CONTROLE FUZZY ADAPTATIVO INDIRETO DE SISTEMAS NÃO LINEARES

Maria Keliane Macêdo Monteiro*, Fernanda Silva Sousa*, Selmo Eduardo Rodrigues Júnior*, Edson Bruno Marques Costa*

*Avenida Newton Belo, S/N, Vila Maria, 65906-335
Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Maranhão
Imperatriz, Maranhão, Brasil

mkelianemacedo@gmail.com, fernandasousa3@hotmail.com, selmo.junior@ifma.edu.br, edson.costa@ifma.edu.br

Abstract— In this paper, a methodology for design of indirect adaptive *fuzzy* control for applications in non-linear systems with pure time delay is proposed. A dynamic *Takagi-Sugeno (TS) fuzzy* model structure is used to represent the system. A closed-loop recursive *fuzzy* identification method is used, where the antecedent parameters are kept fixed and the consequent parameters are estimated recursively. The estimation of the antecedent and initial conditions of the consequent of the *fuzzy TS* model are obtained considering the dynamics of the nonlinear system and validation through the use of the system characteristic curve (considering the static nonlinearity), and for this, the mathematical formulation of the static *fuzzy TS* model was developed and an optimization algorithm was used to optimize the static *fuzzy* model in relation to the real characteristic curve of the system. A direct tuning method using the *fuzzy* submodel parameters and the pure time delay was developed using the Parallel Distributed Compensation (PDC) strategy. Computational results of two controllers are presented for the adaptive *fuzzy* control of a thermal plant with pure delay of time, in order to illustrate the efficiency and applicability of the methodology.

Keywords— Adaptative Control, *Fuzzy* Control, RLS *Fuzzy*, Non-linear Systems, Industrial Process.

Resumo— Neste trabalho, é proposta uma metodologia para projeto de controle *fuzzy* adaptativo indireto para aplicações em sistemas não lineares com atraso puro de tempo. Uma estrutura de modelo *fuzzy Takagi-Sugeno* dinâmico é utilizada para representar o sistema. É utilizado um método de identificação *fuzzy* recursiva em malha fechada onde os parâmetros do antecedente são mantidos fixos e os parâmetros do consequente são estimados recursivamente. A estimação do antecedente e das condições iniciais do consequente do modelo *fuzzy TS* são obtidas considerando a dinâmica do sistema não linear e validação através da utilização da curva característica do sistema (considerando a não linearidade estática), e para isso, a formulação matemática do modelo *fuzzy TS* estático foi desenvolvida e um algoritmo de otimização foi utilizado para otimizar o modelo *fuzzy* estático em relação à curva característica real do sistema. Um método de sintonia direta, utilizando-se os parâmetros dos submodelos *fuzzy* e o atraso puro de tempo foi desenvolvido usando a estratégia de Compensação Distribuída Paralela (PDC). Resultados computacionais de dois controladores são apresentados para o controle *fuzzy* adaptativo de uma planta térmica com atraso puro de tempo, com o intuito de ilustrar a eficiência e aplicabilidade da metodologia abordada.

Palavras-chave— Controle Adaptativo, Controle *Fuzzy*, RLS *Fuzzy*, Sistemas Não Lineares, Processos Industriais.

1 Introdução

Controle *fuzzy* é uma das primeiras e mais bem-sucedidas aplicações de conjuntos *fuzzy* e teoria de sistemas, consolidando-se como uma abordagem eficiente para controle de sistemas não lineares, incertos e variantes com tempo, ganhando destaque tanto pela comunidade acadêmica, quanto pela comunidade industrial (Feng, 2006). Portanto, controle *fuzzy* é uma alternativa eficiente para problemas complexos em que as estratégias de controle convencionais apresentam limitações para manter o desempenho da malha de controle. Segundo Feng (2006), as abordagens de controle *fuzzy* podem ser classificadas em: controle *fuzzy* Mamdani, controle Proporcional-Integral-Derivativo (PID) *fuzzy*, controle neuro-*fuzzy*, controle *fuzzy* por modos deslizantes, controle *fuzzy* adaptativo e controle *fuzzy Takagi-Sugeno (TS)* baseado em modelo. Combinações dessas abordagens também podem ser verificadas, por exemplo, controle *fuzzy* Mandani pode ser adaptativo, controle PID *fuzzy* pode ser *Takagi-Sugeno*, controle *fuzzy Takagi-Sugeno* pode ser sintonizado por sistemas neuro-*fuzzy*, etc.

Neste trabalho foram combinadas três das abordagens de controle *fuzzy* apresentadas anteriormente: controle *fuzzy Takagi-Sugeno (TS)* baseado em modelo, controle PID *fuzzy* e controle *fuzzy* adaptativo. Tendo-se como principais objetivos o seguimento de trajetórias de referência, atendimento às especificações de projeto e baixo custo computacional.

