

UM MODELO MATEMÁTICO PARA RESTAURAÇÃO EM SISTEMAS ELÉTRICOS DE DISTRIBUIÇÃO RADIAIS COM CARACTERÍSTICAS DE UM SISTEMA REAL

GABRIEL F. PUERTA, ELIANE S. SOUZA, RUBÉN ROMERO

*Laboratório de Planejamento de Sistemas de Energia Elétrica - LaPSEE
Departamento de Engenharia Elétrica, UNESP – Universidade Estadual Paulista
Avenida Brasil Sul, nº 56 - Centro CEP 15385-000 Ilha Solteira-SP*

E-mails: gfpuerta@gmail.com, elianesouza.col@gmail.com, ruben@dee.feis.unesp.br

Abstract— This paper presents an adapted mathematical model to the optimization of the restoration problem in radial electric power distribution systems with few manageable switches allocated. The problem is modelled as a mixed-integer second order conic programming problem and can be solved by commercial solvers. The characteristic of a distribution system with few manageable switches allocated is the most typically found on real distribution systems. The restoration problem is based in the strategy to restore the maximum amount of de-energized loads after the occurrence of a permanent fault in the distribution system. The load restoration must occur in the lowest possible time and should change the distribution system's topology minimally. In the proposed mathematical model, the objective is to maximize the power reestablishment of the de-energized loads and to minimize the number of switching operations necessary for the service restoration. Were simulated tests of permanent faults in an 84-bus distribution system adapted to solve a lot of cases the proposed problem. The results obtained qualify the efficacy and the robustness of the adapted mathematical model for the resolution of this problem.

Keywords—Classical optimization, mathematical modelling, radial distribution electrical systems, restoration problem

Resumo— Neste trabalho é apresentado um modelo matemático adaptado para o problema de restauração em sistemas de distribuição radiais com poucas chaves de manobras alocadas. O problema é modelado como um problema de programação cônica de segunda ordem inteira mista (PCSOIM) e pode ser resolvido através de solucionadores comerciais. A característica de existir poucas chaves de manobra alocadas no sistema de distribuição é tipicamente presente em sistemas reais. O problema de restauração baseia-se em restaurar o maior número possível de cargas que estão desenergizadas após o aparecimento de uma falta permanente no sistema de distribuição. A restauração de cargas deve acontecer no menor tempo possível e deve alterar minimamente a topologia do sistema de distribuição. Os critérios de otimização do modelo matemático proposto consistem em maximizar o restabelecimento de energia às cargas desenergizadas e minimizar número de operações de chaveamentos necessários para que a restauração ocorra. Foram simulados testes de faltas permanentes em um sistema de distribuição de 84 barras adaptado para vários casos do problema proposto. Os resultados obtidos qualificam a eficácia e a robustez da modelagem matemática adaptada para a resolução desse problema.

Palavras-chave— Modelagem matemática, otimização clássica, problema de restauração, sistemas de distribuição radiais.

1 Introdução

O sistema de distribuição estabelece conexão direta com os consumidores através das concessionárias e tanto o fornecedor de energia elétrica quanto o consumidor buscam qualidade e confiabilidade no serviço oferecido. No entanto, o sistema de distribuição com operação aérea e radial está susceptível a falhas e contingências ocasionadas por ações humanas, desastres naturais e/ou falhas em equipamentos e isso pode ocasionar a interrupção do fornecimento de energia elétrica a setores do sistema. Assim, estratégias de restauração são normalmente empregadas para restabelecer o fornecimento de energia aos setores que ficaram desenergizados com o objetivo de melhorar os índices de continuidade e de confiabilidade do sistema. E, nesse contexto, o problema de restauração deve ser resolvido no menor tempo possível. O restabelecimento do serviço acontece por meio da transferência de atendimento da parcela sem fornecimento para outros alimentadores ou através de circuitos alternativos que resultam na reconexão dessa parcela com o mesmo alimentador.

O problema de restauração em sistemas de distribuição é originalmente um problema combinatório de natureza não linear (Ciric e Popovic, 2000). Os objetivos geralmente considerados para esse problema são

maximizar o montante de carga atendida e minimizar a quantidade de chaveamentos necessários para a restauração. Outros objetivos também podem ser considerados, como a priorização de cargas, a priorização de chaves telecomandadas, a minimização de perdas elétricas, o balanceamento de carga entre os alimentadores primários e a minimização da energia não suprida (ENS).

Diferentes métodos são propostos na literatura para a resolução do problema de restauração em sistemas de distribuição radiais. Esses métodos estão baseados em técnicas heurísticas, dentre elas as meta-heurísticas, e em técnicas exatas de otimização, sendo as meta-heurísticas os métodos mais usados para a otimização desse problema. Dentre as propostas baseadas em técnicas heurísticas e meta-heurísticas, podem ser citados os trabalhos de Liu, Lee e Venkata (1988), Shirmohammadi (1992), Morelato e Monticelli (1989), Kumar, Das e Sharma (2006), Wei *et al.* (2012) e Ferreira Neto, Pereira Júnior e Costa (2016). Dentre as propostas baseadas em técnicas exatas de otimização, podem ser citados os trabalhos de Ciric e Popovic (2000), Souza, Leão e Romero (2014), Romero *et al.*, (2016), Souza e Romero (2016) e Souza, Romero e Franco (2018)

