

CONTROLE PREDITIVO EXPLÍCITO APLICADO À UMA CÂMARA TERMOELETRICAMENTE CONTROLADA

VICTOR DE PINHO LOPES MIRANDA*, JEAN RODRIGO DOS SANTOS*, RENAN FERNANDES BASTOS*,
VÍCTOR COSTA DA SILVA CAMPOS†

**Universidade Federal de Ouro Preto, Instituto de Ciências Exatas e Aplicadas
Departamento de Engenharia Elétrica
João Monlevade, Minas Gerais, Brasil*

*†Universidade Federal de Minas Gerais, Escola de Engenharia
Departamento de Engenharia Eletrônica
Belo Horizonte, Minas Gerais, Brasil*

Emails: rotcivmiranda@yahoo.com.br, jeanrdsantos@hotmail.com, renanfb13@gmail.com,
kozttah@gmail.com

Abstract— This work present the application of an explicit model predictive control law to a real thermal system. An augmented system strategy is presented to assure the zero steady state error for a step reference, in addition to the constructive characteristics of the system considered. Finally, simulated and real system controller results are compared.

Keywords— Explicit Model Predictive Control, Augmented System, Thermal System.

Keywords— Este trabalho apresenta a aplicação de uma lei de controle preditiva explícita em um sistema térmico real. É apresentada uma estratégia de sistema aumentado para garantir erro em estado estacionário nulo para uma entrada em degrau, além das características construtivas do sistema considerado. Por fim, comparam-se os resultados obtidos pelo controlador em simulação e no sistema real.

Keywords— Explicit Model Predictive Control, Sistema Aumentado, Sistema Térmico.

1 Introdução

Uma das não-linearidades mais comuns em sistemas de controle (e que é muitas vezes ignorada durante o projeto de controladores) é a saturação das entradas de controle. No mundo real, independente do sistema sendo controlado, sempre existem limites impostos às entradas de controle do sistema (pois existem limitações físicas sobre as entradas que podemos impor sobre um sistema).

Duas das técnicas de sintonia de controladores, mais comuns, são as estratégias de anti-windup e as estratégias de controle preditivo (Model Predictive Control - MPC) (Bemporad et al., 2002).

Dentre as duas, a grande vantagem do uso de leis de controle MPC é que elas nos permitem escolher uma função de custo que o controlador deve minimizar levando em consideração restrições nas entradas de controle e nos estados/saídas do sistema. Além disso, naturalmente tratam o caso de controle de sistemas multivariáveis sem muitas complicações.

A grande desvantagem das leis de controle MPC é que, em cada instante de amostragem do controlador, elas precisam resolver um problema de otimização (em um horizonte finito) para encontrar os sinais de controle que devem ser aplicados ao sistema. Dessa forma, tradicionalmente, leis de controle MPC foram mais aplicadas à sistemas simples ou com uma dinâmica de resposta lenta (de forma que o controlador tem tempo de

resolver o problema de otimização).

De forma a lidar com o problema de se ter que resolver a otimização de forma online, foram propostas as leis de controle MPC explícitas (Bemporad et al., 2002). Nesse caso, faz-se uso da programação multiparamétrica (Bemporad et al., 2002; Gupta et al., 2011) para se resolver de forma explícita (off-line) a otimização para todos os valores que ela poderia receber. Com isso, substitui-se o problema da otimização online por um problema de busca (em um conjunto de partições) pelos ganhos que devem ser aplicados na lei de controle.

O uso da programação multiparamétrica normalmente gera partições do espaço de estado com formas arbitrariamente complexas, e a busca nessas partições acaba se tornando uma busca exaustiva e que pode demandar muito tempo. Dessa forma, outros trabalhos (Martínez-Rodríguez et al., 2015; Rubagotti et al., 2014; Holaza et al., 2014) buscam formas de aproximar as partições encontradas por partições em que a busca possa ser realizada de forma mais rápida (mas, garantindo ainda a estabilidade do sistema em malha fechada).

De forma a validar o comportamento destes controladores em sistemas reais, este trabalho aplica uma lei de controle preditiva explícita em um câmara termoeletricamente controlada (Pereira et al., 2018).

A estrutura deste artigo é a seguinte: a Seção 2 apresenta o problema de controle preditivo con-

siderado neste artigo, bem como a abordagem explícita e como considerar uma ação integral na lei de controle. A Seção 3 apresenta a câmara termoeletricamente controlada utilizada neste trabalho. A seção 4 apresenta os resultados obtidos em simulação e no sistema real. E por fim, a seção 5 apresenta conclusões acerca do trabalho.

