

PROJETO DE CONTROLADOR *BACKSTEPPING* ROBUSTO PARA SISTEMAS DE POSICIONAMENTO ACIONADOS POR UM ATUADOR PIEZOELÉTRICO

PETRUS E. O. G. B. ABREU*, BRUNO O. S. TEIXEIRA*, LUIS A. AGUIRRE*

*Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica, Universidade Federal de Minas Gerais (UFMG)
Av. Antônio Carlos, 6627 - 31270-901, Belo Horizonte, Minas Gerais, Brasil

Emails: petrusabreu@ufmg.br, brunoot@ufmg.br, aguirre@ufmg.br

Abstract— Existing control techniques designed to compensate hysteretic effect can be sensitive to parameter uncertainty. This paper presents a proposal to improve the robustness of controllers based on the *backstepping* technique, which is designed to compensate the hysteretic effect present in piezoelectric actuators. Hysteresis degrades the tracking control accuracy of the positioning system. Thus, to overcome this problem a simple robust backstepping controller is designed to compensate the effect of hysteresis by augmenting the state vector. Numerical simulations are presented to illustrate the main aspects of the new design and demonstrate the robustness achieved by the proposed improvement.

Keywords— Robust backstepping controller, Hysteresis, Piezoelectric actuator.

Resumo— As técnicas de projeto de controladores para compensar o efeito histerético podem ser sensíveis à incerteza dos parâmetros. Este artigo apresenta uma proposta de melhoria na robustez de controladores baseados na técnica *backstepping*, que são projetados com o objetivo de compensar o efeito histerético presente em atuadores piezoelétricos. A histerese degrada a exatidão de rastreabilidade do sistema de posicionamento. Assim, para contornar esse problema, projeta-se um controlador *backstepping* robusto simples, de modo a compensar o efeito da histerese ao aumentar o vetor de estados. Simulações numéricas são apresentadas para ilustrar os principais pontos do procedimento proposto e demonstrar a robustez alcançada com a melhoria proposta.

Palavras-chave— Controlador *backstepping* robusto, Histerese, Atuador piezoelétrico.

1 Introdução

O uso de atuadores piezoelétricos em aplicações de posicionamento tem atraído grande interesse por apresentarem propriedades especiais, que estão diretamente relacionadas à sua alta resolução, rápida velocidade de resposta e alta rigidez (Peng e Chen, 2013). Por esse motivo, esses dispositivos demonstram-se eficazes em aplicações que necessitam de alta precisão (Croft et al., 1999; Kim et al., 2003). No entanto, esses atuadores exibem efeitos não lineares, como a histerese, tornando sua modelagem e controle desafiadores.

Os métodos de projeto para compensação de histerese podem ser enquadrados, na maioria dos casos, em duas categorias: métodos livres e métodos baseados em modelo de histerese (Xu, 2013). Na primeira categoria, a histerese não modelada é considerada como uma incerteza ou perturbação no sistema nominal, que é tratada por meio de controladores robustos ou avançados (Salapaka et al., 2002; Chen e Hisayama, 2008). Na segunda categoria, a histerese é considerada no projeto de controle de duas maneiras: (i) o modelo de histerese fornece estimativas diretamente para o controlador (Shieh e Hsu, 2007); e (ii) constroi-se o modelo inverso para implementação de um compensador *feedforward* (Janaideh et al., 2011), que pode ser combinado com um controlador realimentado (Shen et al., 2008). Para essa segunda categoria, o desempenho da compensação depende do modelo. Este trabalho usa o método baseado em modelo de histerese no projeto de controladores.

Há na literatura vários modelos de histerese:

o modelo de Duhem (Stepanenko e Su, 1998), modelo de Preisach (Ge e Jouaneh, 1997) e o modelo de Bouc-Wen (Wen, 1976). O modelo de Bouc-Wen tem se destacado por representar, de modo analítico, uma ampla classe de sistemas não lineares histeréticos reais (Smyth et al., 2002). A estimação de modelos polinomiais a partir de dados de sistemas com histerese foi discutida por Martins e Aguirre (2016). Este trabalho usa o modelo de Bouc-Wen.

A técnica *backstepping* tem sido usada no controle de sistemas com histerese (Zhou e Wen, 2008; Zhang et al., 2017). Tal técnica consiste de um esquema recursivo baseado na teoria de Lyapunov para sistemas na forma de realimentação estrita (do inglês, *strict-feedback form*) (Khalil, 2002).

Neste trabalho é apresentado o projeto de um controlador não linear robusto baseado na técnica *backstepping* para compensar a histerese em um sistema com um atuador piezoelétrico. A melhoria proposta tem como objetivo atenuar o problema de sensibilidade paramétrica encontrado no controlador projetado em Payam et al. (2009). Para isso, propõe-se o aumento do vetor de estados com a adição de uma ação integral do erro de rastreamento.