2 Método de Identificação Recursiva *Fuzzy*

2.1 Modelo Fuzzy TS Estático e Dinâmico

Neste trabalho, a planta a ser controlada é descrita pelo seguinte modelo *fuzzy TS* dinâmico, onde foi apresentada inicialmente em Costa and Serra (2015b):

$$R^{(i)}: \; SE\ x_1\ é\ A_1^i\ E\ \ldots\ E\ x_\nu\ é\ A_\nu^i\ ENTÃO$$
$$G_P^i(z) = g^i \frac{b_0^i + b_1^i z^{-1} + \cdots + b_{n_u}^i z^{-n_u}}{1 + a_1^i z^{-1} + a_2^i z^{-2} + \cdots + a_{n_y}^i z^{-n_y}} z^{-\tau_d^i/T} \quad (1)$$

onde $R^{(i|^{i=1,2,\cdots,L})}$ denota a i-ésima regra, e L é o número total de regras. Na parte antecedente, as variáveis linguísticas x_j, $j = 1, 2 \cdots, \nu$, pertencem a um conjunto *fuzzy* A_j^i com um valor verdadeiro dado por uma função de pertinência $\mu_{A_j^i}(x_j) : R \to [0, 1]$. Cada variável linguística tem seu próprio universo de discurso $U_{x_1}, \cdots, U_{x_\nu}$, particionado por conjuntos *fuzzy* y representando seus termos linguísticos, respectivamente. A parte consequente da i-ésima regra de inferência é composta de funções de transferência discretas de n_y-ésima ordem, $G_P^i(z)$, em que τ_d^i é seu tempo de atraso puro, g^i é o ganho DC, $b_{1,2,\cdots,n_u}^i$ e $a_{1,2,\cdots,n_y}^i$ são os parâmetros do numerador e denominador, respectivamente.

Considerando $D^i = -\tau_d^i/T$, o consequente do modelo *fuzzy TS* dinâmico, dado na Eq. (1), pode ser representado pela seguinte equação de diferença ARX com a entrada $u(k)$ e a saída $y^i(k)$, em cada iteração k, dada por:

$$y^i(k) = \sum_{n=1}^{n_y} -a_n^i y^i(k-n) + g^i \sum_{n=0}^{n_u} b_n^i u(k - (n + D^i)) \quad (2)$$

A saída do modelo *fuzzy* dinâmico global *TS*, $\hat{y}(k)$, é dada por:

$$\begin{aligned} \hat{y}(k) = \; & \sum_{i=1}^{R} \mu^i(x) [\sum_{n=1}^{n_y} -a_n^i y^i(k-n) + \\ & + g^i \sum_{n=0}^{n_u} b_n^i u(k - (n + D^i))] \end{aligned} \quad (3)$$

onde $\mu^i(x)$ é a função de pertinência normalizada que satisfaz os seguintes critérios:

$$\begin{aligned} & \mu^i(x) = \frac{\zeta^i(x)}{\sum_{j=1}^{R} \zeta^j(x)}, \; \zeta^i(x) = \textstyle\prod_{j=1}^{n} A_j^i(x_j), \\ & \mu^i(x) \geq 0, \; \sum_{i=1}^{R} \mu^i(x) = 1, \end{aligned} \quad (4)$$

e $A_j^i(x_j)$ é o grau de pertinência de x_j no conjunto *fuzzy* A_j^i.

O modelo *fuzzy TS* estático é obtido considerando-se o modelo *fuzzy TS* dinâmico, dado na Eq. (3), no estado estacionário, ou seja, quando $k \to \infty$. Considerando a saída e a entrada do modelo *fuzzy*, em estado estacionário, dado por $\bar{y}$ e $\bar{u}$, respectivamente, o modelo *fuzzy TS* estático é dado por:

$$\bar{y} = \sum_{i=1}^{R} \mu^i \left[\sum_{n=1}^{n_y} -a_n^i \bar{y}^i + g^i \sum_{n=0}^{n_u} b_n^i \bar{u} \right] \quad (5)$$

A partir do comportamento de entrada e saída do submodelo, na i-ésima regra, o modelo *fuzzy TS* estático é dado por (Costa and Serra, 2015b):

$$\bar{y} = \sum_{i=1}^{R} \mu^i g^i \frac{\left(\sum_{n=0}^{n_u} b_n^i \right)}{\left(1 + \sum_{n=1}^{n_y} a_n^i \right)} \bar{u} \quad (6)$$

2.2 *Estimação dos parâmetros do antecedente*

Os parâmetros antecedentes do modelo *fuzzy TS* são estimados por agrupamentos *fuzzy*. Os algoritmos de agrupamentos *fuzzy* são usados para construir modelos *fuzzy* a partir de dados experimentais (Costa and Serra, 2015a). Entre os algoritmos mais populares estão os seguintes: *Fuzzy C-Means* (FCM), *Gustafson-Kessel* (GK) e *Fuzzy Maximum Likelihood* (FLME) (Jain and Dubes, 1988). Neste artigo, o algoritmo de agrupamento FCM é usado. Os passos para implementação do algoritmo FCM descrito em Bezdek et al. (1984) são os seguintes:

Algoritmo *Fuzzy C-Means*:

Passo 1. Para o conjunto de dados $X = \{x_1, ..., x_n\}$, $x_i \in R^P$, determinando $c \in \{2, 3, ..., n-1\}$, m $(1, \infty)$ e inicializar $U^{(O)} \in M_{fc}$.

Passo 2. Na iteração l, $l = 0, 1, 2, ...$, calcule os vetores c means

$$v_i^l = \frac{\sum_{k=1}^{n} \left(\mu_{ik}^l \right)^m x_k}{\sum_{k=1}^{n} \left(\mu_{ik}^l \right)^m}, 1 \leq i \leq c. \quad (7)$$

Passo 3. Atualize $U^{(l)} = [\mu_{ik}^{(l)}]$ para $U^{(l+1)} = [\mu_{ik}^{(l+1)}]$ usando

$$\begin{aligned} & D_{ikA}^2 = \left(z_k - v_i^{(l)} \right)^{\mathrm{T}} A \left(z_k - v_i^{(l)} \right), \\ & 1 \leq i \leq c, 1 \leq k \leq N \end{aligned} \quad (8)$$

$$\mu_i^l = \frac{1}{\sum_{j=1}^{c} \left(D_{ikA}/D_{jkA} \right)^{2/m-1}}, \quad (9)$$

