

# FUNÇÃO ENERGIA DE CONTROLE APLICADA EM DISPOSITIVOS SVC

DANIEL S. SIQUEIRA\*, LUÍS F.C. ALBERTO\*, NEWTON G. BRETAS\*

\**Depto. de Eng. Elétrica, Escola de Engenharia de São Carlos - USP, São Carlos, SP, Brasil*

Emails: danielsiqueira@usp.br, lfcalberto@usp.br, ngbretas@sc.usp.br

**Abstract**— The concept of control energy function (CEF) associated with energy function theory becomes an important and powerful tool for the analysis and control of dynamic systems. In this work, we employ this nonlinear control technique to the synthesis of a control law for SVC (*Static VAR compensator*) device. In addition, the technique provides an estimate of the stability region and a systematic way to evaluate the controller's contribution to transient stability.

**Keywords**— Nonlinear Control, Energy Function, Control Energy Function, FACTS Devices, SVC Devices.

**Resumo**— O conceito de função energia de controle (FEC) associado com a teoria de função energia, torna-se uma importante e poderosa ferramenta de análise e controle de sistemas dinâmicos. Neste trabalho, empregamos essa técnica de controle não linear para a síntese de uma lei de controle para o dispositivo SVC (*Static VAR compensator*). Além disso, a técnica fornece uma estimativa da região de estabilidade e uma forma sistemática de avaliar a contribuição do controlador na estabilidade transitória.

**Palavras-chave**— Controle não Linear, Função Energia, Função Energia de Controle, Dispositivos FACTS, Dispositivos SVC.

## 1 Introdução

O conceito de função energia (Chiang et al., 1987) tem sido extensivamente usado em sistemas elétricos de potência para análise e projeto de controles não lineares (Ghandhari et al., 2001; Silva et al., 2009) e para avaliação da estabilidade transitória (Pai et al., 1981; Tsolas et al., 1985; Chiang et al., 1987; Alberto et al., 2001). Este conceito possui um grande potencial para fornecer avaliações e controles em tempo real para sistemas elétricos de potência modernos. Por exemplo, o conceito de função energia e o desenvolvimento da teoria de regiões de estabilidade conduzem aos desenvolvimentos dos métodos diretos, tais como o método CUEP (*Controlling Unstable Equilibrium Point*), permitindo a elaboração de ferramentas computacionais para a avaliação em tempo real da estabilidade transitória (Chiang et al., 2009).

A existência de funções energia fornece não apenas a possibilidade de avaliações de estabilidade de sistemas elétricos de potência, mas também oferece uma medida da margem de estabilidade e um auxílio no projeto de controles preventivos (Chiang and Wang, 1996).

Nesta linha, em Silva et al. (2009) o conceito de função energia de controle (FEC) foi apresentado. Este conceito, associado com a teoria de função energia apresentada em (Chiang and Alberto, 2015), torna-se uma importante e poderosa ferramenta de análise e controle de sistemas dinâmicos. Assim, FEC oferece bases não só para o desenvolvimento de leis de controle para sistemas dinâmicos, mas também uma avaliação sistemática da região de estabilidade desses sistemas.

Nos últimos 30 anos, devido as muitas vantagens técnicas e econômicas, houve uma grande inserção dos dispositivos FACTS (*Flexible AC*

*Transmission Systems*) nos sistemas elétricos de potência (Hingorani and Gyugyi, 2000; Zhang et al., 2012). Estes dispositivos com esquemas de controles adequados se mostraram muito eficientes na melhora da dinâmica desses sistemas (Zhang et al., 2012).

Dentre os dispositivos FACTS, o SVC (*Static VAR compensator* - Compensador de Potência Reativa) é sem dúvida o dispositivo com maior inserção nos sistemas elétricos de potência. Devido as suas características, muitas técnicas de controle vem sendo utilizadas nesse dispositivo com os objetivos de fornecer amortecimento as oscilações eletromecânicas e ajudar na melhora da estabilidade transitória (Lerch et al., 1991; Ghandhari et al., 2001). Em sua grande maioria, essas técnicas fundamentam-se em teorias de controle clássico, baseadas em sistemas linearizados, que podem perder eficiência quando o ponto de operação utilizado no projeto varia de forma significativa.

