

CONTROLADOR MÚLTIPLO-RESSONANTE DE GANHO FINITO APLICADO A FONTES ININTERRUPTAS DE ENERGIA

RODRIGO BERTOLDI*, JEFERSON VIEIRA FLORES*, LUÍS FERNANDO ALVES PEREIRA*

**Escola de Engenharia*

Universidade Federal do Rio Grande do Sul (UFRGS)

Av. Osvaldo Aranha 103, 90035-190 Porto Alegre-RS, Brasil

Emails: rodrigo.bertoldi@ufrgs.br, jeferson.flores@ufrgs.br, lmpereira@gmail.com

Abstract— This work deals with the study and development of a multiple finite-gain resonant controller applied to Uninterruptible Power Supply (UPS). The goal is to evaluate the impact caused by the gain reduction in the UPS performance parameters, such as the output voltage Total Harmonic Distortion (THD) and the Root Mean Square (RMS) value. The finite-gain resonant controller design is performed using the state-space representation of the closed-loop system and controller parameters are obtained by solving an optimization problem under Linear Matrix Inequalities (LMIs) constraints that guarantee robust stability and performance. The proposed method is validated through experimental results obtained in a commercial 3,5 kVA power inverter.

Keywords— Multiple Resonant Controllers, Sinusoidal Reference Tracking, Harmonic Rejection, Finite-Gain.

Resumo— Este trabalho aborda o estudo e o desenvolvimento de um controlador múltiplo-ressonante com ganho finito aplicado a fontes ininterruptas de energia. O objetivo é analisar o impacto causado pela redução do ganho do controlador nos parâmetros de desempenho das *UPSs*, tais como a taxa de distorção harmônica (*THD*) e a tensão eficaz (*RMS*) de saída. O projeto do controlador ressonante de ganho finito é realizado através da representação do sistema em malha fechada no espaço de estados e os parâmetros do controlador são obtidos através da solução de um problema de otimização sujeito à restrições na forma de *LMIs* que garantam a sua estabilidade e desempenho robustos. O método é validado através de resultados experimentais obtidos em um inversor comercial de 3,5 kVA.

Palavras-chave— Controlador Múltiplo-Ressonante, Seguimento de Referência Senoidal, Rejeição de Harmônicas, Ganho Finito.

1 Introdução

As fontes ininterruptas de energia (em inglês, *Uninterruptible Power Supply - UPS*), são equipamentos fundamentais quando se deseja obter energia elétrica com qualidade e confiabilidade, onde as características como tensão e frequência devem ser controladas. Os equipamentos que necessitam receber energia elétrica com qualidade são usualmente denominados de cargas críticas, e.g. computadores, equipamentos médicos, equipamentos de telecomunicações, servidores e etc. Devido a natureza crítica das cargas, o desempenho das *UPSs* é regulado por normas nacionais (ABNT, 2005) e internacionais (IEC 62040-3, 2011; ANSI/IEEE, 1986), impondo restrições no desempenho transitório e em regime permanente do sistema. O controle do inversor no estágio de saída das *UPSs* é a forma usada para garantir que a tensão entregue às cargas atenda os padrões e requisitos definidos nestas normas. Do ponto de vista de sistemas de controle, o problema a ser tratado é o seguimento de referências senoidais (tensão da rede) e a rejeição de distúrbios harmônicos causados pela conexão de cargas não-lineares (retificadores e fontes chaveadas, entre outros).

O tipo de controlador mais utilizado (Willmann et al., 2007) em *UPSs* comerciais é o Proporcional-Integral-Derivativo (PID) por ter uma estrutura simples e fácil sintonia, apesar

do mesmo teoricamente não ser adequado para seguimento de referências senoidais e/ou rejeição de perturbações periódicas. Outros controladores usualmente aplicados ao problema das *UPSs* são os controladores ressonantes/múltiplos-ressonantes (Pereira et al., 2014) e repetitivos (Flores, Pereira, Bonan, Coutinho and Gomes da Silva Jr., 2016), ambos baseados no Princípio do Modelo Interno (PMI). Em linhas gerais, o PMI estabelece que o seguimento/rejeição é garantido se a função de transferência do controlador possuir ganho infinito na frequência do sinal a ser seguido e/ou rejeitado (Fukuda and Yoda, 2001). Controladores ressonantes sintonizados na frequência fundamental permitem o seguimento de referências puramente senoidais com erro nulo, mas os sinais de perturbação com componentes harmônicas diferentes da frequência fundamental não são rejeitados. Esse problema é contornado com o emprego de n modos ressonantes sintonizados tanto na frequência fundamental quanto nas frequências harmônicas com maior contribuição para o sinal de perturbação (Pereira et al., 2014), caracterizando-os como controladores múltiplos-ressonantes.

Quanto mais modos de ressonância forem inseridos, maior será a complexidade para projetar o controlador. Os resultados apresentados em Pereira et al. (2014) mostram que são necessários cinco modos ressonantes, com doze parâmetros a serem calculados, para que a taxa de distorção

harmônica (em inglês, *Total Harmonic Distortion - THD*) e a distorção harmônica individual (em inglês, *Individual Harmonic Distortion - IHD*) da tensão de saída de um inversor atendam os requisitos da norma IEC 62040-3 (2011). Outra vantagem é que o ganho infinito pode ocasionar um elevado sinal de controle, resultando em problemas de saturação (Keiel, 2017).