Passo 4. Se $|U^{(l+1)} - U^{(l)}| < \epsilon$, pare; caso contrário, ajuste $l = l + 1$ e retorne ao **Passo 2.**

2.3 *Estimação recursiva dos parâmetros do consequente*

A estimação de parâmetros pelo método dos mínimos quadrados recursivos se baseia no princípio de que os parâmetros desconhecidos de um modelo matemático devem ser escolhidos de tal maneira, que a soma dos quadrados das diferenças entre os valores observados e os valores calculados, multiplicado por números que medem o grau de precisão, seja mínimo (Åström and Wittenmark, 2008). Os parâmetros da saída do modelo *fuzzy TS*, podem ser estimados pelo método dos mínimos quadrados recursivo. A saída do modelo *fuzzy TS*, definido na Eq. (3), pode ser representada na seguinte forma matricial:

$$\begin{bmatrix} y(1) \\ y(2) \\ y(3) \\ \vdots \\ y(N) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mu^i(1) & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \mu^i(2) & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & \mu^i(3) & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & 0 & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & \mu^i(N) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} -y(0) & \cdots & -y(1-n_y) & u(1) & \cdots & u(1-n_u) \\ -y(1) & \cdots & -y(2-n_y) & u(2) & \cdots & u(2-n_u) \\ -y(2) & \cdots & -y(3-n_y) & u(3) & \cdots & u(3-n_u) \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ -y(N-1) & \cdots & -y(N-n_y) & u(N) & \cdots & u(N-n_u) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} a_1^i \\ \vdots \\ a_{n_y}^i \\ b_0^i \\ \vdots \\ b_{n_u}^i \end{bmatrix} \tag{10}$$

$$Y = M^i \Phi \hat{\theta}^i \tag{11}$$

onde, Y é o vetor de saída do sistema dinâmico, Φ é a matriz de regressão, M^i é a matriz de ponderação diagonal da i-ésima regra e $\hat{\theta}^i$ é o vetor de parâmetros dos submodelos. No sentido de mínimos quadrados, o vetor de parâmetros pode ser obtido em batelada, como a seguir:

$$\hat{\theta}^i = \left[\Phi^{\mathrm{T}} M^i \Phi\right]^{-1} \Phi^{\mathrm{T}} M^i Y \tag{12}$$

A formulação acima diz respeito à estimação local dos parâmetros do consequente, onde são estimados os parâmetros de cada submodelo separadamente. Uma outra abordagem corresponde à estimação dos parâmetros de todos os submodelos de uma única vez, é chamada de estimação global dos parâmetros do consequente.

A solução da Eq. (12) para o problema dos mínimos quadrados será reescrita de forma recursiva como

$$\hat{\theta}^i(k) = \left[\sum_{n=1}^{k} \mu^i(n)\varphi(n)\varphi^{\mathrm{T}}(n)\right]^{-1} \sum_{n=1}^{k} \mu^i(n)\varphi(n)y(n) \tag{13}$$

onde $P^i(k) = \left[\sum_{n=1}^{k} \mu^i(n)\varphi(n)\varphi^{\mathrm{T}}(n)\right]^{-1}$.

Então, é obtido

$$[P^i(k)]^{-1} = [P^i(k-1)]^{-1} + \varphi(k)\mu^i(k)\varphi^{\mathrm{T}}(k) \tag{14}$$

O estimador de mínimos quadrados $\hat{\theta}^i(k)$, (13), pode ser escrito da seguinte maneira:

$$\hat{\theta}^i(k) = P^i(k)\left[\sum_{n=1}^{k-1} \mu^i(n)\varphi(n)y(n) + \mu^i(k)\varphi(k)y(k)\right] \tag{15}$$

Multiplicando a Eq. (13) pela expressão $\left[\sum_{n=1}^{k} \mu^i(n)\varphi(n)\varphi^{\mathrm{T}}(n)\right]$, e escrevendo o resultado no tempo $k-1$, tem-se

$$\left[\sum_{n=1}^{k-1} \mu^i(n)\varphi(n)\varphi^{\mathrm{T}}(n)\right]\hat{\theta}^i(k-1) = \sum_{n=1}^{k-1} \mu^i(n)\varphi(n)y(n) \tag{16}$$

O lado esquerdo da Eq. (16) pode ser representado em forma compacta como $[P^i(k-1)]^{-1}\hat{\theta}^i(k-1)$. Substituindo este resultado pela (15), obtém-se

$$\begin{aligned}\hat{\theta}^i(k) = P^i(k)\{[P^i(k-1)]^{-1}\hat{\theta}^i(k-1) \\ + \mu^i(k)\varphi(k)y(k)\}\end{aligned} \tag{17}$$

Nas Eqs. (14) e (17), tem-se

$$\hat{\theta}^i(k) = \hat{\theta}^i(k-1) + \mu^i(k)K^i(k)\xi^i(k) \tag{18}$$

onde

$$K^i(k) = P^i(k)\varphi(k) \tag{19}$$

$$\xi^i(k) = y(k) - \varphi^{\mathrm{T}}(k)\hat{\theta}^i(k-1) \tag{20}$$

A matriz de covariância, $P^i(k)$, é calculada aplicando o lema da inversão da matriz na (14), e

$$\begin{aligned}P^i(k) = P^i(k-1) - P^i(k-1)\mu^i(k)\varphi(k)[\varphi^{\mathrm{T}}(k) \\ P^i(k-1)\mu^i(k)\varphi(k) + I]^{-1}\varphi^{\mathrm{T}}(k)P^i(k-1)\end{aligned} \tag{21}$$