Controladores não lineares são uma alternativa interessante, uma vez que, podem oferecer maior robustez, garantido maior eficiência ao controle quando submetido as variações de operação do sistema (Ghandhari, 2002; Ghandhari et al., 2001).

Assim, neste artigo empregamos a técnica de controle não linear baseada na função energia de controle para síntese de uma lei de controle estabilizante para o dispositivo SVC. Além disso, a técnica fornece uma estimativa da região de estabilidade do sistema e uma forma sistemática de avaliar a contribuição do controlador na estabilidade transitória.

## 2 Dispositivo SVC

O dispositivo SVC é formado por um reator controlado a tiristor e um capacitor conectados em paralelo (Zhang et al., 2012), figura 1.

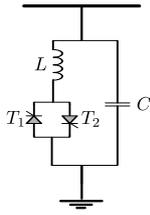


Figura 1: Configuração do dispositivo SVC.

O SVC é visto como uma susceptância capacitiva variável, atuando de forma rápida e contínua, figura 2.

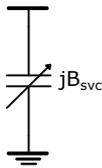


Figura 2: Modelo do dispositivo SVC na rede elétrica.

A potência reativa injetada numa barra  $k$  pelo dispositivo SVC pode ser calculado desta forma:

$$Q_{SVC} = B_{SVC} V_k^2, \quad (1)$$

sendo  $V_k$  o módulo da tensão da barra onde o SVC está instalado e

$$B_{SVC} = B_{SVC}^0 + \Delta B_{SVC}, \quad (2)$$

onde,  $B_{SVC}$  é a susceptância do SVC,  $B_{SVC}^0$  é a susceptância de referência,  $\Delta B_{SVC}$  é a susceptância de controle.

O objetivo neste trabalho é projetar uma lei de realimentação de controle  $u$ , onde  $\Delta B_{SVC} = u$ .

### 3 Função Energia de Controle

Neste seção, uma revisão da teoria de função energia e função energia de controle será apresentado. Considere o seguinte sistema autônomo não linear:

$$\dot{x} = f(x), \quad (3)$$

onde  $x$  é o vetor de variáveis de estado,  $x \in \mathbb{R}^n$  e  $f : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^n$  é uma função de classe  $C^r$ , com  $r \geq 1$ . Seja  $\phi(t, x_0)$  uma solução particular de (3) iniciando em  $x_0$ , no instante  $t = 0$  e defina  $\phi_t(x_0) := \{\phi(t, x_0) \in \mathbb{R}^n : t \in \mathbb{R}\}$  a trajetória que passa através de  $x_0$ .

O conjunto  $E := \{x \in \mathbb{R}^n : f(x) = 0\}$  é o conjunto formado pelos pontos de equilíbrio do sistema (3). A seguinte definição de função energia foi proposta por (Chiang et al., 1987).

**Definição 1 (Função Energia)** (Chiang et al., 1987) Uma função  $V : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$  de classe  $C^1$  é uma função energia do sistema (3) se:

- (E1)  $\dot{V}(x) \leq 0$  para todo  $x \in \mathbb{R}^n$  (naturalmente),  $\dot{V}(x) = 0$  para todo ponto  $x \in E$ .
- (E2) se  $x_0 \notin E$ , então o conjunto  $\{t \in \mathbb{R} : \dot{V}(\phi(t, x_0)) = 0\}$  tem medida zero em  $\mathbb{R}$ .
- (E3) para cada  $x \in \mathbb{R}^n$ , se  $V(\phi(t, x_0))$  é limitado para  $t \geq 0$ , então  $\phi(t, x_0)$  é limitado para  $t \geq 0$ .

