

DESENVOLVIMENTO E AVALIAÇÃO DE UM CONTROLADOR PREDITIVO NÃO LINEAR BASEADO EM MODELO QUASILINEAR MODIFICADO: ABORDAGEM POR VARIÁVEIS DE ESTADO

MANOEL O. S. SOBRINHO

*Colegiado de Engenharia Elétrica, Fundação Universidade Federal do Vale do São Francisco,
Av. Antônio Carlos Magalhães, 510, Bairro Santo Antônio, CEP 48.902-300, Juazeiro - BA.*

E-mail: manoel.sobrinho@univasf.edu.br

ADHEMAR B. FONTES

*Departamento de Engenharia Elétrica, Universidade Federal da Bahia,
Rua Aristides Novis, 02, Bairro Federação, CEP 40.210-630, Salvador - BA.*

E-mail: adhemar@ufba.br

Abstract— In this paper, it is developed a nonlinear predictive controller based on bilinear model and described by state variables. The bilinear model is linearized at each sampling time and it is used to perform the predictions. In the linearization, the state variables values, that are known at each sampling time, are used, as well as, the future values, computed from the model plant, to update the coefficients of the predictor model. Simulation results are presented using a bilinear system, with significant nonlinearities, in order to evaluate the controller performance.

Keywords— Nonlinear Predictive Control, Bilinear Models, Linearization, State Variables.

Resumo— Neste artigo desenvolve-se um controlador preditivo não linear baseado em modelo bilinear, descrito por variáveis de estado, o qual é linearizado a cada instante de amostragem e utilizado no cálculo das previsões. Na linearização, utilizam-se os valores das variáveis de estado, conhecidos em cada instante de amostragem, e valores futuros calculados a partir do modelo da planta, para se atualizarem os coeficientes do modelo predictor. Resultados de simulação são apresentados utilizando-se um sistema bilinear com não linearidades bastantes expressivas, para se avaliar o desempenho do controlador.

Palavras-chave— Controle Preditivo Não Linear, Modelos Bilineares, Linearização, Variáveis de Estado.

1 Introdução

O controle preditivo baseado em modelo (MPC) é uma classe de algoritmo que calcula uma sequência de ajustes no sinal de controle de forma a otimizar o comportamento futuro da saída de um sistema. É uma técnica de controle bastante conhecida e utilizada, tanto no meio acadêmico como na indústria (Qin and Badgwell, 2003). Originalmente desenvolvida para atender à necessidade de controle especializado de refinarias de petróleo (Richalet *et al.*, 1978), esta técnica de controle recebeu bastante destaque nas últimas décadas, obtendo grande aceitabilidade no ambiente industrial, com uma grande variedade de aplicação em várias áreas, incluindo indústria química, processamento de alimentos, automotiva, aeroespacial, metalúrgica e de papel. Isto porque, os controladores preditivos têm-se mostrado bastante eficazes no controle de plantas monovariáveis e multivariáveis, com retardo, de fase não mínima e instáveis (Camacho e Bordons, 2004). Isto é o que caracteriza a maioria dos processos industriais, os quais têm seus próprios critérios de desempenho e exigência de confiabilidade. Em plantas industriais mais complexas é crescente a demanda pelo controle preditivo não linear (NMPC). Isto é devido a fatores, tais como: o atual nível de especificação de alta qualidade de produção; a crescente demanda de produtividade; a atual legis-

lação ambiental, que é mais rigorosa e ainda, as exigentes considerações econômicas na indústria que levam os processos a operar mais próximos dos limites admissíveis (Allgöwer *et al.*, 2004). Sabe-se que as técnicas de projeto de controladores lineares são largamente empregadas na indústria química e petroquímica e, em particular, o controlador preditivo baseado em modelos lineares (Richalet, 1993). No entanto, o controlador preditivo não linear, que utiliza um modelo do processo não linear, mais realista, frequentemente mais complexo, tipicamente sacrifica a simplicidade associada às técnicas lineares de forma a alcançar um melhor desempenho, (Eaton e Rawlings, 1990; Biegler e Rawlings, 1991).