Isso implica que

$$\begin{aligned}K^i(k) = P^i(k-1)\varphi(k)\varphi^{\mathrm{T}}(k)P^i(k-1) \\ \mu^i(k)\varphi(k) + I)^{-1}\end{aligned} \tag{22}$$

e

$$P^i(k) = P^i(k-1) - \mu^i(k)K^i(k)\varphi^{\mathrm{T}}(k)P^i(k-1). \tag{23}$$

Portanto, os mínimos quadrados recursivos são dados pelas Eqs. (18), (22) e (23). Considerando o fator de esquecimento λ^i para a $i-$ésima regra, variando entre $0 < \lambda \leq 1$, o algoritmo de estimação recursiva dos parâmetros consequentes do modelo *fuzzy TS* dinâmico é dado por:

$$\begin{aligned}
\xi^i(k) &= y(k) - \varphi^{\mathrm{T}}(k)\theta(k-1) \\
K^i(k) &= P^i(k-1)\varphi(k)(\varphi^{\mathrm{T}}(k)P^i(k-1)) \\
\theta^i(k) &= \theta^i(k-1) + \mu^i(k)K^i(k)\xi^i(k) \\
P^i(k) &= \frac{1}{\lambda}(P^i(k-1) - \mu^i(k)K^i(k)\varphi^{\mathrm{T}}(k)P^i(k-1))
\end{aligned} \tag{24}$$

Na prática, a formulação de mínimos quadrados é drasticamente influenciada por variações grandes no erro, visto que os erros são elevados ao quadrado no critério. Para resolver este problema, os estimadores podem ser substituídos pela equação (Costa and Serra, 2017):

$$\hat{\theta}^i(k) = \hat{\theta}^i(k-1) + \gamma^i(k)K^i(k)f(\xi^i(k)) \tag{25}$$

onde

$$f(\xi^i(k)) = \frac{\xi^i(k)}{1 + a\,|\xi^i(k)|} \tag{26}$$

Nesta formulação, a função $f(\xi^i(k))$ é linear para valores pequenos de $\xi^i(k)$, mas aumenta lentamente para valores grandes de $\xi^i(k)$. Em outras palavras, os efeitos da função é diminuir as consequências de erros grandes. Portanto, os estimadores são mais robustos à variações bruscas.

3 Controlador PID adaptativo *fuzzy*

O controlador PID *fuzzy TS* tem sua estrutura definida utilizando a estratégia PDC proposta por Wang et al. (1995), onde o controlador e o modelo *fuzzy TS* compartilham o mesmo antecedente, e o consequente do controlador é definido por funções de transferência discreta. Nesta seção serão apresentados dois controladores explícitos self-tuining que foram utilizados nesse artigo. Nesses controladores, $e(k)$ representa o erro de controle que é dado por $e(k) = r(k) - y(k)$.

3.1 Controlador PID Bányász e Keviczky

Este controlador foi proposto por Bányász e Keviczky nas referências Bányász and Keviczky (1982), Bányász et al. (1985), Bányász and Keviczky (1988) e Bányász and Keviczky (1993). Esta formulação foi adaptada para o contexto *fuzzy* no presente trabalho. Seja $n_u = n_y = 2$, $\theta^i = \left[\widehat{a}_1^i, \widehat{a}_2^i, \widehat{b}_0^i, \widehat{b}_1^i\right]^{\mathrm{T}}$,$\Phi(k-1) = \left[-y\left(k-1\right), -y\left(k-2\right), u\left(k-d\right), u\left(k-d-1\right)\right]^{\mathrm{T}}$, onde d é conhecido, então a lei de controle para cada subcontrolador *fuzzy* é dada por:

$$u^i(k) = q_0^i e(k) + q_1^i e(k-1) + q_2^i e(k-2) + u^i(k-1) \tag{27}$$

Os parâmetros estimados do submodelo são usados para calcular os parâmetros do subcontrolador de acordo com a relação

$$\gamma^i = b_1^i / b_0^i \tag{28}$$

$$q_0^i = \frac{k_I^i}{b_0^i} \tag{29}$$

$$q_1^i = q_0^i a_1^i = \frac{k_I^i}{b_0^i} a_1^i \tag{30}$$

$$q_2^i = q_0^i a_2^i = \frac{k_I^i}{b_0^i} a_2^i \tag{31}$$

onde

$$k_I^i = \frac{1}{2d-1} \; para \; \gamma^i = 0 \tag{32}$$

$$k_I^i = \frac{1}{2d(1+\gamma^i)(1-\gamma^i)} \; para \; \gamma^i > 0. \tag{33}$$

3.2 Controlador PID Dahlin

O algoritmo deste controlador, foi proposto por Corripio and Tomkins (1981), onde usa a função de transferência definida na Eq. (1) com $n_u = 1$ e $n_y = 2$, sendo os parâmetros estimados da planta definidos como $\theta^i = \left[\widehat{a}_1^i, \widehat{a}_2^i, \widehat{b}_1^i\right]^T$, o vetor de regressão definido como $\Phi(k-1) = \left[-y\left(k-1\right), -y\left(k-2\right), u\left(k-1\right)\right]^T$,e a sua lei de controle é dada por

$$u^i(k) = K_P^i\{e(k) - e(k-1) + \tfrac{T0^i}{TI^i}e(k) + \tfrac{TD^i}{T_0^i}[e(k) - 2e(k-1) + e(k-2)] + u^i(k)(k-1) \tag{34}$$

