

IDENTIFICAÇÃO DE SISTEMAS PARA OBTER MODELOS LINEARES VIA MÍNIMOS QUADRADOS PARA UM SISTEMA ELETROPNEUMÁTICO

GABRIEL BRUZACA CAVALCANTE*, ÍCARO BEZERRA QUEIROZ DE ARAÚJO†, ALBERDAN SANTIAGO DE AQUINO*, ADEMAR GONÇALVES DA COSTA JUNIOR*

**Laboratório de Instrumentação, Sistemas de Controle e Automação (LINSCA)
Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia da Paraíba (IFPB)
João Pessoa (PB), Brasil*

†*Instituto de Computação (IC), Universidade Federal de Alagoas (UFAL)
Maceió (AL), Brasil*

Emails: bruzacagabriel@gmail.com, icaro@ic.ufal.br, alberdan@ifpb.edu.br,
ademar.costa@ifpb.edu.br

Abstract— Electropneumatic systems are present in many industrial environments, where models of their dynamic behavior are based on phenomenological equations (white box modeling), often complex and without access to the internal parameters of the components. The present study uses techniques of black box systems identification to obtain linear models, as an alternative technique to the white box modeling. The platform used for the study was a rodless double acting cylinder controlled by a pneumatic proportional electro-valve, the input signal to the system being the voltage applied to the electro-valve and the cylinder position response signal. We obtained ARX (Auto Regressive and Exogenous Inputs) mathematical models and ARMAX (Auto Regressive with Moving Average and Exogenous Inputs) that represent the dynamic behavior of the system in a certain range of operation.

Keywords— Electro-pneumatic systems, Systems identification, Linear models, Least squares.

Resumo— Sistemas eletropneumáticos estão presentes em diversos ambientes industriais, onde modelos do seu comportamento dinâmico são baseados nas equações fenomenológicas (modelagem caixa branca), muitas vezes complexas e sem acesso aos parâmetros internos dos componentes. O presente estudo utiliza técnicas de identificação de sistemas em caixa preta para obtenção de modelos lineares, como uma técnica alternativa à modelagem caixa branca. A plataforma utilizada para estudo foi um cilindro de dupla ação sem haste comandado por uma eletroválvula proporcional pneumática, sendo o sinal de entrada para o sistema a tensão aplicada na eletroválvula e o sinal de resposta a posição do cilindro. Foram obtidos modelos matemáticos ARX (*Auto Regressive with Exogenous Inputs*) e ARMAX (*Auto Regressive with Moving Average and Exogenous Inputs*) que representam o comportamento dinâmico do sistema em um determinada faixa de operação.

Palavras-chave— Sistemas eletropneumáticos, Identificação de sistemas, Modelos lineares, Mínimos quadrados.

1 Introdução

O desenvolvimento constante das indústrias culminou na necessidade de sistemas mais precisos para um acréscimo na produtividade, em que grande parte dos atuadores presentes na indústria manufatureira são (eletro)pneumáticos e/ou (eletro)hidráulicos. Os sistemas eletropneumáticos são, majoritariamente, compostos por um sistema de condicionamento e de filtragem de ar, um cilindro pneumático, um conjunto de válvulas direcionadoras, um sensor de posicionamento e um circuito elétrico de comando, sendo presentes nas mais diversas atividades da indústria tais como, por exemplo, posicionamento de peças, prensagem e sistemas de arrefecimento (Parker Training, 2004).

Esses tipos de sistemas, se não controlados, apresentam várias restrições de uso quando aplicados a processos delicados ou minuciosos. Porém, com o advento dos sistemas microcontrolados, existe a possibilidade de implementação de malhas de controle digital, baseada em modelos matemáticos, nos mais diversos sistemas dinâmicos

com variados graus de complexidade, possibilitando um funcionamento preciso.

Para a modelagem matemática de sistemas dinâmicos, a identificação de sistemas é uma ferramenta interessante, como alternativa à modelagem matemática baseada nas equações fenomenológicas que regem o comportamento dinâmico de um sistema. Aguirre (2007) define a identificação de sistemas dinâmicos como a área do conhecimento que estuda e desenvolve técnicas e algoritmos para obter modelos matemáticos de sistemas dinâmicos a partir dos dados de entrada e saída de um determinado sistema dinâmico.

Os modelos matemáticos aqui citados tratam-se de representações matemáticas dotadas de parâmetros capazes de expressar o comportamento do sistema dinâmico em estudo para o estímulo imposto sobre ele. Aguirre (2007) cita três técnicas de modelagem de sistemas: i) modelagem caixa branca, baseada nas equações fenomenológicas que regem os sistemas; ii) modelagem caixa preta, onde pouco, ou nenhum, conhecimento prévio sobre o sistema, com o modelo matemático baseado exclusivamente nos dados de

entrada e saída de um experimento; iii) modelagem caixa cinza, que utiliza os dados de entrada e saída do sistema dinâmico, além de algum conhecimento prévio sobre ele para evidenciar características não apresentadas nos resultados de coleta de dados.

Diversos modelos matemáticos para sistemas com partes móveis são discutidos por Olsson (1996), com novos modelos acrescidos da análise fenomenológica do atrito sendo apresentados em Choudhury et al. (2005), He et al. (2007). Em Ravanbod-Shirazi and Besançon-Voda (2003) é proposta uma metodologia baseada em uma regressão linear para a estimação dos parâmetros do modelo de Karnopp (Karnopp, 1985), com adaptações realizadas por Garcia (2007), Romano and Garcia (2008).

