# CONTROLADOR PID FRACIONÁRIO APLICADO AO PROBLEMA DE CARGA E FREQUÊNCIA EM USINAS HIDRELÉTRICAS

# CRISTIANO OSINSKI, GIDEON V. LEANDRO, GUSTAVO H. C. OLIVEIRA

# Centro Politécnico, Caixa Postal 19011 – CEP:81531-980 Departamento de Engenharia Elétrica, Universidade Federal do Paraná (UFPR) Jardim das Americas, Curitiba, Paraná, Brasil

# E-mails: osinski.cristiano@gmail.com, gede@eletrica.ufpr.br, gustavo@eletrica.ufpr.br

**Abstract**— In this paper, a proportional, integral and derivative controller (PID) of fractional order is applied to the load and frequency problem of an electric power system. This controller has five parameters that must be tuned; thus, it provides two degrees of freedom over the conventional PID controller. For the tuning of this controller, the differential evolution algorithm is used. This algorithm is a metaheuristic based on the theory of natural evolution, being a relatively simple search technique having as basic operations: selection, reproduction, crossover and mutation. For the analysis of the proposed controller, the mathematical model of a hydroelectric plant based on the constructive information of a plant belonging to the National Interlitic System will be used in this work. We compare this fractional PID controller with the conventional PID controller that is in use in the hydroelectric plant under study and also the comparison of the fractional PID controller with a conventional PID controller. tuned by the algorithm of differential evolution. Simulation results validate the strategy presented in front of conventional PID controllers.

Keywords—Fractional PID, hydraulic turbine generator, speed regulating system.

**Resumo**— Nesse artigo, está sendo aplicado um controlador proporcional, integral e derivativo (PID) de ordem fracionária para o problema de carga e frequência de um sistema elétrico de potência. Este controlador possui cinco parâmetros que devem ser sintonizados; assim, ele proporciona mais dois graus de liberdade em relação ao controlador PID convencional. Para a sintonia deste controlador, o algoritmo de evolução diferencial é utilizado. Este algoritmo é uma metaheurística baseada na teoria da evolução natural, sendo uma técnica de busca, relativamente simples tendo como operações básicas: a seleção, a reprodução, o cruzamento e a mutação. Para análise do controlador proposto, o modelo matemático de uma usina hidrelétrica baseado em informações construtivas de uma planta pertencente ao Sistema Interligado Nacional será utilizado neste trabalho. Compara-se este controlador PID fracionário com um controlador PID convencional an hidrelétrica sob estudo e também faz-se a comparação do controlador PID fracionário com um controlador PID convencional sintonizado pelo algoritmo de evolução diferencial de rencial da restatégia apresentada frente aos controladores PID convencionais.

Palavras-chave-PID fracionário, controlador de velocidade, turbina hidráulica.

### 1 Introdução

Um dos grandes desafios do Sistema Elétrico de Potência (SEP) é operar adequadamente mesmo na presença constante de variações de carga e outras perturbações. Um dos conceitos relacionados com este desafio é a estabilidade de frequência (Kundur, 2004). Esta estabilidade refere-se à capacidade do SEP de manter a frequência em torno de seu valor nominal após a ocorrência de um distúrbio ou perturbação, resultando num equilíbrio entre a geração e a carga.

Dentro do contexto de geração hidrelétrica, encontram-se os controladores de velocidade, responsáveis por manter a estabilidade e pelo comportamento transitório do sistema, quando da ocorrência de distúrbios no SEP.

Com o avanço da tecnologia, atualmente estes controladores são cada vez mais implementados usando sistemas digitais. Apesar da estrutura PID ainda ser preponderante neste contexto, presença de sistemas digitais permite aumentar a flexibilidade na definição da estrutura do controlador e também na sintonia de seus parâmetros. Como consequência disto, um grande esforço de pesquisa tem sido feito para investigar os efeitos das configurações dos parâmetros do controlador de velocidade no desempenho geral do sistema. Inúmeras estratégias de controle baseadas em PID foram sugeridas recentemente na literatura: controle PID ótimo (Sambariya *et al.*, 2017), controle PID de estrutura variável (Kumar *et al.*, 2017), controle PID adaptativo (Mosaad *et al.*, 2014), controle robusto (Pelacini, 2014) (Pelacini, 2015) (Rosa, 2016), controle PID sintonizado por inteligência artificial (Omar, 2016), etc.