2 Lei de controle preditivo

O termo Controle Preditivo refere-se a uma classe de algoritmos computacionais, fundamentados em dados como restrições físicas aliadas a um horizonte de predição para obtenção do sinal de controle a partir da minimização de uma função objetivo (Kido, 2011). Tal função é responsável por quantificar o efeito da variação dos estados causada pela aplicação de uma das entradas ao processo.

É fundamental a definição de um modelo fiel ao comportamento do sistema, pois este modelo é responsável por prever as saídas da planta com base nos estados atuais, considerando futuras ações de controle propostas. Faz-se então uso de um otimizador que, a cada instante de amostragem, calcula as ações de controle de forma a minimizar um custo desejado num horizonte de predição finito. Considerando-se um sistema linear invariante no tempo e uma função de custo quadrática, é possível se mostrar que o controlador equivalente para o sistema será afim por partes nos estados e nas referências desejadas (Camacho and Bordons, 1998; Bemporad et al., 2002).

Neste trabalho, considera-se um modelo discreto dado por

$$\begin{aligned} x_{k+1} &= Ax_k + Bu_k \\ y_k &= Cx_k, \end{aligned} \quad (1)$$

e uma função de custo

$$J(k) = \left\{ \sum_{j=0}^{N-1} y_{k+j|k}^T Q y_{k+j|k} + u_{k+j|k}^T R u_{k+j|k} \right\}, \quad (2)$$

em que $x \in \mathbb{R}^n$ é o vetor de estados, $u \in \mathbb{R}^m$ é o vetor de entradas de controle, $y \in \mathbb{R}^\kappa$ é o vetor de saídas controladas, $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$, $B \in \mathbb{R}^{n \times m}$ e $C \in \mathbb{R}^{\kappa \times n}$ são as matrizes que definem a dinâmica do sistema, $J(k)$ é a função de custo no instante k , N é o horizonte de predição, $Q \in \mathbb{R}^{\kappa \times \kappa}$ e $R \in \mathbb{R}^{m \times m}$ são as matrizes de ponderação da função de custo, e $y_{k+j|k}$ são as predições da saída do sistema a partir do estado atual e da aplicação da sequência de controle $u_k, u_{k+1}, \dots, u_{k+j-1}$ ao sistema em (1).

Dessa forma, a cada instante de amostragem, o controlador MPC deve encontrar uma sequência de entradas de controle $u_k, u_{k+1}, \dots, u_{k+j-1}$ que minimize o valor de $J(k)$. O tamanho do problema

de otimização depende do número de variáveis envolvidas, da dimensão do horizonte de predição e também do range operacional limitado pelas restrições e normalmente se revelam modestos e não requerem códigos computacionais robustos.

Apesar da solução desses problemas ser um vetor de entradas futuras de controle, apenas a referente ao instante atual, $u_{k|k}$, é aplicada sobre a planta. Dessa maneira, os cálculos são repetidos a cada instante de amostragem, exigindo um alto esforço de processamento. Como estratégia alternativa a esse problema de desempenho computacional, uma variante explícita do MPC foi desenvolvida (Bemporad et al., 2002).

2.1 MPC explícito

Nesta estratégia, o problema de otimização é reformulado para facilitar a aplicação em algoritmos de programação multiparmétrica (Bemporad et al., 2002). Para (Weinkeller et al., 2013), a solução equivalente é uma tabela de pesquisa, conhecida como regiões de controle, onde cada região possui uma lei de controle particular.

A programação paramétrica funciona de forma que, a partir de uma solução inicial e das condições KKT para o problema de otimização quadrática, encontra-se uma solução genérica descrita pelos parâmetros do problema (neste caso os estados atuais do sistema) válida dentro de uma região do espaço de parâmetros. Faz-se então um procedimento de busca e divisão do espaço de parâmetros até que todas as regiões factíveis de parâmetros estejam contidas em alguma região previamente solucionada. Maiores detalhes podem ser vistos em (Bemporad et al., 2002).

Dessa forma, a partir da tabela de regiões de controle, ao invés de se resolver um problema de otimização quadrática à cada instante de amostragem, simplesmente encontra-se a região atual na tabela e aplica-se a respectiva ação de controle daquela região. Por ser computacionalmente eficiente, o MPC Explícito permite a incorporação de controladores com modelos avançados a sistemas embarcados. Isso abriu caminho para aplicações de controle explícito em química, energia, automotiva, sistemas aeronáuticos e biomédicos (Pistikopoulos, 2009).