A necessidade de usar cinco modos para atender a *THD* e as *IHDs* da tensão de saída é devido a um resultado fundamental na teoria de controle referenciado como Fórmula da Integral de Bode, usualmente conhecido como efeito colchão d'água (em inglês, *Waterbed Effect*) (Åström and Murray, 2008). Segue que, a partir da Fórmula da Integral de Bode, a atenuação e/ou rejeição de perturbações externas na saída de um sistema em uma faixa de frequência, ocasiona a amplificação dos distúrbios em outros locais no espectro de frequência, daí o efeito colchão d'água (Flores, Salton and Castro, 2016). Uma solução para contornar o problema é usar o controlador múltiplo-ressonante de ganho finito em que é aplicado um pequeno fator de amortecimento nas frequências de interesse (Teodoresco et al., 2006). Neste caso, a perturbação não é rejeitada completamente, mas a influência nas frequências maiores é menor, melhorando o desempenho para as harmônicas não compensadas. Um efeito adicional do ganho finito nas harmônicas de interesse é a redução do sinal de controle, minimizando assim a ocorrência de saturação.

Neste sentido, o objetivo deste trabalho é avaliar o impacto causado pela redução do ganho dos controladores e estudar o efeito da Integral de Bode para o caso de sistemas *UPS*. Em particular, é desenvolvida uma representação no espaço de estados para o controlador múltiplo-ressonante com ganho finito. Os parâmetros do controlador são obtidos com base em restrições na forma de Desigualdades Matriciais Lineares (em inglês, *Linear Matrix Inequalities - LMIs*). Variando o fator de amortecimento nas frequências de interesse deseja-se atender os critérios de desempenho estabelecidos na (IEC 62040-3, 2011) com um número menor de modos ressonantes e reduzir a magnitude do sinal de controle. Resultados experimentais obtidos com um inversor comercial de 3,5 kVA serão usados para validação do método proposto.

2 Preliminares

2.1 Formulação do Problema

Considere um sistema representado na forma de espaço de estados por

$$\begin{cases} \dot{x}_p(t) = A_p(Y_0) x_p(t) + B_p u(t) + B_d i_d(t) \\ y_p(t) = C_p x_p(t) \\ e(t) = r(t) - y_p(t) \end{cases} \quad (1)$$

onde $x_p(t) \in \mathbb{R}^{n_p}$ é o vetor de estados, $u(t) \in \mathbb{R}$ é o sinal de controle, $i_d(t) \in \mathbb{R}$ é um distúrbio periódico, $y_p(t) \in \mathbb{R}$ é a saída a ser controlada, $r(t) \in \mathbb{R}$ é a referência a ser seguida por $y_p(t)$ e $e(t)$ é o erro de seguimento da referência. Assume-se que $r(t)$ é puramente senoidal, que as matrizes B_p , B_d e C_p são constantes com dimensões apropriadas e que $A_p(Y_0)$ é a matriz dependente do parâmetro incerto $Y_0(t)$ restrito ao intervalo

$$Y_{min} \leq Y_0(t) \leq Y_{max}, \quad (2)$$

onde Y_{min} e Y_{max} são limites conhecidos.

O objetivo da malha de controle é o seguimento de sinais senoidais $r(t)$ com o menor erro possível e a rejeição dos sinais de perturbação $i_d(t)$ com componentes harmônicas diferentes da frequência fundamental desse sinal.

2.2 Controladores Múltiplo-Ressonantes

Como mencionado anteriormente, o uso dos controladores ressonantes é apropriado quando se deseja seguimento de referência e rejeição de sinais periódicos com erro nulo. A formulação destes controladores é baseada no Princípio do Modelo Interno (PMI) e apresenta função de transferência dada por:

$$G_r(s) = \frac{Y_r(s)}{E(s)} = \frac{\omega_r^2}{s^2 + \omega_r^2}. \quad (3)$$

Nesse caso, assume-se que o erro $E(s)$ é a entrada do controlador e que $Y_r(s)$ é a saída. Note que (3) apresenta ganho infinito (ressonância) na frequência do sinal a ser seguido/rejeitado (ω_r), característica principal dos controladores ressonantes (Chen, 1995). Como (3) possui dois polos marginalmente estáveis (sobre o eixo imaginário, em $s = \pm j\omega_r$), dois zeros são inseridos para evitar problemas na estabilização do sistema em malha fechada (Pereira et al., 2014). Com isso, a função de transferência para o controlador ressonante resulta em

$$G_{r_z}(s) = \frac{\alpha_2 s^2 + \alpha_1 s + \alpha_0}{s^2 + \omega_r^2}, \quad (4)$$

sendo α_0 , α_1 e α_2 parâmetros livres a serem determinados.

Considerando a formulação dada em (4) e estendendo a mesma para seguir/rejeitar sinais periódicos mais complexos, com n componentes harmônicos nas frequências $\omega_{r_1}, \dots, \omega_{r_n}$, chega-se a definição do controlador múltiplo-ressonante, dado por

$$G_{mr}(s) = \frac{\alpha_2 s^2 + \alpha_1 s + \alpha_0}{s^2 + \omega_{r_1}^2} + \dots + \frac{\alpha_{3n-1} s^2 + \alpha_{3n-2} s + \alpha_{3n-3}}{s^2 + \omega_{r_n}^2}, \quad (5)$$

sendo $\alpha_0, \dots, \alpha_{3n-1}$ os parâmetros a serem determinados. De forma análoga à (4) verifica-se a existência de magnitude infinita para todas as frequências $\omega_{r_1}, \dots, \omega_{r_n}$.

3 Controladores Ressonantes de Ganho Finito

A formulação do controlador ressonante de ganho finito considera a introdução de um fator de amortecimento nas frequências de interesse. Para isso, partindo de (5), chega-se em

$$G_{mr_f}(s) = \sum_{i=1}^n \frac{\alpha_{3i-1}s^2 + \alpha_{3i-2}s + \alpha_{3i-3}}{s^2 + 2\xi_i\omega_{r_i}s + \omega_{r_i}^2}, \quad (6)$$

onde ξ_i é o coeficiente de amortecimento do i -ésimo modo.