Em sistemas eletropneumáticos, Ritter (2011), baseado em Bavaresco (2007), apresentam um modelo matemático de um sistema eletropneumático baseado na modelagem caixa branca, tratando todas as suas principais não-linearidades tais como, a zona morta da válvula proporcional, a dinâmica das pressões e da vazão mássica do sistema. French and Cox (1990), Grancharova and Johansen (2011) e Abry et al. (2016) apresentam também modelos com alta performance de ordens mais elevadas, incluindo como o atrito e a vazão mássica irregular.

O objetivo deste trabalho é apresentar os resultados da aplicação de técnicas de identificação de sistemas do tipo caixa preta, por mínimos quadrados não recursivos e recursivos com e sem fator de esquecimento, por meio dos sinais de entrada e de saída de um experimento, como uma alternativa ao uso das equações fenomenológicas que regem o comportamento dinâmico, para a determinação de modelos matemáticos lineares em malha aberta capazes de descrever a dinâmica de um sistema eletropneumático, contendo uma eletroválvula proporcional pneumática e um cilindro de dupla ação sem haste.

Este trabalho é dividido da seguinte forma: na seção 2 é apresentado o referencial teórico dos assuntos relacionados a eletropneumática e identificação de sistemas; na seção 3 é apresentado o *setup* experimental utilizado do sistema dinâmico e na seção 4 são apresentados os resultados dos modelos investigados; por fim, na seção 5 são discutidos os resultados, com as considerações finais deste trabalho na seção 6.

2 Referencial Teórico

Quanto a aplicação de sistemas eletropneumáticos na indústria, algumas vantagens podem ser citadas, como (Parker Training, 2004): a robustez inerente dos equipamentos, visto que sua estrutura física, usualmente, os tornam insensíveis a vibrações e choques mecânicos de leve

e média força; resistência a ambientes hostis, uma vez que é possível deixar o circuito de comando distante do circuito pneumático; a instalação dos equipamentos para a construção de circuitos eletropneumáticos não necessitam de grandes mudanças físicas no espaço de trabalho, tornando-os sistemas de fácil instalação.

É possível a potencialização dos benefícios que a eletropneumática oferece utilizando técnicas de controle de processos para que seja possível a redução, ou correção, de características, tais como a compressibilidade do ar e as velocidades não controladas. Para isso são necessários meios que possam estimar parâmetros de modelos matemáticos que possam representar o comportamento dinâmico de um sistema onde, em uma etapa posterior, seja projetado um controlador entre as diversas técnicas existentes.

2.1 Identificação de Sistemas via Mínimos Quadrados

Um modelo matemático de um sistema real é um análogo matemático que representa algumas das características observadas em tal sistema (Aguirre, 2007). Assim, o modelo matemático é uma aproximação das características biológicas, químicas e físicas de um sistema dinâmico, não existindo, portanto, um modelo exato para descrever o comportamento dinâmico e sim um conjunto de modelos de variadas famílias que atendem ou não as especificações necessárias para a modelagem do sistema. Entre as várias classificações, os modelos podem ser: *dinâmicos, estáticos, lineares, não lineares, discretos e contínuos*.

Quando se trata de sistemas discretos no tempo, a representação por equação de diferenças, com os parâmetros identificados por meio dos mínimos quadrados, apresenta algumas vantagens como as citadas por Coelho and Coelho (2004): i) identificação de modelo com alto grau de fidelidade; ii) exploração de diversos modelos permitindo a escolha dos polinômios mais adequados; iii) facilidade de implementação em sistemas embarcados; iv) maior exploração das técnicas de controle.

Conforme descrito em Ljung (1998), um modelo discreto linear invariante no tempo, que relaciona a saída $y(k)$, com a entrada $u(k)$, sendo $v(k)$ um ruído branco gaussiano, com média zero e variância unitária, pode ser escrito por:

$$y(k) = H(q)u(k) + G(q)v(k) \quad (1)$$

onde $H(q)$ e $G(q)$ são as representações das funções de transferências do sistema e do ruído, respectivamente.

A Equação (1) pode ser reescrita para o modelo generalizado apresentado por Ljung (1998) para um sistema monovariável, dado por:

$$A(z^{-1})y(k) = \frac{B(z^{-1})}{F(z^{-1})}u(k) + \frac{C(z^{-1})}{D(z^{-1})}v(k) \quad (2)$$

Os polinômios $A(z^{-1})$, $B(z^{-1})$, $C(z^{-1})$, $D(z^{-1})$, $F(z^{-1})$ são definidos pelas Equações 3 - 7

$$A(z^{-1}) = 1 - a_1z^{-1} - \dots - a_{na}z^{-na} \quad (3)$$

$$B(z^{-1}) = b_1z^{-1} + \dots + b_{nb}z^{-nb} \quad (4)$$

$$C(z^{-1}) = 1 + c_1z^{-1} + \dots + c_{nc}z^{-nc} \quad (5)$$

$$D(z^{-1}) = 1 + d_1z^{-1} + \dots + d_{nd}z^{-nd} \quad (6)$$

$$F(z^{-1}) = 1 + f_1z^{-1} + \dots + f_{nf}z^{-nf} \quad (7)$$

com na , nb , nc , nd e nf , sendo as ordens dos polinômios $A(z^{-1})$, $B(z^{-1})$, $C(z^{-1})$, $D(z^{-1})$, $F(z^{-1})$, respectivamente. Entre as classificações que regem o uso desses polinômios, os modelos ARX (com o uso dos polinômios $A(z^{-1})$ e $B(z^{-1})$) e ARMAX (com o uso dos polinômios $A(z^{-1})$, $B(z^{-1})$ e $C(z^{-1})$) possuem entradas exógenas sendo utilizadas quando o ruído é acrescentado na saída do modelo dinâmico, foco do presente estudo (Ljung, 1998; Aguirre, 2007).