Vale a pena comentar que o ganho em desempenho computacional dado pela estratégia explícita incorre em uma exigência de memória muito maior para a implementação do controlador.

2.2 Sistema Aumentado

Uma desvantagem do controlador explícito é que, por ser calculado de forma *offline*, o mesmo não pode ser acoplado com estratégias de adaptação do modelo de predição (*i.e* estratégias *online* de

identificação de sistemas) de modo a tentar sempre manter o melhor modelo de previsão possível.

De forma a garantir que o controlador explícito consiga seguir uma referência em degrau sem erro em regime permanente, neste trabalho adota-se uma estratégia de aumentar o sistema com um estado que represente o erro integral entre a saída controlada e a referência.

Supondo que a referência desejada não muda durante o intervalo de predição, considera-se um modelo aumentado da forma

$$\bar{x}_{k+1} = \begin{bmatrix} x_{k+1} \\ r_{k+1} \\ \ell_{k+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & 0 & 0 \\ 0 & I & 0 \\ C & -I & I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_k \\ r_k \\ \ell_k \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} u_k$$

$$\bar{y}_k = [C \quad -I \quad \lambda I] \begin{bmatrix} x_k \\ r_k \\ \ell_k \end{bmatrix}, \quad (3)$$

em que $\bar{x} \in \mathbb{R}^{n+2\kappa}$ é o estado aumentado do sistema, $\bar{y} \in \mathbb{R}^\kappa$ é a saída controlada do sistema aumentado, $r \in \mathbb{R}^\kappa$ representa o sinal de referência e $\ell \in \mathbb{R}^\kappa$ o “erro integral” entre a saída controlada e a referência desejada.

Definindo o erro entre a saída controlada, y , e o sinal de referência, r , como

$$e_k = y_k - r_k, \quad (4)$$

temos que a saída do sistema aumentado pode ser descrita como

$$\bar{y}_k = e_k + \lambda \ell_k. \quad (5)$$

Tal saída é escolhida, porque se ela é levada para zero tal que $\bar{y}_k = 0 \forall k > \tau$, tem-se que

$$\begin{aligned} \bar{y}_{k+1} - \bar{y}_k &= 0, \\ e_{k+1} + \lambda \ell_{k+1} - e_k - \lambda \ell_k &= 0, \\ e_{k+1} + \lambda(e_k + \ell_k) - e_k - \lambda \ell_k &= 0, \end{aligned}$$

logo, a dinâmica do erro é dada por

$$e_{k+1} = (1 - \lambda)e_k \quad (6)$$

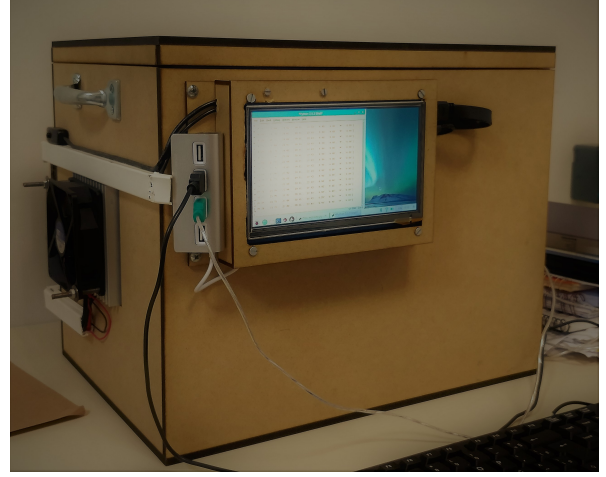
e λ pode ser ajustado para que o erro tenha um comportamento dinâmico desejado.

Da forma como a função de custo é considerada neste trabalho, ao trabalhar-se com o sistema aumentado aqui apresentado, a lei de controle tentará minimizar um custo que busca deixar o comportamento próximo do desejado e com uma ponderação no esforço de controle.

3 Câmara Termoeletricamente Controlada

Sistemas de refrigeração baseados em módulos Peltier tem a vantagem de serem mais ecológicos (devido à não utilizarem gases no ambiente) e de

Figure 1: Câmara termoeletricamente controlada utilizada neste trabalho.



serem capazes de controlar a temperatura em uma faixa mais estreita do que as estratégias convencionais (apesar de terem um desempenho inferior em relação à capacidade de refrigeração) (Pereira et al., 2018).

