UMA PROPOSTA PARA REPRESENTAÇÃO DE BARRAS PV'S PARA O FLUXO DE POTÊNCIA VIA EQUAÇÕES DE INJEÇÃO DE CORRENTE EXPRESSAS EM COORDENADAS RETANGULARES

ARTHUR R. D. DOS SANTOS, CRISTINA C. DE OLIVEIRA, DILSON A. ALVES

UNESP/FEIS/DEE, Avenida Brasil Centro, n° 56, 15385000 Ilha Solteira, SP - Brasil arthurdamaso5@gmail.com, cout cris@yahoo.com.br, dalves@dee.feis.unesp.br

Abstract— This paper presents the results of a comparative analysis of the influence of *PV* bus representation on the convergence characteristics of Newton-Raphson Current Injection method. The proposed method to solve the power flow problem is based on current injection equations written in rectangular coordinates. The results of comparison with other methods based on power injection equations expressed in polar and rectangular coordinates as well as those based on current injection with rectangular formulation, the main object of the study, are also presented. Performance analyzes were performed on the IEEE test systems 14, 30, 57 and 118 buses, considering several R/X transmission line ratios and loading conditions. The results show that the proposed *PV* bus representation improves the convergence characteristic of the power flow formulation based on current injection equations.

Keywords-Newton-Raphson, power flow, electric power systems, current injection, rectangular coordinates, PV buses.

Resumo— Neste trabalho apresenta-se os resultados da análise comparativa da influência de formas alternativas de representação das barras *PV* nas características de convergência do método de Newton-Raphson considerando equações de injeção de corrente. O método proposto para a solução do problema de fluxo de potência é baseado em equações de injeção de corrente expressas em coordenadas retangulares. São apresentados também os resultados da comparação com outros métodos baseados em equações de injeção de potência expressas em coordenadas polar e retangular, bem como com os baseados em injeção de corrente com formulação retangular, objeto principal do estudo. Nas análises de desempenho foram utilizados os sistemas testes do IEEE de 14, 30, 57 e 118 barras, considerando diferentes relações R/X dos ramos e diferentes carregamentos. Os resultados obtidos demonstram que a forma proposta de representação das barras *PV* melhora a característica de convergência dos métodos de solução do problema de fluxo de potência baseado em equações de injeção de corrente.

Palavras-chave— Newnton-Raphson, fluxo de potência, sistemas elétricos de potência, injeção de corrente, coordenadas retangulares, barras PV.

1 Introdução

Os Sistemas Elétricos de Potência (SEP) - compostos de unidades de geração e consumo, interligadas por meio de extensos sistemas de transmissão e distribuição - estão cada vez maiores, a exemplo do sistema interligado brasileiro, o SIN (Sistema Interligado Nacional). Sistemas como estes demandam um planejamento constante e envolvem uma complexa operação, para garantir um suprimento com níveis adequados de tensão, tanto em condições normais quanto de contingências. Uma ferramenta bastante utilizada para esta análise é o cálculo do fluxo de potência numa rede de energia elétrica, o qual consiste essencialmente na determinação do estado (tensões complexas das barras), da distribuição dos fluxos (potências ativas e reativas que fluem pelas linhas e transformadores) e de algumas outras grandezas de interesse. (Monticelli, 2003).

Os métodos de fluxo de potência têm sido amplamente utilizados nos estudos do planejamento e da operação de sistemas elétricos. Através destes estudos são definidas, entre outras, as características nominais e o carregamento dos equipamentos, os requisitos de suporte de reativos para a manutenção do perfil de tensão em condições normais e de emergência. (Alves et al., 2003). Diversas formulações são empregadas para expressar as equações gerais do problema do FP, sendo o método de *Newton-Raphson* o mais utilizado nas resoluções. As formulações das equações do fluxo de potência podem ser expressas em coordenadas polares ou retangulares, ou uma combinação de ambas (Saadat, 1999), baseadas no balanço de injeção de potência ou corrente, e em alguns casos utilizando uma combinação de ambos, injeção de potência e corrente, chamadas de hibridas. (Stott, 1974; Kamel, 2013; Kulworawanichpong, 2010).

O objetivo deste trabalho é apresentar uma proposta alternativa de representação das barras de geração com tensão controlada, barras PV's, no método que utiliza as equações de injeção de corrente, expressas em coordenadas retangulares, na solução do problema de fluxo de potência. Apresenta-se uma análise comparativa da influência de variações nas formas de tratar as barras PV's, no que diz respeito à convergência do método de Newton-Raphson. O desempenho da formulação proposta, que usa as equações de injeção de corrente em coordenadas retangulares, é comparado com outros que utilizam equações de injeção de potência nas formulações retangular e hibrida. Para as análises de desempenho entre os métodos, foram utilizados sistemas testes do IEEE de 14, 30, 57 e 118 barras, considerando diferentes variações na relação R/X dos ramos e diferentes carregamentos. Através dos resultados obtidos fica evidente que a proposta alternativa de tratamento

das barras *PV*'s contribui para a melhora de desempenho do método que utiliza as equações de injeção de corrente em coordenadas retangulares para a solução do problema de fluxo de potência.

2 Fluxo de Potência

O cálculo do Fluxo de Potência (FP) é realizado através de métodos computacionais desenvolvidos especificamente para a resolução de um conjunto de equações e inequações algébricas que formam o modelo estático da rede (Monticelli, 2003). Este cálculo tem como objetivo determinar, para uma condição específica de geração e carga, o estado da rede, ou seja, as magnitudes e ângulos de fase da tensão em todas as barras do sistema. Através dos cálculos dessas grandezas são determinados os fluxos e as perdas de potência nas linhas de transmissão, sejam estas, perdas ativas ou reativas.