Do ponto de vista conceitual, o NMPC não apresenta dificuldades, já que é possível considerar a mesma função objetivo utilizada no caso linear e um modelo não linear para o cálculo das previsões. O que se pretende, novamente, é encontrar a sequência de controle que minimize a função objetivo sujeito a um conjunto de restrições. No entanto, do ponto de vista prático, são várias as dificuldades encontradas neste problema, se comparado ao caso linear, quais sejam: a determinação do modelo do processo, quando este deve ser obtido por identificação; a obtenção do sinal de controle que requer, em geral, a solução de um problema de otimização não convexa e a análise de estabilidade e robustez da solução (Henson, 1998, Mayne *et al.*, 2000).

Um dos métodos mais difundidos para a solução do NMPC é a utilização de modelos linearizados na predição da saída, a qual é considerada na função objetivo. Neste caso, a otimização quadrática pode ser utilizada, o que consiste na principal vantagem do método. Na literatura, encontram-se diversas abordagens para esta metodologia, tais como: a utilização de múltiplos modelos lineares, que é muito explorada para o desenvolvimento do MPC robusto (Torrico e Normey-Rico, 2004; Sakizlis *et al*, 2005), do MPC escalonado (Lu and Arkunl, 2003) e do MPC adaptativo; o método min-max, (Wan and Kotare, 2002) e linearização a cada período de amostragem, utilizada, por exemplo, na técnica da quasilinearização por degrau de tempo (Goodhart, *et al*, 1994), quasilinearização com termos de compensação (Fontes *et al*, 2002), NEPSAC (De Keyser, 1998), MPC Prático para sistemas não lineares - PNMPC (Plucênio, 2010), quasilinearização modificada, (Sobrinho e Fontes, 2016).

Entre os modelos não lineares utilizados para descrever as dinâmicas de um processo, encontram-se os modelos bilineares que são mais simples do que os modelos não lineares genéricos e representam o comportamento do processo melhor do que os modelos lineares. Além disso, estes modelos acomodam melhor outras dinâmicas, diferentes das dinâmicas bilineares, em comparação com os modelos lineares. (Fontes *et al.*, 2002). A escolha de modelos bilineares para representar as dinâmicas de um processo é também devido ao fato que esses modelos são matematicamente mais fáceis de tratar do que os modelos não lineares genéricos e a bilinearidade está presente no comportamento dinâmico de muitos sistemas físicos (King e James, 1990). Convém observar ainda que o modelo bilinear é linear nos parâmetros, o que permite o uso de todas as técnicas de identificação de sistemas lineares, o que se constitui em uma importante vantagem deste tipo de modelo. Muitos controladores preditivos apresentados na literatura são baseados em modelos bilineares (Bloemen *et al*, 2001; Liu e Li, 2004; Sobrinho *et al*, 2011; Sobrinho *et al*, 2012). Deve-se salientar que o aperfeiçoamento em relação ao desempenho do controle preditivo baseado em modelo bilinear tem ainda seu grau de importância enfatizado, se considerarmos a abordagem que utiliza multi modelos bilineares. Nesta abordagem, que tem grande aplicação em sistemas com não linearidades acentuadas, e que operam em uma larga faixa, utilizam-se modelos bilineares em diversos pontos de operação, com o controlador preditivo bilinear ajustado para cada ponto (Fontes *et al*, 2007).

Neste artigo, desenvolve-se um controlador preditivo baseado em modelo bilinear descrito por variáveis de estado, o qual é linearizado utilizando-se os valores da resposta livre calculada em cada instante de amostragem. Essa linearização é semelhante àquela apresentada na quasilinearização modificada (Sobrinho e Fontes, 2016), utilizada na linearização de modelos polinomiais de entrada-saída. Utiliza-se o algoritmo do GPC (Generalized Predictive Control), (Clark *et*

al, 1987) para se obter a sequência de entradas de controle. A quasilinearização modificada tem origem no processo de quasilinearização por degrau de tempo (Goodhart, *et al*, 1994). No entanto, as modificações propostas e implementadas melhoram o desempenho de controle, como será mostrado pelos resultados de simulações realizadas em um sistema bilinear, com não linearidades bastante expressivas.