As propriedades (E1) e (E2) implicam que a função energia ao longo da trajetória do sistema (3) é estritamente decrescente. A propriedade (E3) garante que se a função  $V(\phi(t, x_0))$  é limitada ao longo da trajetória do sistema (3), então a trajetória  $\phi(t, x_0)$  é limitada para  $t \geq 0$  (Alberto, 2006; Alberto and Chiang, 2012a; Chiang and Alberto, 2015).

O conceito de função energia permite tirar conclusões a respeito dos conjuntos limites (Chiang and Alberto, 2015)

**Teorema 2 (Função Energia e Conjuntos Limites)** (Chiang and Alberto, 2015) Seja  $V : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$  uma função energia do sistema (3) e admita que todos os pontos de equilíbrio do sistema sejam hiperbólicos. Então, o conjunto  $\omega$  – limite de cada trajetória é formado por um único ponto de equilíbrio.

A existência de uma função energia implica que os conjuntos limites são formados apenas por pontos de equilíbrio hiperbólicos, teorema 2 (Chiang and Alberto, 2015).

O conceito de função energia de controle proposto por Silva et al. (2009) tem como objetivo obter leis de controle estabilizantes para sistemas em malha fechada (Silva et al., 2009; Alberto, 2006).

Considere o seguinte sistema autônomo não linear controlado:

$$\dot{x} = F(x, u), \quad (4)$$

onde  $x \in \mathbb{R}^n$  é vetor de variáveis de estado,  $u \in \mathbb{R}^m$  é a entrada de controle e  $F : \mathbb{R}^n \times \mathbb{R}^m \rightarrow \mathbb{R}^n$  uma função de classe  $C^1$ . Suponha que a origem<sup>1</sup> seja um ponto de equilíbrio do sistema em malha aberta ( $u = 0$ ), isto é,  $F(0, 0) = 0$ . Deseja-se obter uma lei de realimentação  $u = h(x)$ , tal que a origem do sistema em malha fechada (4) seja assintoticamente estável.

$$\dot{x} = F(x, h(x)). \quad (5)$$

A seguir apresenta-se a definição de função energia de controle proposta por (Silva et al., 2009).

<sup>1</sup>Não há perda de generalidade em estudar a estabilidade da origem.

**Definição 3 Função Energia de Controle** (Silva et al., 2009) Uma função  $V: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$  de classe  $C^1$ , é uma Função Energia de Controle de (4), se existir uma lei de realimentação de controle  $u = h(x)$ , de classe  $C^1$ , tal que  $W(x) = V(x, h(x))$  seja uma função energia do sistema em malha fechada (5).

Como consequência da existência de uma função energia de controle o próximo teorema garante a estabilidade assintótica do sistema em malha fechada.

**Teorema 4 Estabilidade e Região de Estabilidade do Sistema em Malha Fechada via Função Energia de Controle** (Silva et al., 2009) Seja  $V: \mathbb{R}^n \times \mathbb{R}^m \rightarrow \mathbb{R}$  uma função energia de controle de (4). Se existir uma componente conexa limitada  $S_c(L)$  do conjunto  $\{x \in \mathbb{R}^n : V(x, h(x)) < L\}$ , tal que  $x^s$  seja o único ponto de equilíbrio contido no interior de  $S_c(L)$ , então  $x^s$  é um ponto de equilíbrio assintoticamente estável do sistema em malha fechada (5). Além disso,  $S_c(L)$  é uma estimativa da região de estabilidade.

Além da estabilidade assintótica em malha fechada, o teorema 4 oferece uma estimativa da região de estabilidade, ainda que esta estimativa não seja ótima. O próximo teorema, proposto por Silva et al. (2009), permite obter uma estimativa ótima da região de estabilidade via função energia de controle.