A corrente I_k em uma linha de transmissão é dada por (Monticelli, 1983):

$$I_k = \sum_{m \in \kappa} (G_{km} + jB_{km})(|V_m|e^{j\theta m})$$
(1)

A potência complexa S_k correspondente é $S_k = S_{ger,k} - S_{carga,k}$:

$$S_{k}^{*} = P_{k} - jQ_{k} = V_{k}^{*}I_{k}$$
$$S_{k}^{*} = |V_{k}|e^{-j\theta k}\sum_{m \in \kappa} (G_{km} + jB_{km})(|V_{m}|e^{j\theta m})$$
(2)

em que o símbolo * representa o complexo conjugado; $|V_k|$, $|V_m|$, $\theta_k \in \theta_m$, são as respectivas magnitudes e ângulo da tensão das barras $k \in m$; I_k são as componentes do vetor de injeção de corrente I; $Y_{km} = G_{km} + jB_{\kappa m}$ é o elemento pertencente a k-ésima e m-ésima coluna da matriz de admitância nodal, formada pelas matrizes de condutância (G) e susceptância nodal (B); κ é o conjunto formado pela barra k e todas as barras ligadas a ela, e $P_k \in Q_k$ são as respectivas partes real e imaginária da potência complexa S_k .

2.1 Injeção de Potência via Coordenadas Polares

Na formulação denominada Fluxo de Potência via Injeção de Potência em Coordenadas Polares (FPIPP), são utilizadas as equações de injeção de potência com as tensões nodais expressas em coordenadas polares, como mostrado em (Monticelli, 1983). Nessa formulação as injeções de potência ativa e reativa podem ser obtidas separando a parte real e a imaginária da potência complexa:

$$P_{k}(\theta, |V|) = |V_{k}| \sum_{m \in \kappa} |V_{m}| (G_{km} \cos \theta_{km} + B_{km} sen \theta_{km})$$

$$Q_{k}(\theta, |V|) = |V_{k}| \sum_{m \in \kappa} |V_{m}| (G_{km} sen \theta_{km} - B_{km} \cos \theta_{km})$$
(3)

As equações dos resíduos ou *mismatches* de potência ativa e reativa em uma barra k qualquer são dadas por:

$$\Delta P_{k}(\theta, |V|) = \left(P_{ger,k}^{esp} - P_{carga,k}^{esp}\right) - P_{k}(\theta, |V|) = 0$$

$$\Delta Q_{k}(\theta, |V|) = \left(Q_{ger,k} - Q_{carga,k}^{esp}\right) - Q_{k}(\theta, |V|) = 0$$
(4)

sendo θ e |V| os respectivos vetores de ângulo e magnitude do vetor de tensões nodais V.

Um sistema elétrico contendo npv barras de magnitude de tensão controlada (barras PV's), na qual a potência ativa injetada $P_k^{esp} = P_{ger,k}^{esp} - P_{cargak}^{esp}$ e a magnitude de tensão $|V_k|$ são especificadas, e npq barras de carga (barra PQ), em que ($P_{cargak}^{esp} \in Q_{cargak}^{esp}$) são especificados, haverá npv+2npq equações, sendo npv+npq resíduos de potência ativa e npq de potência reativa. Desta forma a linearização da Eq. (4) de acordo com o método de Newton provê:

$$\begin{bmatrix} \Delta P(\theta, |V|) \\ \Delta Q(\theta, |V|) \end{bmatrix} = -J \begin{bmatrix} \Delta \theta \\ \Delta |V| \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} H & N \\ M & L \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \theta \\ \Delta |V| \end{bmatrix}$$
(5)

em que $\Delta/V/e \Delta\theta$ são, respectivamente, as correções das magnitudes e dos ângulos das tensões nodais. Os elementos das submatrizes que compõem a matriz Jacobiana (*J*), $H=\partial P(\theta, |V|)/\partial \theta$, $N=\partial P(\theta, |V|)/\partial |V|$, $M=\partial Q(\theta, |V|)/\partial \theta e L=\partial Q(\theta, |V|)/\partial |V|$ são dadas por:

$$H(k,k) = -Q_k - B_{kk} |V_k|^2$$
(6)

$$H(k,m) = |V_k V_m| (G_{km} sen \theta_{km} - B_{km} \cos \theta_{km})$$
(7)

$$N(k,k) = \frac{(P_k + G_{kk} |V_k|^2)}{|V_k|}$$
(8)

$$N(k,m) = |V_k| (G_{km} \cos \theta_{km} + B_{km} \sin \theta_{km})$$
(9)

$$M(k,k) = P_k - G_{kk} |V_k|^2$$
⁽¹⁰⁾

$$M(k,m) = -\left|V_k V_m\right| (G_{km} \cos \theta_{km} + B_{km} \sin \theta_{km})$$
(11)

$$L(k,k) = \frac{(-Q_k - B_{kk} |V_k|^2)}{|V_k|}$$
(12)

$$L(k,m) = |V_k| (G_{km} sen \theta_{km} - B_{km} \cos \theta_{km})$$
(13)

Uma vez escolhidos os valores iniciais para θ e |V|, calculam-se então os *mismatches* através da Eq. (4). Caso o resíduo seja menor que a tolerância adotada inicialmente, considera-se que a solução foi encontrada. Caso contrário, calcula-se a correção do estado através da Eq. (5), e atualiza-se o estado:

$$\theta^{\nu+l} = \theta^{\nu} + \Delta \theta^{\nu} e / V/^{\nu+l} = / V/^{\nu} + \Delta / V/^{\nu}$$
(14)