Embora os controladores PID serem extensivamente utilizados em problemas de carga e frequência, seu desempenho é limitado pela ordem dos ganhos integral e derivativo do controlador, principalmente em sistemas que apresentam não linearidades (Sondhi, 2014). Recentemente, o controle de Ordem Fracionária (FO) surgiu como teoria eficiente para plantas que possuem não linearidades.

Em virtude da ampla inserção na indústria dos controladores PID tradicionais, pesquisadores têm trabalhado para associar o cálculo de ordem fracionária na elaboração de controladores PID fracionários (FOPID), generalizando-os na forma  $PI^{\lambda}D^{\mu}$ , ou seja, com a ordem de integração e de derivação sendo parâmetros ajustáveis, sendo que o expoente  $\lambda$  refere-

se a parte integral, e o expoente  $\mu$  refere-se a parte derivativa do controlador FOPID.

Alguns casos de sucesso da aplicação de controladores FOPID podem ser encontrados na literatura, como pode ser visto em Chen et al. (2014), Taher et al. (2014), Sondhi (2016) e Zamani et al. (2016). Neste trabalho, está sendo aplicado um controlador PID de ordem fracionária para o problema de carga e frequência de usinas hidrelétricas, com isso, busca-se um sistema de controle mais refinado. Para a sintonia deste controlador, buscou-se a utilização de um algoritmo de evolução diferencial (ED). Esse algoritmo foi escolhido pela fácil implementação, rápida convergência e pelo bom desempenho frente à outras técnicas (Price *et al.*, 2005).

O artigo está estruturado como se segue. Na Seção 2 uma revisão sobre a modelagem do amplificador hidráulico é apresentada. Na Seção 3 os principais conceitos relacionados aos controladores PID fracionários são apresentados. Na Seção 4 o algoritmo de evolução diferencial é apresentado. Na Seção 5 um estudo de caso do controle de velocidade de um gerador de 399 MW é discutido para variações de carga. Finalmente, na Seção 6, as conclusões são apresentadas.

## 2 Modelo do Sistema

Os sistemas de controle em usinas geradoras de energia elétrica são divididos em: Controle primário de carga-frequência (Regulador de Velocidade); Controle suplementar de carga-frequência (CAG); e Controle de excitação (Regulador de Tensão). Este trabalho tem o interesse no controle primário. Este consiste, basicamente, da atuação do Regulador de Velocidade (RV), o qual, através de medições da velocidade do eixo do conjunto turbina/gerador, controla o torque mecânico da turbina fazendo com que a potência elétrica gerada se enquadre com as variações de carga do sistema de transmissão (Donaisky, 2015).

A correta modelagem matemática dos componentes que compõe a Usina Hidrelétrica (UHE) é de fundamental importância para a sintonia dos parâmetros do controlador/regulador de velocidade da turbina. De acordo com IEEE STD 1207 (2011), uma UHE é composta pelo controlador, amplificador hidráulico, conjunto conduto/turbina e gerador, já a malha de controle de velocidade é representada pelo controlador mais o amplificador hidráulico, como pode ser visto na Figura 1.



Figura 1. Representação da UHE em diagrama de blocos

A função do controlador é manter a frequência em valores nominais mesmo na presença de perturbações, gerando o sinal de controle que será aplicado ao amplificador hidráulico. O comportamento do controlador pode ser melhor explicado pela equação (1).

$$u(t) = F(\Delta f(t)) \tag{1}$$

onde, u(t) é o sinal de controle,  $\Delta f(t)$  é o erro de frequência, e *F* é a função que descreve o controlador.

Após o bloco do controlador, tem-se o amplificador hidráulico, que transforma o sinal de controle em um sinal de potência mecânica capaz de realizar a abertura e o fechamento do distribuidor (*gate*), mesmo na presença das fortes pressões do fluxo hidráulico no conduto. O amplificador hidráulico normalmente é composto por três partes principais: a válvula piloto (ou proporcional), válvula distribuidora e o servomotor do distribuidor (ou apenas distribuidor).