**Teorema 5 -Estimativa Ótima da Região de Estabilidade do Sistema em Malha Fechada via Função Energia de Controle** (Silva et al., 2009) Seja  $V: \mathbb{R}^n \times \mathbb{R}^m \rightarrow \mathbb{R}$  uma função energia de controle e  $x^s$  um ponto de equilíbrio assintoticamente estável do sistema em malha fechada. Defina o nível de energia

$$L = \min_{x_i \in \{E \cap \partial A(x^s)\}} W(x_i).$$

A componente conexa  $S_c(L)$  do conjunto de nível  $\{x \in \mathbb{R}^n : W(x) = V(x, h(x)) < L\}$  contendo  $x^s$  está contida na região de estabilidade do sistema em malha fechada. Então  $S_c(L)$  é uma estimativa da região de estabilidade do sistema em malha fechada.

O conceito de função energia possibilita o estudo da estabilidade e do comportamento das soluções de sistemas dinâmicos não lineares. Além disso, este conceito oferece uma forma de obter estimativas da região de estabilidade desses sistemas.

Para um melhor entendimento e verificação das provas dos teoremas apresentados nesta seção sugere-se consultar Alberto (2006); Silva et al. (2009); Alberto and Chiang (2012b); Chiang and Alberto (2015).

## 4 Aplicação em Sistemas Elétricos de Potência

Considere um sistema formado por um gerador conectado a um barramento infinito através de uma linha de transmissão, onde se encontra instalado um dispositivo SVC, figura 3.

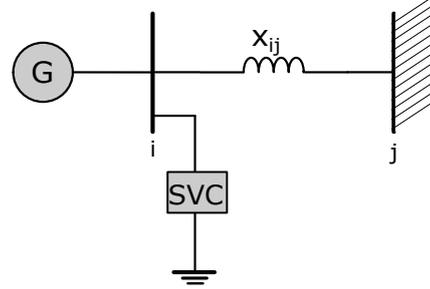


Figura 3: Sistema gerador vs barramento infinito com dispositivo SVC instalado.

Considere o modelo clássico para o gerador:

$$\dot{\delta}_i = \omega_i, \quad (6)$$

$$M_i \dot{\omega}_i = -D_i \omega_i + P_{mi} - P_{ei}, \quad (7)$$

onde,  $M_i$  é a constante de inércia,  $D_i$  é a constante de amortecimento,  $P_{mi}$  potência mecânica e  $P_{ei}$  potência elétrica ativa. As potências elétricas geradas ativa e reativa são dadas por:

$$P_{ei} = B_{gi} E_i V_i \sin(\delta_i - \theta_i), \quad (8)$$

$$Q_{ei} = -B_{gi} V_i^2 + B_{gi} E_i V_i \cos(\delta_i - \theta_i), \quad (9)$$

onde,  $B_{gi} = \frac{1}{x'_{di}}$  sendo que  $x'_{di}$  é a reatância transitória do gerador.

O balanço de potência na barra terminal do gerador:

$$0 = P_{ei} - P_{ij}^{Lin}, \quad (10)$$

$$0 = Q_{ei} + Q_i^{SVC} - Q_{ij}^{Lin}, \quad (11)$$

O fluxo de potência reativa do SVC é determinado pela equação (1). Os fluxos de potência ativa e reativa na linha são dados por:

$$P_{ij}^{Lin} = B_{ij} V_i V_j \sin(\theta_{ij}), \quad (12)$$

$$Q_{ij}^{Lin} = B_{ij} V_i^2 - B_{ij} V_i V_j \cos(\theta_{ij}). \quad (13)$$

onde,  $B_{ij} = \frac{1}{x_{ij}}$ , sendo que  $x_{ij}$  é reatância da linha de transmissão.

As equações do gerador (6)-(7) em conjunto com as equações da rede elétrica (10)-(11) formam

um conjunto de equações algébrico-diferenciais. Este conjunto de equações algébrico-diferenciais, que caracterizam as dinâmicas do sistema, apresentam grande complexidade para a construção de uma função energia para o mesmo. Para contornar esta dificuldade regularizamos as dinâmicas desse conjunto de equações algébrico-diferenciais por meio da teoria de sistemas singularmente perturbados (Chiang and Alberto, 2015). Assim, temos o seguinte sistema singularmente perturbado associado ao sistema algébrico-diferencial (6)-(7)-(10)-(11):