Para que o modelo seja adequadamente identificado, fatores como o sinal de teste aplicado e o tempo de amostragem, se mal selecionados, podem afetar a qualidade do modelo identificado devido ao desvio de estimação dos parâmetros. Isermann (1981) sugere que o valor adequado para o tempo de amostragem está na faixa de:

$$\frac{t_{95\%}}{15} \leq t_a \leq \frac{t_{95\%}}{5} \quad (8)$$

com $t_{95\%}$, sendo o instante que a resposta ao degrau do sistema alcança 95% do valor final; e t_a , o tempo de amostragem a ser investigado. Para a determinação dessa faixa é inicialmente realizado um teste da resposta ao degrau com o tempo de amostragem muito inferior ao necessário para o sistema dinâmico, gerando um sistema superamostrado.

Dentre os tipos de sinais de testes utilizados para a investigação do uso das técnicas de identificação de sistemas estão o sinal do tipo degrau e o PRBS (*Pseudo Random Binary Signal*), que são utilizados neste trabalho. O sinal do tipo degrau apresenta uma mudança súbita de referência e estimula o sistema em apenas uma frequência e o sinal PRBS é uma sequência de degraus de mesma amplitude, com a largura de cada degrau de duração aleatória, tornando possível a análise da resposta em diversas frequências de excitação (Mendes, 2007).

Para a estimação do vetor de parâmetros, os algoritmos para o cálculo dos mínimos quadrados e suas variações são apresentados em Coelho and Coelho (2004) e Aguirre (2007), sendo o algoritmo

para a estimação do vetor de parâmetros para o método não recursivo apresentado na Equação (9):

$$\theta_{MQ} = \arg \theta \min J_{MQ} = [X^T X]^{-1} X^T \mathbf{y} \quad (9)$$

Em sua versão recursiva, a estimação do vetor de parâmetros por meio dos mínimos quadrados é realizada, utilizando as Equações 10–13 (Coelho and Coelho, 2004; Aguirre, 2007).

$$K_k = \frac{P_{k-1} \hat{\theta}_k}{\hat{\theta}_k^T P_{k-1} \hat{\theta}_k + \lambda} \quad (10)$$

$$\hat{\theta}_k = \hat{\theta}_{k-1} + K_k \xi_k \quad (11)$$

$$\xi_k = y_k - \hat{\theta}_k \xi_k \quad (12)$$

$$P_k = \frac{1}{\lambda} \left(P_{k-1} - \frac{P_{k-1} \hat{\theta}_k \hat{\theta}_k^T P_{k-1}}{\hat{\theta}_k^T P_{k-1} \hat{\theta}_k + \lambda} \right) \quad (13)$$

com: K_k , a matriz de ganho para o instante k ; $\hat{\theta}$, o vetor de parâmetros estimado; ξ_k , o erro de estimação para o instante k ; P_k , a matriz de covariância no instante k ; λ , o fator de esquecimento.

Nas Equações 10–13, o fator de esquecimento λ é substituído pelo valor unitário, porém o algoritmo dos mínimos quadrados recursivos possui suscetibilidade a polarização dos modelos uma vez que a identificação recursiva pode criar tendências para sistemas com diversas medições no mesmo ponto. Dessa forma, as Equações 10–13 utilizadas para o método dos mínimos quadrados recursivos são levemente modificados, com a inserção de λ que, geralmente, possui valores típicos na faixa entre 0,9 e 0,99 (Coelho and Coelho, 2004).

3 Setup Experimental

O *setup* experimental do sistema eletropneumático em estudo, ilustrado na Figura 1, é constituído por: um regulador de pressão (número 1 na Figura 1); uma eletroválvula pneumática proporcional (2), responsável pela liberação de pressão para a câmaras internas do cilindro atuador; o conjunto atuador/sensor (3); um circuito para o condicionamento de sinais e aquisição dos dados por meio da plataforma Arduino Due.

A Figura 2 ilustra com um maior detalhe, o conjunto atuador/sensor utilizado, onde há um cilindro de dupla ação pneumático (1) que possui 415 mm de comprimento, cujo acionamento é realizado pela liberação de pressão da válvula proporcional para suas duas câmaras, podendo trabalhar com a pressão máxima de 8 bar. Na realização do ensaio experimental, a pressão do sistema eletropneumático foi de 6 bar.

Ainda na Figura 2, o sensor de posição (2) é um potenciômetro linear de comprimento 415 mm, alimentado com 24 V de um fonte de bancada, com sinal de saída de 10 V.

Figura 1: *Setup* experimental do sistema eletropneumático.

