

# CONTROLE DMC ADAPTATIVO APLICADO AO PROCESSO DE ESPESSAMENTO CONTÍNUO

SABRINA DE ALMEIDA FONTANA MAGALHÃES\*, THIAGO ANTONIO MELO EUZÉBIO†

\* *Universidade Federal de Ouro Preto / Instituto Tecnológico Vale  
Avenida Juscelino Kubitschek, 31  
Ouro Preto, Minas Gerais, Brasil*

† *Instituto Tecnológico Vale  
Avenida Juscelino Kubitschek, 31  
Ouro Preto, Minas Gerais, Brasil*

Emails: [sabrina.amfontana@yahoo.com](mailto:sabrina.amfontana@yahoo.com), [thiago.euzebio@itv.org](mailto:thiago.euzebio@itv.org)

**Abstract**— A thickening process produces continuously a high-density slurry on its underflow, and water free of solids on its overflow. This process is non-linear and it is exposed to disturbances from previous processes on its operations. The underflow has to be maintained at a certain concentration to maximize water and product recovery and also avoid operational problems. A linear DMC controller and an Adaptive DMC controller are developed to control the underflow solids concentration using the pump velocity as manipulated variable. The continuous thickening process is simulated on a dynamic simulation software, modeled with data from a real plant located at a Vale S.A plant in Itabira, Brazil. Simulated results show that the adaptive DMC controller performed better when tracking the setpoint at different operating points.

**Keywords**— Model Predictive Control, Dynamic Matrix Control, Thickener.

**Resumo**— O processo de espessamento produz continuamente uma polpa com alta densidade no seu *underflow* e água livre de sólidos no *overflow*. O processo é não linear e é exposto a distúrbios na sua operação devido à processos anteriores. A polpa deve ser mantida em uma determinada concentração a fim de maximizar a recuperação de água e produto e também evitar problemas operacionais. Um controlador DMC linear e um controlador DMC Adaptativo são desenvolvidos para controlar a concentração de sólidos do *underflow* ao alterar a velocidade da bomba na saída do espessador. O processo de espessamento contínuo é simulado em um software de simulação dinâmica, que inclui dados reais de um espessador localizado em uma planta da Vale S.A em Itabira, Brasil. Resultados simulados mostram que o controlador DMC adaptativo obteve um melhor desempenho ao rastrear o setpoint em diferentes pontos de operação.

**Palavras-chave**— Controle preditivo por modelo, Controle por Matriz Dinâmica, Espessador

## 1 Introdução

Grande parte das operações unitárias em processamento mineral usam água. Para separar o minério ou o rejeito da água, existem operações de separação sólido-líquido. Uma dessas operações é o espessamento. O objetivo é adensar a polpa alimentada e recuperar água de processo. A água separada da porção sólida da polpa constitui o *overflow*, e o sólido depositado no fundo do espessador constitui o *underflow*.

O bom funcionamento do sistema de controle de um espessador é importante, pois a polpa deve ser mantida em uma determinada concentração na saída do equipamento, para maximizar a recuperação de produto, evitar problemas no bombeamento do *underflow* e obter um líquido clarificado e livre de sólidos. Algumas variáveis de processo são: a concentração de sólidos no *underflow* e *overflow* e o nível da zona de compactação. As variáveis manipuladas são a vazão do *underflow* e a dosagem de floculante, as quais influenciam diretamente a velocidade de sedimentação dos sólidos. Essa alteração na velocidade de sedimentação modifica a densidade da polpa de forma não linear. Outras variáveis que são importantes e podem ser medidas, mas não controladas são a vazão e con-

centração da alimentação. Essa variáveis dependem de processos anteriores ao espessamento.

Com o objetivo de reduzir os sólidos presentes no *overflow* e evitar perturbações no processo devido às variações na concentração da polpa na entrada, alguns trabalhos em sistema de controle são reportados na literatura. Em Diehl (2008), um controlador não-linear é desenvolvido para um modelo de espessador. A proposta é controlar simultaneamente a concentração do *underflow* e o nível da zona de compactação. Essa solução requer computar dinamicamente o balanço de massa do processo. Também baseado no balanço de massa do espessadores, Xu et al. (2015) propôs uma estratégia de controle para a concentração de sólidos no *underflow* e para a dosagem de floculante, ajustando um set point ótimo para essas variáveis. Além disso, é desenvolvido um software de controle avançado do espessador, no qual pode-se alterar os parâmetros do modelo, ajustar a vazão e adicionar ou retirar variáveis de estado à estratégia de controle. Em Segovia et al. (2011) um controlador *fuzzy* com múltiplas entradas e uma saída é desenvolvido para controlar tanto o nível da zona de compactação quanto a concentração de sólidos no *underflow*, sendo a vazão do *underflow* a única variável manipulada. Chai et al.