Com a inclusão do termo $2\xi_i\omega_{r_i}$ no denominador de (5), segue que os polos desta função de transferência passam a ser $p_{1,2} = -\xi_i\omega_{r_i} \pm j\omega_{r_i}\sqrt{(1-\xi_i^2)}$. Quando $0 < \xi_i < 1$, a magnitude de (6) passa a apresentar um pico de ganho elevado, porém finito, em $\omega_{d_i} = \omega_{r_i}\sqrt{(1-2\xi_i^2)}$. Quando ξ_i tende a zero, tem-se que ω_{d_i} tende a ω_{r_i} . O caso limite, quando $\xi_i = 0$, corresponde à formulação original do controlador ressonante.

3.1 Formulação no Espaço de Estados

O controlador múltiplo-ressonante de ganho finito em (6) pode ser reescrito na forma

$$G_{mr_n}(s) = k_2 + \sum_{i=1}^n \frac{k_{2i+1} + k_{2i+2}s}{s^2 + 2\xi_i\omega_{r_i}s + \omega_{r_i}^2}, \quad (7)$$

onde k_{2i+1} e k_{2i+2} são os ganhos a serem determinados para cada modo e k_2 é um termo de transmissão direta aplicado ao sinal de entrada do controlador.

A representação de (7) no espaço de estados é dada por

$$\begin{cases} \dot{x}_r(t) = \begin{bmatrix} A_{r_1} & \cdots & 0_2 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0_2 & \cdots & A_{r_n} \end{bmatrix} x_r(t) + \begin{bmatrix} B_{r_1} \\ \vdots \\ B_{r_n} \end{bmatrix} e(t) \\ y_r(t) = [C_r] x_r(t) + [D_r] e(t), \end{cases} \quad (8)$$

onde $x_r(t) = [x_{r_1}(t)' \cdots x_{r_n}(t)']' \in \mathbb{R}^{2n}$ é o vetor de estados do controlador múltiplo-ressonante, $e(t)$ é o sinal de entrada, $y_r(t)$ é o sinal de saída, $C_r = [C_{r_1} \cdots C_{r_n}]$ e

$$\begin{aligned} A_{r_i} &= \begin{bmatrix} 0 & \omega_{r_i} \\ -\omega_{r_i} & -2\xi_i\omega_{r_i} \end{bmatrix}, \quad B_{r_i} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}, \\ C_{r_i} &= [k_{2i+1} \quad k_{2i+2}], \quad D_r = [k_2], \end{aligned} \quad (9)$$

para cada modo ressonante, ou seja, avaliadas para cada par (ξ_i, ω_{r_i}) , $i = 1, \dots, n$.

Obtidas as representações em espaço de estados da planta (1) e do controlador múltiplo-ressonante de ganho finito (8), define-se o vetor de estados aumentado $x_a(t) = [x_p'(t) \ x_r'(t)]' \in \mathbb{R}^{2n+n_p}$ para representar o comportamento dinâmico da conexão planta-controlador, resultando na seguinte realização em espaço de estados

$$\begin{cases} \dot{x}_a(t) = A_a(Y_0)x_a(t) + B_a u(t) + B_{qa} q(t) \\ y_a(t) = C_a x_a(t), \end{cases} \quad (10)$$

onde $q(t) = [r(t) \ i_d(t)]' \in \mathbb{R}^2$, $y_a(t)$ é a saída da planta e:

$$\begin{aligned} A_a(Y_0) &= \begin{bmatrix} A_p(Y_0) & 0_2 & 0_2 & \cdots & 0_2 \\ -B_{r_1}C_p & A_{r_1} & 0_2 & \cdots & 0_2 \\ -B_{r_2}C_p & 0_2 & A_{r_2} & \ddots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \ddots & \ddots & 0_2 \\ -B_{r_n}C_p & 0_2 & \cdots & 0_2 & A_{r_n} \end{bmatrix} \\ B_a &= [B'_p \quad 0'_{1 \times 2} \quad 0'_{1 \times 2} \quad \cdots \quad 0'_{1 \times 2}]' \\ B_{qa} &= \begin{bmatrix} 0'_{1 \times 2} & B'_{r_1} & B'_{r_2} & \cdots & B'_{r_n} \\ B'_d & 0'_{1 \times 2} & 0'_{1 \times 2} & \cdots & 0'_{1 \times 2} \end{bmatrix}' \\ C_a &= [C_p \quad 0_{1 \times 2} \quad 0_{1 \times 2} \quad \cdots \quad 0_{1 \times 2}]. \end{aligned} \quad (11)$$

Considerando agora que o sinal de controle é dado por

$$\begin{aligned} u(t) &= k_p x_p(t) + y_r(t) \\ &= k_{p_1} x_1 + k_{p_2} x_2 + C_r x_r + k_2 e \\ &= k_{p_1} x_1 + k_{p_2} x_2 + k_3 x_{r_{1,1}} + k_4 x_{r_{1,2}} + \\ &\quad \cdots + k_{2n+1} x_{r_{n,1}} + k_{2n+2} x_{r_{n,2}} + k_2 e, \end{aligned} \quad (12)$$

então segue que $u(t)$ assume a forma de uma realimentação do estado aumentado adicionada a um termo de alimentação direta (*feedforward*) do sinal de referência dado por

$$u(t) = K x_a(t) + k_2 r(t), \quad (13)$$

onde:

$$K = [k_{p_1} \quad (k_{p_2} - k_2) \quad k_3 \quad k_4 \quad \cdots \quad k_{2n+1} \quad k_{2n+2}]. \quad (14)$$

Com isso pode-se apresentar o modelo em espaço de estados do sistema em malha fechada

$$\begin{cases} \dot{x}_a(t) = (A_a(Y_0) + B_a K) x_a(t) + E_a q(t) \\ y_a(t) = C_a x_a(t), \end{cases} \quad (15)$$

onde:

$$E_a = \begin{bmatrix} B'_p K_2 & B'_{r_1} & B'_{r_2} & \cdots & B'_{r_n} \\ B'_d & 0'_{1 \times 2} & 0'_{1 \times 2} & \cdots & 0'_{1 \times 2} \end{bmatrix}'. \quad (16)$$

Portanto, o problema de sintonia do controlador múltiplo-ressonante de ganho finito (7) pode ser visto como um problema de realimentação de estados, sendo K o vetor de ganhos de realimentação a ser determinado.