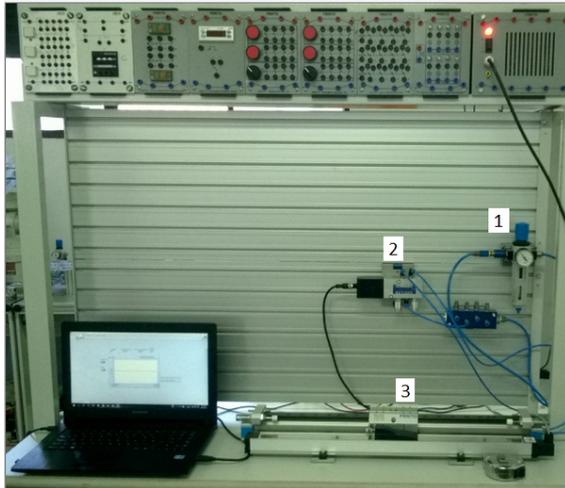
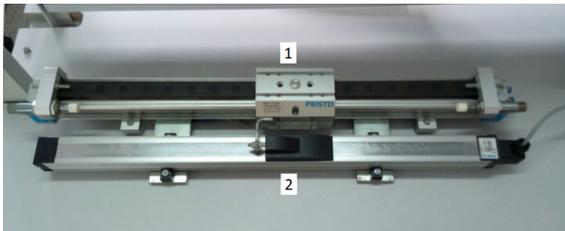


Figura 2: Cilindro de dupla ação acoplado ao sensor linear.



A eletroválvula no *setup* experimental é do tipo 5/3 vias de centro fechado, acionada por sinal eletrônico, onde na medida que é aplicada tensão elétrica no sinal de entrada, seu carretel interno é deslocado, liberando as passagens de ar em ambos os sentidos, porém com pressões proporcionais.

A eletroválvula utilizada no *setup* experimental possui uma faixa de tensão entre 0 e 10 V, em que na faixa entre 0 e 5V, o cilindro apresenta o movimento de recuo, alterando sua velocidade, ficando mais rápido conforme a tensão for próxima a zero. Na faixa entre 6 a 10 V apresenta movimento de avanço, possuindo maiores velocidades conforme se aproxima dos 10 V. Em testes realizados com a eletroválvula, o valor de tensão de 5,23 V impede a vazão de ar por quaisquer dos caminhos da válvula fazendo o atuador parar na posição em que se encontra.

Por fim, o circuito de acionamento para a eletroválvula converte o sinal PWM de 3,3 V do Arduino para um sinal contínuo dentro da faixa 0-10 V. Para isso o circuito contém um filtro passivo passa-baixa, um seguidor de tensão (*buffer*) baseado no amplificador operacional LM741 e um amplificador à transistor baseado no IRFN540.

4 Metodologia

Para identificar modelos matemáticos ARX e ARMAX para o sistema eletropneumático em malha aberta, cuja entrada do modelo é a tensão elétrica aplicada na eletroválvula e posição do cilindro como saída, foi aplicada uma sequência de sinais do tipo degrau, com adição do sinal PRBS de amplitude 11 V de pico a pico (4 V–7 V). Devido a característica de funcionamento da eletroválvula utilizada no *setup* experimental, houve a necessidade de três valores de tensões elétricas para o sinal do tipo degrau, para que fosse possível a movimentação de avanço e retorno do cilindro, conforme apresentado na Tabela 1.

Tabela 1: Correspondência entre os valores de PWM e de tensão.

Faixa de tensão (V)	Movimento
4 – 5,17	Avanço
5,18 – 5,2	Parada
5,3 – 7	Recuo

A aquisição de dos dados experimentais de entrada e de saída do sistema foi realizada por meio do LabVIEW, com a utilização da plataforma Arduino como placa de aquisição de dados. No experimento foram adquiridos os dados de 42 ciclos de avanço e de retorno, para que fosse possível observar e estudar o efeito da histerese e da zona morta presente na eletroválvula.

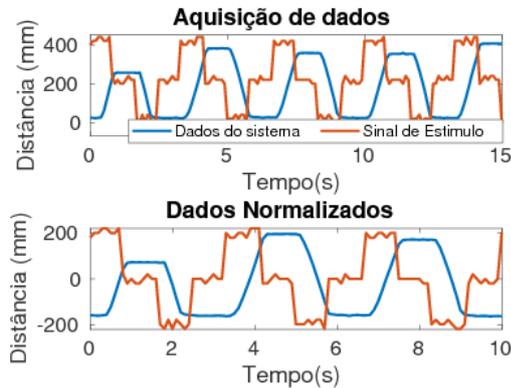
No total do experimento foram adquiridos 1200 amostras, com o tempo de amostragem de 100 ms, baseado na metodologia apresentada por Isermann (1981). Para a identificação dos modelos foram escolhidos a primeira metade das amostras para o processo de estimação de parâmetros e a segunda metade para a validação dos modelos, onde a Figura 3 ilustra parcialmente a sequência de ciclos, com o sinal vermelho, sendo o sinal aplicado na entrada da eletroválvula (sinal de entrada do sistema) e o sinal azul, a movimentação do cilindro monitorado pelo potenciômetro linear (sinal de saída do sistema).

Antes dos procedimentos para a identificação dos modelos, os sinais adquiridos foram pré-tratados sendo removidas a média e os *outliers*, de modo a evitar a polarização dos modelos investigados.

Dos modelos citados na sessão 2, para este estudo, foram escolhidos os modelos ARX e ARMAX pelo fato de serem modelos mais simples e bem consolidados na literatura. Na próxima sessão, serão apresentados os resultados obtidos a partir da identificação de tais modelos.

Para a determinação dos modelos mais adequados foram utilizados métodos quantitativos para selecionar os modelos com melhor ajuste a dinâmica do sistema, sendo verificados o sinal ge-

Figura 3: Sequência de ciclos parciais para a etapa de identificação de sistemas.



rado pelo modelo e também sua estrutura.