(2014) propuseram um controle da concentração de sólidos no *underflow* combinando lógica *fuzzy*, raciocínio baseado em regras, controle chaveado e controle em cascata. O controle atua na mudança de setpoint da vazão do *underflow* de acordo com o valor da concentração do *underflow*. Magalhaes e Euzébio (2018) desenvolvem um controlador supervisor *fuzzy* que mantém a vazão e a concentração de sólidos do *underflow* dentro de uma faixa restrita de operação. Um controlador preditivo por modelo (MPC) é desenvolvido por Tan et al. (2015) e Tan et al. (2017). O objetivo é controlar a concentração de sólidos do *underflow*, levando em consideração restrições operacionais. O modelo é baseado na teoria de sedimentação-consolidação e representado por uma equação parcial diferencial. Um filtro de Kalman é utilizado para estimar a compressibilidade da polpa. Este parâmetro é essencial para o modelo, porém varia com o tempo e é difícil de medir com instrumentos.

Neste artigo, uma aplicação de controlador preditivo adaptativo por modelo em um espessador é proposta. O objetivo é controlar a concentração de sólidos no *underflow*. O controlador é composto por múltiplos controladores por matriz dinâmica (DMC) e sua saída é uma média ponderada da saída dos controladores lineares DMC. Dado que o processo é não linear, a abordagem utilizada tem a vantagem de manter um bom desempenho para diferentes pontos de operação e leva em consideração restrições operacionais.

Este trabalho é organizado da seguinte maneira: a seção 2 descreve o processo de espessamento contínuo; a seção 3 apresenta os fundamentos do controle por matriz dinâmica; a seção 4 apresenta a estratégia adaptativa. Na seção 5 são apresentados os resultados e discussões, e finalmente na seção 6, é apresentada a conclusão.

## 2 O processo de espessamento contínuo

Espessadores são grandes tanques formados por uma porção cilíndrica e uma cônica. Geralmente, o diâmetro de um espessador varia entre 2 m e 200 m (Napier-Munn e Wills, 2006). A polpa diluída entra no espessador por uma fonte de alimentação chamada de *feed-well*, que está localizado no centro e a aproximadamente um metro abaixo da superfície. Na Figura 1 é ilustrado um espessador típico.

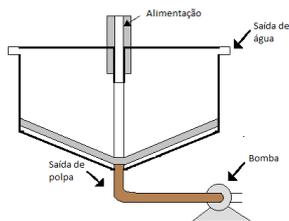


Figura 1: Estrutura de um espessador.

As duas principais funções do espessador são adensar a polpa alimentada e recuperar água de processo. O adensamento da polpa ocorre pelo processo de sedimentação dos sólidos. Nesse processo as partículas sólidas descem se depositando no fundo do espessador, e a água se move para o topo. O *overflow* sai por uma calha interna ou externa ao tanque e o *underflow* é retirado no fundo e no centro da porção cônica do espessador por uma bomba centrífuga. A sedimentação é afetada pela adição de flocculantes. O flocculante faz com que as partículas se aglomerem, resultando em uma maior velocidade de sedimentação. Essa velocidade interfere diretamente na densidade da polpa e na vazão do *underflow*.

Dentro do tanque existem braços rotativos, chamados de *rake*. O *rake* tem a função de arrastar o material adensado para a saída ao centro do espessador e promover o aumento da densidade do material. Além disso, ele ajuda a desprender bolhas de ar ou água presas no material espessado. É também usado para manter os sólidos em suspensão, a fim de evitar que estes se depositem no fundo, aterrando o espessador (Chaves, 2004).