Na Fig. 1 é apresentado o diagrama de blocos do sistema em malha fechada utilizando o controlador múltiplo-ressonante de ganho finito definido em (8) e (9) e o sinal de controle definido em (13).

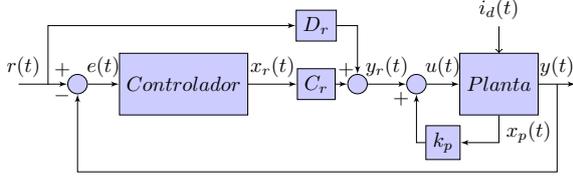


Figura 1: Diagrama em blocos do sistema em malha fechada.

3.2 Método de Projeto

A estabilidade interna de sistemas lineares implica em estabilidade *BIBO* (em inglês, *Bounded Input-Bounded Output*) logo, para fins de estabilização, $q(t)$ pode ser desconsiderado. Assim, o sistema de interesse passa a ser:

$$\dot{x}_a(t) = (A_a(Y_0) + B_a K) x_a(t). \quad (17)$$

O projeto do ganho de realimentação K é feito através da solução de um problema de otimização convexa sujeito a restrições *LMIs*, de forma a garantir estabilidade robusta e desempenho transitório desejado. A metodologia de posicionamento de polos apresentada em Chilali and Gahinet (1996) fornece um conjunto de *LMIs* para assegurar que os polos do sistema em malha fechada estejam contidos na intersecção de três regiões do plano complexo definidas por

$$\begin{aligned} R_{CR} &= \{p_i \in \mathbb{C} : \text{Re}(p_i) \leq -\sigma, \sigma \in \mathbb{R}^+\}, \\ R_{DR} &= \{p_i \in \mathbb{C} : |p_i| \leq r, r \in \mathbb{R}^+\}, \\ R_{NF} &= \left\{p_i \in \mathbb{C} : \tan^{-1}\left(\frac{|\text{Im}(p_i)|}{|\text{Re}(p_i)|}\right) \leq \theta, \theta \in \mathbb{R}^+\right\}, \end{aligned} \quad (18)$$

onde p_i , com $i = 1, 2, \dots, 2n + n_p$, são os polos do sistema em malha fechada. Neste caso, σ , θ e r impõem restrições diretamente associadas ao tempo de acomodação, fator de amortecimento ($\zeta = \cos(\theta)$) e máxima frequência natural, respectivamente.

Além do posicionamento de polos, é proposto como medida de desempenho transitório a função custo

$$J(z_p(t)) := \|z_p(t)\|_2^2 = \int_0^\infty z_p(t)' z_p(t) dt, \quad (19)$$

onde $z_p(t)$ é a saída de desempenho

$$z_p(t) := C_z x_a(t) + D_z u(t),$$

sendo C_z e D_z matrizes livres a serem definidas com o intuito de penalizar a energia dos estados do sistema aumentado e/ou o sinal de controle.

O Teorema 1 apresenta condições na forma de *LMI* para a garantia da estabilidade robusta e o atendimento dos critérios de desempenho apresentados. Em (Pereira et al., 2014) é apresentada a prova completa deste teorema.

Teorema 1 Considere σ , r e θ escalares reais positivos conhecidos a priori. Caso exista uma matriz simétrica positiva definida $Q \in \mathbb{R}^{(2n+n_p) \times (2n+n_p)}$, uma matriz $W \in \mathbb{R}^{1 \times (2n+n_p)}$ e um escalar positivo λ satisfazendo as seguintes inequações

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \text{He}(A_a(Y_{min})Q + B_a W) & * \\ C_z Q + D_z W & -\lambda I \end{bmatrix} &< 0, \\ \begin{bmatrix} \text{He}(A_a(Y_{max})Q + B_a W) & * \\ C_z Q + D_z W & -\lambda I \end{bmatrix} &< 0, \end{aligned} \quad (20)$$

$$\begin{aligned} L_1 \otimes Q + M_1 \otimes (\Gamma_{min}) + M_1' \otimes (\Gamma_{min})' &< 0, \\ L_1 \otimes Q + M_1 \otimes (\Gamma_{max}) + M_1' \otimes (\Gamma_{max})' &< 0, \\ L_2 \otimes Q + M_2 \otimes (\Gamma_{min}) + M_2' \otimes (\Gamma_{min})' &< 0, \\ L_2 \otimes Q + M_2 \otimes (\Gamma_{max}) + M_2' \otimes (\Gamma_{max})' &< 0, \\ L_3 \otimes Q + M_3 \otimes (\Gamma_{min}) + M_3' \otimes (\Gamma_{min})' &< 0, \\ L_3 \otimes Q + M_3 \otimes (\Gamma_{max}) + M_3' \otimes (\Gamma_{max})' &< 0, \end{aligned} \quad (21)$$

onde $\text{He}(S) = S' + S$, \otimes indica o produto de Kronecker e

$$\begin{aligned} L_1 &= 2\sigma, \quad M_1 = 1, \\ L_2 &= \begin{bmatrix} -r & 0 \\ 0 & -r \end{bmatrix}, \quad M_2 = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \\ L_3 &= \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad M_3 = \begin{bmatrix} \sin(\theta) & \cos(\theta) \\ -\cos(\theta) & \sin(\theta) \end{bmatrix}, \end{aligned} \quad (22)$$

$$\begin{aligned} \Gamma_{min} &= A_a(Y_{min})Q + B_a W \\ \Gamma_{max} &= A_a(Y_{max})Q + B_a W, \end{aligned}$$

então o sistema (17) com $K = WQ^{-1}$ é assintoticamente estável $\forall Y_{min} \leq Y_0(t) \leq Y_{max}$ de tal forma que os polos em malha fechada estão confinados em (18) e a função custo (19) satisfaz $\|z_p(t)\|_2^2 \leq \lambda V(0)$ com $V(0) = x_a(0)' Q^{-1} x_a(0)$.