Segundo Hang and Chin (1991) em Coelho and Coelho (2004), a determinação da ordem do sistema é uma importante tarefa na estimação de parâmetros. Assim para a determinação se um modelo com determinada ordem é adequado ou não, podem ser utilizados critérios de verificação tais como Critério de Informação de Akaike (*AIC - Akaike Information Criterion*), Erro de Predição Final (*FPE - Final Prediction Error*), Critério de Informação de Bayes (*BIC - Bayesian Information Criterion*).

O critério de Akaike utilizado neste trabalho é dado por (Coelho and Coelho, 2004):

$$AIC = N \ln[J_k] + 2p \quad (14)$$

$$J_k = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N [y_k - \hat{y}_k]^2 \quad (15)$$

onde: J_k , é a função de custo básica do mínimos quadrados; N , é o numero de amostras utilizadas na identificação; p , é a quantidade de termos estimados; \hat{y} , o modelo estimado.

Assim é possível medir o ponto em que o modelo apresenta um ponto mínimo de custo para a identificação e para a validação, uma vez que, para o mesmo sistema, modelos de diferentes ordens, apresentaram índices diferentes, sendo notório o ponto de mínimo.

Enquanto isso, na etapa de validação do modelo é verificado se os valores dos parâmetros atingiram valores adequados à um máximo ajuste de curva. Essa verificação é realizada por meio de índices com propriedades estatísticas como o RMSE (*Root Mean Squared Error*) e o MRSE (*Mean Root Square Error*), dados por:

$$RMSE = 1 - \frac{\sqrt{\sum_{k=1}^N (y_k - \hat{y}_k)^2}}{\sqrt{\sum_{k=1}^N (y_k - \bar{y})^2}} \quad (16)$$

$$MRSE = 1 - \frac{\sqrt{\sum_{k=1}^N (y_k - \hat{y}_k)^2}}{\sum_{k=1}^N y_k^2} \quad (17)$$

com: y , o conjunto de dados para validação; \hat{y} , o conjunto de dados a ser validado; \bar{y} , a média do conjunto de dados para validação.

5 Resultados

Nesta seção são apresentados os resultados obtidos da investigação de modelos lineares para o sistema eletropneumático em estudo, utilizando os dados experimentais de entrada (tensão na eletroválvula) e de saída (posição do cilindro). Modelos de 3ª a 5ª ordem, com as estruturas ARX (polinômios $A(z^{-1})$ e $B(z^{-1})$) e ARMAX (polinômios $A(z^{-1})$, $B(z^{-1})$ e $C(z^{-1})$) foram identificados com o objetivo de determinar o modelo que melhor representa o comportamento do sistema dinâmico.

Em conformidade com estudos prévios sobre identificação de sistemas pneumáticos (Ritter (2011) e Bavaresco (2007)) a ordem dos modelos escolhidos para serem analisados foram de terceira a quinta ordem. Para a estimação de tais modelos foram utilizados os métodos dos mínimos quadrados não recursivos e recursivos, de forma *offline*, considerando ou não o uso do fator de esquecimento (λ) para o mínimos quadrados recursivo, escolhido com o valor $\lambda = 0,99$, que foi escolhido empiricamente.

5.1 Modelos de 3ª Ordem

Os polinômios $A(z^{-1})$, $B(z^{-1})$ e $C(z^{-1})$, que compõe os modelos ARX/ARMAX de 3ª ordem investigados são ilustrados na Tabela 2.

Tabela 2: Estrutura para os modelos ARX/ARMAX de 3ª ordem.

Polinômios	Estrutura
$A(z^{-1})$	$1 + a_1 z^{-1} + a_2 z^{-2} + a_3 z^{-3}$
$B(z^{-1})$	$b_1 z^{-1} + b_2 z^{-2}$
$C(z^{-1})$	$c_1 z^{-1} + c_2 z^{-2}$

Na Figura 4 é apresentada a simulação do comportamento dinâmico dos modelos identificados e feita a comparação gráfica com os dados coletados afim de verificar os pontos de divergência entre o sistema modelado e os dados.

A Tabela 3 apresenta os valores dos parâmetros obtidos pelo processo de identificação para os modelos de terceira ordem da família ARX, sendo possível observar que o MQR apresentou melhor desempenho na estimação de parâmetros conforme comprovado pelos valores obtidos nos índices de validação.

A Tabela 4 apresenta os resultados da identificação de parâmetros para os modelos da família ARMAX, os quais não apresentaram melhorias no resultado final da identificação apesar do incremento do polinômios para compensação do sinal de ruído.

Figura 4: Resultados da validação dos modelos de 3ª ordem.

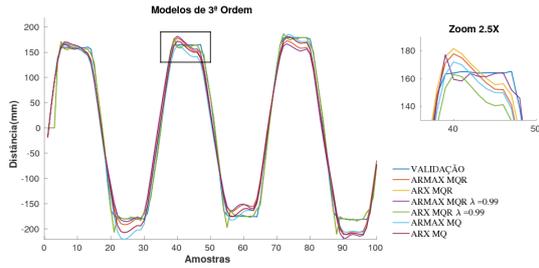


Tabela 3: Estimação de parâmetros e os índices RMSE e MRSE para os modelos ARX de 3ª ordem.