Nesse artigo, o processo de espessamento contínuo é simulado dinamicamente. O simulador utilizado é o IDEAS, desenvolvido pela Andritz, mostrado na Figura 2. Os dados utilizados para o modelo do processo são os de um espessador localizado em uma planta da Vale S.A em Itabira, Minas Gerais. Os dados incluem a curva característica da bomba e as dimensões do espessador, bem como o histórico de dosagem de flocculante, vazão e concentração da polpa diluída.

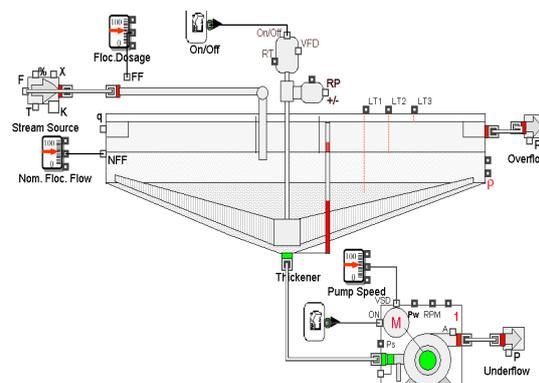


Figure 2: Software de simulação.

## 3 Controle por matriz dinâmica (DMC)

O DMC foi desenvolvido por Cutler e Ramaker (1980), funcionários da Shell Oil Co. O sucesso do DMC na indústria vem da capacidade de lidar com processos multivariáveis (Camacho e Alba, 2013). Além de ser capaz de controlar uma grande variedade de processos, a sua implementação para processos multivariáveis não apresenta dificuldades. Pode-se também adicionar explicita-

mente restrições nas variáveis manipuladas e controladas.

O DMC utiliza um modelo do processo para prever as saídas futuras, calcula uma sequência de ações de controle que minimizam uma função objetivo, aplica o primeiro valor da sequência de controle no processo, e então move a referência de tempo um passo a frente e repete todos os cálculos. Essa estratégia é conhecida como horizonte móvel.

O DMC usa o modelo de convolução do processo para obter as saídas do processo em instantes futuros

$$y(t) = \sum_{i=1}^{\infty} g_i \Delta u(t-i), \quad (1)$$

onde  $y(t)$  é a saída do processo,  $g_i$  é a resposta ao degrau, e  $\Delta u$  é a ação de controle aplicada ao processo. É assumido que o processo é estável e não tem integradores (Camacho e Alba, 2013). A predição ao longo do tempo será:

$$\begin{aligned} y(t+k|t) &= \sum_{i=1}^{\infty} g_i \Delta u(t+k-i) + d(t+k|t) \\ &= \sum_{i=1}^k g_i \Delta u(t+k-i) + \sum_{i=k+1}^{\infty} g_i \Delta u(t+k-i) \\ &\quad + d(t+k|t), \quad (2) \end{aligned}$$

onde  $k$  é o horizonte de predição.

Os distúrbios são considerados constantes, portanto:  $d(t+k|t) = d(t|t) = y_m(t) - y(t|t)$ . Então:

$$\begin{aligned} y(t+k|t) &= \sum_{i=1}^k g_i \Delta u(t+k-i) \\ &+ \sum_{i=k+1}^{\infty} g_i \Delta u(t+k-i) + y_m(t) - \sum_{i=1}^{\infty} g_i \Delta u(t-i) \\ &= \sum_{i=1}^k g_i \Delta u(t+k-i) + f(t+k), \quad (3) \end{aligned}$$

onde  $f(t+k)$  é a resposta livre do sistema, ou seja, a parte que não depende das ações de controle futuras, e é dada por:

$$f(t+k) = y_m(t) + \sum_{i=1}^{\infty} (g_{k+i} - g_i) \Delta u(t-i) \quad (4)$$

Para o caso do processo ser estável, os coeficientes  $g_i$  da resposta ao degrau são constantes após  $N$  períodos de amostragem, então  $g_{k+i} - g_i \approx 0$ . Logo, a resposta livre é:

$$f(t+k) = y_m(t) + \sum_{i=1}^N (g_{k+i} - g_i) \Delta u(t-i). \quad (5)$$

As predições podem ser computadas ao longo do horizonte de predição  $k = 1, \dots, p$ , considerando  $m$  ações de controle:

$$y(t+p|t) = \sum_{i=p-m+1}^p g_i \Delta u(t+p-i) + f(t+p). \quad (6)$$

A matriz dinâmica do sistema  $\mathbf{G}$  é definida como:

$$G = \begin{bmatrix} g_1 & 0 & \dots & 0 \\ g_2 & g_1 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ g_m & g_{m-1} & \dots & g_1 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ g_p & g_{p-1} & \dots & g_{p-m+1} \end{bmatrix}$$