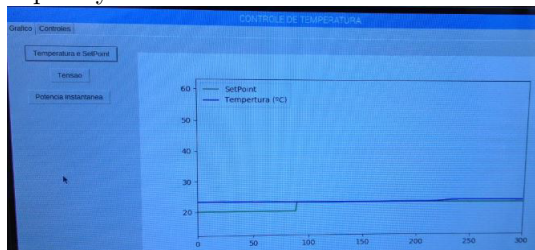
O sistema utilizado neste trabalho, representado na Figura 1, é composto por uma câmara de MDF de 40 centímetros de comprimento e 30 centímetros de largura e altura revestida internamente com placas rígidas de poliestireno.

Como atuadores, são utilizados dois conjuntos compostos por módulos Peltier TEC 12715 em conjunto com dissipadores de calor e ventoinhas em ambos os lados. Tais conjuntos são conectados em série e acionados por uma ponte H de modo que seja possível o aquecimento e o resfriamento dentro da câmara.

O sistema possui cinco sensores de temperatura DS18B20, que correspondem aos estados do sistema em uma representação a parâmetros concentrados. Cada conjunto Peltier é equipado com dois sensores (um do lado de dentro da câmara e um do lado de fora) e o quinto sensor (que é considerado como a saída controlada do sistema) está no centro da câmara.

Algumas modificações foram realizadas no sistema originalmente desenvolvido para o trabalho (Pereira et al., 2018). Apesar de manter o uso de um Arduino Nano para a leitura dos sensores de temperatura e disparo das chaves na ponte H, a baixa capacidade de memória do microcontrolador ATmega328 (apenas 2 KB de memória RAM) impede o seu uso direto para a implementação da lei de controle preditiva explícita (e outras leis de controle mais avançadas). Dessa forma, o Arduino foi utilizado apenas como forma de interagir com os sensores e atuadores do sistema. Foi utilizado um Raspberry Pi modelo 3B para o cálculo de leis de controle mais avançadas e algumas funções de sistema supervisorio no sistema, como apresen-

Figure 2: Tela de supervisão implementada no Raspberry Pi 3.



tado na Figura 2. Foi utilizada uma comunicação serial via USB entre o Arduino e o Raspberry Pi.

Saindo de uma temperatura média de 29 graus em todos os sensores (que foi considerado como estado de equilíbrio), foi realizado um ensaio com valores aleatórios de tensão sobre as placas Peltier e foram coletados os dados de temperatura dos 5 sensores. Esses dados foram utilizados para a obtenção de um modelo discreto que descreve o comportamento do sistema próximo a este ponto de operação.

Considerando que o sistema possui 5 estados (as cinco tensões) e uma entrada (a tensão média aplicada sobre as placas Peltier) foi obtido um modelo, com tempo de amostragem de 8 segundos, na forma da equação (1) com as matrizes apresentadas em (7).

4 Aplicação da Lei de Controle Explícita

Após vários testes em simulação com o controlador preditivo, decidiu-se por utilizar uma lei de controle com o modelo aumentado (3), $\lambda = 0.005$, $Q = 100$, $R = 1$ e $N = 5$. Além disso, o controlador foi projetado para levar em conta a saturação da ação de controle. Considera-se que $u \in [-12, 12]$.

O comportamento do sistema simulado para uma referência de -10 graus (correspondente a uma referência de 19 graus), é apresentado na Figura 3.

O toolbox MPT3 (Herceg et al., 2013) foi utilizado para resolver o problema de programação multiparamétrica e encontrar a lei de controle preditiva explícita. No caso da sintonia utilizada, foram encontradas 1507 regiões de controle, o que resultou em um código em Python para o controlador com cerca de 60000 linhas de código.

Apesar de outras sintonias terem gerado resultados um pouco melhores com um horizonte de predição maior, o número de regiões de controle necessárias era cerca de 100 vezes maior e por isso optou-se por utilizar estes parâmetros de sintonia.

O comportamento do sistema real em malha fechada é apresentado nas Figuras 4, 5 e 6. Tais testes representam respectivamente uma pequena resfrição, uma grande resfrição e um grande aquecimento da câmara.

5 Conclusões

Este trabalho apresentou a aplicação de uma técnica de controle preditivo explícita para um sistema térmico real. É apresentada uma estratégia de sistema aumentado para garantir o erro nulo em regime permanente para uma entrada em degrau e como tal sistema aumentado pode ser sintonizado para modificar o comportamento do sistema em malha fechada.