Parâmetros			Modelo	Índice	Validação
a_1	a_2	a_3	ARX	RMSE	0.8193
-1.7880	1.0923	-0.3002		MRSE	
b_1	b_2	-	ARX MQR	RMSE	0.94
0.0675	0.0404	-		MRSE	
a_1	a_2	a_3	ARX MQR, $\lambda = 0.99$	RMSE	0.9320
-1.7565	1.049	-0.2859		MRSE	
b_1	b_2	-			
0.069	0.0392	-			

Tabela 4: Estimação de parâmetros e os índices RMSE e MRSE para os modelos ARMAX de 3ª ordem.

Parâmetros			Modelo	Índice	Validação
a_1	a_2	a_3	ARMAX	RMSE	0,8156
-1.7933	1.1007	-0,3034		MRSE	
b_1	b_2	-	ARMAX MQR	RMSE	0,8350
0,0677	0,0401	-		MRSE	
c_1	c_2	-	ARMAX MQR, $\lambda = 0,99$	RMSE	0,8420
-0,5687	-0,0144	-		MRSE	
a_1	a_2	a_3			
-1,7615	1,0506	-0,2832			
b_1	b_2	-			
0,0694	0,0366	-			
c_1	c_2	-			
0,7235	0,0761	-			

Isso é factível, uma vez que, os sinais coletados não apresentam ruído de amplitude significativo para afetar o processo de estimação, e a estimação desses parâmetros passam a gerar uma mínima polarização do modelo identificado.

5.2 Modelos de 4ª Ordem

Assim como executado nos modelos de 3ª ordem, foram investigadas as famílias ARX e ARMAX para os modelos de 4ª ordem com as estruturas ilustradas na Tabela 5. Os resultados da validação dinâmica são ilustradas na Figura 5 e os valores dos parâmetros e os índices RMSE e MRSE para os modelos ARX e ARMAX de 4ª ordem são ilustrados nas Tabelas 6 e 7, respecti-

vamente.

Tabela 5: Estrutura para os modelos ARX/ARMAX de 4ª ordem.

Polinômios	Estrutura
$A(z^{-1})$	$1 + a_1 z^{-1} + a_2 z^{-2} + a_3 z^{-3} + a_4 z^{-4}$
$B(z^{-1})$	$b_1 z^{-1} + b_2 z^{-2} + b_3 z^{-3}$
$C(z^{-1})$	$c_1 z^{-1} + c_2 z^{-2} + c_3 z^{-3}$

Figura 5: Resultados da validação dos modelos de 4ª ordem

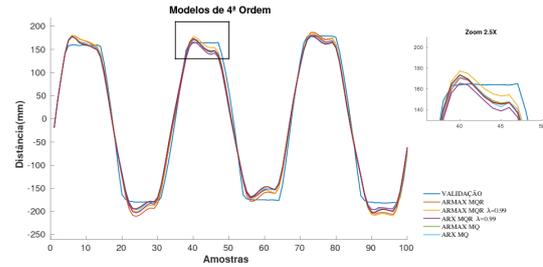


Tabela 6: Estimação de parâmetros e os índices RMSE e MRSE para os modelos ARX de 4ª ordem.

Parâmetros				Modelo	Índice	Validação
a_1	a_2	a_3	a_4	ARX	RMSE	0,7817
-1,7407	0,9969	-0,1946	-0,0596		MRSE	
b_1	b_2	b_3	-	ARX MQR	RMSE	0,8480
0,0684	0,0383	0,139	-		MRSE	
a_1	a_2	a_3	a_4	ARX MQR, $\lambda = 0,99$	RMSE	0,8475
-1,7125	0,9191	-0,1108	-0,0928		MRSE	
b_1	b_2	b_3	-			
0,0691	0,0373	0,0115	-			
a_1	a_2	a_3	a_4			
-1,7449	1,0092	-0,1779	-0,0838			
b_1	b_2	b_3	-			
0,0637	0,0432	0,0141	-			

A Tabela 6 ilustra os resultados da identificação dos parâmetros para um modelo de quarta ordem da família ARX. Analisando os valores obtidos com os índices de validação nota-se que o incremento no número de parâmetros não melhorou a qualidade do modelo identificado, indicando que um aumento no número de parâmetros a serem identificados não acrescenta melhorias significativas.

Assim como observado com os modelos de terceira ordem da família ARMAX, os resultados apresentados na Tabela 7 apresentaram a mesma tendência, apesar do incremento do polinômio $C(z^{-1})$ ao modelo, com finalidade de melhor tratar algum sinal de ruído e melhorar o processo de estimação dos parâmetros, o efeito observado é de uma melhora não significativa no processo de identificação.

5.3 Modelos de 5ª Ordem

Em consonância com as investigações de 3ª e 4ª ordem, também foram investigados os modelos

Tabela 7: Estimação de parâmetros e os índices RMSE e MRSE para os modelos ARX de 4ª ordem.

Parâmetros				Modelo	Índice	Validação	
a_1	a_2	a_3	a_4	ARMAX	RMSE	0,7740	
-1,7408	0,9972	-0,1951	-0,0594				
b_1	b_2	b_3	-				
0,0684	0,0383	0,0140	-				
c_1	c_2	-	-	MRSE	0,7740	0,8340	
0,0536	0,0158	-	-				
a_1	a_2	a_3	a_4	ARMAX MQR	RMSE		0,8340
-1,7110	0,9199	-0,3002	XX				
b_1	b_2	b_3	-				
0,0675	0,0404	XX	-				
c_1	c_2	c_2	-	MRSE	0,8347	0,8472	
0,0675	0,0404	XX	-				
a_1	a_2	a_3	a_4	ARMAX MQR, $\lambda = 0,99$	RMSE		0,8472
-1,7565	1,092	-0,1131	-0,0933				
b_1	b_2	b_3	-				
0,0688	0,0381	0,0113	-				
c_1	c_2	-	-	MRSE	0,8475	0,8402	
-0,1338	-0,3079	-	-				

ARX e ARMAX de 5ª ordem (estruturas ilustradas na Tabela 8), sendo que esses apresentaram resultados não satisfatórios, semelhantes aos modelos de 4ª ordem ilustrados na subseção 5.2. Os resultados gráficos ilustrados pela Figura 6 podem ser confirmados pelas Tabelas 9 e 10, que apresentam os parâmetros estimados dos modelos, além dos valores dos índices RMSE e MRSE.