Em Liu, Lee e Venkata (1988), um sistema inteligente é proposto para a resolução do problema de

restauração. Esta proposta é baseada na própria experiência que os operadores do centro de controle operacional da rede de distribuição possuem e, a partir disso, desenvolve-se um conjunto de regras que fornecem um plano otimizado de restauração. Em Shirmohammadi (1992), propõe-se um algoritmo heurístico construtivo. Nesse algoritmo, após o isolamento da falta, cria-se uma rede virtualmente malhada e, passo a passo, a restauração acontece através da abertura de uma chave com o menor fluxo de potência. Em Morelato e Monticelli (1989), apresenta-se uma heurística simples baseada em regras práticas para guiar o processo de busca por soluções de qualidade sobre uma árvore de decisão binária. Em Kumar, Das e Sharma (2006), propõe-se um algoritmo genético multiobjetivo que incorpora a topologia da rede de distribuição em estado de operação normal na população inicial, com a justificativa de que a convergência do algoritmo se torne mais rápida. O trabalho também considera a priorização de cargas, a existência de chaves seccionadoras controladas remotamente e a possibilidade de ocorrer faltas múltiplas na rede de distribuição. Em Wei *et al.* (2012), um algoritmo genético que considera geração distribuída e priorização de cargas é proposto. Os autores geram pesos através de lógica nebulosa (*Fuzzy*) para os critérios de otimização considerados na função *fitness* do algoritmo. Os autores classificaram três métodos de restauração que são utilizados no algoritmo, cada método utilizado possui um espaço de busca diferente, o que diminui notoriamente a quantidade de memória utilizada pelo algoritmo. Os três métodos classificados são: Restauração de alimentador direta, restauração de transferência de carga e restauração de perda de carga. Finalmente, em Ferreira Neto, Pereira Júnior e Costa (2016), apresenta-se uma meta-heurística *Tabu Search* para o problema de restauração de energia elétrica com geração distribuída, no contexto das *smart grids*.

Em Ciric e Popovic (2000) os autores propõem um algoritmo híbrido que combina técnicas heurísticas e um modelo de programação inteira mista para a elaboração do plano de restauração. O trabalho proposto baseia-se em uma lista de propostas obtidas a partir da manobra de uma única chave seccionadora. Quando nenhuma solução da lista de propostas é factível, o algoritmo utiliza um processo de otimização de um problema inteiro misto para se obter a solução.

Em Souza e Romero (2016), em Souza, Leão e Romero (2014), em Romero *et al.* (2016) e em Souza, Romero e Franco (2018), são propostos modelos matemáticos para o problema de restauração em sistemas de distribuição radiais que podem ser resolvidos por técnicas exatas de otimização. Uma contribuição para o desenvolvimento desses modelos matemáticos foi a apresentação de uma forma simples e eficiente de representar a restrição de radialidade de sistemas de distribuição radiais em Lavorato *et al.* (2012). Em Souza, Leão e Romero (2014), são apresentados modelos matemáticos simplificados para a proposta de restauração apresentada em Morelato e Monticelli (1989) e os resultados obtidos com esses modelos matemáticos são comparados com os resultados apresentados na

proposta heurística. Esses modelos são simplificados porque na proposta original apresentada em Morelato e Monticelli (1989) a primeira Lei de Kirchhoff é formulada apenas em termos de potência aparente e porque a segunda Lei de Kirchhoff não é aplicada. Além disso, a proposta original também não prevê o corte de carga porque o sistema teste é projetado para ser capaz de restabelecer sempre todas as cargas não supridas após o isolamento de qualquer setor do sistema. Dessa forma, a restrição de radialidade se cumpre trivialmente nos modelos matemáticos propostos em Souza, Leão e Romero (2014). Em Romero *et al.* (2016) um modelo matemático AC completo é apresentado para a otimização do problema de restauração em sistemas de distribuição radiais balanceados. Nesse modelo matemático, cumprem-se as duas Leis de Kirchhoff e elas são formuladas sem simplificações. Além disso, nas formulações matemáticas, está previsto o corte de carga diante da impossibilidade de restabelecimento pleno e a consequência disso é que a restrição de radialidade proposta em Lavorato *et al.* (2012) não pode ser satisfeita da mesma forma trivial que é satisfeita em um problema de reconfiguração com o sistema operando em estado normal ou da forma simplificada apresentada em Souza, Leão e Romero (2014). Dessa forma, em Romero *et al.* (2016) introduziu-se o conceito de subestação fictícia e de ramos fictícios no modelo matemático para auxiliar no cumprimento das restrições de conectividade e de radialidade do sistema de distribuição. Para validar o modelo matemático proposto em Romero *et al.* (2016), foram realizados diversos testes em um sistema de distribuição de 53 barras, dentre eles, testes que consideram cargas prioritárias para restabelecimento e testes que consideram a alocação de chaves controladas localmente e de chaves controladas remotamente. Em Souza e Romero (2016), são apresentados novos testes com o modelo matemático proposto em Romero *et al.* (2016). Nesses novos testes, são simuladas faltas múltiplas no sistema de 53 barras e os testes mostram que o modelo matemático proposto em Romero *et al.* (2016) é eficiente para resolver também o problema de restauração no caso de faltas permanentes simultâneas em diferentes pontos do sistema. Finalmente, em Souza, Romero e Franco (2018), apresenta-se um modelo matemático relaxado de programação linear inteira mista que pode ser resolvido de forma mais rápida que o modelo AC proposto em Romero *et al.* (2016). As soluções ótimas obtidas por esse modelo relaxado podem apresentar soluções operacionalmente infactíveis para o problema real e, por isso, devem ser validadas após execução de um algoritmo de cálculo de fluxo de carga radial que forneça o estado operacional do sistema.