Um problema de interesse é a determinação do ganho K de forma que a função custo (19) seja minimizada. Com esse intuito, o seguinte problema de otimização convexa é proposto:

$$\min_{Q, W, \lambda} \lambda \text{ sujeito à: } Q = Q' > 0, \quad (20) \text{ e } (21). \quad (23)$$

Se existir solução para o problema (23), então pode-se determinar os ganhos de realimentação a partir de $K = WQ^{-1}$. Como (23) não permite determinar separadamente os ganhos k_{p2} e k_2 , assume-se sem perda de generalidade que $k_{p2} = 0$ e k_2 é determinado a partir do segundo elemento de $K = WQ^{-1}$.

4 Validação Experimental

4.1 Descrição do Experimento

O método proposto neste trabalho foi validado através de ensaios experimentais conforme especificados na norma (IEC 62040-3, 2011). Os resultados obtidos são baseados em uma *UPS* comercial com potência nominal de 3,5 kVA, cujos parâmetros estão especificados na Tabela 1. A *UPS* está instalada no Laboratório de Sistemas de Controle, Automação e Robótica (LASCAR) da Universidade Federal do Rio Grande do Sul (UFRGS) e produzida pela empresa CP Eletrônica (*Schneider Electric* - Porto Alegre/RS).

4.1.1 Modelo da *UPS*

A topologia de *UPS* escolhida para estudo converte a tensão contínua em senoidal através do inversor monofásico com topologia em meia ponte em conjunto com um filtro passa-baixas LC de segunda ordem, conforme apresentado no esquemático da Fig. 2.

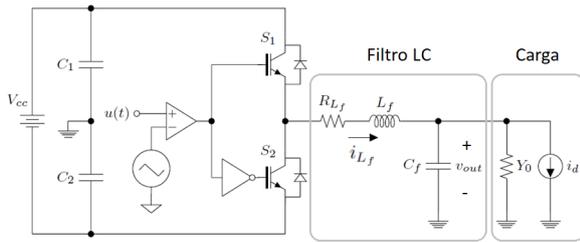


Figura 2: Representação esquemática de uma *UPS* com carga.

No estágio do inversor, a modulação por largura de pulso (em inglês, *Pulse-Width Modulation - PWM*) pode ser representada por um ganho K_{PWM} multiplicando o sinal de controle $u(t)$ (Chen et al., 2007). O filtro passa-baixas de saída é composto pelo indutor L_f em série com sua resistência R_{L_f} e pelo capacitor C_f . Os efeitos das cargas lineares conectadas na saída da *UPS* são representadas pela admitância $Y_0(t)$, cujo valor é incerto e variante no tempo. Já os distúrbios periódicos produzidos pelas cargas não-lineares, são representadas por uma fonte de corrente $i_d(t)$.

As equações que descrevem o comportamento dinâmico da *UPS* na forma de espaço de estados, conforme apresentado em (1), são obtidas com a definição do vetor de estados do sistema $x_p(t) = [i_{L_f}(t) \ v_{out}(t)]'$, composto pela corrente no indutor i_{L_f} e pela tensão no capacitor v_{out} . A tensão de saída a ser controlada é dada por $y_p(t) = v_{out}(t)$, $r(t)$ é a referência de tensão a ser seguida por $y_p(t)$ e $e(t)$ é o erro de seguimento. As matrizes $A_p(Y_0)$, B_p , B_d e C_p são

Tabela 1: Parâmetros da *UPS* e da carga.

Parâmetro	Símbolo	Valor
Potência aparente de saída	S	3,5 kVA
Fator de potência de saída	ϕ	0,7
Tensão do barramento CC	V_{cc}	520 V
Valor eficaz da tensão de saída	V_{ORMS}	127 V
Frequência da tensão de saída	f	60 Hz
Frequência de amostragem	f_s	10,8 kHz
Indutância do filtro de saída	L_f	1 mH
Resistência do indutor do filtro de saída	R_{L_f}	15 mΩ
Capacitância do filtro de saída	C_f	300 μF
Admitância mínima	Y_{min}	0,0001 S
Admitância máxima	Y_{max}	0,1519 S
Resistência série da carga não-linear	R_s	0,195 Ω
Capacitância da carga não-linear	C_{nl}	13200 μF
Resistência da carga não-linear	R_{nl}	11,58 Ω

dadas por (Pereira et al., 2014):

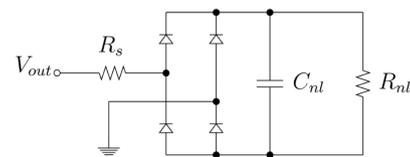
$$A_p(Y_0(t)) = \begin{bmatrix} -\frac{R_{L_f}}{L_f} & -\frac{1}{L_f} \\ \frac{1}{C_f} & -\frac{Y_0(t)}{C_f} \end{bmatrix}, \quad B_p = \begin{bmatrix} \frac{K_{PWM}}{L_f} \\ 0 \end{bmatrix},$$

$$B_d = \begin{bmatrix} 0 \\ -\frac{1}{C_f} \end{bmatrix}, \quad C_p = [0 \quad 1]. \quad (24)$$

4.1.2 Parâmetros

Os parâmetros utilizados nos ensaios experimentais estão detalhados na Tabela 1 e são baseados em uma *UPS* comercial alimentando uma carga não-linear de referência.