O objetivo de um controlador DMC é guiar a saída do sistema o mais próximo possível do setpoint, selecionando as variáveis manipuladas para minimizar um objetivo quadrático que considera a minimização dos erros futuros e o esforço de controle, para a função de custo:

$$J = \sum_{j=1}^p [y(t+j|t) - w(t+j)]^2 + \sum_{j=1}^m \lambda [\Delta u(t+j-1)]^2, \quad (7)$$

onde  $w(t+j)$  é o setpoint e  $\lambda$  é um coeficiente que determina o esforço da ação de controle.

A solução analítica da função de custo é portanto:

$$\Delta u = (G^T G + \lambda I)^{-1} G^T (w - f), \quad (8)$$

apenas a primeira ação de controle calculada é aplicada ao sistema.

A função de custo em (8) pode ser minimizada sob as seguintes restrições:

$$u_{min} \leq u \leq u_{max}, \quad (9)$$

$$du_{min} \leq u(t) - u(t-1) \leq du_{max}, \quad (10)$$

$$y_{min} \leq y \leq y_{max}. \quad (11)$$

Nesse trabalho apenas a restrição na variável manipulada é considerada.

## 4 DMC Adaptativo

A estratégia adaptativa utilizada nesse artigo é aquela proposta por Dougherty e Cooper (2003) que combina múltiplos controladores lineares DMC. Cada controlador DMC linear é projetado para modelos de primeira ordem com tempo morto de acordo com o ponto de operação.

Neste artigo são combinados três controladores DMC. Porém essa estratégia pode combinar quantos controladores lineares forem necessários. O uso de três controladores é o mínimo necessário para controlar um processo não-linear. Cada controlador computa sua própria saída, que são então ponderadas e combinadas, resultando em uma ação de controle que é aplicada ao processo.

Para a implementação é necessário linearizar o processo em torno de três pontos de operação. Dois modelos devem descrever o processo nos extremos superior e inferior da faixa de operação esperada. Isso assegura que a não-linearidade do processo seja representada ao longo de toda a faixa de operação. O terceiro modelo deve representar o ponto localizado ao meio da faixa de operação. O ponto de operação é definido como um valor específico da variável de processo  $y_j$ , sendo  $j = 1, 2, 3$ , para os pontos de operação baixo, médio e alto respectivamente.

Após a indentificação dos pontos de operação e linearização do processo ao redor desses pontos, é realizado o projeto dos controladores lineares DMC. Cada controlador tem a sua própria saída, porém, a sinal aplicado ao processo  $u_{adapt}$  é uma média ponderada das ações de controle  $u_j$ .

$$u_{adapt} = \sum_{j=1}^3 x_j u_j, \quad (12)$$

onde  $x_j$  é um fator de peso das saídas dos controladores. Dado que  $y_{med}$  é a saída atual do processo, os fatores  $x_j$  são calculados da seguinte forma:

Se  $y_{med} \geq y_3$  então:

$$x_1 = 0; x_2 = 0; x_3 = 1. \quad (13)$$

Se  $y_2 < y_{med} < y_3$  então:

$$x_1 = 0; x_2 = 1 - x_3; x_3 = \frac{y_{med} - y_2}{y_3 - y_2}. \quad (14)$$

Se  $y_{med} = y_2$ , então:

$$x_1 = 0; x_2 = 1; x_3 = 0. \quad (15)$$

Se  $y_1 < y_{med} < y_2$  então:

$$x_1 = 1 - x_2; x_2 = \frac{y_{med} - y_1}{y_2 - y_1}; x_3 = 0. \quad (16)$$

Se  $y_{med} \leq y_1$  então:

$$x_1 = 1; x_2 = 0; x_3 = 0. \quad (17)$$

A Figura 3 mostra a estrutura de controle proposta.