$$\varepsilon_{\theta_i} \dot{\theta}_i = P_{ei} - P_{ij}^{Lin}, \quad (14)$$

$$\varepsilon_{v_i} \dot{v}_i = Q_{ei} + Q_i^{SVC} - Q_{ij}^{Lin}, \quad (15)$$

$$\dot{\delta}_i = \omega_i, \quad (16)$$

$$M_i \dot{\omega}_i = -D_i \omega_i + P_{mi} - P_{ei}, \quad (17)$$

onde,  $v = \ln(V)$ ,  $\varepsilon_{\theta_i}$  e  $\varepsilon_{v_i}$  são números positivos suficientemente pequenos.

Considere a seguinte função escalar como candidata a função energia de controle:

$$\begin{aligned} W = & \frac{1}{2} M_i \omega_i^2 - P_{mi} \delta_i + \frac{1}{2} B_{gi} V_i^2 - B_{gi} E_i V_i \cos(\delta_i - \theta_i) \\ & - \frac{1}{2} B_{svc}^0 V_i^2 + \frac{1}{2} B_{ij} V_i^2 - B_{ij} V_i V_j \cos(\theta_{ij}) \\ & - \beta P_{Li} \omega_i + \alpha \end{aligned} \quad (18)$$

onde  $P_{Li} = P_{mi} - E_i V_i B_{gi} \sin(\delta_i - \theta_i)$ ,  $\beta$  é um parâmetro a ser determinado e  $\alpha$  é uma constante arbitrária. A candidata a FEC  $W$  foi inspirada nas ideias desenvolvidas em Siqueira (2017).

Considerando a função (18), derivando-a ao longo das órbitas do sistema, equações (14)-(15)-(16)-(17), verifica-se que:

$$\dot{W} = -\Lambda^T Q \Lambda + u H^T \Lambda \quad (19)$$

onde,

$$\Lambda = \begin{bmatrix} \dot{\theta}_1 \\ \dot{v}_1 \\ \omega \\ P_{Li} \end{bmatrix}, \quad H = \begin{bmatrix} 0 \\ V_i^2 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (20)$$

$$Q = \begin{bmatrix} T & S(\beta) \\ S(\beta)^T & R(\beta) \end{bmatrix}, \quad T = \begin{bmatrix} \varepsilon_{\theta_i} & 0 \\ 0 & \varepsilon_{v_i} \end{bmatrix} \quad (21)$$

$$R(\beta) = \begin{bmatrix} D_i - \beta B_{gi} E_i V_i \cos(\delta_i - \theta_i) & -\frac{1}{2} \beta D_i M_i^{-1} \\ -\frac{1}{2} \beta D_i M_i^{-1} & \beta M_i^{-1} \end{bmatrix} \quad (22)$$

$$S(\beta) = \begin{bmatrix} \beta B_{gi} E_i V_i \cos(\delta_i - \theta_i) & 0 \\ -\beta B_{gi} E_i V_i \sin(\delta_i - \theta_i) & 0 \end{bmatrix} \quad (23)$$

O objetivo é escolher uma lei de controle ( $u = h(\delta, \omega, \theta, v)$ ) que satisfaça as exigências da FEC. Para isso considere a seguinte lei de controle:

$$\mathbf{u} = -k P_{ij}^{Lin} \omega_i. \quad (24)$$

Substituindo a lei de controle  $\mathbf{u}$  em (19), temos:

$$\dot{W} = -\Lambda^T Q' \Lambda \quad (25)$$

onde,

$$Q' = \begin{bmatrix} T & (S(\beta) + \Omega) \\ (S(\beta) + \Omega)^T & R(\beta) \end{bmatrix}, \quad (26)$$

sendo que,

$$\Omega = K \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ (P_{ij}^{Lin} \cdot V_i^2) & 0 \end{bmatrix} \quad (27)$$

Para demonstrar que função (18) é uma função energia de controle, iremos primeiramente mostrar que a função (18) em malha fechada com a lei de controle  $\mathbf{u}$  satisfaz a condição **(E1)**. Assim, admitindo que a tensão do sistema é limitada, a matriz  $\Omega$  é limitada, então para uma região de operação com  $\beta$  suficientemente pequeno, a matriz  $Q'$  é positiva definida (Siqueira, 2017), portanto,  $\dot{W} < 0$  satisfazendo **(E1)**.