O modelo do conjunto conduto/turbina utilizado neste trabalho é o modelo não linear proposto em (IEEE, 1992). Para a concepção deste modelo, os autores assumiram algumas hipóteses simplificadoras, como por exemplo: sem chaminé de equilíbrio; os efeitos do golpe de aríete na tubulação são desprezados; coluna de água inelástica; a água é incompressível e a resistência hidráulica é desprezível. Este modelo faz a relação entre a abertura do distribuidor e a potência mecânica que irá para o gerador. A relação matemática que descreve esse modelo pode ser vista na equação (2).

$$P_m = A_t h(Q - Q_{nl}) - DG\Delta\omega \qquad (2)$$

onde  $P_m$  é a potência mecânica,  $A_t$  é a relação para mudança de base da turbina para o gerador, h é a altura da coluna de água, Q é a vazão,  $Q_{nl}$  é a vazão necessária para suprir as perdas a vazio da turbina, Dé o coeficiente de amortecimento, G é a abertura ideal do *gate* e  $\Delta \omega$  é a variação da velocidade angular.

Através do gerador síncrono, a potência mecânica é transformada em potência elétrica. O modelo do gerador é uma das principais partes de uma planta hidrelétrica, já que é o responsável por gerar eletricidade. De acordo com Munoz-Hernandez (2013), o modelo final do gerador e da carga é dado pela equação (3).

$$\Delta P_m - \Delta P_e = (T_m s + D)\Delta f \tag{3}$$

onde  $\Delta P_e$  é a variação de potência consumida pela carga,  $\Delta P_m$  é a variação da potência mecânica fornecida pelo gerador,  $T_m$  é a constante de tempo do gerador, *s* é a variável complexa de *Laplace*, *D* é o termo de amortecimento e  $\Delta f$  é a variação da frequência.

## 3 PID de Ordem Fracionária

Antes de definir o controlador FOPID, é importante entender o operador integral de ordem fracionária e o operador derivativo de ordem fracionária. Os detalhes matemáticos desses operadores serão apresentados a seguir. Mais informações podem ser encontradas em Oldham (1974), Samko *et al.* (1987) e Miller (1993). Ao longo dos anos, os operadores fracionários foram introduzidos em várias aplicações de sistemas de controle. Conforme apresentado por Podlubny *et al.* (1997), o controlador  $PI^{\lambda}D^{\mu}$  possui a forma apresentada na equação (4):

$$C(s) = K_p + K_I s^{-\lambda} + K_D s^{\mu}, (\lambda, \mu \ge 0)$$
(4)

onde, C(s) é a saída do controlador,  $K_p$  é o ganho proporcional,  $K_I$  é o ganho integral,  $K_D$  é o ganho derivativo,  $\lambda$  é a ordem do integrador e  $\mu$  é a ordem do diferenciador.

De acordo com Sondhi (2014), os operadores  $\lambda e \mu$  podem assumir qualquer valor na faixa (0, 2). Segundo Shah (2016), todos os controladores PID clássicos são casos particulares do controlador PID fracionário, como pode ser visto na Figura 2.



Figura 2. Plano PID fracionário

Segundo Hamamci (2007), os parâmetros  $\lambda \in \mu$ podem movimentar-se de forma contínua no plano apresentado na figura anterior. Dependendo dos valores de  $\lambda \in \mu$ , o controlador pode assumir uma configuração diferente.

No controlador proporcional integral derivativo fracionário (FOPID), as operações  $I \in D$  são de ordem fracionária. Assim, além de sintonizar os parâmetros Kp,  $K_I \in K_D$ , devem ser sintonizados também os parâmetros  $\lambda \in \mu$ . O diagrama de blocos do controlador PI<sup> $\lambda$ </sup>D<sup> $\mu$ </sup> é apresentado na Figura 3.



Figura 3. Diagrama de blocos do controlador  $PI^{\lambda}D^{\mu}$ 

Uma das diferenças entre o controlador FOPID e o controlador PID convencional é que o controlador PID fracionário possui adicionalmente o ajuste da ordem do operador integral e diferencial. Desta forma, o controlador possibilita atuações mais eficientes, especialmente em sistemas descritos por modelos de ordem fracionária e tende a ser menos sensível às mudanças nos parâmetros do sistema controlado e do próprio controlador (Podlubny *et al.*, 1997).