2.2 Injeção de Potência via Coordenadas Retangulares

Nessa formulação do problema de fluxo de potência as equações são baseadas no balanço de injeção de potência, sendo expressa por meio de coordenadas retangulares apenas (Powell, 2004), e que aqui será denominada de Fluxo de Potência via Injeção de Potência em Coordenadas Retangulares (FPIPR). No desenvolvimento do algoritmo para resolução do FP, as equações dos resíduos de potência são dadas pelas expressões:

$$\Delta P_k(E,F) = P_k^{esp} - P_k(E,F) = 0$$

$$\Delta Q_k(E,F) = Q_k^{esp} - Q_k(E,F) = 0$$
(15)

sendo que as equações de injeção de potência ativa $P_k(E, F)$ e reativa $Q_k(E, F)$ podem ser calculadas por:

$$P_{k}(E,F) = \sum_{m \in \kappa} [E_{k}(G_{km}E_{m} - B_{km}F_{m}) + F_{k}(G_{km}F_{m} + B_{km}E_{m})] (16)$$
$$Q_{k}(E,F) = \sum_{m \in \kappa} [F_{k}(G_{km}E_{m} - B_{km}F_{m}) - E_{k}(G_{km}F_{m} + B_{km}E_{m})] (17)$$

A linearização da Eq. (15) de acordo com o método de Newton fornece:

$$\begin{bmatrix} \Delta P \\ \Delta Q \end{bmatrix} = -\begin{bmatrix} J_1 & J_2 \\ J_3 & J_4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta E \\ \Delta F \end{bmatrix}$$
(18)

em que J_1 , J_2 , J_3 e J_4 são as submatrizes da matriz Jacobiana; $\Delta E \in \Delta F$ são as partes real e imaginária da tensão ($\Delta V = \Delta E + j\Delta F$). Os elementos das submatrizes da Jacobiana $J_1 = \partial \Delta P(E, F)/\partial E$, $J_2 = \partial \Delta P(E, F)/\partial F$, $J_3 = \partial \Delta Q(E, F)/\partial E$ e $J_4 = \partial \Delta Q(E, F)/\partial F$ são dados pelas seguintes equações:

$$J_1(k,k) = -2G_{kk}E_k - \sum_{m \in \Omega_k} (G_{km}E_m - B_{km}F_m)$$

$$J_1(k,m) = -G_{km}E_k - B_{km}F_k$$
 (19)

$$J_2(k,k) = -2G_{kk}F_k - \sum_{m \in \Omega_k} (G_{km}F_m + B_{km}E_m)$$
(20)

$$J_2(k,m) = B_{km}E_k - G_{km}F_k$$

$$J_{3}(k,k) = 2B_{kk}E_{k} + \sum_{m \in \Omega_{k}}(G_{km}F_{m} + B_{km}E_{m})$$

$$J_{3}(k,m) = -G_{km}F_{k} + B_{km}E_{k}$$
(21)

$$J_4(k,k) = 2B_{kk}F_k - \sum_{m \in \Omega_k} (G_{km}E_m - B_{km}F_m)$$

$$J_4(k,m) = B_{km}F_k + G_{km}E_k$$
 (22)

em que Ω_k é o conjunto formado por todas as barras ligadas a barra k. A correção do estado $\Delta E \in \Delta F$ é obtida da solução de (18).

2.3 Injeção de Corrente via Coordenadas Polares

Em (Kulworawanichpong, 2010) apresenta-se uma formulação de fluxo de potência baseado no balanço de injeção de corrente expressas em coordenadas polares denominado por método de *Newton Raphson* simplificado. Considerando a *k-ésima* barra, a corrente injetada é dada por:

$$(I_{ger,k} - I_{\operatorname{carga},k}) - \sum_{m \in \kappa} Y_{km} |V_m| = 0$$
(23)

em que $I_{ger,k}$ e $I_{carga,k}$ denota as respectivas correntes gerada e consumida na barra k. A equação do misma-

tch de corrente na barra *k* é definida como sendo ΔF_k = $\Delta G_k + j\Delta H_k$:

$$\Delta F_k(\theta, V) = \frac{S_{ger,k} - S_{\text{carga},k}}{|V_k|} - \sum_{m \in \kappa} Y_{km} |V_m| = 0 \quad (24)$$

cujas partes real $(\Delta G_k(\theta, |V|))$ e imaginária $(\Delta H_k(\theta, |V|))$ são dadas por:

$$\Delta G_{k}(\theta, |V|) = \left| \frac{S_{k}^{esp}}{V_{k}} \right| \cos(-\delta_{k} + \theta_{k}) - \sum_{i \in \kappa} |Y_{km}V_{m}| \cos(\varphi_{km} + \theta_{m}) = 0$$

$$\Delta H_{k}(\theta, |V|) = \left| \frac{S_{k}^{esp}}{V_{k}} \right| \sin(-\delta_{k} + \theta_{k}) - \sum_{m \in \kappa} |Y_{ki}V_{m}| \sin(\varphi_{km} + \theta_{m}) = 0$$
(25)

sendo δ_k o ângulo da potência complexa S_k^{esp} ; φ_{km} é o ângulo do elemento *k-m* (Y_{km}) da matriz de admitância. Nesse caso, a linearização da Eq. (25), de acordo com o método de Newton, colocado na forma matricial fornece:

$$\begin{bmatrix} \Delta G \\ \Delta H \end{bmatrix} = -\begin{bmatrix} \frac{\partial \Delta G}{\partial \theta} & \frac{\partial \Delta G}{\partial |V|} \\ \frac{\partial \Delta H}{\partial \theta} & \frac{\partial \Delta H}{\partial |V|} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \theta \\ \Delta |V| \end{bmatrix} = -\begin{bmatrix} J_1 & J_2 \\ J_3 & J_4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \theta \\ \Delta |V| \end{bmatrix} \quad (26)$$