Tabela 8: Estrutura para os modelos ARX/ARMAX de 5ª ordem.

Polinômios	Estrutura
$A(z^{-1})$	$1 + a_1z^{-1} + a_2z^{-2} + a_3z^{-3} + a_4z^{-4} + a_5z^{-5}$
$B(z^{-1})$	$b_1z^{-1} + b_2z^{-2} + b_3z^{-3} + b_4z^{-4}$
$C(z^{-1})$	$c_1z^{-1} + c_2z^{-2} + c_3z^{-3} + c_4z^{-4}$

Figura 6: Resultados da validação dos modelos de 5ª ordem.

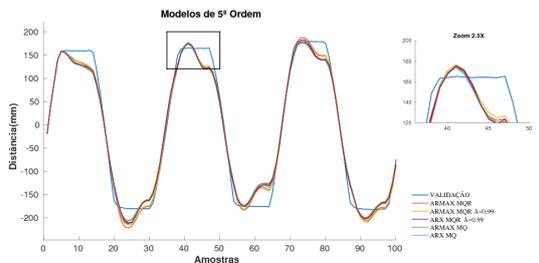


Tabela 9: Estimação de parâmetros e os índices RMSE e MRSE para os modelos ARX de 5ª ordem.

Parâmetros					Modelo	Índice	Validação	
a_1	a_2	a_3	a_4	a_5	ARX	RMSE	0,8557	
-1,7201	1,0691	-0,2600	0,0814	-0,1516				
b_1	b_2	b_3	b_4	-	MRSE	0,8557	0,8313	
0,0845	0,0067	0,345	0,416	-				
a_1	a_2	a_3	a_4	a_5	ARX MQR	RMSE		0,8313
-1,6855	0,9431	-0,1200	0,0083	-0,1241				
b_1	b_2	b_3	b_4	-	MRSE	0,8313	0,8389	
0,0815	0,0032	0,339	0,329	-				
a_1	a_2	a_3	a_4	a_5	ARX MQR, $\lambda = 0,99$	RMSE		0,8388
-1,7218	1,0227	-0,1516	0,0038	-0,1319				
b_1	b_2	b_3	b_4	-	MRSE	0,8388	0,8402	
0,0789	0,0085	0,341	0,0370	-				

A questão de não haver uma melhora significativa na identificação com o aumento do número

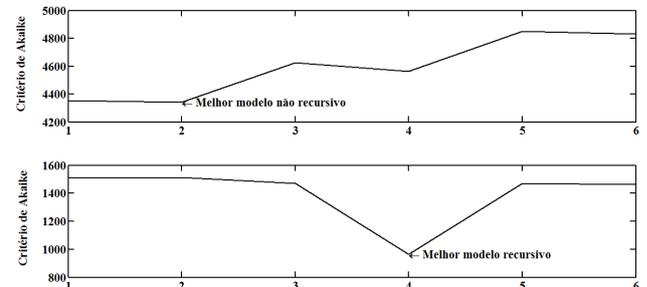
de parâmetros, que foi observado nos modelos ARMAX de terceira ordem e nos modelos ARX e ARMAX de quarta ordem, manteve-se persistente nos modelos de 5ª ordem. Conforme é apresentado nas Tabelas 9 e 10.

Tabela 10: Estimação de parâmetros e os índices RMSE e MRSE para os modelos ARMAX de 5ª ordem.

Parâmetros					Modelo	Índice	Validação	
a_1	a_2	a_3	a_4	a_5	ARMAX	RMSE	0,8550	
-1,7201	1,0708	-0,2642	0,0858	-0,1535				
b_1	b_2	b_3	b_4	-	MRSE	0,8552	0,8302	
0,0843	0,0069	0,345	0,418	-				
c_1	c_2	c_3	c_4	-	ARMAX MQR	RMSE		0,8302
0,3090	0,1072	XX	XX	-				
a_1	a_2	a_3	a_4	a_5	MRSE	0,8342	0,8422	
-1,6915	0,9547	-0,3002	XX	XX				
b_1	b_2	b_3	b_4	-	ARMAX MQR, $\lambda = 0,99$	RMSE		0,8402
0,0675	0,0404	XX	XX	-				
c_1	c_2	c_3	c_4	-	MRSE	0,8402	0,8402	
0,0675	0,0404	XX	XX	-				
a_1	a_2	a_3	a_4	a_5	ARMAX MQR, $\lambda = 0,99$	RMSE		0,8402
-1,7565	1,092	-0,1459	0,0412	-0,1367				
b_1	b_2	b_3	b_4	-	MRSE	0,8402	0,8402	
0,0815	0,0028	0,333	0,334	-				
c_1	c_2	c_3	c_4	-	MRSE	0,8402		0,8402
0,3355	-0,3582	XX	XX	-				

Utilizando ainda o método do Critério de Informação de Akaike é possível determinar a estrutura mais adequada dentre as que foram investigadas, conforme ilustrado na Figura 7. Os números do eixo horizontal para os modelos não recursivos na Figura 7, são: 1) ARX 3ª ordem; 2) ARX 4ª ordem; 3) ARX 5ª ordem; 4) ARMAX 3ª ordem; 5) ARMAX 4ª ordem; 6) ARMAX 5ª ordem.