# 4 Método de Ajuste do Controlador FOPID

A busca por melhores métodos de sintonia de controladores tem justificado o uso de metaheurísticas para suprir certas deficiências dos métodos convencionais. Segundo Kushida, Hara e Takahama (2015), a Evolução Diferencial (ED) é uma pesquisa estocástica que tem como objetivo resolver problemas de otimização no tempo contínuo. O algoritmo de Evolução Diferencial (ED) é uma metaheurística baseada na teoria da evolução natural, sendo uma técnica de busca, relativamente simples tendo como operações básicas: a seleção, a reprodução, o cruzamento e a mutação (Price *et al.*, 2005).

A etapa de seleção privilegia os indivíduos mais aptos para em seguida reproduzi-los. Uma parcela dos indivíduos reproduzidos cruza promovendo a troca de suas características genéticas. Mutações podem ocorrer em pequena porcentagem e acarretam uma mudança aleatória no material genético, contribuindo para introduzir variedade na população. A evolução faz com que o ED seja guiado para regiões mais promissoras do espaço de busca.

Dentre as principais vantagens da ED, pode-se citar: técnica de busca global; viabiliza a otimização de problemas mal estruturados e dispensa a formulação matemática precisa do problema (Amaral *et al.*, 2007).

O desempenho do algoritmo ED está diretamente ligado à sua estratégia de geração do vetor experimental, o qual depende de dois fatores principais, os operadores de mutação (F) e taxa de cruzamento (Cr). Características funcionais tais como, dimensão do problema (D), número de mínimos locais e grau de dependência dos parâmetros dão valores adequados a estes fatores e estratégia de geração do vetor de ensaio (Bergamini, 2017).

A população inicial é composta por Np indivíduos, é escolhida aleatoriamente e deve cobrir o espaço de busca que compõe a solução. O pseudocódigo do algoritmo DE é apresentado a seguir.

Pseudocódigo 1: Evolução Diferencial
Gerar população aleatoriamente
Avaliar a aptidão de cada indivíduo da população
<b>para</b> critério de parada <i>←</i> melhor indivíduo <b>faça</b>
Mutação
Avaliar a aptidão de cada indivíduo da nova popu-
lação
Cruzamento
Seleção
Avaliar a aptidão da nova população
se critério de parada for aceito
fim
se não voltar ao início

### 5 Simulações e Resultados

Nesta seção, são apresentados resultados da aplicação do controlador PID de ordem fracionária em 3 estudos de caso. Os estudos de caso estão baseados em uma UHE que fica localizada na região sudeste do Brasil e gera energia elétrica através de três máquinas síncronas, cada uma com potência de 399 MW.

Os casos estudados têm como sinal de saída o comportamento da frequência do sinal elétrico gerado nas máquinas da usina hidrelétrica sob condições de transitórios eletromecânicos. Assim, nos casos simulados, pouco depois do ilhamento, a usina tem uma demanda de energia diferente daquela que estava sendo fornecida. Isso causa um transiente de frequência até a retomada do regime permanente.

O controlador PID fracionário proposto neste trabalho foi sintonizado utilizando o algoritmo de evolução diferencial proposto na seção 3. Assim, foram utilizados os parâmetros da Tabela 1 para o algoritmo ED.

Tabela 1. Parâmetros utilizados no algoritmo ED.

Parâmetro	Valor
Tamanho da população	50
Taxa de cruzamento	0,7
Taxa mínima de mutação	0,2
Taxa máxima de mutação	0,8
Número de iterações máxima	500
Critério de parada	0,001
Número de variáveis estimadas	5

Os valores dos parâmetros do controlador FOPID encontrados pelo algoritmo ED são: Kp =1,4; Ki = 0,14; Kd = 1,4;  $\lambda = 0,89$ ;  $\mu = 1$ .Visando comparar o desempenho da resposta do sistema com uma estratégia clássica de controle, o experimento foi repetido substituindo o controlador PID fracionário por um controlador PID, com os ganhos atualmente empregados na UHE, que são Kp = 2,5, Ki =0,125 e Kd = 0,15. Estes valores foram sintonizados em campo, na fase de comissionamento, seguindo a recomendação da concessionária, utilizando o critério de rede isolada com estatismo transitório e tempo de amortecimento.

A segunda estratégia clássica de controle utilizada na comparação de desempenho do controlador FOPID foi o PID sintonizado pelo algoritmo de evolução diferencial. Portanto, utilizou-se a mesma técnica de sintonia para o controlador FOPID e para o controlador PID, assim, pode-se verificar o real desempenho do controlador fracionário frente a um controlador convencional. Para a sintonia deste controlador PID foram utilizados os parâmetros da Tabela 2:

Tabela 2. Parâmetros utilizados no algoritmo ED.