Com o objetivo de provar a condição **(E2)**, suponha por contradição a existência de uma trajetória não trivial  $\varphi(t) = (\theta(t), v(t), \delta(t), \omega(t))$  tal que,  $\dot{W}(\varphi(t)) = 0$  ao longo de um intervalo  $I \subset \mathbb{R}$  de medida não nula. Uma vez que  $Q'$  é uma matriz positiva definida, concluímos de (25) que  $\omega = 0$ ,  $\theta = 0$  e  $\dot{v} = 0$  ao longo do intervalo  $I$ . Isto implica que  $\delta(t)$ ,  $\theta(t)$  e  $v(t)$  são constantes. Portanto,  $\varphi(t)$  é uma solução trivial, contradizendo a hipótese inicial. Como consequência, a propriedade **(E2)** é satisfeita.

A função  $W$  não é própria, porém pode-se mostrar que a condição **(E3)** é genericamente satisfeita e, portanto, a função (18) é uma função energia de controle para o sistema em malha fechada.

## 5 Exemplo Numérico

Considere o sistema mostrado na figura 3, onde um gerador é conectado a um sistema (barramento infinito) através de uma linha de transmissão, com um dispositivo SVC instalado. O gerador está fornecendo uma potência ativa ao sistema de 1 [pu] e no instante  $t$  ocorre um curto circuito trifásico no barramento infinito, sendo este defeito eliminando após um intervalo de tempo.

Os parâmetros do sistema são:  $P_{mi} = 1$  [pu],  $M_i = 0,0318$  [pu],  $E_i = 1,11$  [pu],  $x'_{di} = 0,2$  [pu],  $D_i = 0,015$  [pu],  $x_{ij} = 0,5$ ,  $B_{SVC}^0 = 0,3$  [pu],  $B_{SVC}^{min} = 0$  [pu] e  $B_{SVC}^{max} = 0,8$  [pu]. A seguir vamos avaliar a estabilidade nas condições apresentadas.

De acordo com esta seção 4 temos a seguinte lei de controle para o dispositivo SVC:

$$\mathbf{u} = -kP_{ij}^{linh}\omega_i. \quad (28)$$

onde,  $k$  é o ganho do controlador,  $P_{ij}^{linh}$  é a potência ativa da linha e  $\omega_i$  é a velocidade do gerador.

O tempo crítico de eliminação da perturbação para o sistema sem controle foi de 195 [ms]. Para o sistema considerando o SVC com a lei de controle  $\mathbf{u}$ , com  $k = 2,5$ , o tempo crítico de eliminação da perturbação foi de 217 [ms]. Os gráficos das figuras 4 e 5 apresentam o comportamento dinâmico do sistema para a perturbação descrita com um tempo de eliminação da falta de 195 [ms].

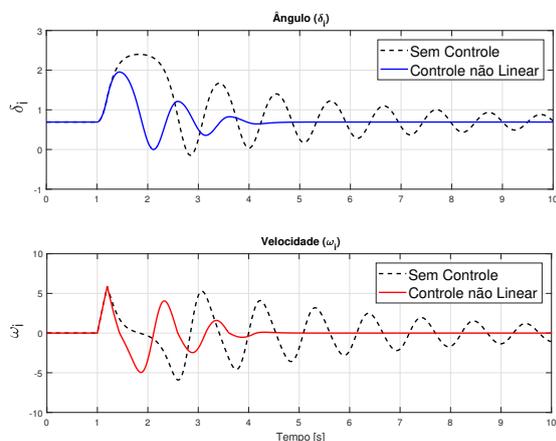


Figura 4: Comportamento dinâmico do sistema com a atuação do controle não linear, variação  $\text{angulo}(\delta_i)$  e velocidade  $(\omega_i)$ .