O intervalo de amostragem é representado por T_0, K_P^i é o ganho proporcional, T_I^i a constante de tempo integral e T_D^i a constante de tempo derivada, que dependem dos parâmetros do submodelo da seguinte forma:

$$K_P^i = \frac{-\left(\widehat{a}_1^i + 2\widehat{a}_2^i\right)Q^i}{\widehat{b}_1^i} \tag{35}$$

$$T_I^i = \frac{-T_0^i}{\frac{1}{\widehat{a}_1^i + 2\widehat{a}_2^i} + 1 + \frac{T_D^i}{T_0^i}} \tag{36}$$

$$T_D^i = \frac{T_0^i \widehat{a}_2^i Q^i}{K_p^i \widehat{b}_1^i} \tag{37}$$

A variável Q^i na Eq. (37) é definida pela relação $Q^i = 1 - e^{\frac{-T_0^i}{B}}$, onde B é conhecido como o fator de ajuste que caracteriza a constante de tempo dominante da função de transferência de acordo com as mudanças feitas na saída do processo em malha fechada. Quanto menor o valor de B, mais rápida é a resposta de controle em malha fechada.

4 Resultados

4.1 Inicialização do Controle PID Fuzzy Adaptativo

Para superar a sensibilidade à inicialização do algoritmo WRLS, as condições iniciais para a modelagem *fuzzy TS* recursiva são obtidas pelo algoritmo de mínimos quadrados através de uma formulação em batelada e otimizadas via PSO, e as condições iniciais do controlador PID *fuzzy* são obtidas a partir do Modelo *fuzzy TS*.

4.2 Condição inicial dos parâmetros do modelo

A planta térmica é descrita pela seguinte estrutura do modelo *fuzzy TS*, conforme descrito na Eq. (1):

$$\begin{aligned} &R^1 : \ SE\ Temperatura \ \ é\ A^1\ ENT\tilde{A}O \\ &G_P^1(z) = g^1 \frac{b_0^1 z + b_1^1}{z^2 - a_1^1 z - a_2^1} z^{-\tau_d^1/T} \\ &R^2 : \ SE\ Temperatura\ é\ A^2\ ENT\tilde{A}O \\ &G_P^2(z) = g^2 \frac{b_0^2 z + b_1^2}{z^2 - a_1^2 z - a_2^2} z^{-\tau_d^2/T} \end{aligned} \tag{38}$$

onde, A^1 e A^2 são representados pelas funções de pertinência Z-shaped e S-shaped, respectivamente, ou seja:

$$A^1 = \begin{cases} 1, & y \le p_1 \\ 1 - 2\left(\frac{y-p_1}{p_2-p_1}\right)^2, & p_1 \le y \le \frac{p_1+p_2}{2} \\ 2\left(\frac{y-p_2}{p_2-p_1}\right)^2, & \frac{p_1+p_2}{2} \le y \le p_2 \\ 0, & y \ge p_2 \end{cases} \tag{39}$$

e

$$A^2 = \begin{cases} 0, & y \ge p_1 \\ 2\left(\frac{y-p_1}{p_2-p_1}\right)^2, & p_1 \le y \le \frac{p_1+p_2}{2} \\ 1 - 2\left(\frac{y-p_2}{p_2-p_1}\right)^2, & \frac{p_1+p_2}{2} \le y \le p_2 \\ 1, & y \ge p_2 \end{cases} \tag{40}$$

O sinal de entrada (tensão RMS, em Volts) e a resposta de saída (Temperatura, em graus Celsius) obtidos da planta térmica, são mostrados na Fig. 1.

As funções antecedentes do modelo *fuzzy TS* dinâmico, dadas nas Eqs. (39) e (40), foram obtidas pelo algoritmo FCM e otimizadas pelo algoritmo PSO com base na curva característica. A comparação entre as funções de pertinência identificadas e otimizadas são mostradas na Fig. 2.

O atraso puro de tempo foi estimado através de função de correlação cruzada entre os sinais de entrada e saída da planta térmica, resultando em um atraso puro de tempo de $\tau_d = 2$ segundos, com período de amostragem $T = 1s$.

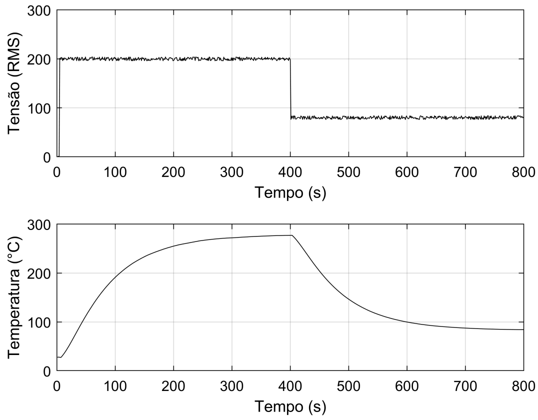

Figura 1: Dados experimentais de entrada/saída da planta térmica. (a) A tensão (RMS) é o sinal de entrada da planta e (b) a temperatura (graus Celsius) é a resposta de saída.

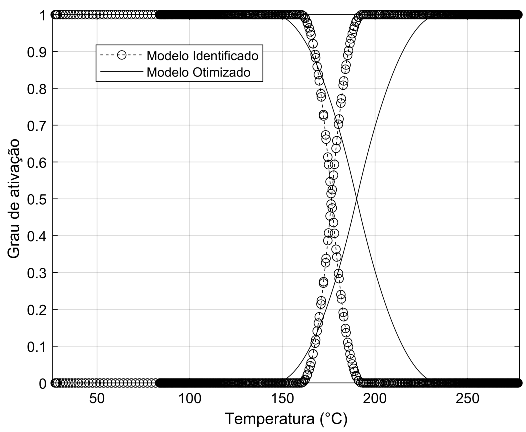

Figura 2: Funções de pertinência estimadas pelo algoritmo FCM (gráfico com o marcador em círculos) e as funções de pertinência otimizadas pelo PSO com base na curva característica (gráfico em linha sólida).