Parâmetro	Valor
Tamanho da população	50
Taxa de cruzamento	0,7
Taxa mínima de mutação	0,2
Taxa máxima de mutação	0,8
Número de iterações máxima	500
Critério de parada	0,001
Número de variáveis estimadas	3

Os valores dos parâmetros do controlador PID encontrados pelo algoritmo ED são: Kp = 1; Ki = 1,2; Kd = 2.

# 5.1 Caso I - Degrau Negativo de Carga

A primeira condição de operação analisada, simula a desinterligação da UHE com uma diminuição da carga. Inicialmente, a geração da UHE estava em 82% e após a desinterligação do SIN a carga remanescente é de 50%, devendo a UHE atender esta demanda de carga de forma isolada. Obteve-se, portanto, a curva de perturbação apresentada na Figura 5.



Figura 5. Representação da perturbação de carga aplicada na UHE

A Figura 6 apresenta a resposta do controlador FOPID, a reposta do controlador PID sintonizado por algoritmo de evolução diferencial e a resposta do controlador PID sintonizado na UHE, para esta condição de operação.



Figura 6. Resposta comparativa entre o FOPID e o PID para desinterligação da UHE com carga remanescente de 50%

Observa-se um grande desvio inicial da frequência, fato este devido a grande diminuição de carga aplicada a unidade geradora. Também percebe-se que a frequência de restabelecimento fica em torno de 61 Hz, que ocorre devido ao estatismo permanente presente nesta malha de controle, levando a frequência de referência para este patamar. Os índices de desempenho dos controladores podem ser vistos na Tabela 3.

Tabela 3. Desempenho dos controladores para uma diminuição de carga.

Controlador	Sobressinal	Tempo de Acomodação
PID UHE	75 Hz	43 s
PID ED	74 Hz	40 s
FOPID	70 Hz	18 s

Através da Figura 6 e da Tabela 3, conclui-se que o controlador FOPID possui um desempenho superior aos controladores PID convencionais, já que apresentou um sobressinal menor e um tempo de estabilização para o critério de 2% menor.

## 5.2 Caso II - Degrau Positivo de Carga

A segunda condição de operação analisada, simula a desinterligação da UHE com aumento da carga. Inicialmente, a geração da UHE estava em 80% e após a desinterligação do SIN a carga remanescente é de 95% devendo a UHE atender esta demanda de carga de forma isolada. Obteve-se, portanto, a curva de perturbação apresentada na Figura 7.



Figura 7. Representação da perturbação de carga aplicada na UHE

A Figura 8 apresenta a resposta do controlador FOPID, a resposta do controlador PID sintonizado na UHE e a resposta do controlador PID sintonizado pelo algoritmo de evolução diferencial.



Figura 8. Resposta comparativa entre o FOPID e o PID para desinterligação da UHE com carga remanescente de 95%

Observa-se novamente um grande desvio na frequência do gerador, mas esta é restabelecida, em torno de 58,5 Hz devido ao estatismo permanente. Os índices de desempenho dos controladores podem ser vistos na Tabela 4.

Tabela 4. Desempenho dos controladores para um aumento de carga.

Controlador	Sobressinal	Tempo de Acomodação
PID UHE	52 Hz	40 s
PID ED	52,5 Hz	40 s
FOPID	54 Hz	15 s

Através da Figura 8 e da Tabela 4, conclui-se que o controlador FOPID possui um desempenho superior aos controladores PID convencionais, já que apresentou um sobressinal menor e um tempo de estabilização menor.

#### 5.3 Caso III – Degrau Negativo e Positivo de Carga

A terceira condição de operação analisada, simula a desinterligação da UHE com uma diminuição de carga seguida de um aumento da carga. Inicialmente, a geração da UHE estava em 82% e após a desinterligação a carga remanescente é de 50%, depois de cem segundos a geração da UHE que estava em 50% passa a ter uma carga remanescente de 100%, devendo a UHE atender estas demandas de carga de forma isolada. Obteve-se, portanto, a curva de perturbação apresentada na Figura 9.