Neste trabalho, o modelo matemático, com chaves em todos os ramos, proposto em Romero *et al.* (2016) é adaptado para resolver o problema de restauração em sistemas de distribuição radiais que não possuem chaves alocadas em todos os ramos. Os sistemas elétricos reais possuem essa característica, pois a alocação de chaves em todos os ramos seria um investimento altamente oneroso para as empresas distribuidoras de energia elétrica, como mostram os estudos

apresentados em Souza, Rider e Mantovani (2012) e Silva, Pereira e Mantovani, (2004). Assim, por questões de viabilidade econômica, em sistemas reais, as chaves normalmente são alocadas em poucos ramos, geralmente em pontos que permitem uma boa coordenação do sistema elétrico diante de faltas permanentes ou de outros problemas operacionais de curto prazo. Em Romero *et al.* (2016), considera-se que todos os ramos de um sistema teste de 53 barras podem ser operados e, neste artigo, um sistema de 84 barras é adaptado para ter as características de um sistema real. Portanto, neste artigo, o modelo matemático originalmente proposto em Romero *et al.* (2016) é adaptado para a resolução do problema de restauração com a nova proposta formulada e são apresentados testes inéditos com esse modelo. Finalmente, deve ser observado que o modelo considera um sistema trifásico equilibrado e faz restauração apenas para a demanda corrente. Portanto a análise de sistemas trifásicos desequilibrados e o atendimento de demanda para um horizonte de várias horas não fez parte deste trabalho.

2 Método Proposto

Nesta seção, é apresentado o modelo matemático de programação cônica de segunda ordem inteira mista (PCSOIM) que foi originalmente proposto em Romero *et al.* (2016). O modelo é utilizado neste trabalho para a resolução do problema de restauração em redes de distribuição radiais com chaves alocadas em poucos ramos. A existência de poucas chaves forma setores de carga ou seções de carga na rede. Um setor de carga está delimitado por chaves seccionadoras e/ou de interconexão, portanto, não possui chaves internamente. Isso significa que a topologia interna de um setor de carga não pode ser alterada. Apesar disso, o estado operativo do sistema em regime permanente deve ser plenamente calculado e conhecido para a análise de factibilidade operacional também dentro dos setores de carga formados.

O modelo matemático de PCSOIM é apresentado nas relações matemáticas de (1) a (21). A proposta de restauração é a minimização do corte de carga na configuração final e a minimização do número de chaveamentos necessários para o restabelecimento. Os dois critérios de minimização são hierarquizados em uma única função objetivo. Nessa proposta, a minimização do corte de carga possui maior importância que a minimização do número de operações de chaveamento. O corte de carga deve acontecer somente quando alguma restrição física e/ou operacional é violada, tornando o corte imprescindível para a factibilidade operacional da rede. Em outras palavras, o modelo matemático tem como propósito a restauração máxima de cargas a partir da mínima alteração da topologia inicial do sistema e da factibilidade operacional.

Antes da resolução do modelo matemático para a obtenção da proposta de restauração, deve-se isolar o setor de carga em que o defeito está localizado. O isolamento é feito através da abertura e indisponibilização das chaves adjacentes a esse setor em falta. Com

isso, os ramos adjacentes ao setor isolado e os ramos e as barras presentes no setor isolado não participam do processo de resolução do problema e são considerados inexistentes no problema. Todos os outros setores que não foram isolados constituem a parcela restaurável da rede de distribuição, isto é, a parcela que está sujeita à restauração durante o processo de resolução.

$$\text{Min} \sum_{(i,j) \in \Omega_a} \beta_{i,j} x_{i,j} + \sum_{(i,j) \in \Omega_f} \mu_{i,j} (1 - x_{i,j}) + \sum_{i \in \Omega_b} \alpha_i (P_{D_i} + Q_{D_i}) y_i \quad (1)$$

s. a.

$$\sum_{(j,i) \in \Omega_l} P_{j,i} - \sum_{(i,j) \in \Omega_l} (P_{i,j} + R_{i,j} I_{i,j}^{sqr}) + P_{G_i} = P_{D_i} (1 - y_i) \quad \forall i \in \Omega_b \quad (2)$$

$$\sum_{(j,i) \in \Omega_l} Q_{j,i} - \sum_{(i,j) \in \Omega_l} (Q_{i,j} + X_{i,j} I_{i,j}^{sqr}) + Q_{G_i} = Q_{D_i} (1 - y_i) \quad \forall i \in \Omega_b \quad (3)$$

$$\sum_{(j,i) \in \Omega_l \cup \Omega_h} H_{j,i} - \sum_{(i,j) \in \Omega_l \cup \Omega_h} H_{i,j} + H_{G_i} = y_i \quad \forall i \in \Omega_b \quad (4)$$