O modelo *fuzzy TS* identificado foi submetido ao processo de otimização por PSO para melhorar as funções de pertinência do antecedente e os ganhos DC dos submodelos do consequente, objetivando minimizar o erro quadrático médio (MSE, do inglês *Mean Squared Error*) entre a curva característica da planta real e do modelo *fuzzy TS*. A função objetivo a ser minimizada é dada por:

$$e = \frac{1}{Q} \sum_{k=1}^{Q} \left(y_{real}(k) - y_{model}(k) \right)^2 \tag{41}$$

onde Q ($Q = 20$) é o número de pontos da curva característica, y_{real} e y_{model} são as saídas real da planta térmica e do modelo *fuzzy* em regime permanente, respectivamente. Os valores especificados dos parâmetros do algoritmo PSO foram:

$N_p = 30$ (número total de partículas no enxame), $N = 20$ (Número de iterações), $c_1 = 1.5$ (coeficiente cognitivo de aceleração), $c_2 = 1.5$ (coeficiente social de aceleração), $w = 0.5$ (peso de inércia). A curva característica da planta térmica, do modelo *fuzzy TS* identificado pelo algoritmo FCM e do modelo *fuzzy* otimizado pelo algoritmo PSO são mostrados na Fig. 3. O custo da melhor partícula global em cada iteração, dado pela Eq. (41), do processo de otimização, é mostrado na Fig. 4.

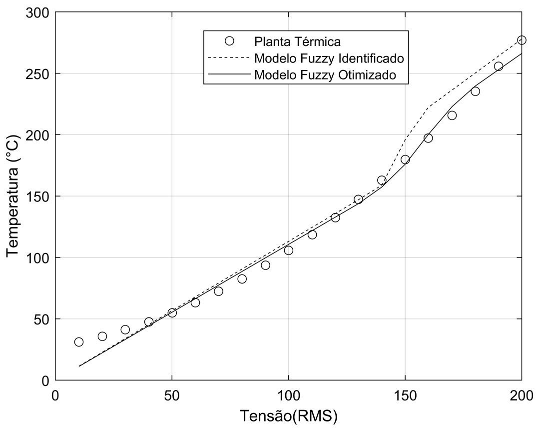

Figura 3: Curva característica: experimental da planta térmica (gráfico com o marcador em círculos), modelo *fuzzy TS* identificado via *fuzzy C-Means* (gráfico tracejado) e modelo *fuzzy TS* otimizado (gráfico em linha sólida).

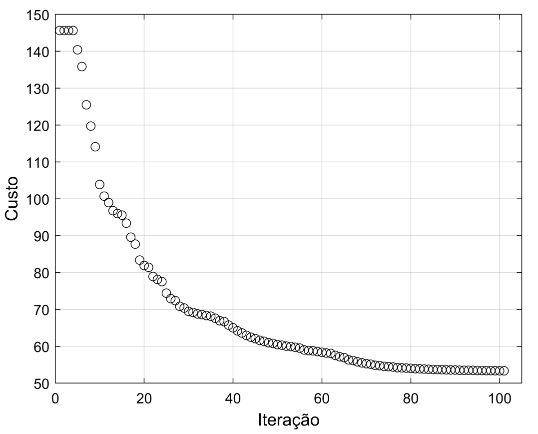

Figura 4: Custo da melhor partícula em cada iteração no processo de otimização do modelo *fuzzy* via curva característica.

4.3 Implementação do Controlador Adaptativo Fuzzy

O controlador PID *fuzzy TS*, utilizando a estratégia PDC, é dado por:

$$\begin{aligned} &R^1 : \; SE\; Temperatura \;\; é \; A^1 \; ENTÃO \\ &G_C^1(z) = \frac{q_0^1 + q_1^1 z^{-1} + q_2^1 z^{-2}}{1 - z^{-1}} \end{aligned} \tag{42}$$

$$\begin{aligned} &R^2 : \; SE\; Temperatura \; é \; A^2 \; ENTÃO \\ &G_C^2\,(z) = \frac{q_0^2 + q_1^2 z^{-1} + q_2^2 z^{-2}}{1 - z^{-1}} \end{aligned} \tag{43}$$

As funções de pertinência do antecedente do controlador *fuzzy TS* são as mesmas funções de pertinência do antecedente do modelo *fuzzy TS*, apresentadas na seção 4.2. O modelo *fuzzy TS*, $G_p^1(z)$ e $G_p^2(z)$, dados na Eq. (38) , é identificado usando dados de entrada e saída, obtidos a partir da planta térmica. Os parâmetros do antecedente dos modelos *fuzzy*, A^1 e A^2, são mantidos fixos, enquanto que os parâmetros do consequente de cada submodelo *fuzzy* são estimados via método dos mínimos quadrados recursivos, como descrito na Seção 2.3. Os parâmetros definidos para o algoritmo *fuzzy* via método dos mínimos quadrados recursivos são: fator de esquecimento $\lambda_1 = \lambda_2 = 0.997$, matriz de covariância $P^1(0) = P^2(0) = 10^{-3}\mathrm{I}_4$. Os resultados para estimação recursiva dos parâmetros do modelo *fuzzy TS* da planta térmica, são mostrados na Fig. 5.