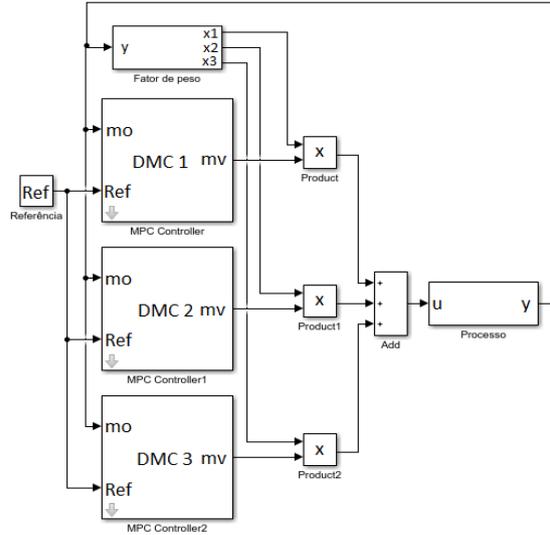


Figura 3: Estrutura de controle.

## 5 Resultados e discussões

Dois cenários para a avaliação da performance dos controladores são realizadas. No primeiro cenário é requerido o rastreamento do setpoint em diferentes pontos de operação. No segundo cenário o setpoint é fixo e os controladores são avaliados com a presença de distúrbios na entrada do processo. Os distúrbios são uma variação periódica em forma de uma onda quadrada. O processo é simulado no IDEAS, o controlador é simulado no MATLAB, e a comunicação entre as duas plataformas é feita por comunicação via OPC (*Object Linking and Embedding for Process Control* ou *Open Platform Communications*).

A performance dos controladores é avaliada por um índice de desempenho. O índice de desempenho utilizado nesse artigo é o IAE (Integral do Erro Absoluto), que é descrita por:

$$IAE = \int_0^T |e| dt, \quad (18)$$

onde  $T$  é o tempo total de simulação e  $e$  é o erro.

### 5.1 Implementação do controlador DMC linear

Para a implementação do controlador DMC linear, o ponto de operação escolhido é localizado em torno da concentração de sólidos de 58%. A função de transferência identificada nesse ponto de operação é:

$$G(s) = \frac{-0,87549}{10332s + 1} e^{-2s}. \quad (19)$$

Na tabela 1 são mostrados os parâmetros de sintonia do controlador linear.

Tabela 1: Parâmetros de sintonia DMC linear

Período de amostragem (s)	10
Horizonte de predição (s)	600
Horizonte de controle	10
$\lambda$	2,50

### 5.2 Implementação do controlador DMC adaptativo

Para a implementação do controlador DMC adaptativo, foram identificados três modelos em três pontos de operação. Os modelos são de primeira ordem com tempo morto:

$$G(s) = \frac{K_p}{\tau s + 1} e^{-\theta s}. \quad (20)$$

Na tabela 2 são mostrados os parâmetros para os três modelos identificados.

Tabela 2: Modelos identificados

	Baixo	Médio	Alto
Concentração (%)	51	55	58
$K_p$	-0,67	-0,75	-0,87
$\tau$	4.888,40	6.177,70	10.332
$\theta$	2	2	2

Na tabela 3 são mostrados os parâmetros do controlador DMC adaptativo.

Tabela 3: Parâmetros de sintonia DMC adaptativo

	Baixo	Médio	Alto
Concentração (%)	51	55	58
Período de amostragem	10	10	10
Horizonte de predição	200	325	600
Horizonte de controle	15	15	10
$\lambda$	1,30	1,80	2,50

### 5.3 Resultados

A Figura 4 mostra a resposta do sistema para ambos controladores. O primeiro objetivo de controle é o rastreamento de setpoint. O controlador DMC adaptativo mostrou-se capaz de rastrear o setpoint em todos os pontos de operação. Já o controlador DMC linear tem pior performance a medida que se afasta do ponto de operação para o qual foi realizada a sua sintonia. A máxima porcentagem de sobressinal para o controlador adaptativo foi de 0,4%. A máxima porcentagem de sobressinal para o controlador linear foi de 1,5%.