$$V_i^{sqr} - V_j^{sqr} = 2(P_{i,j} R_{i,j} + Q_{i,j} X_{i,j}) + Z_{i,j}^2 I_{i,j}^{sqr} + b_{i,j} \quad \forall (i,j) \in \Omega_l \quad (5)$$

$$V_j^{sqr} I_{i,j}^{sqr} \geq P_{i,j}^2 + Q_{i,j}^2 \quad \forall (i,j) \in \Omega_l \quad (6)$$

$$(P_{G_i}^2 + Q_{G_i}^2) \leq \bar{S}_{G_i}^2 \quad \forall i \in \Omega_b, i \neq S^f \quad (7)$$

$$0 \leq I_{i,j}^{sqr} \leq \bar{I}_{i,j}^2 x_{i,j} \quad \forall (i,j) \in \Omega_l \quad (8)$$

$$|H_{i,j}| \leq M x_{i,j} \quad \forall (i,j) \in \Omega_l \cup \Omega_h \quad (9)$$

$$\underline{V}^2 \leq V_i^{sqr} \leq \bar{V}^2 \quad \forall i \in \Omega_b \quad (10)$$

$$|b_{i,j}| \leq (\bar{V}^2 - \underline{V}^2)(1 - x_{i,j}) \quad \forall (i,j) \in \Omega_l \quad (11)$$

$$H_{G_i} = 0 \quad \forall i \in \Omega_b, i \neq S^f \quad (12)$$

$$P_{G_i} = 0 \quad \forall i \in (\Omega_b - \Omega_s) \cup S^f \quad (13)$$

$$Q_{G_i} = 0 \quad \forall i \in (\Omega_b - \Omega_s) \cup S^f \quad (14)$$

$$\sum_{(i,j) \in \Omega_l \cup \Omega_h} x_{i,j} = |\Omega_b| - |\Omega_s| \quad (15)$$

$$|P_{i,j}| \leq \bar{V} \bar{I}_{i,j} x_{i,j} \quad \forall (i,j) \in \Omega_l \quad (16)$$

$$|Q_{i,j}| \leq \bar{V} \bar{I}_{i,j} x_{i,j} \quad \forall (i,j) \in \Omega_l \quad (17)$$

$$\sum_{(j,i) \in \Omega_l \cup \Omega_h} x_{j,i} + \sum_{(i,j) \in \Omega_l \cup \Omega_h} x_{i,j} \geq 1 \quad (18)$$

$$|y_i - y_j| \leq (1 - x_{i,j}) \quad \forall (i,j) \in \Omega_l \quad (19)$$

$$x_{i,j} \in \{0,1\} \quad \forall (i,j) \in \Omega_l \cup \Omega_h \quad (20)$$

$$y_i \in \{0,1\} \quad \forall i \in \Omega_b \quad (21)$$

$$y_i \in \{0,1\} \quad \forall i \in \Omega_b \quad (21)$$

No modelo matemático, Ω_b é o conjunto de barras disponíveis para a reconfiguração; Ω_s é o conjunto de subestações; Ω_a e Ω_f , são os conjuntos de ramos normalmente abertos e de ramos normalmente fechados, respectivamente; Ω_h é o conjunto de ramos fictícios incorporados no problema; e Ω_l é o conjunto dos ramos disponíveis para a reconfiguração.

Os parâmetros do modelo matemático são os seguintes: P_{D_i} e Q_{D_i} são as demandas de potência ativa

e de potência reativa na barra i , respectivamente; \bar{S}_{G_i} representa a capacidade máxima de geração de potência aparente na barra de subestação i ; S^f representa a barra da subestação fictícia que foi incorporada no problema; $R_{i,j}$, $X_{i,j}$ e $Z_{i,j}$ representam, respectivamente, os dados de resistência, reatância e impedância do ramo $i - j$; $\bar{I}_{i,j}$ é a magnitude máxima de fluxo de corrente permitida no ramo $i - j$; M representa o limite máximo de fluxo de potência artificial permitido nos ramos reais e fictícios fechados na parcela desenergizada; \underline{V} e \bar{V} são, respectivamente, os limites mínimo e máximo de magnitude de tensão permitidos para o fornecimento; $\beta_{i,j}$, $\mu_{i,j}$ e α_i são, respectivamente, os pesos associados ao custo de operação da chave inicialmente aberta alocada no ramo $i - j$, custo de operação da chave inicialmente fechada alocada no ramo $i - j$ e o custo de desconectar a barra i por unidades de cargas demandadas.

As variáveis do modelo matemático são as seguintes: $x_{i,j}$ e y_i são variáveis binárias e representam, respectivamente, a decisão sobre o estado operativo do ramo $i - j$ e a decisão de energizar ou de desconectar a barra i , sendo que $x_{i,j} = 1$ indica ramo fechado e $x_{i,j} = 0$ indica ramo aberto e $y_i = 1$ indica barra desenergizada e $y_i = 0$ indica barra energizada; $P_{i,j}$, $Q_{i,j}$, $H_{i,j}$ e $I_{i,j}^{sqr}$ são, respectivamente, o fluxo de potência ativa, o fluxo de potência reativa, o fluxo de potência artificial e o quadrado da magnitude de corrente no ramo $i - j$; P_{G_i} , Q_{G_i} e H_{G_i} representam, respectivamente, a geração de potência ativa, a geração de potência reativa e a geração de potência artificial na barra i ; V_i^{sqr} é o quadrado da magnitude de tensão na barra i ; finalmente, $b_{i,j}$ é uma variável auxiliar usada para complementar o cumprimento da segunda Lei de Kirchhoff quando o ramo $i - j$ está aberto (a variável $b_{i,j}$ assume valor nulo quando o ramo está fechado e assume o valor necessário para satisfazer a igualdade na equação da segunda Lei de Kirchhoff quando o ramo está aberto, pois um ramo aberto não está sujeito ao cumprimento da Lei de Tensões de Kirchhoff).