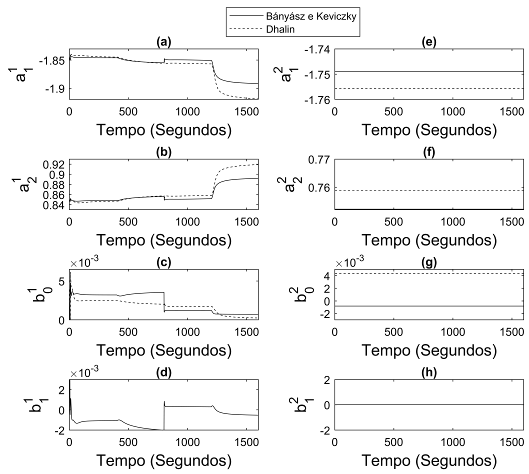

Figura 5: Estimação paramétrica recursiva: (a)-(d) parâmetros do consequente do primeiro submodelo, (e)-(h) parâmetros do consequente do segundo submodelo.

Os parâmetros dos controladores obtidos a partir dos parâmetros do modelo estimados via método dos mínimos quadrados recursivos são mostrados na Fig. 6. Pode ser observado, segundo as variações nos parâmetros da planta, conforme mostrado na Fig. 5, que os parâmetros correspondentes dos controladores foram satisfatoriamente estimados.

Os parâmetros do modelo *fuzzy* estimados para o controlador Bányász

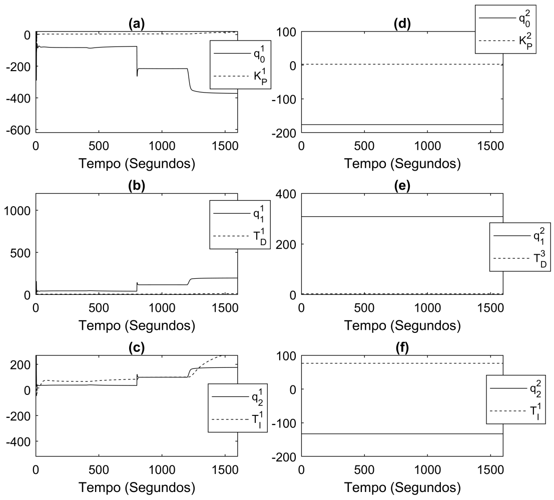

Figura 6: Estimação recursiva dos parâmetros do controlador PID *fuzzy*: (a)-(c) parâmetros do consequente do primeiro submodelo, (d)-(f) parâmetros do consequente do segundo submodelo.

e Keviczky no último instante foram: $\hat{\theta}^1(1200) = [-1.8382\ \ 0.8397\ \ 0.0011\ \ 0.0005]$, $\hat{\theta}^2(1200) = [-1.7528\ \ 0.7560\ \ -0.0006\ \ 0.0050]$. Os parâmetros dos subcontroladores no instante final foram: $q_0^1(1200) = -265.1992$, $q_1^1(1200) = 143.3791$, $q_2^1(1200) = 121.9953$, $q_0^2(1200) = -204.7952$, $q_1^2(1200) = 359.8103$, $q_2^2(1200) = -155.6506$. E os parâmetros do modelo *fuzzy* estimados para o controlador Dahlin e Keviczky no último instante foram: $\hat{\theta}^1(1200) = [-1.9194\ \ 0.9197\ \ 0.003]$, $\hat{\theta}^2(1200) = [-1.7503\ \ 0.7535\ \ 0.0044]$. Os parâmetros dos subcontroladores no instante final foram: $K_P^1(1200) = 3.9245$, $T_D^1(1200) = 6.0808$, $T_I^1(1200) = 99.4350$, $K_P^2(1200) = 2.6768$, $T_D^2(1200) = 3.0965$, $T_I^2(1200) = 76.3769$.

A resposta da planta térmica (Temperatura em grau Celsius) e a ação de controle (Tensão RMS em Volts) são mostradas nas Figs. 7 e 8. O sinal de referência inicial para temperatura foi $100°C$ e uma mudança para $80°C$ foi aplicada em 800 segundos. Uma mudança no ganho da planta de 1 para 1,2 foi considerada no instante de 400 segundos e de 1,2 para 0,8 foi considerada no instante de 1200 segundos. Como pode ser observado, a metodologia de controle proposta por Dahlin apresenta um overshoot inicial de 23,2%, enquanto que a metodologia proposta por Bányász e Keviczky não apresenta overshoot, apresentando, portanto, melhor desempenho de controle no domínio do tempo e garantindo especificações de margens de ganho e fase, representado pela melhor adaptação e robustez às pertubações aplicadas.

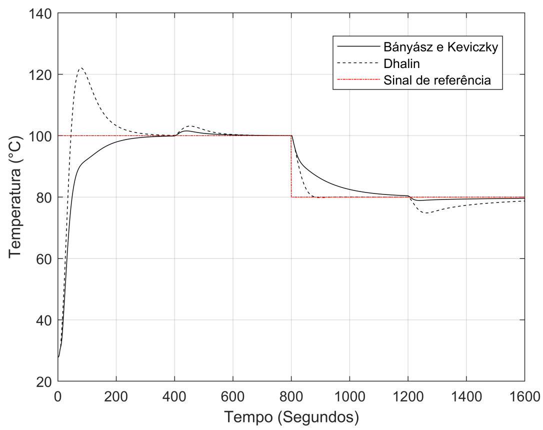

Figura 7: Resposta temporal do sistema de controle PID *fuzzy* adaptativo.