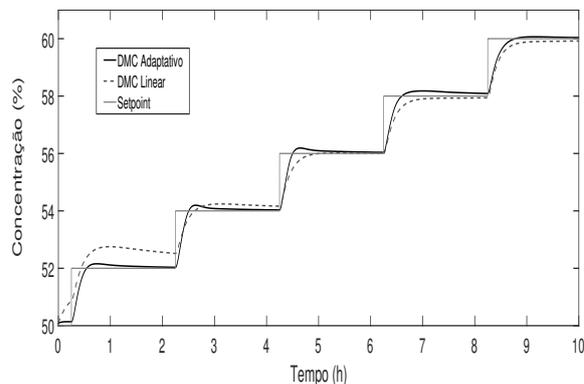


Figura 4: Resposta do sistema.

A variável manipulada não satura em seus limites de operação em nenhum dos dois controladores, como é mostrado na Figura 5.

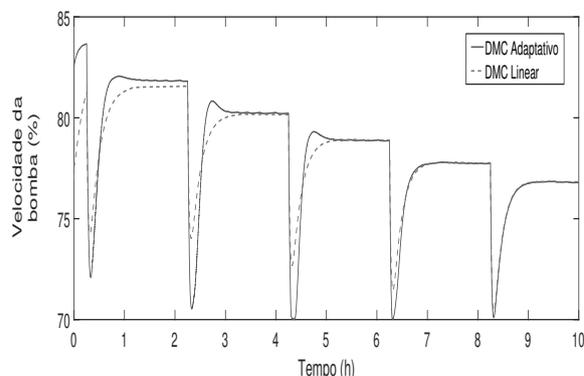


Figura 5: Variável manipulada.

A tabela 4 mostra os índices de desempenho dos controladores para o primeiro cenário. De acordo com esse índice, o controlador adaptativo obteve uma melhor performance.

Tabela 4: Índice de desempenho para o primeiro cenário

	Adaptativo	Linear	Diferença (%)
IAE	7.351,80	12.138	60,50

O segundo objetivo de controle é o rastreamento de um setpoint fixo com a aplicação de distúrbios na entrada do processo. Os distúrbios são caracterizados por variações contantes na vazão e na concentração de entrada, como é mostrado na Figura 6.

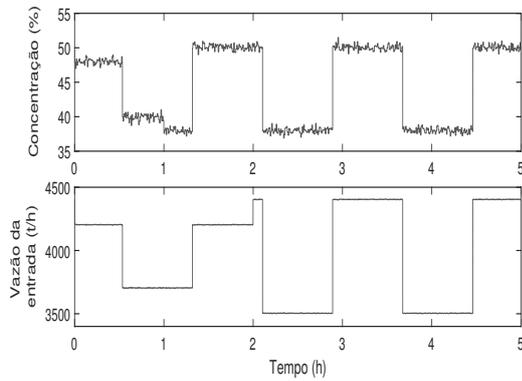


Figura 6: Distúrbios aplicados.

O valor máximo observado para a concentração usando o controlador adaptativo foi de 56,26% e o mínimo foi de 54,06%. Já para o controlador linear, a máxima concentração foi de 56,63%, e a mínima de 54,08%. A resposta dos dois controladores é oscilatória ao redor do setpoint especificado. A Figura 7 mostra a resposta quando é aplicado um distúrbio para ambos os controladores.

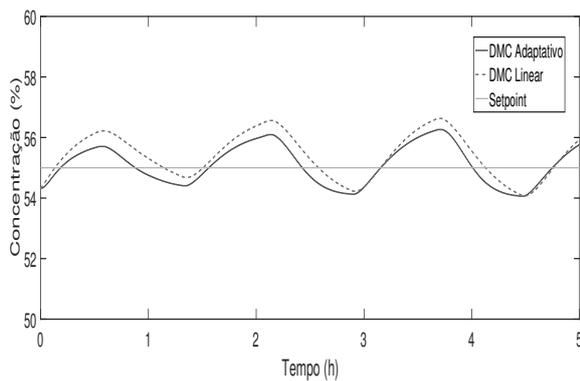


Figura 7: Resposta ao distúrbio.

A Figura 8 mostra a variável manipulada para ambos os controladores. Para esses distúrbios aplicados, a variável manipulada não satura em seus limites de operação.