Figura 9. Representação da perturbação de carga aplicada na UHE

A Figura 10 apresenta a resposta do controlador FOPID e a resposta dos controladores PID.



Figura 10. Resposta comparativa entre o FOPID e o PID para desinterligação da UHE

Observa-se agora dois grandes desvios na frequência, o primeiro quando se inicia a operação e o outro no tempo cem segundos. Os índices de desempenho dos controladores podem ser vistos na Tabela 5.

Tabela 5. Desempenho dos controladores para variações de carga.

Controlador	Sobressinal 1°/2° desvio	Tempo de Acomodação 1º/2º desvio
PID UHE	76Hz/40Hz	40s/140s
PID ED	75Hz/41Hz	40s/140s
FOPID	70Hz/46Hz	18s/125s

Através da Figura 10 e da Tabela 5, conclui-se que o controlador FOPID possui um desempenho superior aos controladores PID, já que apresentou um sobressinal menor e um tempo de estabilização também menor.

Após simular os três casos de variações de carga, percebe-se que o controlador PID de ordem fracionária apresentou respostas mais satisfatórias em relação aos controladores PID convencionais em todas as situações.

## 6 Conclusão

Neste trabalho, foi aplicado um controlador PID de ordem fracionária para o problema de carga e frequência de um sistema elétrico de potência. Para os testes do controlador proposto, foram realizados três estudos de caso onde houveram simulações de variações de carga. O controlador proposto foi então comparado com um controlador PID convencional que está em uso na usina hidrelétrica sob estudo e com um controlador PID sintonizado por um algoritmo de evolução diferencial. O controlador FOPID proposto mostrou um desempenho superior aos controladores PID convencionais em todos os casos. As respostas do controlador FOPID foram mais suaves, menos oscilantes, com um pico de frequência menor e com um tempo de estabilização também menor.

#### **Referências Bibliográficas**

- Amaral, J. L. M.; Amaral, J. F. M.; Tanscheit, R. Algoritmo de seleção negativa com geração de detectores através de algoritmos genéticos e integração quase-monte carlo. Simpósio Brasileiro de Automação Inteligente. 2007.
- Bergamini, M. G.; Oliveira, J. L.; Oliveira. G. H. C.; Leandro, G. V. Estimação de parâmetros de sistemas não lineares utilizando metaheurísticas híbridas paralelizadas. CBIC, 2017.
- Chen, Z.; Yuan, X; Ji, B.; Wang, P.; Tian, H. Design of a fractional order PID controller for hydraulic turbine regulating system using chaotic nondominated sorting genetic algorithm II. ELSEVIER. Energy Conversion and Management 84 (2014) 390-404.
- Das S. Functoinal FRACTIONAL Calculus. 2nd ed. Springer Berlin Heidelburg; 2011.
- Donaisky, E. Representação PWA Semi-Física para Reguladores de Velocidade em Sistemas de Geração Hidrelétrica e Controle Preditivo Híbrido de Carga-Frequência, 2015. Tese

(Doutorado em Engenharia Elétrica) apresentada a Universidade Católica do Paraná - PUCPR.