São apresentados os aspectos construtivos da câmara termoelectricamente controlada. Anteriormente, ela contava apenas com um microcontrolador ATmega 328 em um Arduino Nano (Pereira et al., 2018). Entretanto, devido à limitação de memória deste microcontrolador, foi acrescentado um Raspberry Pi 3 ao sistema e, por ser um computador completo ao invés de simplesmente um microcontrolador, tomou-se proveito das suas capacidades para a implementação de estratégias avançadas de controle e um sistema simples de supervisão.

Com uma maior flexibilidade de programação, e sem muita restrição de memória (o sistema apresenta 1 GB de RAM), o controlador preditivo explícito foi aplicado ao sistema real. Como pode-se ver nas Figuras 4, 5 e 6, o sistema funcionou corretamente tanto para refrigeração quanto para aquecimento da câmara. É interessante notar que, quando aplicado ao sistema real, o controlador exibiu um comportamento de ter uma aproximação muito rápida do set-point desejado e um comportamento muito lento para a redução do erro após certo tempo. Tal comportamento pode ser atribuído ao pequeno valor de λ escolhido, mas foi satisfatório para o sistema.

Como trabalho futuro, espera-se utilizar técnicas de controle preditivo em que o sistema é representado por um modelo linear por partes ou um modelo nebuloso Takagi-Sugeno.

$$A = \begin{bmatrix} 0.7329 & -0.001584 & -0.07589 & 0.2331 & 0.1045 \\ 0.03915 & 0.8872 & 0.0481 & -0.06253 & 0.05046 \\ -0.01241 & 0.0473 & 0.9334 & 0.02882 & 0.001748 \\ 0.05345 & 0.02796 & 0.02342 & 0.8998 & -0.02332 \\ 0.04304 & 0.03301 & 0.04829 & -0.04176 & 0.9085 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 0.03915 \\ -0.03666 \\ -0.01914 \\ 0.02617 \\ -0.008366 \end{bmatrix},$$

$$C = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$
(7)

Figure 3: Comportamento simulado em malha fechada do sistema para uma referência de variação de -10 graus.

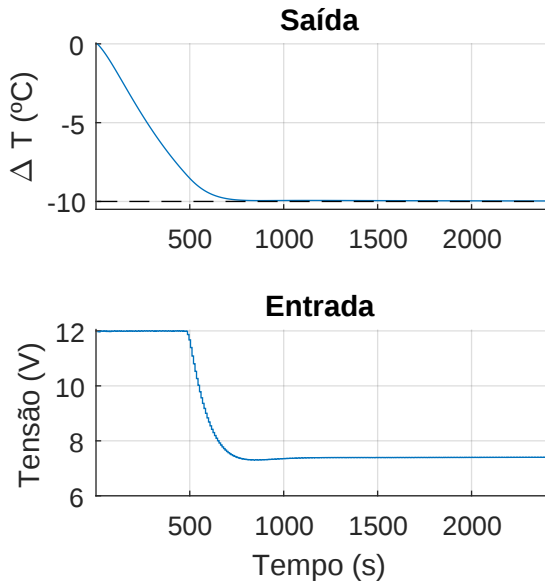


Figure 5: Comportamento do sistema real em malha fechada do sistema para uma referência de 22 graus.

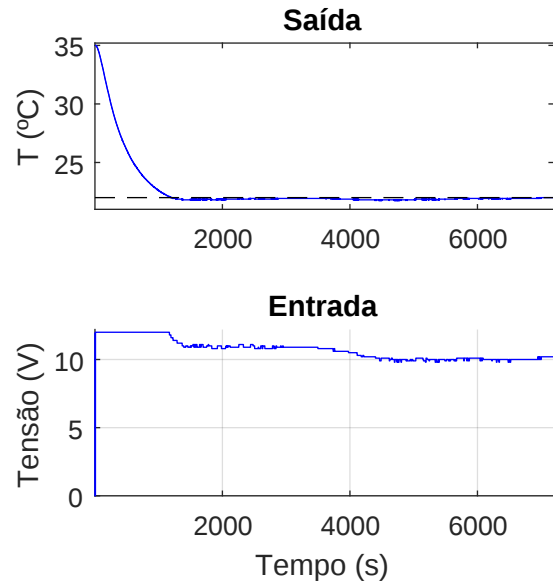


Figure 4: Comportamento do sistema real em malha fechada do sistema para uma referência de 18 graus.