No modelo matemático, existem variáveis $x_{i,j}$ para todos os ramos do sistema, $\forall (i,j) \in \Omega_l$. Assim, para adequar o modelo matemático a um sistema elétrico em que apenas uma parcela dos ramos podem ser operados, deve-se fixar $x_{i,j} = 1$ para todos os ramos $i - j$ inicialmente fechados que não tenham chaves alocadas. Os demais ramos (ramos inicialmente abertos e ramos inicialmente fechados com chaves alocadas) podem ter seu estado operativo representado pela variável $x_{i,j}$ alterado.

A função objetivo é representada pela relação (1). A primeira e a segunda parcelas dessa relação correspondem à minimização do número de chaveamentos e os parâmetros $\beta_{i,j}$ e $\mu_{i,j}$ são os pesos associados aos respectivos ramos nessas parcelas. A terceira parcela corresponde à minimização do corte de carga e o parâmetro α_i é o peso associado a cada barra nessa parcela. Os parâmetros $\beta_{i,j}$, $\mu_{i,j}$ e o parâmetro α_i são

individuais, sendo assim, podem-se assumir valores diferentes ou iguais para esses parâmetros, com o intuito de priorizar ou não a operação de algum ramo e/ou a energização de alguma barra. Nesse contexto, quando $\beta_{i,j} = \mu_{i,j} = 1$, não há priorização de operação de chaves e as operações de chaveamento são apenas contabilizadas. Da mesma forma, quando todos os parâmetros α_i assumem o mesmo valor, considera-se que não existem cargas prioritárias para atendimento. Nos testes realizados, os seguintes valores foram assumidos para esses parâmetros: $\beta_{i,j} = \mu_{i,j} = 1$ para todos os ramos e $\alpha_i = 0,1$ para todas as barras.

O cumprimento da primeira Lei de Kirchhoff (Lei de Kirchhoff para Correntes) é imposto pelas relações (2), (3) e (4). Através dessas relações, cumprem-se, respectivamente, o balanço de potência ativa, o balanço de potência reativa e o balanço de potência artificial em cada barra do sistema elétrico. O cumprimento da segunda Lei de Kirchhoff (Lei de Kirchhoff para Tensões) é imposto pelas relações (5) e (6) para cada laço fundamental (formado por cada ramo ativo e a conexão das cargas à terra) e a relação (11) complementa o cumprimento da relação (5). A relação (6) é a restrição cônica no modelo matemático.

Os limites operacionais e físicos da rede elétrica de distribuição são impostos pelas relações (7), (8), (9) e (10). A relação (7) limita o carregamento de potência aparente em cada barra de subestação real à sua correspondente capacidade máxima de atendimento. A relação (8) limita o fluxo de corrente nos ramos fechados do sistema elétrico ao correspondente limite máximo permitido (se os ramos estão abertos, então o fluxo de corrente é nulo). A relação (9) limita o fluxo de potência artificial nos ramos presentes na parcela desenergizada que está conectada à subestação fictícia. A relação (10) impõe o cumprimento dos limites adequados de tensão em cada barra do sistema elétrico.

As relações (11), (12), (13) e (14) são restrições complementares e possuem o objetivo de auxiliar o cumprimento de outras restrições. A relação (11) auxilia no cumprimento da segunda Lei de Kirchhoff na relação (5) quando o ramo está aberto. As relações (12), (13) e (14) complementam as restrições de balanço de potência e definem, em conjunto, que só pode existir geração de potência artificial na barra de subestação fictícia e que só pode existir geração de potência ativa e reativa nas barras de subestação reais.

A relação (15) impõe o total de circuitos fechados necessários para que a rede de distribuição opere radialmente. Esta restrição é válida tanto para a parcela energizada conectada ao conjunto de subestações reais, quanto para a parcela que foi desenergizada e conectada à subestação fictícia. Dessa forma, a restrição (15) juntamente com as restrições (2), (3), (4), (12), (13) e (14) estabelecem que o sistema elétrico seja plenamente conexo e radial, como está provado em Lavorato *et al.* (2012).

Para melhorar o desempenho do modelo matemático durante o processo de resolução e, assim, reduzir o tempo necessário de convergência, as relações (16),

(17), (18) e (19) foram geradas e incorporadas no modelo. Essas relações são restrições substitutas e possuem grande importância, pois reduzem o espaço de busca do problema com a integralidade relaxada e ajudam no processo de sondagem do algoritmo *branch and bound* normalmente usado na resolução de problemas de programação com variáveis inteiras.

Finalmente, a natureza binária das variáveis $x_{i,j}$ e y_i é imposta pelas relações (20) e (21), respectivamente.