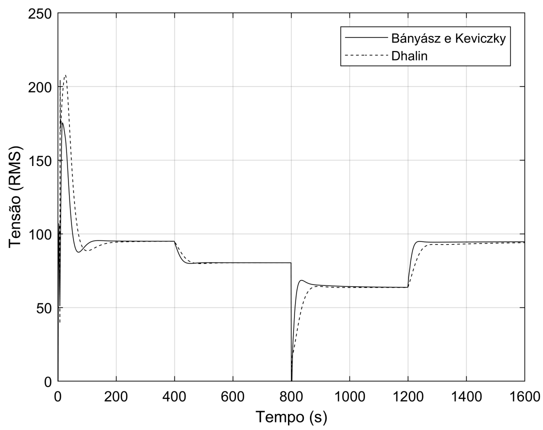

Figura 8: Ação de controle do controlador PID *fuzzy* adaptativo.

5 Conclusões

Neste trabalho, é proposta uma metodologia para projeto de controle PID adaptativo *fuzzy* para aplicações em sistemas não lineares com atraso puro de tempo. Uma formulação para identificação *fuzzy* recursiva foi apresentada, onde os parâmetros do antecedente são mantidos fixos e os parâmetros do consequente são estimados em tempo real em malha fechada. A estimação do antecedente e das condições iniciais do consequente do modelo *fuzzy TS* foi desenvolvida considerando a dinâmica do sistema não linear, porém foi proposta a validação do mesmo levando-se também em consideração a não linearidade estática através da utilização da curva característica do sistema, e para isso, a formulação matemática do modelo *fuzzy TS* estático foi desenvolvida; um algoritmo de otimização PSO foi utilizado para otimizar o modelo *fuzzy* estático em relação à curva característica real do sistema. Um método de sintonia direta, utilizando-se os parâmetros dos submodelos *fuzzy* e o atraso puro de tempo, foi apresentado e possui a vantagem de ser um método fácil de ser implementado, com baixo custo computacional e com critérios de margens de ganho e fase em sua formulação. A metodologia de controle proposta por Bányász e Keviczky obteve um melhor rastreamento da trajetória de referência para controle adaptativo *fuzzy* de uma planta térmica não linear com atraso puro de tempo diante de perturbações e ambiente ruidoso.

A partir dos resultados obtidos neste trabalho, assim como os recentes desafios no campo de controle adaptativo *fuzzy*, para continuar esta pesquisa, podem ser consideradas as seguintes propostas de trabalho futuro:

- Desenvolvimento de um método para estimação recursiva do antecedente com base na curva dinâmica e estática do sistema não linear;
- Desenvolvimento e teste de outros métodos de sintonia de controladores *fuzzy*;
- Desenvolvimento da estratégia de controle no contexto de controle plug-and-play e networked control;
- Aplicação em outros sistemas industriais ou benchmarks existentes na literatura;
- Desenvolvimento de um sistema embarcado (de um produto) contendo a metodologia de controle adaptativo *fuzzy* proposta para controle por aprendizagem autônoma de processos industriais.

Agradecimentos

Os autores agradecem a FAPEMA pelo fomento a este trabalho pelos Projetos Universal-01298/17 e BIC-04612/17. Os autores também gostariam de agradecer ao Professor Luís Miguel Magalhães Torres pela importante contribuição neste trabalho.

Referências

Åström, K. and Wittenmark, B. (2008). *Adaptive Control: Second Edition*, Dover Books on Electrical Engineering, Dover Publications.

Bezdek, J. C., Ehrlich, R. and Full, W. (1984). Fcm: The fuzzy c-means clustering algorithm, *Computers & Geosciences* **10**(2): 191–203.

Bányász, C., Hetthessy, J. and Keviczky, L. (1985). An adaptive pid regulator dedicated for microprocessor based compact controllers, *Proc. of the 7th IFAC Symposium on Identification and System Parameter Estimation* pp. 1299–1304.

Bányász, C. and Keviczky, L. (1982). Direct methods for self-tuning pid controllers, *Proc. of the 6th IFAC Symposium on Identification and System Parameter Estimation* pp. 1249–1254.

Bányász, C. and Keviczky, L. (1988). A completely adaptive pid regulator, *Proc. of the 8th IFAC Symposium on Identification and System Parameter Estimation* pp. 91–97.

Bányász, C. and Keviczky, L. (1993). Design of adaptive pid regulators based on recursive estimation of the process parameters, *Journal of Process Control* **3**: 53–59.

Corripio, A. B. and Tomkins, P. M. (1981). Industrial application of self-tuning feedback control algorithm, *ISA Transactions* **20**: 3–10.

Costa, E. and Serra, G. (2015a). Optimal recursive fuzzy model identification approach based on particle swarm optimization, *2015 IEEE 24th International Symposium on Industrial Electronics (ISIE)*, pp. 1–6.

Costa, E. and Serra, G. (2015b). Robust takagi-sugeno fuzzy control for systems with static nonlinearity and time-varying delay, *Fuzzy Systems (FUZZ-IEEE), 2015 IEEE International Conference on*, pp. 1–8.

Costa, E. and Serra, G. (2017). Swarm optimization based adaptive fuzzy control design from robust stability criteria, *Journal of Intelligent Fuzzy Systems*, Vol. 32, pp. 1787–1804.

Feng, G. (2006). A survey on analysis and design of model-based fuzzy control systems, *Fuzzy Systems, IEEE Transactions on* **14**(5): 676–697.

Jain, A. K. and Dubes, R. C. (1988). *Algorithms for Clustering Data*, Prentice-Hall, Inc., Upper Saddle River, NJ, USA.

Wang, H., Tanaka, K. and Griffin, M. (1995). Parallel distributed compensation of nonlinear systems by takagi-sugeno fuzzy model, *Fuzzy Systems, 1995. International Joint Conference of the Fourth IEEE International Conference on Fuzzy Systems and The Second International Fuzzy Engineering Symposium., Proceedings of 1995 IEEE Int*, Vol. 2, pp. 531–538 vol.2.