2 Desenvolvimento do método

O modelo a ser considerado para o desenvolvimento do controlador é da seguinte forma:

$$\begin{aligned} x(k+1) &= Ax(k) + Bu(k) + Fx(k) \otimes u(k) \\ y(k) &= Cx(k), \end{aligned} \quad (1)$$

em que: $k \in \mathbb{N}$ é o instante de tempo atual; $x \in \mathbb{R}^n$ é o vetor de estado; $u \in \mathbb{R}^p$ é o vetor de entrada; $y \in \mathbb{R}^q$ é o vetor de saída; $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$ é a matriz de estado; $B \in \mathbb{R}^{n \times p}$ é a matriz de entrada e $C \in \mathbb{R}^{q \times n}$ é a matriz de saída.

A matriz F é da forma $F = [F_1 \ F_2 \ \dots \ F_n]$, sendo $F_i \in \mathbb{R}^{n \times p}$ e $x(k) \otimes u(k)$ é o produto de Kronecker definido por:

$$x(k) \otimes u(k) = \begin{bmatrix} x_1(k)u(k) \\ x_2(k)u(k) \\ \vdots \\ x_n(k)u(k) \end{bmatrix}. \quad (2)$$

Objetivando atender o desenvolvimento do método proposto, a equação (1) é reescrita na seguinte forma:

$$x(k+1) = Ax(k) + \left[B + \sum_{i=1}^n F_i x_i(k) \right] u(k). \quad (3)$$

Fazendo:

$$B_x = \left[B + \sum_{i=1}^n F_i x_i(k) \right],$$

obtém-se o seguinte modelo linearizado:

$$x(k+1) = Ax(k) + B_x u(k). \quad (4)$$

O termo B_x depende diretamente de $x(k)$, ou seja, depende do valor do estado no instante atual k , que é conhecido e pode ser utilizado para se obter numericamente a matriz B_x nesse instante.

A predição é a essência do controlador preditivo e o desenvolvimento de um modelo preditor adequado é sempre necessário. Esse modelo preditor deve ser implementado a partir de um modelo incremental. Neste caso, assegura-se que o erro de posição, quando há rastreamento ao degrau, é nulo. Assim, o

modelo preditor será formulado a partir da equação (4) escrita na sua forma incremental, dada por:

$$\Delta x(k+1) = \Delta A x(k) + B_x \Delta u(k), \quad (5)$$

sendo: $\Delta x(k+1) = x(k+1) - x(k)$ e

$$\Delta u(k) = u(k) - u(k-1).$$

A equação (5) é então reescrita na seguinte forma:

$$x(k+1) = x(k) + \Delta A x(k) - \Delta A x(k-1) + B_x \Delta u(k), \quad (6)$$

ou ainda:

$$x(k+1) = [I + A]x(k) - \Delta A x(k-1) + B_x \Delta u(k). \quad (7)$$

Para uma predição das variáveis de estado j -passos à frente o modelo preditor é dado por:

$$x(k+j) = [I + A]x(k+j-1) - \Delta A x(k+j-2) + B_{xi} \Delta u(k+j-1), \quad (8)$$

em que j varia de 1 até o horizonte de predição N_y . A notação B_{xi} , com $i=j-1$, expressa a dependência desta matriz com os estados futuros, que não são conhecidos. Então, para se obter B_{xi} numericamente, em cada instante de amostragem, os termos futuros $x(k+j)$, serão substituídos pelos seus respectivos valores obtidos na resposta livre, $x_{Li}(k+j)$, a qual é calculada em cada instante de amostragem. Deste modo, B_{xi} é diferente para cada horizonte de predição e também é atualizada em cada instante de amostragem. Tem-se assim, uma aproximação do modelo preditor. Deve-se observar que a predição dos estados um passo à frente, $x(k+1)$, é exata, pois não ocorre aproximação alguma, visto que, como foi mostrado na equação (4), $x(k+1)$ depende apenas de $x(k)$ que é conhecido no instante atual k . Admite-se que as variáveis de estado estão disponíveis para medição. Caso contrário, utilizar-se-ia um observador de estado de robustez e velocidade adequadamente escolhidas. Observa-se que, com a notação B_{xi} , apresentada na equação (8), a matriz B_x das equações (4) a (7), passa a ser escrita como B_{x0} .

