalares, (20) é uma extensão intervalar natural.

3 Implementação

3.1 Intervalar

Para o cálculo das expressões intervalares, programou-se em Python rotinas para avaliação exata das funções trigonométricas e polinomiais compreendidas no método utilizando os pacotes Scipy (Jones et al., 2001–) e Pyinterval (Taschini, 2017). A Figura 2 apresenta os passos de execução para o método PEBS Robusto utilizando a função energia intervalar desenvolvida na seção anterior.

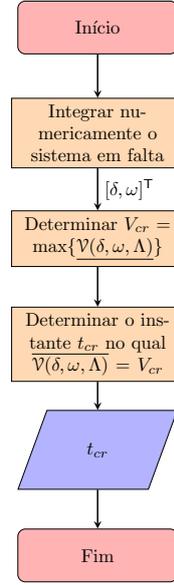


Figura 2: Fluxograma -PEBS Robusto com Função Energia Intervalar

3.2 Monte Carlo

Utilizou-se o método de Monte Carlo (programado em Python), como apresentado na Figura 3, para se determinar o menor tempo crítico de abertura considerando as variações paramétricas. O cálculo do tempo crítico de abertura em cada iteração foi realizado a partir de simulações no domínio do tempo.

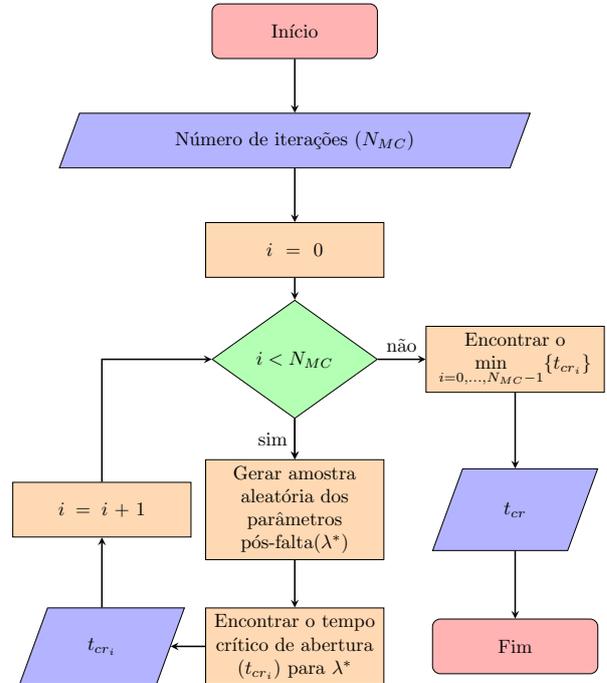


Figura 3: Fluxograma - Monte Carlo

4 Resultados

O sistema de uma máquina conectada a um barramento infinito (parâmetros do sistema estão listados na Tabela 1) é utilizado de forma a validar o método utilizado neste trabalho. Para isso, foram realizadas duas simulações, uma utilizando o método PEBS apresentado neste trabalho e a outra utilizando o Monte Carlo descrito na Figura 3 e seus resultados e tempo de execução em um processador Intel Core i7-3820 de 3.8 GHz foram adquiridos.

Tabela 1: Parâmetros do Sistema

Parâmetro	Pré-Falta	Em-Falta	Pós-Falta
E (p.u.)	1	1	1
E_{∞} (p.u.)	1	1	1
P_m (p.u.)	1	1	0.9 ± 0.1
M (p.u.)	0.05	0.05	0.05
D (p.u.)	0.03	0.03	0.03
B (p.u.)	-1.667	-0.645	-1.176 ± 0.058
G (p.u.)	0.2	0	0.2 ± 0.01

A aplicação do PEBS intervalar fornece as curvas apresentadas na Figura 4. O tempo crítico de abertura, obtido como sendo o instante em que a maior energia total alcança o primeiro máximo da energia potencial mínima, encontrado foi de 204 ms e o tempo total de execução foi de 3.228 s.

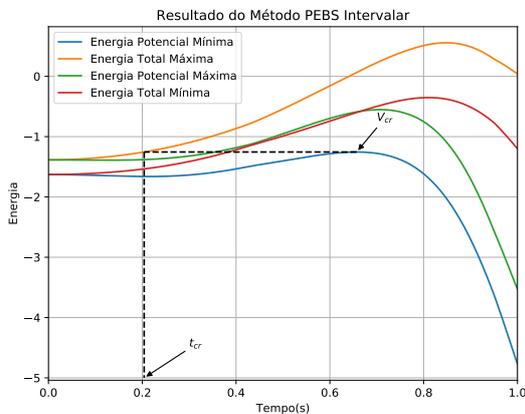


Figura 4: Curvas de Energia do Método PEBS Intervalar

Utilizando o método de Monte Carlo com 2000 iterações o tempo crítico de abertura encontrado foi de 266 ms e o tempo total de execução foi de 314.347 s.