A carga não-linear de referência, apresentada na Fig. 3, deve consumir a potência aparente nominal do equipamento e é dimensionada de acordo com o Anexo E da norma (IEC 62040-3, 2011).



Fonte: (IEC 62040-3, 2011)

Figura 3: Carga não-linear de referência.

O dimensionamento dos resistores R_s , R_{nl} e do capacitor C_{nl} é realizado de acordo com as equações

$$R_s = \frac{0,04V_{ORMS}^2}{S}, \quad R_{nl} = \frac{U_c^2}{0,66S}, \quad C_{nl} = \frac{7,5}{fR_{nl}}, \quad (25)$$

onde V_{ORMS} é a tensão *RMS* de saída, S é a potência aparente e f é a frequência fundamental.

O conjunto de parâmetros escolhidos para obter os ganhos de realimentação do controlador múltiplo-ressonante de ganho finito são $\sigma = 30$, $r = 5000$, $f_s = 10,8$ kHz, $C_z = 5$ e $D_z = 1$ de forma a atender os requisitos da norma (IEC 62040-3, 2011).

4.1.3 Implementação

A aquisição de dados (tensão de saída, corrente no indutor) e a transmissão do sinal *PWM* ao inversor foram realizados por meio de uma placa dSPACE (DS1104 Board). O processamento dos sinais é realizado em tempo real em conjunto com o *software* Matlab.

Para a medição dos resultados de desempenho estático foram utilizados os seguintes equipamentos: um osciloscópio Tektronics TDS 2014, uma ponteira para medição de corrente Fluke 80i-110s, um multímetro Fluke 179 *True RMS* e um analisador de qualidade de energia Fluke 43B. A versão discreta do controlador múltiplo-ressonante é obtida através da aproximação de Tustin com *prewarping* usando um período de amostragem de $T_s = 46,3 \mu\text{s}$.

4.2 Resultados

Na Tabela 2 são apresentados os resultados experimentais com o controlador ressonante sintonizado na frequência fundamental ($n = 1$) alimentando uma carga não-linear. Aplicando ganho finito através da variação de ξ_1 é possível notar que a *THD* tende a diminuir com o aumento de ξ_1 . Esse efeito ilustra o comportamento conhecido como colchão d'água, conforme pode ser visualizado na Fig. 4 onde é apresentada a magnitude da resposta em frequência da função de transferência do distúrbio $i_d(t)$ para a saída $y_p(t)$. O relaxamento da condição de ganho infinito em ξ_1 implica na redução do ganho das harmônicas ímpares não compensadas. Assim como reportado em (Pereira et al., 2014), não é possível atender os limites da norma (IEC 62040-3, 2011) com apenas um modo ressonante.

Tabela 2: *THD* e *IHD* da tensão para 1 modo.

Norma (IEC 2011)	<i>THD</i> [%]	<i>IHD</i> ₃ [%]	<i>IHD</i> ₅ [%]	<i>IHD</i> ₇ [%]	<i>IHD</i> ₉ [%]
	8,00	5,00	6,00	5,00	1,50
$\xi_1 = 0,000$	10,4	9,63	3,58	0,99	1,35
$\xi_1 = 0,003$	10,4	9,72	3,40	0,90	1,28
$\xi_1 = 0,007$	10,4	9,60	3,53	0,96	1,32
$\xi_1 = 0,010$	10,4	9,72	3,34	0,82	1,28
$\xi_1 = 0,020$	10,3	9,66	3,30	0,87	1,24
$\xi_1 = 0,100$	10,1	9,42	3,18	0,72	1,10

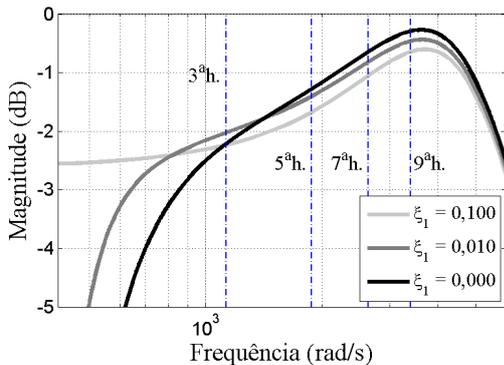
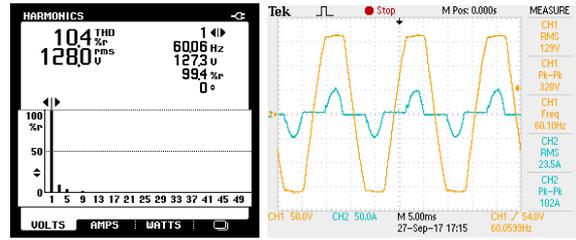


Figura 4: Diagrama de Bode para 1 modo.

Na Fig. 5 são apresentados os gráficos da *THD*, da tensão e corrente de saída obtidos para o caso de $\xi_1 = 0,000$.



(a) *THD*. (b) Tensão e corrente de saída.

Figura 5: Resultados para o controlador com ganho infinito $\xi_1 = 0,000$.

O mesmo experimento é feito para controladores múltiplo-ressonantes de ganho finito sintonizados na frequência fundamental, na terceira, na quinta e sétima harmônicas. Na Tabela 3 são apresentados os resultados experimentais com o controlador múltiplo-ressonante sintonizado na frequência fundamental e na terceira harmônica ($n = 2$) alimentando uma carga não-linear.

Tabela 3: *THD* e *IHD* da tensão para 2 modos.