Desta forma, tem-se uma diferenciação dos termos utilizados para se realizar a referida aproximação, ao longo do horizonte de predição, e atualizados em cada instante de amostragem k . Isto proporciona a este algoritmo uma melhor aproximação no cálculo das predições, podendo-se obter deste modo, um melhor desempenho do controlador. Convém salientar que quanto melhor a predição, ou seja, menor erro de predição, melhor o desempenho do controlador preditivo, cuja essência é a predição. Deve-se observar que, à medida que a saída do sistema se aproxima do valor de referência de controle, a resposta livre tende para os valores de saída do sistema. Isto lineariza de forma exata o modelo preditor no ponto de operação. A predição da saída é dada por:

$$y(k+j) = C x(k+j), \quad (9)$$

Assim, utilizando-se a equação (8), a predição um passo à frente é dada por:

$$x(k+1) = [I + A]x(k) - \Delta A x(k-1) + B_{x0} \Delta u(k). \quad (10)$$

Para a predição dois passos à frente tem-se:

$$x(k+2) = [I + A + A^2]x(k) - [A + A^2]x(k-1) + [I + A]B_{x0} \Delta u(k) + B_{x1} \Delta u(k+1). \quad (11)$$

E a predição três passos à frente é dada por:

$$x(k+3) = [I + A + A^2 + A^3]x(k) - [A + A^2 + A^3]x(k-1) + [I + A + A^2]B_{x0} \Delta u(k) + [I + A]B_{x1} \Delta u(k+1) + B_{x2} \Delta u(k+2). \quad (12)$$

Assim, utilizando-se a equação de saída pode-se generalizar o modelo preditor j -passos à frente na seguinte forma:

$$Y = \Phi x(k) - \Gamma x(k-1) + \Theta_{xi} \Delta U, \quad (13)$$

sendo:

$$\Phi = \begin{bmatrix} C(I+A) \\ C(I+A+A^2) \\ C(I+A+A^2+A^3) \\ \vdots \\ C \sum_{j=0}^{N_y} A^j \end{bmatrix}_{(qN_y) \times (n)}; \quad (14)$$

$$\Gamma = \begin{bmatrix} CA \\ C(A+A^2) \\ C(A+A^2+A^3) \\ \vdots \\ C \sum_{j=1}^{N_y} A^j \end{bmatrix}_{(qN_y) \times (n)}; \quad (15)$$

$$\Theta_{xi} = \begin{bmatrix} CB_0 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ C(I+A)B_0 & CB_1 & 0 & \dots & 0 \\ C(I+A+A^2)B_0 & C(I+A)B_1 & CB_2 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ C \sum_{j=0}^{N_y-1} A^j B_0 & C \sum_{j=0}^{N_y-2} A^j B_1 & C \sum_{j=0}^{N_y-2} A^j B_2 & \dots & CB_{N_y-1} \end{bmatrix}.$$

A resposta livre e a resposta forçada podem escritas de forma independentes. A resposta livre é dada por:

$$Y_L = \Phi x(k) - \Gamma x(k-1). \quad (14)$$

E a resposta forçada é dada por:

$$Y_F = \Theta_{xi} \Delta U. \quad (15)$$

Observa-se que o modelo preditor obtido é linear em cada instante de amostragem. Isto permite que se utilize o algoritmo do GPC, uma vez que o mesmo foi desenvolvido para modelos lineares. Vale lembrar que a estratégia dos controladores preditivos utiliza o modelo da planta, em cada instante de amostragem, para realizar as predições.