Figura 7: Validação das estruturas pelo critério de Akaike.



Ainda na Figura 7, os números indicados no eixo horizontal são modelos recursivos: 1) ARMAX MQR 3ª ordem; 2) ARMAX MQR 4ª ordem; 3) ARMAX MQR 5ª ordem, 4- ARX MQR 3ª ordem; 5) ARX MQR 4ª ordem, 5- ARX MQR 5ª ordem. Para o caso dos modelos identificados utilizando o método dos mínimos quadrados recursivos com e sem fator de esquecimento, os valores para o critério de Akaike possuíram valores significativamente próximos.

6 Conclusão

Neste artigo, foi realizada a identificação de modelos ARX e ARMAX para um sistema eletropneumático. Os resultados mostram que os

modelos ARX de terceira ordem obtiverem índices de avaliação melhores que os demais modelos estudados.

Como o sistema não apresenta grandes variações nos parâmetros ao longo do tempo, os mínimos quadrados com fator de esquecimento não apresentam grande diferença nos resultados obtidos se comparado ao método sem fator de esquecimento.

Com base nos resultados obtidos é possível concluir que o processo de identificação utilizando métodos de caixa preta com enfoque nas técnicas de identificação estocástica é uma solução viável para o processo de identificação de sistemas eletropneumáticos. Como trabalhos futuros, sugere-se o estudo de técnicas de identificação com base em modelos não lineares aplicadas ao sistema estudado neste artigo.

Agradecimentos

Os autores agradecem ao IFPB (Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia da Paraíba) pelo suporte neste projeto.

Referências

- Abry, F., Brun, X., Sesmat, S., Bideaux, É. and Ducat, C. (2016). Electropneumatic cylinder backstepping position controller design with real-time closed-loop stiffness and damping tuning, *IEEE Transactions on Control Systems Technology* **24**(2): 541–552.
- Aguirre, L. A. (2007). *Introdução à identificação de sistemas: técnicas lineares e não-lineares aplicadas a sistemas reais*, 3 edn, Editora UFMG, Belo Horizonte.
- Bavaresco, D. (2007). *Modelagem matemática e controle de um atuador pneumático*, Master's thesis, Programa de Pós-Graduação em Modelagem Matemática da Universidade Regional do Noroeste do Estado do Rio Grande do Sul (UNIJUÍ).
- Choudhury, M., Thornhill, N. F. and Shah, S. L. (2005). Modelling valve stiction, *Control Engineering Practice* **13**(5): 641–658.
- Coelho, A. A. R. and Coelho, L. S. (2004). *Identificação de sistemas dinâmicos lineares*, Editora da UFSC, Florianópolis.
- French, I. G. and Cox, C. S. (1990). Modelling, design and control of a modern electropneumatic actuator, *IEE Proceedings D (Control Theory and Applications)* **137**(3): 145–156.
- Garcia, C. (2007). Friction model parameter estimation for control valves, *8th International IFAC Symposium on Dynamics and Control of Process Systems*, Cancun (Mexico).
- Grancharova, A. and Johansen, T. A. (2011). Design and comparison of explicit model predictive controllers for an electropneumatic clutch actuator using on/off valves, *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics* **16**(4): 665–673.
- Hang, C. C. and Chin, D. (1991). Reduced order process modelling in self-tuning control, *Automatica* **27**(3): 529–534.
- He, Q. P., Wang, J., Pottmann, M. and Qin, S. J. (2007). A curve fitting method for detecting valve stiction in oscillating control loops, *Industrial & Engineering Chemistry Research* **46**(13): 4549–4560.
- Isermann, R. (1981). Practical aspects of process identification, *System Identification*, Elsevier, pp. 575–587.
- Karnopp, D. (1985). Computer simulation of stick-slip friction in mechanical dynamics system, *Journal of Dynamic Systems, Measurement and Control* **107**(1): 100–103.
- Ljung, L. (1998). *System identification, Signal analysis and prediction*, Springer, , pp. 163–173.
- Mendes, E. M. A. M. (2007). Aspectos práticos de identificação de sistemas, in L. A. Aguirre (ed.), *Enciclopédia de Automática Controle & Automação*, Vol. 3, Blucher, São Paulo, chapter 5, pp. 123–157.
- Olsson, H. (1996). *Control systems with friction*, PhD thesis, Lund Institute of Technology, Sweden.
- Parker Training (2004). *Tecnologia pneumática industrial: apostila M1001-1 BR*, Jacaré (SP).
- Ravanbod-Shirazi, L. and Besançon-Voda, A. (2003). Friction identification using the karnopp model, applied to an electropneumatic, *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part I: Journal of Systems and Control Engineering* **217**(2): 123–138.
- Ritter, C. S. (2011). *Modelagem matemática das características não lineares de atuadores pneumáticos*, Master's thesis, Programa de Pós-Graduação em Modelagem Matemática da Universidade Regional do Noroeste do Estado do Rio Grande do Sul (UNIJUÍ).
- Romano, R. A. and Garcia, C. (2008). Karnopp friction model identification for a real control valve, *17th World Congress The International Federation of Automatic Control*, Seoul (South Korea).