As equações referentes aos elementos das submatrizes da matriz Jacobiana, $J_1 = \partial \Delta G(\theta, |V|) / \partial \theta$, $J_2 = \partial \Delta G(\theta, |V|) / \partial |V|$, $J_3 = \partial \Delta H(\theta, |V|) / \partial \theta$ e $J_4 = \partial \Delta H(\theta, |V|) / \partial |V|$, podem ser encontrados em (Kulworawanichpong, 2010).

2.4 Injeção de Corrente via Coordenadas Retangulares

Nessa formulação do problema de fluxo de potência a Eq. (24), baseada no balanço de injeção de corrente, é expressa por meio de coordenadas retangulares apenas (Variz; Da Costa, 2002; Da Costa; Rosa, 2008). Nesse caso os *mismatches* ($\Delta G_k(\theta, |V|)$) e ($\Delta H_k(\theta, |V|)$) passam a ser dados por:

$$\Delta G_k(E,F) = \frac{(P_k^{esp} E_k + Q_k^{esp} F_k)}{(E_k^2 + F_k^2)} - \sum_{m \in \kappa} (G_{km} E_m - B_{km} F_m) = 0$$
(27)

$$\Delta H_k(E,F) = \frac{(P_k^{esp}F_k - Q_k^{esp}E_k)}{(E_k^2 + F_k^2)} - \sum_{m \in \kappa} (G_{km}F_m + B_{km}E_m) = 0$$
(28)

Assim, a linearização das Eqs. (27) e (28), de acordo com o método de Newton, colocado na forma matricial fornece:

$$\begin{bmatrix} \Delta G \\ \Delta H \end{bmatrix} = -J \begin{bmatrix} \Delta E \\ \Delta F \end{bmatrix} = -\begin{bmatrix} J_1 & J_2 \\ J_3 & J_4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta E \\ \Delta F \end{bmatrix}$$
(29)

As correspondentes submatrizes da matriz Jacobiana $J_1 = \partial \Delta G_k(E,F) / \partial E_k$, $J_2 = \partial \Delta G_k(E,F) / \partial F_k$, $J_3 = \partial \Delta H_k(E,F) / \partial E_k$ e $J_4 = \partial \Delta H_k(E,F) / \partial F_k$, para o caso em que somente as barras PQ estão presentes, são dadas por:

$$J_1(k,k) = G_{kk} - \frac{(P_k^{esp}(E_k^2 + F_k^2) - 2E_k(P_k^{esp}E_k + Q_k^{esp}F_k))}{(E_k^2 + F_k^2)^2}$$
(30)

$$J_1(k,m) = G_{km} \tag{31}$$

$$J_{2}(k,k) = -B_{kk} - \frac{(Q_{k}^{esp}(E_{k}^{2} + F_{k}^{2}) - 2F_{k}(P_{k}^{esp}E_{k} + Q_{k}^{esp}F_{k}))}{(E_{k}^{2} + F_{k}^{2})^{2}}$$
(32)

$$J_2(k,m) = -B_{km} \tag{33}$$

$$J_{3}(k,k) = B_{kk} - \frac{(-Q_{k}^{esp}(E_{k}^{2} + F_{k}^{2}) - 2E_{k}(P_{k}^{esp}F_{k} - Q_{k}^{esp}E_{k}))}{(E_{k}^{2} + E_{k}^{2})^{2}}$$
(34)

$$J_3(k,m) = B_{km} \tag{35}$$

$$J_4(k,k) = G_{kk} - \frac{(P_k^{esp}(E_k^2 + F_k^2) - 2F_k(P_k^{esp}F_k - Q_k^{esp}E_k))}{(E_k^2 + F_k^2)^2}$$
(36)

$$J_4(k,m) = G_{km} \tag{37}$$

2.5 Propostas para representação das barras PV's

Os mismatches de potência ativa e reativa são conhecidos para as barras de carga (PQ), visto que nestas as potências, ativa e reativa, são especificadas. Por outro lado, os mismatches de potência reativa não são conhecidos para as barras de tensão controlada (PV), posto que nestas a potência ativa e a magnitude de tensão são especificadas e a potência reativa gerada (Q_{ger}) é desconhecida. Desta forma, visto ser a magnitude de tensão $|V_k|$ a grandeza especificada, na formulação polar a equação de balanço de potência reativa ($\Delta Q_k(\theta, |V|)$) é omitida da equação (4), enquanto que a parte imaginária do balanço de corrente $(\Delta H_k(\theta, |V|))$ é omitida da Eq. (25). Por outro lado, na formulação retangular, para cada barra PV, uma equação adicional (Eq. (38)) é inserida a fim de não só garantir um número igual de variáveis de estado e de equações, visto que agora são duas variáveis de estado (E_k e F_k) por barra, mas também para impor que a magnitude da tensão $|V_k|$ atenda ao valor especificado (Da Costa; Rosa, 2008).

$$V_{esp,k}^{2} = E_{esp,k}^{2} + F_{esp,k}^{2}$$
(38)