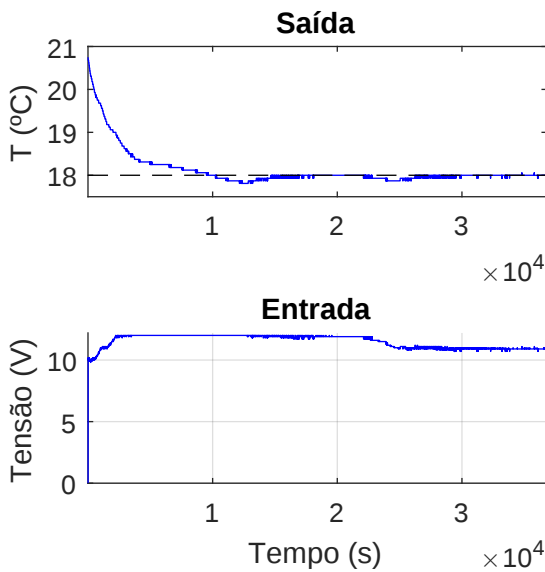
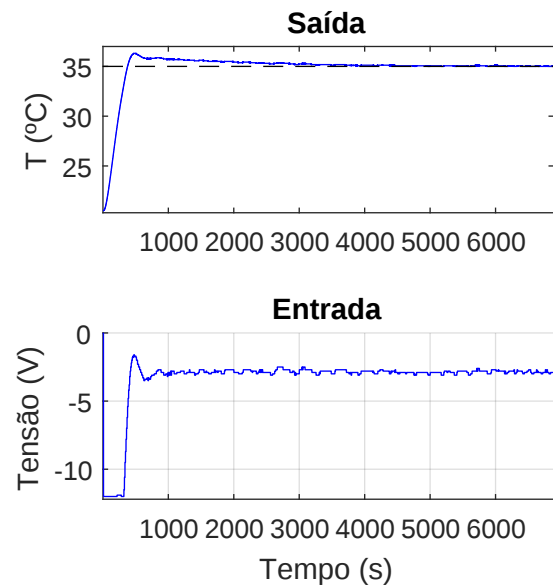


Figure 6: Comportamento do sistema real em malha fechada do sistema para uma referência de 35 graus.



References

- Bemporad, A., Morari, M., Dua, V. and Pistikopoulos, E. N. (2002). The explicit linear quadratic regulator for constrained systems, *Automatica* **38**(1): 3 – 20.
- Camacho, E. F. and Bordons, C. (1998). *Model predictive Control*, Sevilla, Spain.
- Gupta, A., Bhartiya, S. and Nataraj, P. (2011). A novel approach to multiparametric quadratic programming, *Automatica* **47**(9): 2112 – 2117.
- Herceg, M., Kvasnica, M., Jones, C. and Morari, M. (2013). Multi-Parametric Toolbox 3.0, *Proc. of the European Control Conference*, Zürich, Switzerland, pp. 502–510.
- Holaza, J., Takács, B., Kvasnica, M. and Cairano, S. D. (2014). Nearly optimal simple explicit mpc controllers with stability and feasibility guarantees, *Optimal Control Applications and Methods* **36**(5): 667–684.
- Kido, R. H. Z. (2011). *Uma aplicação de controle preditivo multiparamétrico em planejamento da produção*, Master’s thesis, Universidade Estadual de Campinas.
- Martínez-Rodríguez, M. C., Brox, P. and Baturone, I. (2015). Digital vlsi implementation of piecewise-affine controllers based on lattice approach, *IEEE Transactions on Control Systems Technology* **23**(3): 842–854.
- Pereira, A. M. F., Vianna, L. M. S., Keles, N. A. and Campos, V. C. d. S. (2018). Tensor product model transformation simplification of takagi-sugeno control and estimation laws - an application to a thermoelectric controlled chamber, *Acta Polytechnica Hungarica* p. to appear.
- Pistikopoulos, E. N. (2009). Perspectives in multiparametric programming and explicit model predictive control, *AIChE Journal* **55**(8): 1918–1925.
- Rubagotti, M., Barcelli, D. and Bemporad, A. (2014). Robust explicit model predictive control via regular piecewise-affine approximation, *International Journal of Control* **87**(12): 2583–2593.
- Weinkeller, G. P., Salles, J. L. F. and Teodiano Filho, F. (2013). Controle preditivo via programação multiparamétrica aplicado no modelo cinemático de uma cadeira de rodas robótica, *Proceeding Series of the Brazilian Society of Computational and Applied Mathematics* **1**(1).