O objetivo do GPC é minimizar futuros desvios da saída do processo em relação à referência. Essencialmente, esse algoritmo tenta minimizar a seguinte função custo:

$$J(k) = \sum_{j=1}^{N_y} \|y(k+j) - T_r(k+j)\|^2 Q + \sum_{j=0}^{N_u-1} \|\Delta u(k+j)\|^2 R, \quad (16)$$

sendo:

N_y , $y(k+j)$ e Δu , como já definidas previamente;

N_u é o horizonte de controle;

T_r é a trajetória de referência;

$Q_{(qN_y) \times (qN_y)}$ é a matriz de ponderação do erro de rastreamento;

$R_{(pN_u) \times (pN_u)}$ é a matriz de ponderação do sinal de controle.

Por simplicidade, utilizou-se neste trabalho $Q=I$ e $R = \text{diag}(\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_p)$, sendo λ_i os parâmetros de sintonia.

A solução do algoritmo GPC fornece a sequência do sinal de controle, $u(k)$, $u(k+1)$, ..., $u(k+N_u-1)$, que minimiza a função objetivo J . É a solução analítica para o caso sem restrições. Esta solução é dada por (Maciejowski, 2012):

$$\Delta U = (\Theta_x^T Q \Theta_x + R)^{-1} \Theta_x^T Q E, \quad (17)$$

sendo E o vetor de erro, definido como a diferença entre a trajetória de referência e a resposta livre, dado por:

$$E = T_r - Y_L = T_r - (\Phi x(k) - \Gamma x(k-1)). \quad (18)$$

De acordo com o princípio do horizonte móvel, somente o primeiro elemento de ΔU é aplicado, e no próximo instante de amostragem, toda a sequência é recalculada.

A aproximação das predições pela resposta livre conduz, obviamente, a uma predição sub ótima. Contudo, deve-se observar que este é um artifício interessante, visto que, na formulação da lei de controle do GPC, a minimização da função objetivo J , leva em conta a diferença entre a trajetória de referência T_r e a resposta livre como pode ser verificado pelas Equações (17) e (18).

3 Resultados de simulação

Seja uma planta descrita pelo seguinte modelo SISO bilinear de segunda ordem:

$$\begin{bmatrix} x_1(k+1) \\ x_2(k+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.8 & -0.2 \\ 0 & 0.6 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(k) \\ x_2(k) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} u(k) + \begin{bmatrix} 4 & 6 \\ 5 & 7 \end{bmatrix} \left(\begin{bmatrix} x_1(k) \\ x_2(k) \end{bmatrix} \otimes u(k) \right). \quad (19)$$

$$y(k) = [1 \quad 1] x(k)$$

Este sistema possui não linearidades bastante expressivas, como pode ser observado pelos valores dos coeficientes bilineares e pelos resultados de simulação que apresentaram grande variação de ganho estático e de comportamento dinâmico. Para se efetuar o controle deste sistema hipotético, foram projetados os controladores quasilinear em variáveis de estado, conforme descrito em Sobrinho (Sobrinho *et al*, 2011) e o quasilinear modificado aqui proposto. Os controladores foram sintonizados com o horizonte de predição $N_y=4$. Em seguida, foi sintonizado a ponderação na ação de controle, λ , diminuindo-se o máximo possível para se obter um menor tempo de estabelecimento, assegurando-se a estabilidade do sistema em malha fechada. Como já era esperado, o esforço de controle foi sempre muito grande. Por se tratar de um caso teórico, não foram impostas restrições, visto que no caso real se consideraria as limitações do atuador. Para o controlador quasilinear, o menor valor possível foi $\lambda = 290$. Para o controlador quasilinear modificado foi possível sintonizar com qualquer valor de $\lambda > 0$, sendo utilizado $\lambda = 0,01$. Os resultados da simulação são apresentados nas Figuras 1 e 2.

Na Figura 1 observa-se um melhor desempenho do controlador quasilinear modificado, o qual reduziu em cerca de 38% o tempo de estabelecimento.