Assim, a Eq. (29), para o caso da presença de barra de geração tipo *PV*, tornar-se:

$$\begin{bmatrix} \Delta G \\ \Delta H \\ \Delta V_{esp, pv}^2 \end{bmatrix} = -J \begin{bmatrix} \Delta E \\ \Delta F \end{bmatrix} = -\begin{bmatrix} J_1 & J_2 \\ J_3 & J_4 \\ J_5 & J_6 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta E \\ \Delta F \end{bmatrix}$$
(39)

Entretanto, para as formulações baseadas no balanço de injeção de corrente constata-se que $Q_{ger,k}$ aparece implicitamente em ΔG_k por meio de $|S_k^{esp}|$ e δ_k , no caso da formulação polar Eq. (25), e em $Q_k^{esp} = Q_{ger,k}(E,F) - Q_{cargak}^{esp}$, no caso da retangular Eq. (27). No entanto, da equação de $\Delta Q_k(E,F)$ em (15), pode-se considerar que $Q_k^{esp} = Q_k(E,F)$ e assim, podese também construir a seguinte relação:

$$Q_{ger,k}(E,F) = Q_{cargak}^{esp} + Q_k(E,F)$$
(40)

Na proposta para representação das barras PV's utilizada (Kulworawanichpong, 2010) em $Q_{ger,k}(\theta, |V|)$ é levado em conta por meio de ajuste alternado, i.e., o ajuste é efetuado alternadamente com as iterações do processo de resolução da Eq. (26) (Monticelli, 1983). Assim, durante o cálculo de uma iteração $Q_{ger,k}(\theta, |V|)$ é calculado por meio da Eq. (40) e mantido inalterado quando da obtenção dos elementos de J_1 e J_2 da matriz Jacobiana, sendo recalculado entre uma iteração e outra. A correspondente versão em coordenadas retangulares, Eq. (39), será aqui denominada por Fluxo de Potência via Injeção de Corrente em Coordenadas Retangulares (FPICR).

Uma das alternativas propostas neste trabalho, que será denominada de Fluxo de Potência via Injeção de Corrente em Coordenadas Retangulares Modificado (FPICRM), consiste em calcular os elementos da submatriz Jacobiana J_1 e J_2 , considerando $Q_{ger,k}(E,F)$, ou seja, como função do estado. Com isso, nos casos das barras de geração (*PV*), as correspondentes equações usadas para o cálculo dos elementos de J_1 e J_2 passam a ser calculados pelas seguintes expressões:

$$J_{1}(k,k) = G_{kk} - \frac{(P_{k}^{esp}(E_{k}^{2} + F_{k}^{2}) - 2E_{k}(P_{k}^{esp}E_{k} + Q_{k}^{esp}F_{k}))}{(E_{k}^{2} + F_{k}^{2})^{2}} + \frac{F_{k}(2B_{kk}E_{k} + \sum_{m \in \Omega_{k}}(G_{km}F_{m} + B_{km}E_{m}))}{(E_{k}^{2} + F_{k}^{2})}$$
(41)

$$J_1(k,m) = G_{km} - \frac{F_k(G_{km}F_k - B_{km}E_k)}{(E_k^2 + F_k^2)}$$
(42)

$$J_{2}(k,k) = -B_{kk} - \frac{(Q_{k}^{esp}(E_{k}^{2} + F_{k}^{2}) - 2F_{k}(P_{k}^{esp}E_{k} + Q_{k}^{esp}F_{k}))}{(E_{k}^{2} + F_{k}^{2})^{2}} - \frac{F_{k}(-2B_{kk}F_{k} + \sum_{m \in \Omega_{k}}(G_{km}E_{m} - B_{km}F_{m}))}{(E_{k}^{2} + F_{k}^{2})}$$
(43)

$$J_2(k,m) = -B_{km} + \frac{F_k(B_{km}F_k + G_{km}E_k)}{(E_k^2 + F_k^2)}$$
(44)

Quando comparados com os correspondentes elementos apresentados nas Eqs. de (30) a (33), constata-se que os elementos que compõem as submatrizes $J_1 e J_2$ tem um acréscimo de uma parcela. Observa-se que os elementos da $J_3 e J_4$ não sofrem modificações, visto que as correspondentes derivadas somente são calculadas para as barras de carga (*PQ*).

Outra alternativa avaliada neste trabalho, que será denominada de Fluxo de Potência via Injeção de Corrente em Coordenadas Retangulares Hibrido (FPICRH), pode ser obtida a partir da simples manipulação das Eqs. (27) e (28). Ao somar-se a Eq. (27) multiplicada por E_k com a (28) multiplicada por F_k obtém-se a equação:

$$P_{k}^{esp} - \sum_{m \in \kappa} [E_{k}(G_{km}E_{m} - B_{km}F_{m}) + F_{k}(G_{km}F_{m} + B_{km}E_{m})] = 0$$
(45)

a qual corresponde à equação de balanço de potência ativa do método FPIPR Eq. (15), e que será empregada para o cálculo de E_k . Assim nessa versão, no caso de barras PV, serão usadas as Eqs. (38) e (45). Observa-se que essa formulação corresponde exatamente à versão apresentada em (Abhyankar; Cui; Flueck, 2014) e por eles considerada como sendo uma versão híbrida de injeção de corrente e de potência. Utilizando um procedimento análogo aplicado ao sistema de equações da versão proposta por (Kulworawanichpong, 2010), Eq. (25), pode se obter a correspondente equação de balanço de potência ativa do método, porém em coordenadas polares, e que é empregada no cálculo do novo ângulo de fase θ . Observa-se que essa alternativa FPICRH aqui apresentada justifica o bom desempenho constatado nas versões híbridas apresentadas em (Abhyankar; Cui; Flueck, 2014) e (Kamel.; Abdel-Akher; Jurado, 2013). Assim, em (Kamel.; Abdel-Akher; Jurado, 2013) tem-se um modelo híbrido de injeção de corrente e de potência no qual a equação de balanço de potência ativa é usada para o cálculo de $\Delta \theta_k$ e não de ΔE_k como no caso do FPIPR, e no do FPICRH aqui apresentado.