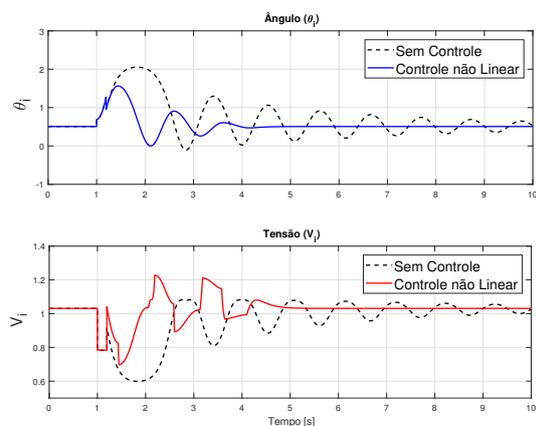


Figura 5: Comportamento dinâmico do sistema com a atuação do controle não linear, ângulo  $(\theta_i)$  e módulo  $(V_i)$  da tensão da barra.

O gráfico da figura 6 apresenta o comportamento dinâmico da susceptância do dispositivo SVC atuando com a lei de controle  $\mathbf{u}$ .

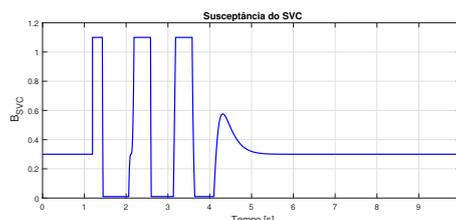


Figura 6: Comportamento dinâmico do dispositivo SVC.

A figura 7 apresenta a estimativa da região de estabilidade para a lei de controle  $(\mathbf{u})$ . A constante  $(\alpha = 4,25)$  foi escolhida para que a função seja igual zero no ponto de equilíbrio estável pós falta,  $\beta = 1.20 \cdot 10^{-3}$  e  $L = 0,66$ , satisfazendo o teorema 5. Além disso, ela apresenta a comparação entre a região de estabilidade do sistema sem controle e com controle não linear  $\mathbf{u}$  no plano formado pelos pontos de equilíbrio estável  $(0,506; 1,031; 0,692; 0,00)$ , equilíbrio instável  $(2,118; 0,585; 2,449; 0,00)$  e  $p_1 (-0,50; 0,40; 0,50; 6,00)$ .

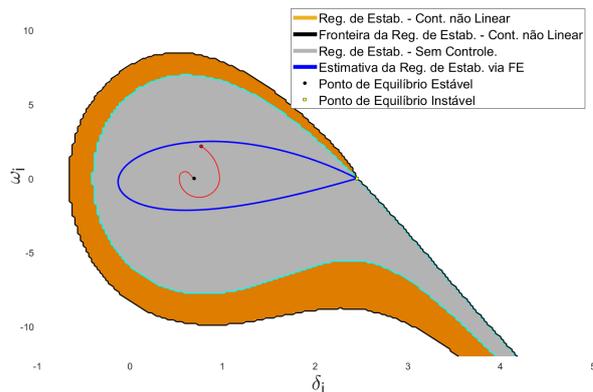


Figura 7: Comparação entre as regiões de estabilidade sistema sem controle e com o controle não linear e a estimativa da região de estabilidade via FE.

Pode-se verificar através dos gráficos das figuras 4, 5 e 7 que a lei de controle não linear baseada na FEC se mostrou efetiva para estabilização e para a melhora da dinâmica do sistema aumentando os limites de estabilidade.

## 6 Conclusões e perspectivas de trabalhos futuros

Neste trabalho a síntese de uma lei de controle não linear via função energia de controle para o dispositivo SVC considerando a estrutura da rede elétrica preservada foi desenvolvida. Com esta lei

foi possível obter boas respostas do sistema para grandes perturbações aumentado assim o tempo crítico de abertura para possíveis falhas do sistema; além disto, a lei de controle sintetizada é formada por sinais de fácil obtenção que independem da topologia da rede.