Após a resolução do modelo matemático, os setores que ficaram sem fornecimento de energia elétrica são conectados à subestação fictícia incorporada no problema. Cada carga desconectada passa a demandar uma unidade de potência artificial através da variável y_i na restrição (4) e essa demanda só pode ser atendida pela subestação fictícia. Assim, o objetivo da subestação fictícia é conectar os setores que foram desconectados do sistema energizado e manter a parcela desenergizada operando radialmente sem alterar o estado dos ramos inicialmente fechados nessa parcela.

3 Testes e Resultados

O modelo matemático apresentado nas relações (1) a (21) foi testado para a nova proposta de resolução apresentada neste artigo utilizando o sistema elétrico de distribuição de 84 barras apresentado em Possagnolo (2015). A topologia inicial do sistema teste é apresentada na Fig. 1 e corresponde à topologia ótima para o problema que minimiza perdas ativas obtida em Possagnolo (2015). Nessa figura, apresenta-se o sistema de 84 barras adaptado para o problema proposto neste trabalho. Assim, neste trabalho, considera-se a alocação de chaves apenas nos ramos identificados na Fig. 1 e essa alocação foi realizada empiricamente considerando pontos estratégicos do sistema de distribuição. Deve-se observar que se o solver encontrar uma solução com gap igual a zero, então a solução encontrada é ótima, o que aconteceu em todos os testes realizados.

O sistema de distribuição de 84 barras tem 83 barras de carga, uma barra de subestação e 96 ramos. Após as adaptações feitas, considera-se que apenas 36 ramos possuem chaves alocadas e, portanto, apenas esses ramos podem ter seu estado operativo alterados. Dessa forma, as 83 barras de demanda são agrupadas em setores de carga, de acordo com a disposição das chaves alocadas no sistema. Na topologia inicial, esses setores estão delimitados por chaves seccionadoras normalmente fechadas e/ou por chaves de interconexão normalmente abertas e a numeração adotada para cada um dos setores formados é apresentada na Tabela 1. Assim, por exemplo, observando a Fig. 1 e a Tabela 1, o setor 1 é formado pelas barras 1, 2, 3, 4, 5 e 6 e está delimitado pelas chaves seccionadoras 1-84 e 5-55 e pela chave de interconexão 6-7. Ao todo, passam a existir 23 setores nesse sistema elétrico.

Tabela 1. Identificação dos setores de carga no sistema teste

Setor	Barras no setor	Setor	Barras no setor
1	1, 2, 3, 4, 5, 6	47	47, 48, 49
7	7, 8, 9, 10	50	50, 51, 52, 53, 54
11	11, 12, 13	55	55
13	13	56	56, 57, 58, 59, 60, 61
15	15, 16, 17, 18, 19, 20	62	62, 63, 64
21	21, 22, 23, 24	65	65, 66, 67, 68, 69, 70, 71
25	25, 26, 27, 28, 29	72	72
30	30, 31, 32, 33	73	73, 74, 75, 76
34	34, 35, 36, 37, 38, 41	77	77, 78, 79
39	39, 40	80	80, 81, 82
42	42	83	83
43	43, 44, 45, 46		

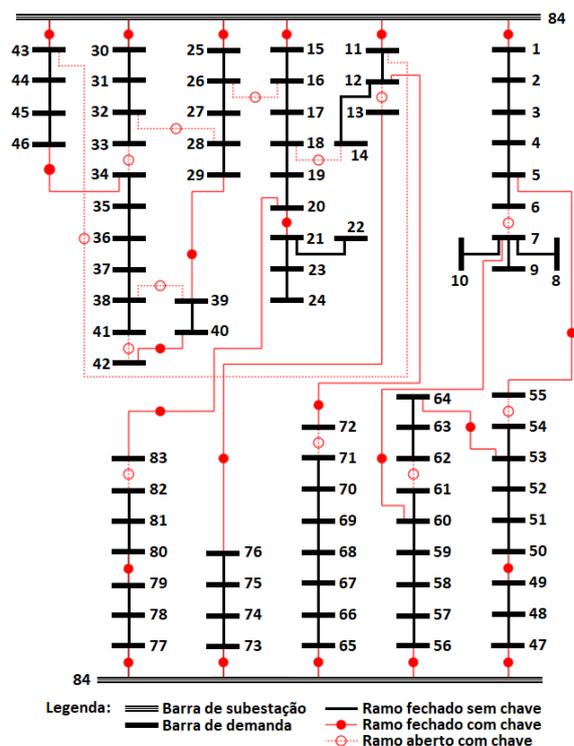


Figura 1. Topologia inicial do sistema de 84 barras

O sistema teste operando em condição normal, possui uma demanda ativa e reativa de 28.351,0 kW e 20.700,0 kVAr respectivamente. A tensão nominal do sistema é de 11,40 kV e os limites mínimo e máximo de tensão permitidos são, respectivamente, de 0,93 e 1,0 p.u. desse valor nominal. Os dados de demanda de cada barra e os dados físicos dos ramos do sistema teste são apresentados em Possagnolo (2015).