Observa-se que o esforço de controle, no caso do algoritmo proposto, é ligeiramente maior, conforme é mostrado na Figura 2. Isto é devido ao fato que, neste caso, as predições são provavelmente mais pre-

cisas em virtude da melhoria do modelo utilizado na predição.

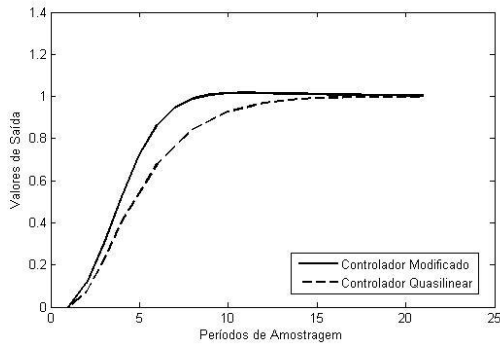


Figura 1. Saída do sistema controlado pelos controladores quasilinear e quasilinear modificado.

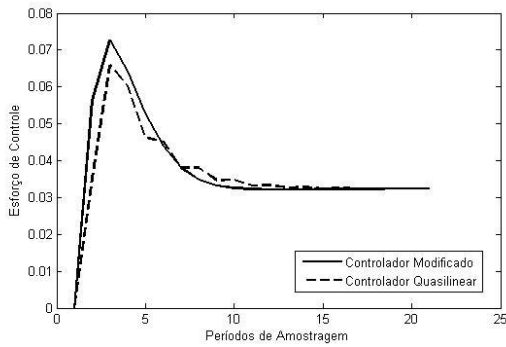


Figura 2. Esforço de controle para as saídas mostradas na Fig. 1.

Para se avaliar quantitativamente o desempenho de cada controlador, utilizou-se o índice de desempenho de Goodhart (Goodhart *et al*, 1994). Este índice é composto por três parcelas:

1) o esforço de controle médio total realizado para se atingir uma dada resposta, representado por:

$$\varepsilon_1 = \frac{\sum_{k=1}^T \Delta u_i(k)}{T} \quad (20)$$

em que T é um número inteiro que representa a quantidade de ações de controle, tomadas para se obter a resposta desejada;

2) a variância do sinal de controle em torno da média, dada por:

$$\varepsilon_2 = \frac{\sum_{k=1}^T (\Delta u_i(k) - \varepsilon_{1,i})^2}{T} \quad (21)$$

3) o desvio total com relação ao valor da referência desejada, dado por:

$$\varepsilon_3 = \frac{\sum_{k=1}^T |r_i(k) - y_i(k)|}{T} \quad (22)$$

em que $r(k)$ é o valor da referência. Deve-se observar que o índice ε_3 influencia diretamente na qualidade do produto a ser obtido, tendo grande importância na

análise qualitativa do processo. Esses valores foram normalizados, dividindo-se pelo valor máximo da grandeza correspondente, para torná-los adimensional, obtendo-se os ε_{in} . O índice de desempenho normalizado é então dado por:

$$\varepsilon_n = \alpha_1 \varepsilon_{1n} + \alpha_2 \varepsilon_{2n} + \alpha_3 \varepsilon_{3n}, \quad (23)$$

em que α_1 , α_2 e α_3 são os pesos atribuídos individualmente a cada índice. Adotaram-se os pesos α_1 , α_2 e α_3 como sendo 0,2, 0,3 e 0,5, respectivamente. Isto porque se objetivou dar maior importância ao cálculo do desvio com relação à referência desejada, já que na maioria dos casos essa situação está relacionada com a qualidade do produto em um processo. Na tabela 1 apresentam-se os índices de desempenho obtidos para os controladores simulados. Observa-se um melhor desempenho para o controlador aqui proposto.

Tabela1 Índices de desempenho

Controladores	ε_{1n}	ε_{2n}	ε_{3n}	ε_n
Proposto	0,023	0,0491	0,1469	0,0928
Quasilinear	0,023	0,0319	0,1920	0,1101

Em seguida, efetuou-se uma simulação variando-se a referência, a fim de se observar o desempenho do controlador proposto nestas condições de funcionamento. O controlador quasilinear modificado consegue conduzir o sistema a rastrear a referência, com a mesma sintonia sem anomalias, como está mostrado na Figura 3. O esforço de controle para esta simulação está mostrado na Figura 4. O controlador quasilinear não conseguiu realizar o controle com a mesma sintonia, pois a saída do sistema divergiu. Isso se deve, provavelmente, à deficiência do modelo preditor.