Como perspectivas de trabalhos futuros pretende-se estender as ideias apresentadas, mas para uso em sistemas multi-máquinas.

### Agradecimentos

Ao Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq) e a Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de São Paulo (FAPESP) pelo apoio financeiro concedido a esta pesquisa sob os números 2011/23345-8 e 2014/50851-0.

### Referências

- Alberto, L. F. C. (2006). Caracterização e Estimativas da Área de Atração de Sistemas Dinâmicos não Lineares. Tese (Livre Docência em Análise de Estabilidade em Sistemas Elétricos de Potência) - Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2006.
- Alberto, L. F. C. and Chiang, H. D. (2012a). Characterization of stability region for general autonomous nonlinear dynamical systems, *IEEE Transactions on Automatic Control* **57**(6): 1564–1569.
- Alberto, L. F. C. and Chiang, H. D. (2012b). Towards development of generalized energy functions for electric power systems, *IEEE Power and Energy Society General Meeting, IEEE, San Diego, CA*, pp. 1–6.
- Alberto, L., Silva, F. and Bretas, N. (2001). Direct methods for transient stability analysis in power systems: state of art and future perspectives, *Power Tech Proceedings*, Vol. 2, IEEE, Porto, p. 6.
- Chiang, H. and Alberto, L. (2015). *Stability Regions of Nonlinear Dynamical Systems: Theory, Estimation, and Applications*, Cambridge University Press.
- Chiang, H.-D., Tada, Y., Li, H. and Takazawa, T. (2009). Tepco-bcu for on-line dynamic security assessments of large-scale power systems, *Advances in Power System Control, Operation and Management (APSCOM 2009)*, 8th International Conference on, pp. 1–14.
- Chiang, H.-D. and Wang, C.-S. (1996). Toward on-line dynamic contingency screening of electric power systems using bcu method, *V Symposium of Specialists in Electric Operational and Expansion Planning, V SEPOPE, RECIFE*.
- Chiang, H.-D., Wu, F. and Varaiya, P. (1987). Foundations of direct methods for power system transient stability analysis, *IEEE Transactions on Circuits and Systems* **34**(2): 160–173.
- Ghandhari, M. (2002). Application of control lyapunov functions to static var compensator, *Control Applications, 2002. Proceedings of the 2002 International Conference on*, Vol. 1, pp. 1–6 vol.1.
- Ghandhari, M., Andersson, G. and Hiskens, I. A. (2001). Control lyapunov functions for controllable series devices, *IEEE Transactions on Power Systems* **16**(4): 689–694.
- Hingorani, N. and Gyugyi, L. (2000). *Understanding FACTS Concepts and Technology of Flexible AC Transmission Systems*, New York : IEEE Press.
- Lerch, E. N., Povh, D. and Xu, L. (1991). Advanced svc control for damping power system oscillations, *IEEE Transactions on Power Systems* **6**(2): 524–535.
- Pai, M., Padiyar, K. and Radhakrishna, C. (1981). Transient stability analysis of multi-machine ac/dc power systems via energy-function method, *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems* **PAS-100**(12): 5027–5035.
- Silva, F. H., Guedes, R. B., Alberto, L. F. and Bretas, N. G. (2009). Função energia generalizada de controle para estabilização de sistemas não lineares, *Sba: Controle & Automação Sociedade Brasileira de Automatica* **20**: 133 – 145.
- Siqueira, D. S. (2017). Aplicação de funções energia generalizadas de Controle no Projeto de Reguladores para TCSCs em Sistemas Elétricos de Potência. Tese (Doutorado em Sistemas Elétricos de Potência) - Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2017.
- Tsolas, N., Arapostathis, A. and Varaiya, P. (1985). A structure preserving energy function for power system transient stability analysis, *IEEE Transactions on Circuits and Systems* **32**(10): 1041–1049.
- Zhang, X., Rehtanz, C. and Pal, B. (2012). *Flexible AC Transmission Systems: Modelling and Control*, Power Systems, Springer Berlin Heidelberg.