- Hamamci, S. E. An algorithm for stabilization of fractional-order time delay systems using fractional-order PID controllers. Autom Control, IEEE Trans 2007; 52(10):1964–9.
- IEEE STD 1207, I. T. IEEE Guide for the Application of Turbine Governing Systems for Hydroelectric Generating Units. 2011.
- Jagatheesan, K.; Anand, B.; Samanta, S.; Dey, N.; Ashour, A. S.; Balas, V. B. Design of a proportional-integral-derivative controller for an automatic generation control of multi-area power thermal systems using firefly algorithm. IEEE/CAA Journal of Automatica Sinica, pp. 1–14, 2017. DOI: 10.1109/JAS.2017.7510436.
- Kundur, P.; Paserba, J.; Ajjarapu, V. Definition and Classification of Power System Stability. IEEE Transactions on Power Systems, v. 19, n. 3, p. 1387–1401, 2004.
- Kumar, A.; Suhag, S. Multiverse optimized fuzzy-PID controller with a derivative filter for load frequency control of multisource hydrothermal power system. Turkish Journal of Electrical Engineering & Computer Sciences. (2017) 25: 4187 – 4199.
- Miller, K. S.; Ross, B. An Introduction to the Fractional Calculus and Fractional Differential Equations. New York: Wiley, 1993.
- Munoz-Hernandez, G. A. Modelling and Controlling Hydropower Plants. Springer, 2013.
- Monje, C.A, Vinagre, B.M. Feliu, V. Chen, Y.Q. Tuning and Auto-tuning of Fractional Order Controllers for Industry Applications. Control Enginnering Practice, ELSEVIER, (16), 798-812, 2008.
- Mosaad, M. I.; Salem, F. LFC based adaptive PID controller using ANN and ANFIS techniques. Journal of Electical Systems and Information Technology. Science Direct. 212-222, 2014.
- Oldham, K. B.; Spanier, J. The fractional Calculus. New York: Academic Press, 1974.
- Omar, M.; Abdelghany, A. M.; Bendary, F. Tuning of PID controller for load frequency control problem via harmony search algorithm. Indonesian Journal of Electrical Engineering and Computer Science. Vol. 1, No. 2, February 2016, pp. 255 ~ 263.
- Pelacini, D. A. F. Aplicação de Técnicas de Controle Robusto na Geração de Energia Elétrica. Congresso Brasileiro de Automática, 2014.
- Pelacini, D. A. F. Análise de PID Robusto com Minimização da Norma H∞ Aplicado ao Problema de Carga e Frequência em Usinas Hidrelétricas, 2015. Dissertação - Universidade Federal do Paraná, Setor de Tecnologia, Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica.
- Price, K.; Storn, R. M.; Lampinen, J. A. Differential Evolution - A Practical Approach to Global Optimization. Springer-Verlag New York, Inc. Secaucus, NJ, USA, 2005. ISBN: 2540209506.

- Podlubny, I.; Dorcak, L.; Kostial, I. On Fractional Derivatives, Fractional-Order Dynamic Systems and PI<sup>λ</sup>D<sup>μ</sup>-controllers. Proceendings of the 36th Conference on Decision and Control, San Diego, California, USA, Dezembro, 1997.
- Rainer Storn and Kenneth Price. Differential evolution-a simple and efficient adaptive scheme for global optimization over continuous spaces, volume 3. ICSI Berkeley, 1995.
- Rosa, L. F. DA. Projeto de Controlador PID Robustamente Estável Aplicado ao Problema de Controle de Carga e Frequência em Usinas Hidrelétricas, 2016. Dissertação (Mestrado em Engenharia Elétrica) - Universidade Federal do Paraná.
- Samko, S. G.; Kilbas, A. A.; Marichev, O. I. Fractional integrals and derivatives and some of their applications. Minsk: Nauka i technika, 1987.
- Shah, P. Review of fractional PID controller. Mechatronics. ELSEVIER. 0957-4158, 2016.
- Sambariya, D. K.; Shrangi, S. Optimal design of PID controller for load frequency control using Harmony search algorithm. Indonesian Journal of Electrical Engineering and Computer Science. Vol. 5, No. 1, January 2017, pp. 19 ~ 32.
- Sondhi, S.; Hote, Y. V. Fractional order PID controller for perturbed load frequency control using Kharitonov's theorem. Electrical Power and Energy Systems. ELSEVIER. 78 (2016) 884 – 896.
- Sondhi, S.; Hote, Y. V. Fractional order PID controller for load frequency control. Energy Coneversion and Management. ELSEVIER. 85 (2014) 343 – 353.
- Taher, S.A.; Fini, M. H.; Aliabadi, S. F. Fractional order PID controller design for LFC in electric power systems using imperialist competitive algorithm. Ain Shams Enginnering Journal, ELSEVIER, 2014; 5:121-135.
- Yuan, B.; Li, B.; Chen, H.; Yao, X. "A new evolutionary algorithm with structure mutation for the maximum balanced biclique problem," IEEE Trans. Cybern., vol. 45, no. 5, pp. 1040– 1053, 2015.
- Zamani, A.; Barakati, M.; Darmian, S. Y. Design of a fractional order PID controller using GBMO algorithm for load-frequency control with governor saturation consideration. ISA Transactions 64 (2016) 56-66. ELSEVIER.
- Kushida, J. I.; Hara, A.; Takahama, T. Rank-based differential evolution with multiple mutation strategies for large scale global optimization, 2015 IEEE Congr. Evol. Comput. CEC 2015 -Proc., no. 1, pp. 353–360, 2015.