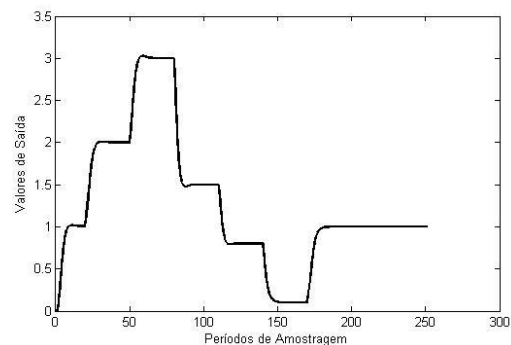


Figura 3. Saída do sistema controlado pelo controlador quasilinear modificado variando-se a referência.

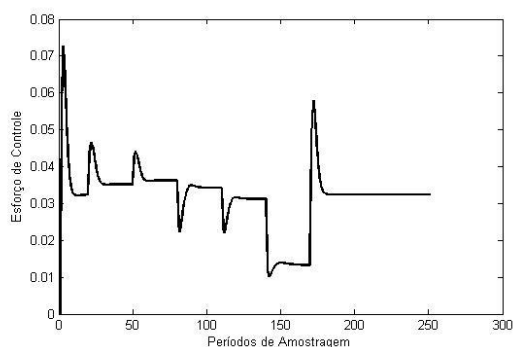


Figura 4. Esforço de controle para a saída mostrada na Fig. 3.

4 Conclusão

A modificação na quasilinearização, para modelos descritos por variáveis de estado, aqui apresentada, proporcionou melhorias no desempenho do controlador, principalmente quando as linearidades do sistema são mais expressivas. Uma diferença importante entre os controladores aqui analisados é que na abordagem com o controlador quasilinear atualizam-se os polos do modelo linearizado, a cada instante de amostragem, alterando a dinâmica inerente a esse modelo. Já na abordagem com o controlador quasilinear modificado, atualizam-se os zeros do modelo a cada instante de amostragem e também para cada horizonte de predição. Isto nos permite concluir que, tanto o ganho do modelo preditor, como também a sua dinâmica são modificadas, objetivando diminuir a distância entre o modelo real e o modelo preditor. Observou-se melhorias na optimalidade do controle, como também na estabilidade do algoritmo, quando se variou a ponderação na ação de controle, para o sistema aqui simulado. Essas melhorias foram devidas principalmente às predições mais precisas, decorrentes da atualização do modelo preditor, não somente a cada instante de amostragem, como também ao longo do horizonte de predição.

Referências Bibliográficas

Allgöwer F., Findeisen R. e Nagy Z. K. (2004). Non-linear model predictive control: from theory to application. *Journal of the Chinese Institute of Chemical Engineers*, 35(3): 299–315.

Biegler, L. e Rawlings J. (1991). Optimization approaches to nonlinear predictive control. In *Proc. 4th International Conference of Chemical Process Control*.

Bloemen, H. H. J., van den Boom, T. J. J. e Verbruggen, H. B. (2001). An Optimization Algorithm Dedicated to a MPC Problem for Dis-

crete Time Bilinear Models. *Proceedings of the American Control Conference*, Arlington, VA, p.2371-2381.

Camacho, E. F. e Bordons, C. (2004). *Model Predictive Control*. Springer- Verlag, London.

Clarke, D. W., Mohtadi, C. e Tuffs, P. S. (1987) “Generalized Predictive Control, *Automatica*, vol. 21, nº 2.

De Keyser, R. M. C. (1998). A gentle introduction to model based predictive control. In *PADI2 International Conference on Control Engineering and Signal Processing*, Piura, Peru.