Foram simulados 11 casos de falta permanente. Esses cenários estão descritos na Tabela 2. Considera-se para essas simulações que a falta pode ter ocorrido em qualquer barra ou em qualquer ramo presentes no setor em falta. Após a indicação do setor em falta, esse setor deve ser isolado para reparo e os ramos usados para o isolamento e o setor em falta devem ser excluídos do problema para a tentativa de restauração do sistema. Foram simuladas faltas nos setores 1, 11, 15, 25, 39, 43, 47, 50, 56, 73 e 77. Os demais setores são terminais e, uma vez isolados, não há cargas a serem restauradas. Sendo assim, nos setores terminais 7, 13,

21, 30, 34, 42, 55, 62, 65, 72, 80 e 83 não foram simuladas faltas.

Tabela 2. Informações dos cenários de falta permanente simulados

Setor isolado	Chaves usadas para o isolamento	Setores desconectados	Cargas não atendidas (kVA)
1	84-1, 5-55, 6-7	55	215,41
11	84-11, 12-72, 12-13, 14-18	72	250,00
15	84-15, 20-21, 20-83, 14-18, 16-26	21, 83	1.228,34
25	84-25, 29-39, 16-26, 28-32	39,42	103,03
39	29-39, 40-42, 38-39	42	58,31
43	84-43, 34-46, 11-43	34	1.534,08
47	84-47, 49-50	50, 62	4.015,92
50	49-50, 53-64, 54-55	62	983,28
56	84-56, 7-60, 61-62	7	1.647,81
73	84-73, 13-76	13	1.000,00
77	84-77, 79-80	80	964,65

Usando o modelo matemático (1)-(21) para a resolução do problema de restauração no sistema ilustrado na Fig. 1, deve-se proceder da seguinte forma: todos os ramos fechados que não possuem chaves alocadas devem ter suas correspondentes variáveis $x_{i,j}$ fixadas em 1. Fixar essas variáveis $x_{i,j}$ em 1, significa que o estado operativo desses ramos não podem ser alterados. Portanto, apenas os ramos fechados com variáveis $x_{i,j}$ não fixadas representam chaves normalmente fechadas alocadas e podem ser operados (abertos) na resolução do problema. Todos os ramos abertos representam chaves normalmente abertas e, portanto, suas correspondentes variáveis $x_{i,j}$ não são fixadas e esses ramos podem ser operados (fechados) na resolução do problema.

O modelo matemático foi programado em AMPL (Fourer, Gay e Hill, 1990) e resolvido com o solver CPLEX 12.5.1.0. O computador utilizado nos testes possui sistema operacional de 64 bits, processador Intel® Core™ i7-5500U com 2,40 GHz e memória RAM de 8 GB. Os resultados obtidos com os testes simulados são apresentados na Tabela 3.

Tabela 3. Resumo dos resultados obtidos

Setor isolado	Operações de chaveamento		Setores Desconectados	Carga Cortada (kVA)	Tempo (s)
	Abrir ; Fechar	Fictícias			
1	- ; 54-55	-	-	-	1
11	- ; 71-72	-	-	-	1
15	- ; -	$S^f - \{21,83\}$	21, 83	1.228,34	1
25	- ; 38-39	-	-	-	1
39	- ; 41-42	-	-	-	1
43	- ; -	$S^f - 34$	34	1.534,09	8
47	53-64 ; 61-62	$S^f - 53$	50	3.032,65	2
50	- ; 61-62	-	-	-	1
56	- ; -	$S^f - 10$	7	1.311,97	2
73	- ; 12-13	-	-	-	1
77	20-21 ; 82-83	$S^f - 24$	21	690,2	6

A partir dos resultados apresentados na Tabela 3, verifica-se que não houve corte de carga nas propostas de soluções para os casos de falta nos setores 1, 11, 25, 39, 50 e 73. Nos casos de falta nos setores 15, 43, 47, 56 e 77, o corte de carga foi necessário para manter

a factibilidade operacional do sistema elétrico. Os tempos de processamento computacional para a resolução dos testes variam de 1 a 8 segundos e podem ser considerados adequados ao problema de restauração. No caso de **falta no setor 1**, o setor 55 é completamente restaurado através do fechamento da **chave 54-55**. No caso de **falta no setor 11**, o setor 72 é reconectado à subestação 84 através do fechamento da **chave 71-72**. No caso de **falta no setor 15**, os setores 21 e 83 permanecem desenergizados, totalizando o corte de 1.228,34 kVA. No caso de **falta no setor 25**, os setores 39 e 42 são completamente restaurados a partir do fechamento da **chave 38-39**. No caso de **falta no setor 39**, o setor 42 é reconectado à subestação 84 através do fechamento da **chave 41-42**. No caso de **falta no setor 43**, o setor 34 permanece sem fornecimento de energia, o que totaliza um corte de 1.534,08 kVA. No caso de **falta no setor 47**, a chave de interconexão entre os setores 50 e 62 (**a chave 53-64**) é aberta, o setor de carga 62 é reconectado à subestação 84 através do fechamento da **chave 61-62** e o setor 50 permanece sem atendimento, totalizando um corte de 3.032,64 kVA. No caso de **falta no setor 50**, o setor 62 é completamente restaurado através do fechamento da **chave 61-62**. No caso de **falta no setor 73**, o setor 13 é reconectado à subestação 84 através do fechamento da **chave 12-13**. No caso de **falta no setor 77**, o setor de carga 80 é reconectado ao sistema através da abertura da **chave 20-21** e do fechamento da **chave 82-83** e o setor 21, que estava sendo normalmente atendido, sofre corte de carga. O total de carga do setor 80 é de 964,65 kVA e o total de carga do setor 21 é de 690,2 kVA, por isso o otimizador priorizou o atendimento ao setor 80 e a desenergização do setor 21, uma vez que, na minimização desse problema, busca-se o menor corte de carga possível.