3 Resultados

A fim de comparar os desempenhos dos métodos aqui descritos, foi adotado para todos eles um critério comum de convergência baseado no valor máximo absoluto do vetor dos mismatches de potência $R = [\Delta P^T \Delta Q^T]^T (||R||_{\infty} = máx\{|R_i|\})$, calculados através das equações (4). Para os casos analisados, a tolerância adotada foi de 10⁻⁵ p.u. Também para todos os testes analisados, partiu-se da condição conhecida como flat-start, i.e., estimativa inicial onde todos os ângulos são assumidos iguais a zero e as magnitudes de tensão iguais a 1,0 p.u., excetuando as das tensões das barras de referência e de geração (El-Abiad, 1983). O tratamento dos limites de potência reativa (Q) nas barras PV's segue o procedimento descrito em (Monticelli, 1983). Em cada iteração a geração de reativo de cada barra PV é comparada com seus respectivos limites. No caso de violação, a barra PV é alterada para tipo PQ. Estas barras podem voltar a ser PV nas iterações futuras. Os métodos descritos foram implementados através da plataforma MATLAB, sendo que os gráficos também foram confeccionados com este software.

Foram utilizados para a avaliação de desempenho os sistemas testes do IEEE de 14, 30, 57 e 118 barras. A avaliação foi obtida considerando diferentes relações resistência/reatância (R/X) apresentados nas Tabelas de 1 a 4, e diferentes fatores de carregamento, conforme apresentados nas Tabelas de 5 a 8.

Para os testes de avaliação de desempenho, considerando diferentes relações R/X dos ramos, variaram-se os valores dos parâmetros R e X de todos os ramos de acordo com os multiplicadores apresentados nas primeiras colunas das tabelas (Monticelli, 1990). Pode-se verificar das tabelas um aumento no número de iterações à medida que multiplicador da relação R/X aumenta; não convergindo para valores superiores a 5 no valor de R para o sistema IEEE-14, 4 para os sistemas IEEE-30 e IEEE-118, e 3 para o sistema IEEE-57.

Analisando-se os resultados das tabelas constatase que os métodos apresentam desempenhos similares, exceto no caso do sistema IEEE-118 barras para o qual o método FPICR apresentou um desempenho inferior, e que se justifica pela maior quantidade de barras de geração (*PV*) presentes neste sistema.

Tabela 1. IEEE-14: Avaliação de desempenho para diferentes relações R/X, com $\lambda=1,0$ p.u.

Relação R/X	FPIPP	FPIPR	FPICRH	FPICR	FPICRM			
1,0×R/0,25×X	4	3	3	5	3			
1,0×R/0,5×X	5	4	3	5	3			
1,0×R/1,0×X	4	3	4	7	4			
2,0×R/1,0×X	5	5	3	3	3			
3,0xR/1,0xX	6	4	4	4	4			
4,0×R/1,0×X	7	6	4	4	4			
5,0×R/1,0×X	NC	NC	NC	NC	NC			
$NC - N\tilde{a}o$ conve	NC – Não converge para um máximo de 20 iterações ou diverge							

Tabela 2. IEEE-30: Avaliação de desempenho para diferentes relações R/X, com λ =1,0 p.u.

Relação R/X	FPIPP	FPIPR	FPICRH	FPICR	FPICRM
1,0×R/0,25×X	5	4	3	5	3
1,0×R/0,5×X	5	4	4	7	4
1,0 x R/1,0 x X	5	4	4	8	4
2,0×R/1,0×X	6	5	4	4	4
3,0×R/1,0×X	6	5	4	4	4
4,0×R/1,0×X	NC	NC	NC	NC	NC

NC - Não converge para um máximo de 20 iterações ou diverge.

Tabela 3. IEEE-57: Avaliação de desempenho para diferentes relações R/X, com λ =1,0 p.u.

Relação R/X	FPIPP	FPIPR	FPICRH	FPICR	FPICRM
1,0×R/0,25×X	5	4	3	4	3
1,0 x R/0,5 x X	5	4	3	5	3
$1,0 \times R/1,0 \times X$	5	4	3	5	3
2,0 x R/1,0 x X	5	4	4	6	4
3,0×R/1,0×X	NC	NC	NC	NC	NC
		1.	1 20 1	~	1.

NC – Não converge para um máximo de 20 iterações ou diverge.

Tabela 4. IEEE-118: Avaliação de desempenho para diferentes relações R/X, com λ =1,0 p.u.

Relação R/X	FPIPP	FPIPR	FPICRH	FPICR	FPICRM
1,0 x R/0,25 x X	7	6	6	8	6
1,0×R/0,5×X	5	5	6	8	6
1,0×R/1,0×X	6	6	6	9	6
2,0×R/1,0×X	6	6	6	13	6
3,0×R/1,0×X	6	7	7	18	7
4,0×R/1,0×X	NC	NC	NC	NC	NC

NC - Não converge para um máximo de 20 iterações ou diverge.