Eaton, J. e J. Rawlings. (1990) “Feedback control of chemical process using on-line optimization techniques.” *computing Chemical Engineering*, 1990; Vol. 14, pp. 469-479.

Fontes, A. B., Maitelli, A. L. e Salazar, A. O. (2002). A new Bilinear Generalized Predictive Control Approach: Algorithm and Results. In *15th Triennial World Congress of the International Federation of Automatic Control*, Barcelona.

Fontes A. B., Cavalcanti A. L. O. e Maitelli, A. L. (2007) “Generalized Predictive Control Based in Multivariable Bilinear Multi-Model,” in *Proc. 8th International IFAC Symposium on Dynamics and Control of Process Systems*, vol. 3, jun. 2007, Cancún, México, pp. 91-96.

Goodhart S. G., Burnham K. J. e D. James. (1994). Bilinear self-tuning control of a high temperature heat treatment plant. *IEE Procedure Control Theory Applications*. Vol. 141, No 1, pp. 12 -18.

Henson, M. A. (1998). Nonlinear model predictive control: current status and future directions. *Computer and Chemical engineering*, 23, 187-202.

King, J., Burnham, J. e James G. (1990). Comparison of two identification techniques for bilinear systems, *Control and Computation*, Vol. 18, nº.1, pp. 4–8.

Liu, G. Z. e Li, P. (2004). Generalized Predictive Control for a Class of Bilinear Systems. *IFAC 7th Symposium on Advanced Control of Chemical Processes*, Hong Kong, China, p.952-956.

Lu, Y. e Arkunl, Y. A. (2003). Practical multiple model adaptive strategy for single-loop mpc. *Control Engineering Practice*, 11:141–159.

Maciejowski, J. M. (2002). *Predictive control with constraints*. Pearson Education Limited. England.

Mayne, D. Q., Rawlings, J. B., Rao, C. V. e Sokaert, P. O. M. (2000). Constrained model predictive control: Stability and optimality. *Automatica*, 36, 789–814.

Plucênio A. Desenvolvimento de Técnicas de Controle Não-linear para Elevação de Fluidos Multifásicos. (2010). Tese de Doutorado em Engenharia Elétrica, Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica, Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, Brasil.

- Qin, S. J. e Badgwell T. A. (2003). A Survey of Industrial Model Predictive Control technology. *Control Eng. Practice* 11, 733–764.
- Richalet J., Rault A., Testud I. L. e Pappon J., Model Predictive Heuristic Control: Applications to Industrial Processes, *Automatica*, Vol.14, 413-418, 1978.
- Richalet, J. Industrial Applications of Model Based Predictive Control. *Automatica*, 1993; 29(5):1951-1274.
- Sakizlis, V., Manthanwar, A. M. e Pistikopoulos, E. N. (2005). Robust parametric predictive control design for polytopically uncertain systems. American Control Conference.
- Sobrinho, M. O. S., Fontes, A. B. e Dórea, C. E. T. (2011). A New Algorithm for Bilinear Predictive Control. In 9th IEEE International Conference on Control and Automation. Santiago, Chile.
- Sobrinho, M. O. S., Fontes, A. B. e Dórea, C. E. T. (2012). Desenvolvimento de um Controlador Preditivo Não Linear Baseado em Modelo Compensado Aplicado a uma Coluna de Destilação Simulada, Caracterizada por um Modelo NARMAX. XIX Congresso Brasileiro de Automática, Campina Grande, PB.
- Sobrinho, M. O. S. e Fontes, A. B.. (2016). Desenvolvimento e Avaliação de um Controlador Preditivo Não Linear Baseado em Modelo Quasilinear Modificado XXI Congresso Brasileiro de Automática, Vitória, ES.
- Torrico, B. C. e Normey-Rico, J. E. (2004). Controle Preditivo de Sistemas não Lineares com Atraso, XV Congresso Brasileiro de Automática.
- Wan, Z. e Kotare, M. V. (2002). Robust output feedback model predictive control using off-line linear matrix inequalities. *Journal of Process Control* 12, 763-774.