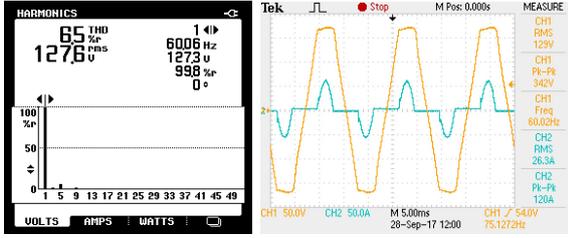
Norma (IEC 2011)	<i>THD</i> [%]	<i>IHD</i> ₃ [%]	<i>IHD</i> ₅ [%]	<i>IHD</i> ₇ [%]	<i>IHD</i> ₉ [%]
	8,00	5,00	6,00	5,00	1,50
$\xi_1 = 0,000$					
$\xi_3 = 0,000$	6,9	0,14	6,42	1,21	1,40
$\xi_3 = 0,003$	6,7	0,22	6,34	1,12	1,45
$\xi_3 = 0,007$	6,5	0,93	6,06	0,90	1,44
$\xi_3 = 0,010$	6,5	1,71	5,85	0,76	1,44
$\xi_3 = 0,020$	8,1	6,49	4,50	0,36	1,49
$\xi_3 = 0,100$	10,5	9,85	3,39	0,90	1,35

O controlador ressonante de 2 modos rejeita apenas as perturbações da 3ª harmônica. Como consequência do efeito colchão d'água, ocorre o aumento das perturbações nas harmônicas ímpares não compensadas. A 5ª harmônica aumenta significativamente ($IHD_5 = 6,42$) em comparação com o controlador de um modo ressonante ($IHD_5 = 3,58$). Entretanto, conforme mostrado na Tabela 3, com o controlador de ganho finito verifica-se que conforme o valor de ξ_3 aumenta, a *IHD*₃ também aumenta até ultrapassar o limite da norma. Em contrapartida, a *IHD* das harmônicas ímpares não compensadas vai diminuindo até passar a atender a norma, caso da *IHD*₅.

Na Fig. 6 são apresentados os gráficos da *THD*, da tensão e corrente de saída para o controlador com $\xi_1 = 0,000$ e $\xi_3 = 0,010$, o qual atende os limites da norma (IEC 62040-3, 2011).

Na Tabela 4 são apresentados os resultados experimentais com o controlador múltiplo-ressonante sintonizado na frequência fundamental, na terceira e na quinta harmônicas ($n = 3$) alimentando uma carga não-linear.

Os experimentos desse controlador foram realizados considerando o melhor resultado de $\xi_3 = 0,010$ obtido nos experimentos realizados com o



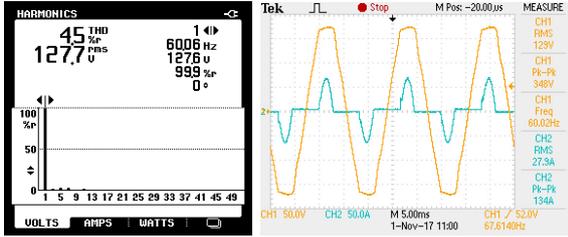
(a) THD. (b) Tensão e corrente de saída.

Figura 6: Resultados para o controlador com $\xi_1 = 0,000$ e $\xi_3 = 0,010$.

Tabela 4: THD e IHD da tensão para 3 modos.

Norma (IEC 2011)	THD [%]	IHD ₃ [%]	IHD ₅ [%]	IHD ₇ [%]	IHD ₉ [%]
	8,00	5,00	6,00	5,00	1,50
$\xi_1 = 0,000; \xi_3 = 0,010$					
$\xi_5 = 0,000$	4,8	2,11	0,12	3,88	0,49
$\xi_5 = 0,003$	4,5	1,87	0,35	3,70	0,38
$\xi_5 = 0,007$	4,3	1,96	1,49	3,17	0,47
$\xi_5 = 0,010$	4,5	1,87	2,89	2,39	0,69
$\xi_5 = 0,020$	6,5	1,39	6,00	0,92	1,50

controlador de dois modos (Tabela 3). Pode-se observar que quando o ganho em ω_{r_5} fica muito pequeno, a IHD_5 deixa de atender a norma e ocorre o aumento da THD. Na Fig. 7 são apresentados os gráficos da THD, da tensão e corrente de saída para o controlador com $\xi_1 = 0,000$, $\xi_3 = 0,010$ e $\xi_5 = 0,010$.



(a) THD. (b) Tensão e corrente de saída.

Figura 7: Resultados para o controlador com $\xi_1 = 0,000$, $\xi_3 = 0,010$ e $\xi_5 = 0,010$.

Na Tabela 5 são apresentados os resultados experimentais com o controlador múltiplo-ressonante sintonizado na frequência fundamental, na terceira, na quinta e na sétima harmônicas ($n = 4$) alimentando uma carga não-linear.

Tabela 5: THD e IHD da tensão para 4 modos.

Norma (IEC 2011)	THD [%]	IHD ₃ [%]	IHD ₅ [%]	IHD ₇ [%]	IHD ₉ [%]
	8,00	5,00	6,00	5,00	1,50
$\xi_1 = 0,000; \xi_3 = 0,000; \xi_5 = 0,000$					
$\xi_7 = 0,000$	4,3	0,10	0,16	0,17	3,84
$\xi_7 = 0,003$	3,6	0,12	0,14	0,57	2,95
$\xi_7 = 0,007$	3,4	0,07	0,10	2,12	2,07
$\xi_7 = 0,010$	4,5	0,10	0,10	3,85	0,94
$\xi_7 = 0,020$	5,1	0,19	0,16	4,57	0,74
$\xi_7 = 0,100$	5,1	0,09	0,07	4,54	0,73
$\xi_1 = 0,000; \xi_3 = 0,010; \xi_5 = 0,010$					
$\xi_7 = 0,000$	4,5	2,04	3,62	0,14	0,99
$\xi_7 = 0,003$	4,4	2,13	3,52	0,38	0,74
$\xi_7 = 0,007$	4,3	2,11	3,28	1,14	0,35
$\xi_7 = 0,010$	4,5	2,01	3,04	2,10	0,61
$\xi_7 = 0,020$	4,4	1,65	2,72	2,70	0,71
$\xi_7 = 0,100$	4,5	1,69	2,85	2,52	0,64

A eliminação da perturbação na 3^a, 5^a e 7^a harmônicas faz a perturbação da 9^a aumentar em comparação com o controlador ressonante de ganho finito. Novamente ocorre o efeito colchão d'água ilustrado pelo aumento da IHD da 9^a harmônica. Já para o segundo bloco, onde se usou ganho finito em ω_{r_3} e ω_{r_5} , todos os ensaios atenderam os requisitos da norma.