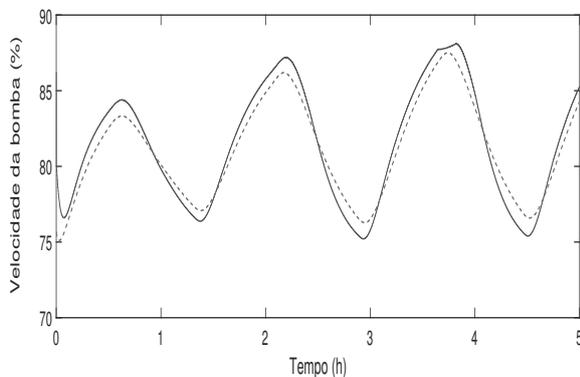


Figura 8: Variável manipulada para o segundo cenário

A tabela 5 mostra os índices de desempenho dos controladores para o segundo cenário. De acordo com o índice, o controlador adaptativo obteve uma melhor performance.

Tabela 5: Índice de desempenho para o segundo cenário

	Adaptativo	Linear	Diferença (%)
IAE	10.202	12.476	18,22

## 6 Conclusão

O desenvolvimento e implementação de um controlador DMC linear e um controlador DMC adaptativo foi apresentado nesse artigo. A performance dos controladores foi avaliada por meio de comparações e um índice de desempenho, o IAE (Integral do Erro Absoluto). Resultados mostraram que o controlador DMC adaptativo obteve uma melhor performance nos dois cenários simulados. O controlador adaptativo faz uma média ponderada da saída dos múltiplos controladores lineares para obter uma boa performance em todos os pontos de operação. O controlador DMC linear não foi capaz de obter uma boa performance em todos os pontos de operação. Quando distúrbios contínuos são aplicados na entrada do processo, a resposta do sistema para os dois controladores apresentou uma forma oscilatória ao redor do setpoint.

Com a aplicação do controlador desenvolvido, o processo foi capaz de seguir o valor correto da concentração, o que proporcionou uma maior eficiência para processo posteriores, como por exemplo a filtragem. Outro benefício é o de manter a operação da bombas entre o limite adequado.

Como trabalho futuro o controlador será aplicado na planta, e será adicionado ao controlador a vazão de floculante como variável manipulada.

## Agradecimentos

Os autores gostariam de agradecer o suporte da VALE, CAPES e FAPEMIG.

## Referências

- Camacho, E. F. e Alba, C. B. (2013). *Model predictive control*, Springer Science & Business Media.
- Chai, T., Li, H. e Wang, H. (2014). An intelligent switching control for the intervals of concentration and flow-rate of underflow slurry in a mixed separation thickener, *IFAC Proceedings Volumes* **47**(3): 338–345.

- Chaves, A. P. (2004). Teoria e prática do tratamento de minérios, vol. ii, desaguamento, espessamento e filtragem, *Brasil-São Paulo* .
- Cutler, C. R. e Ramaker, B. L. (1980). Dynamic matrix control?? a computer control algorithm, *joint automatic control conference*, number 17, p. 72.
- Diehl, S. (2008). A regulator for continuous sedimentation in ideal clarifier-thickener units, *Journal of Engineering Mathematics* **60**(3-4): 265-291.
- Dougherty, D. e Cooper, D. (2003). A practical multiple model adaptive strategy for single-loop mpc, *Control engineering practice* **11**(2): 141-159.
- Magalhaes, S. d. A. F. e Euzébio, T. A. M. (2018). Supervisory fuzzy controller for thickener underflow solids concentration on a simulated platform, *Proceedings of the 6th International Congress on Automation in Mining* .
- Napier-Munn, T. e Wills, B. A. (2006). *Wills' mineral processing technology: An introduction to the practical aspects of ore treatment and mineral recovery*, Elsevier.
- Segovia, J. P., Concha, F. e Sbarbaro, D. (2011). On the control of sludge level and underflow concentration in industrial thickeners, *IFAC Proceedings Volumes* **44**(1): 8571-8576.
- Tan, C. K., Bao, J. e Bickert, G. (2017). A study on model predictive control in paste thickeners with rake torque constraint, *Minerals Engineering* **105**: 52-62.
- Tan, C. K., Setiawan, R., Bao, J. e Bickert, G. (2015). Studies on parameter estimation and model predictive control of paste thickeners, *Journal of Process control* **28**: 1-8.
- Xu, N., Wang, X., Zhou, J., Wang, Q., Fang, W. e Peng, X. (2015). An intelligent control strategy for thickening process, *International Journal of Mineral Processing* **142**: 56-62.