Nas Figuras de 1 a 4 apresentam-se para os respectivos casos base (λ =1,0 p.u. e relação de 1,0×R/1,0×X) dos sistemas já citados, as relações dos *mismatches* totais de potência versus o número de iterações. Fica evidente que já nas primeiras iterações há uma redução significativa no valor do *mis*-

match total em todos os casos, i.e., independente do tamanho do sistema. Também como esperado, destas figuras e das tabelas verificam-se que ambos os métodos, o FPICRH e o FPICRM, têm o mesmo desempenho.

Na Figura 5 apresentam-se, para o caso base do sistema IEEE-118, os estados convergidos de acordo com os cinco métodos. Através dos gráficos é possível verificar que ao final das iterações os métodos convergem exatamente para a mesma solução.



Figura 1. *Mismatch* total em p.u. versus número de iterações para sistema IEEE-14, para λ =1,0 p.u. e relação R/X = 1,0/1,0.



Figura 2. *Mismatch* total em p.u. versus número de iterações para sistema IEEE-30, para λ =1,0 p.u. e relação R/X = 1,0/1,0.



Figura 3. Mismatch total em p.u. versus número de iterações para sistema IEEE-57, para λ=1,0 p.u. e relação R/X = 1,0/1,0.



Figura 4. Mismatch total em p.u. versus número de iterações para sistema IEEE-118, para λ=1,0 p.u. e relação R/X = 1,0/1,0.



□ FPIPP ○ FPIPR × FPICR ◆ FPICRH • FPICRM
 Figura 5. Sistema IEEE-118 para o caso base (λ=1,0 p.u. e R/X = 1,0/1,0): (a) perfil de magnitude de tensão, (b) perfil de ângulo de fase, (c) potência reativa gerada nas barras PV's.

A seguir são apresentadas as avaliações de desempenhos para condições de carregamento diferentes. As escolhas dos valores de carregamento - que constam nas primeiras colunas da Tabelas de 5 a 8 foram realizadas a partir do conhecimento do valor máximo de carregamento (\u03c6_{máx}) dos sistemas apresentados. O fator de carregamento (λ) é utilizado para simular incrementos de carga ativa e reativa, considerando fator de potência constante. Cada incremento de carga vem acompanhado de um aumento na geração equivalente (Ajjarapu, 2010). As respectivas curvas P-V das barras críticas foram previamente obtidas utilizando o método de fluxo de potência continuado (Bonini; Alves, 2008). Estes métodos possibilitam a obtenção de toda a curva P-V, incluindo o próprio ponto de máximo carregamento,

o quê já não ocorre com os métodos de fluxo de potência em geral, devido à singularidade da matriz Jacobiana das equações do fluxo de potência nesse ponto.

As Tabelas de 5 a 8 trazem para cada um dos métodos avaliados, as condições de carregamento (os valores atribuídos a λ) e o número de iterações necessárias para obter-se a solução partindo da condição de *flat-start*. Através das soluções obtidas, os valores de λ e os correspondentes valores da magnitude de tensão da barra crítica foram plotados nas respectivas curvas P-V, como se pode observar nas Figuras 6 a 9. A última linha das tabelas apresenta um carregamento (λ) maior que o de máximo carregamento, sendo assim, para estes valores, os métodos não convergem ou divergem.

Tabela 5. IEEE-14: Avaliação de desempenho para diferentes condições de carregamento ($\lambda_{máx}$ = 1,782 p.u.).

$\lambda(p.u.)$	FPIPP	FPIPR	FPICRH	FPICR	FPICRM
0,25	5	3	3	4	3
0,5	4	3	3	5	4
1,0	4	3	4	7	4
1,4	6	5	4	4	4
1,7	7	6	4	4	4
1,75	7	6	5	5	5
1,782	9	8	7	7	7
1,783	NC	NC	NC	NC	NC

NC - Não converge para um máximo de 20 iterações ou diverge.



Figura 6. IEEE-14: Curva P-V da barra crítica (barra 14) para o caso base (λ =1,0 p.u. e R/X = 1,0/1,0).

Tabela 6. IEEE-30: Avaliação de desempenho para diferentes condições de carregamento ($\lambda_{máx}$ = 1,529 p.u.).

$\lambda(p.u.)$	FPIPP	FPIPR	FPICRH	FPICR	FPICRM
0,25	4	3	3	4	3
0,5	6	5	3	5	3
1,0	5	4	4	8	4
1,3	6	5	4	4	4
1,4	6	5	4	4	4
1,5	7	6	5	5	5
1,529	9	8	7	7	7
1,530	NC	NC	NC	NC	NC
NG NA			1 1 00	•. ~	11

NC - Não converge para um máximo de 20 iterações ou diverge.

Pode-se verificar que todos os métodos apresentam um bom desempenho para os sistemas do IEEE de 14, 30 e 57 barras, dando destaque aos métodos FPICRM e o FPICRH, que apresentaram uma pequena vantagem sobre os demais. É importante observar os métodos possibilitam a obtenção de valores de λ muito próximos do de máximo carregamento ($\lambda_{máx})$, porém não seus valores exatos, i.e., com a tolerância adotada de 10^{-5} p.u., posto que a matriz Jacobiana torna-se singular.

Com relação ao sistema IEEE-118, constata-se novamente que todos os métodos, exceto o FPICR, apresentaram um bom desempenho, com pequena vantagem para os métodos FPICRM e FPICRH. Pode-se verificar dos resultados apresentados pelo IEEE-57 e o IEEE-118 que o FPICR apresenta dificuldades de convergência à medida que aumenta o número de barras *PV*'s. Observa-se também que é possível obter soluções para condições de carregamento bem próximas do ponto máximo de carregamento.