4 Conclusão

Neste artigo, foram realizados novos testes com um modelo matemático de programação cônica de segunda ordem inteira mista proposto na literatura para a otimização do problema de restauração em sistemas de distribuição radiais. O modelo matemático foi adaptado para a resolução do problema de restauração em sistemas de distribuição radiais organizados em setores de carga devido à não existência de chaves em todos os ramos, sendo esta as características de um sistema real. Um sistema de 84 barras apresentado na literatura foi adaptado neste trabalho para assumir essas características e usado nos testes realizados para a validação do modelo matemático na resolução do problema proposto. Os resultados obtidos são consistentes e foram processados em tempos considerados satisfatórios para o problema de restauração.

Agradecimentos

Os autores agradecem à CAPES e à FAPESP (2015/21972-6) pelo financiamento desta pesquisa.

Referências Bibliográficas

- Ciric, R. M.; Popovic, D. S. (2000) “Multi-objective distribution network restoration using heuristic approach and mix integer programming method”, *International Journal of Electrical Power & Energy Systems*. Elsevier, 22(7), p. 497–505.
- Ferreira Neto, L. H. T.; Junior, B. R. P.; Costa, G. R. M. da. (2016) “Smart Service Restoration of Electric Power Systems”, in *2016 IEEE Power and Energy Society General Meeting (PESGM)*. IEEE, p. 1–5.
- Fourer, R.; Gay, D. M.; Hill, M. (1990) “AMPL: A Mathematical Programming Language”, *Management Science*, 36, p. 519–554.
- Kumar, Y.; Das, B.; Sharma, J. (2006) “Genetic algorithm for supply restoration in distribution system with priority customers”, in *2006 International Conference on Probabilistic Methods Applied to Power Systems*. IEEE, p. 1–7.
- Lavorato, M.; Franco, J. F.; Rider, M. J.; Romero, R. (2012) “Imposing radiality constraints in distribution system optimization problems”, *IEEE Transactions on Power Systems*. IEEE, 27(1), p. 172–180.
- Liu, C.C.; Lee, S. J.; Venkata, S. S. (1988) “An expert system operational aid for restoration and loss reduction of distribution systems”, *IEEE Transactions on Power Systems*. IEEE, 3(2), p. 619–626.
- Morelato, A. L.; Monticelli, A. J. (1989) “Heuristic search approach to distribution system restoration”, *IEEE Transactions on Power Delivery*. IEEE, 4(4), p. 2235–2241.
- Possagnolo, L. H. F. M. (2015) *Reconfiguração de sistemas de distribuição operando em vários níveis de demanda através de uma meta-heurística de busca de vizinhança variável*. Dissertação de Mestrado. Universidade Estadual Paulista - Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira.
- Romero, R.; Franco, J.F.; Leão, F.B.; Rider, M.J.; Souza, E.S. de. (2016) “A new mathematical model for the restoration problem in balanced radial distribution systems”, *IEEE Transactions on Power Systems*. IEEE, 31(2), p. 1259–1268.
- Shirmohammadi, D. (1992) “Service restoration in distribution networks via network reconfiguration”, *IEEE Transactions on Power Delivery*. IEEE, 7(2), p. 952–958.
- Silva, L. G. W. da.; Pereira, R. A. F.; Mantovani, J. R. S. (2004) “Optimized allocation of sectionalizing switches and control and protection devices for reliability indices improvement in distribution systems”, in *2004 IEEE/PES Transmission and Distribution Conference and Exposition: Latin America (IEEE Cat. No. 04EX956)*. IEEE, p. 51–56.
- Souza, E. S. de; Leão, F. B.; Romero, R. (2014) “Propostas de modelagem matemática para o problema de restauração de sistemas de distribuição de energia elétrica radiais com abordagem simplificada”, in *Anais do 46 Simpósio Brasileiro de Pesquisa Operacional, SBPO 2014*, Salvador-BA. p.1134-1145.
- Souza, E. S. de; Romero, R. (2016) “Modelagem Matemática para Restauração Ótima em Sistemas Elétricos de Distribuição Radiais com Cenários de Falhas Múltiplas”, in *VI Simpósio Brasileiro de Sistemas Elétricos, SBSE 2016*, Natal-RN.
- Souza, E. S.; Romero, R.; Franco, J. F. (2018) “Restoration of Electrical Distribution Systems Using a Relaxed Mathematical Model”, *Journal of Control, Automation and Electrical Systems*. Springer US, 29(2), p. 259–269.
- Souza, J.; Rider, M. J.; Mantovani, J. R. S. (2012) “Alocação e operação de chaves em sistemas de distribuição de energia elétrica utilizando um modelo de programação linear inteira mista”, in *Anais do XIX Congresso Brasileiro de Automática, CBA 2012*. Campina Grande-PB, p. 265–271.
- Wei, W.; Mingjun, S.; Ran, R.; Yong, W. (2012) “Service restoration of distribution system with priority customers and distributed generation”, in *IEEE PES Innovative Smart Grid Technologies*. IEEE, p. 1–6.