Na Fig. 8 é apresentado o gráfico com a evolução do sinal de controle máximo em regime permanente para o controlador de 4 modos com $\xi_1 = 0,000$, $\xi_3 = 0,010$, $\xi_5 = 0,010$. Pode-se observar que a magnitude do sinal de controle efetivamente diminuiu com o aumento do valor do ξ_7 . O mesmo comportamento também foi obtido nos demais experimentos.

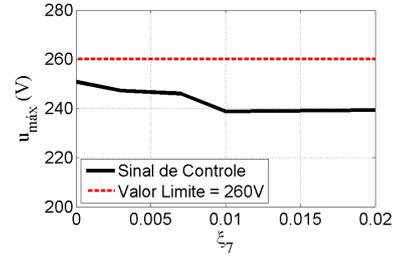


Figura 8: Evolução do sinal de controle com relação a variação do valor do ξ_7 .

5 Conclusões

Os resultados experimentais obtidos em um inversor comercial de 3,5 kVA mostraram que os controladores múltiplo-ressonantes de ganho finito permitem atender os requisitos de THD e IHD da norma (IEC 62040-3, 2011) com um número menor de modos ressonantes quando comparado a (Pereira et al., 2014). Também, observou-se que a redução no ganho dos controladores faz diminuir a magnitude do sinal de controle, significando um menor esforço de controle. O efeito do colchão d'água foi ilustrado experimentalmente, mostrando que o ganho infinito em uma dada frequência pode causar significativa piora no desempenho de rejeição de frequências mais altas. Através de uma formulação no espaço de estados e de restrições na forma LMI foi possível fazer a sintonia de um controlador que garanta tanto a estabilidade quanto o desempenho robusto do sistema em malha fechada.

Agradecimentos

Os autores agradecem o suporte dado pelo CNPQ (processos 305886/2015-0 e 302917/2015-2), Brasil, e pela empresa CP Eletrônica (Schneider Electric).

Referências

- ABNT, A. B. D. N. T. (2005). NBR 15014: Conversor a semiconductor - sistema de alimentação de potência ininterrupta, com saída em corrente alternada (NoBreak) - segurança e desempenho, Rio de Janeiro.
- ANSI/IEEE, A. N. S. I. O. E. E. E. (1986). IEEE std 944-1986: IEEE recommended practice for the application and testing of uninterruptible power supplies for power generating stations.
- Chen, C.-T. (1995). *Linear System Theory and Design*, 2 edn, Oxford University Press, New York.
- Chen, S., Lai, Y., Tan, S.-C. and Tse, C. (2007). Optimal design of repetitive controller for harmonic elimination in PWM voltage source inverters, *Proceedings of the International Telecommunications Energy Conference, 29., 2007, Rome*, IEEE: New York, pp. 236 – 241.
- Chilali, M. and Gahinet, P. (1996). H_∞ design with pole placement constraints: an LMI approach, *IEEE Transactions on Automatic Control* **41** (3): 358 – 367.
- Flores, J. V., Pereira, L. F. A., Bonan, G., Coutinho, D. F. and Gomes da Silva Jr., J. M. (2016). A systematic approach for robust repetitive controller design, *Control Engineering Practice* **54**: 214 – 222.
- Flores, J. V., Salton, A. T. and Castro, R. S. (2016). Robust state feedback formulation for high order repetitive controllers, *Asian Journal of Control* **18** (3): 1042 – 1051.
- Fukuda, S. and Yoda, T. (2001). A novel current-tracking method for active filters based on a sinusoidal internal model [for PWM inverters], *IEEE Transactions on Industry Applications* **37** (3): 888–895.
- IEC 62040-3, I. E. C. (2011). IEC 62040-3: Uninterruptible power systems (UPS) - part 3: Method of specifying the performance and test requirements, Geneva.
- Keiel, G. (2017). *Projeto em tempo discreto de controladores ressonantes aplicados a fontes ininterruptas de energia*, 135 f. dissertação (mestrado), Universidade Federal do Rio Grande do Sul. Escola de Engenharia. Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica, Porto Alegre, 2017.
- Pereira, L. F. A., Flores, J. V., Bonan, G., Coutinho, D. F. and Gomes da Silva Jr., J. M. (2014). Multiple resonant controllers for uninterruptible power supplies - a systematic robust control design approach, *IEEE Transactions on Indus. Electronics* **61** (3): 1528 – 1538.
- Åström, K. J. and Murray, R. M. (2008). *Feedback Systems: An Introduction for Scientists and Engineers*, 1 edn, Princeton University Press, Princeton.
- Teodoresco, R., Blaabjerg, F., Liserre, M. and Loh, P. (2006). Proportional-resonant controllers and filters for grid-connected voltage-source converters, *IEE Proceedings - Electric Power Applications* **153** (5): 750 – 762.
- Willmann, G., Coutinho, D. F., Pereira, L. F. A. and Libano, F. B. (2007). Multiple-loop H-infinity control design for uninterruptible power supplies, *IEEE Transactions on Industrial Electronics* **54** (3): 1 – 12.