Figura 7. IEEE-30: Curva P-V da barra crítica (barra 30) para o caso base (λ =1,0 p.u. e R/X = 1,0/1,0).

Tabela 7. IEEE-57: Avaliação de desempenho para diferentes condições de carregamento ($\lambda_{máx}$ = 1,392 p.u.).

$\lambda(p.u.)$	FPIPP	FPIPR	FPICRH	FPICR	FPICRM
0,25	5	4	3	4	3
0,5	5	4	3	5	3
1,0	5	4	3	5	3
1,3	6	5	4	6	4
1,35	6	6	4	6	4
1,375	7	6	5	6	5
1,392	9	8	7	10	7
1,393	NC	NC	NC	NC	NC

NC – Não converge para um máximo de 20 iterações ou diverge.



Figura 8. IEEE-57: Curva P-V da barra crítica (barra 31) para o caso base (λ =1,0 p.u. e R/X = 1,0/1,0).

λ (p.u.)	FPIPP	FPIPR	FPICRH	FPICR	FPICRM
0,5	5	4	4	5	4
1,0	6	6	6	9	6
1,4	6	6	6	14	6
1,5	6	7	6	13	6
1,7	6	7	7	18	7
1,75	7	7	7	NC	7
1,799	9	10	10	NC	10
1,800	NC	NC	NC	NC	NC

Tabela 8. IEEE-118: Avaliação de desempenho para diferentes condições de carregamento ($\lambda_{máx}$ = 1,799 p.u.).

NC - Não converge para um máximo de 20 iterações ou diverge.



Figura 9. IEEE-118: Curva P-V da barra crítica (barra 52) para o caso base (λ =1,0 p.u. e R/X = 1,0/1,0).

4 Conclusões

Neste trabalho foram avaliadas três formas de tratamento para as barras de geração com tensão controlada (PV's) e as suas influências nas características de convergência do método de Newton. As formas alternativas de representação das barras PV's foram propostas para a solução das equações de fluxo de potência considerando a formulação baseada no balanço de injeção de corrente expressas em coordenadas retangulares. Na versão proposta denominada por FPICRM, os elementos da submatriz Jacobiana, J_1 e J_2 são calculados considerando a potência reativa gerada como função do estado, enquanto que na denominada FPICRH, esses mesmos elementos são calculados a partir de uma nova equação obtida da manipulação das equações de mismatches da formulação baseada no balanço de injeção de corrente expressa por meio de coordenadas retangulares.

Da análise dos resultados de simulação constatase uma similaridade de desempenho dos métodos analisados. Entretanto para os métodos baseados no balanço de injeção de corrente, observa-se claramente a importância da correta representação das barras PV's a partir dos resultados apresentados pelo método FPICR, no qual a potência reativa gerada é levada em conta por meio de ajuste alternado. O desempenho inferior apresentado por esse método, particularmente para o sistema IEEE-118, se justifica pela existência de uma maior quantidade de barras PV's. Destaca-se também o mesmo desempenho apresentados por ambas as versões propostas, o FPICRH e o FPICRM.

Agradecimentos

Os autores agradecem à CAPES e ao CNPq, pelo apoio financeiro desse trabalho.

Referências

- Ajjarapu, V (2010). Computational Techniques for Voltage Stability Assessment and Control. Power Electronics and Power Systems Series. New York: Springer.
- Abhyankar S.; Cui Q. and Flueck, A. J (2014). Fast power flow analysis using a hybrid currentpower balance formulation in rectangular coordinates. IEEE PES T&D Conference and Exposition, pp. 1-5.
- Alves, D. A, et al (2003). Determinação do ponto de máximo carregamento de sistemas de potência utilizando o fluxo de carga descoplado rápido parametrizado. Revista Controle & Automação, vol.14, No. 2, pp. 151-165.
- Bonini A. N., Alves D. A (2008). Técnica de parametrização geométrica para o fluxo de carga continuado baseado nas variáveis tensão nodal e fator de carregamento. Revista Controle & Automação, vol. 19, No. 3, pp. 350-365.
- Da Costa, V. M. and Rosa, A. L. S (2008). A comparative analysis of different power flow methodologies. IEEE Transactions on Power Systems, No. 978-1-4244-2218-0.
- Kamel, S.; Abdel-Akher, M. and Jurado, F (2013). Improved NR current injection load flow using power mismatch representation of PV Bus. International Journal of Electrical Power and Energy Systems, v. 53, No. 1, p. 64–68.
- Kulworawanichpong T (2010). Simplified newtonraphson power-flow solution method. Journal of Electrical Power and Energy Systems, London, v. 32, p. 551–558.
- Monticelli, A (1983). Fluxo de Carga em Redes de Energia Elétrica. Edgar Blucher, Rio de Janeiro -RJ.
- Monticelli, A.; Garcia. A. and Saavadra O. R (1990). Fast Decoupled Load Flow: Hypothesis, Derivations and Testing. IEEE Trans. On Power Systems, v. 5, no. 4, p. 1425-1431.
- Powell, L (2004). Power System Load Flow Analysis. The McGraw-Hill Education, New Yorκ - USA.
- Saadat, H (1999). Power System Analysis. New York: McGraw-Hill, 697p.
- Stott, B. (1974). Review of load-flow calculation methods, Proceedings IEEE vol. 62, pp. 916-929, 1974.
- Variz, A. M. and Da Costa, V. M (2002). Novos desenvolvimentos numa formulação de injeção de corrente para solução de fluxo de potência. Revista Controle & Automação, vol. 13, No. 3, pp. 298-306.
- El-Abiad A. H (1983). Power Systems Analysis and Planning. New York: McGraw-Hill.