É possível verificar, assim, que o método proposto fornece uma estimativa conservadora para o tempo crítico garantindo a estabilidade transitória do sistema para qualquer combinação dos parâmetros. Além disso, por utilizar a aritmética intervalar, a metodologia apresentada

não necessita do uso de diversas simulações para a obtenção do resultado minimizando, desta forma, o esforço computacional para sua execução. Isto é prontamente observado ao se comparar o tempo de execução dos dois métodos, afinal o cálculo do tempo crítico foi realizado 98 vezes mais rápido pelo PEBS Robusto com álgebra intervalar.

5 Conclusão

Neste trabalho foi desenvolvida uma metodologia para a obtenção do menor tempo crítico de abertura considerando todas as incertezas paramétricas do sistema. A aplicação dela forneceu bons resultados por uma fração do custo computacional do método de Monte Carlo. Desta forma, é adequada para aplicações reais e em tempo real, fornecendo uma rápida avaliação da robustez e da segurança do sistema na sua situação atual para o operador. Ressalta-se que os autores estão investigando a extensão da metodologia proposta neste trabalho para incluir incertezas em todos os períodos (pré, durante e pós-falta), bem como aplicar o resultado a outros métodos diretos como o BCU.

6 Agradecimentos

Este trabalho foi realizado durante uma bolsa de estudos financiada pela CAPES - Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior.

Referências

- Bretas, N. G. e Alberto, L. F. C. (2002). Transient stability analysis of power systems: robustness with respect to parameter uncertainties, *2002 IEEE Power Engineering Society Winter Meeting. Conference Proceedings*, IEEE.
- Calvaer, A., Horward, J. e Ribbens-Pavella, M. (1973). Relative transient stability power-systems margin index, *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems* **PA92**(6): 1811.
- Chiang, H.-D. (2010). *Direct Methods for Stability Analysis of Electric Power Systems*, John Wiley & Sons, Inc.
- Chiang, H.-D., Wu, F. e Varaiya, P. (1988). Foundations of the potential energy boundary surface method for power system stability analysis, *IEEE Transactions on Circuits and Systems* **35**(6): 712–728.
- Chiang, H.-D., Wu, F. e Varaiya, P. (1994). A bcu method for direct analysis of power system transient stability, *IEEE Transactions on Power Systems* **9**(3): 1194–1208.

- Chiodo, E., Gagliardi, F. e Lauria, D. (1994). Probabilistic approach to transient stability evaluation, *IEE Proceedings - Generation transmission and distribution* **141**(5): 537–544.
- Choi, H., Seiler, P. e Dhople, S. (2015). Robust power systems stability assessment with sum of squares optimization, *2015 IEEE Power Energy Society General Meeting*, Vol. 2015-September.
- Jones, E., Oliphant, T., Peterson, P. et al. (2001–). SciPy: Open source scientific tools for Python. Disponível em: <<http://www.scipy.org/>> Acesso em: 1 de janeiro de 2018.
- Kundur, P., Paserba, J., Ajarapu, V., Anderson, G., Bose, A., Van Cutsem, T., Canizares, C., Hatziargyriou, N., Hill, D., Vittal, V., Stankovic, A. e Taylor, C. (2004). Definition and classification of power system stability IEEE/CIGRE joint task force on stability terms and definitions, *IEEE Transactions on Power Systems* **19**(3): 1387–1401.
- Milanović, J. V. (2017). Probabilistic stability analysis: the way forward for stability analysis of sustainable power systems, *Phil. Trans. R. Soc. A* **375**(2100): 20160296.
- Moore, R. E., Kearfott, R. B. e Cloud, M. J. (2009). *Introduction to Interval Analysis*, Society for Industrial and Applied Mathematics, Philadelphia, PA, USA.
- Parrilo, P. (2006). Sum of squares optimization in the analysis and synthesis of control systems. Disponível em: <<http://www.mit.edu/~parrilo/pubs/talkfiles/Eckman.pdf>> Acesso em: 1 de janeiro de 2018.
- Ribbens-Pavella, M., Murthy, P., Horward, J. e Carpentier, J. (1982). Transient stability index for online stability assessment and contingency evaluation, *International Journal of Electrical Power and Energy Systems* **4**(2): 91–99.
- Sauer, P. W., Pai, M. A. e Chow, J. H. (2017). *Power System Dynamics and Stability: With Synchronphasor Measurement and Power System Toolbox 2e*, John Wiley & Sons, Ltd.
- Stefanini, L. e Bede, B. (2009). Generalized hukuhara differentiability of interval-valued functions and interval differential equations, *Nonlinear Analysis: Theory, Methods & Applications* **71**(3-4): 1311–1328.
- Taschini, S. (2017). PyInterval – interval arithmetic in Python. Disponível em: <<https://github.com/taschini/pyinterval>> Acesso em: 1 de janeiro de 2018.
- Timko, K., Bose, A. e Anderson, P. (1983). Monte carlo simulation of power system stability, *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems* **PAS-102**(10): 3453–3459.
- Yuan-Yih, H. e Chung-Liang, C. (1988). Probabilistic transient stability studies using the conditional probability approach, *IEEE Transactions on Power Systems* **3**(4): 1565–1572.