Este trabalho é organizado da seguinte maneira: na Seção 2 é apresentada a modelagem do sistema com histerese e o método *backstepping*. Na Seção 3 tem-se a descrição do problema e o projeto do controlador *backstepping* robusto. Na Seção 4, experimentos numéricos são utilizados para mostrar as limitações do controlador de Payam

et al. (2009) e compara-se o desempenho desse controlador com o proposto neste trabalho. As conclusões são apresentadas na Seção 5.

2 Fundamentos Conceituais

Esta seção revê conceitos básicos da modelagem de sistemas com histerese e controle *backstepping*.

2.1 Modelagem do Sistema de Posicionamento

Os sistemas de posicionamento considerados neste trabalho são representados como um sistema massa mola amortecedor acoplado ao atuador piezoelétrico (Chang, 2006), descrito por:

$$m\ddot{y}(t) + b\dot{y}(t) + ky(t) = k(du(t) - h(t)) + k\zeta(t), \quad (1)$$

em que m , b e k representam a massa, o coeficiente de amortecimento e a constante elástica da mola, respectivamente. A variável $u(t)$ é a entrada de tensão imposta ao atuador piezoelétrico, $y(t)$ é a posição, d é o coeficiente piezoelétrico efetivo do atuador, $h(t)$ é a saída de histerese e $\zeta(t)$ representa perturbações externas.

Para descrever o comportamento dinâmico da histerese, $h(t)$, utiliza-se do modelo de Bouc-Wen para o caso em que as propriedades elásticas do atuador são uniformes:

$$\dot{h}(t) = \alpha \dot{u}(t) - \beta |\dot{u}(t)| |h(t) - \gamma \dot{u}(t)| |h(t)|, \quad (2)$$

na qual α , β e γ são parâmetros de ajuste da forma e tamanho do ciclo de histerese (Liu et al., 2010). Na Figura 1 é mostrado o diagrama de blocos do sistema de posicionamento.

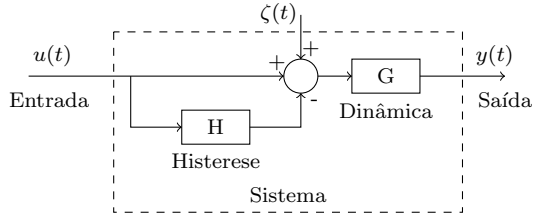


Figura 1: Diagrama do sistema de posicionamento. Os blocos H e G correspondem respectivamente às dinâmicas não linear de histerese $h(t)$ dada pela eq. (2) e a linear da eq. (1).

Reescrevendo o modelo (1) em espaço de estados, têm-se que

$$\dot{x}_1 = x_2, \quad (3)$$

$$\dot{x}_2 = -\frac{k}{m}x_1 - \frac{b}{m}x_2 - \frac{k}{m}h + \frac{kd}{m}u + \frac{k}{m}\zeta, \quad (4)$$

em que $x_1 = y$ e $x_2 = \dot{y}$ representam a posição e velocidade da saída do atuador, respectivamente. Os parâmetros do modelo de histerese (2) e do modelo dinâmico (3) e (4), usados neste trabalho, são os mesmo considerados por Chang (2006), veja Tabela 1. Por simplicidade, ao longo do texto algumas dependências de funções serão omitidas, como realizado na representação em espaço de estados dada por (3) e (4).

Tabela 1: Parâmetros do modelo dinâmico e do modelo de histerese.

Modelo	Valores	
(2)	$\alpha = 0,4731$ $\gamma = 0$	$\beta = 2,623$ $d = 0,612 \text{ nmV}^{-1}$
(3) e (4)	$\frac{b}{m} = 1986 \text{ s}^{-1}$	$\frac{k}{m} = 824000 \text{ s}^{-2}$

A Figura 2 mostra o ciclo de histerese com $\zeta=0$ e $u=2\sin(2\pi ft)$, $f=1 \text{ Hz}$. Tal sinal de entrada foi utilizado porque o efeito da histerese é dominante sob uma tensão com baixa frequência (Cao et al., 2013).

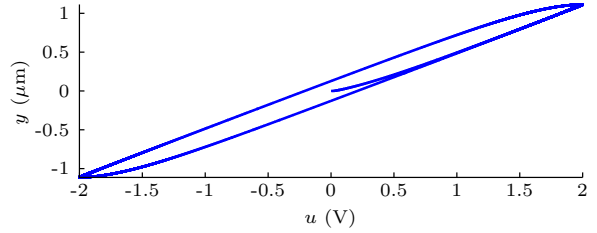


Figura 2: Ciclo de histerese do sistema em malha aberta, com $\zeta = 0$ e entrada $u=2\sin(2\pi ft)$, $f=1 \text{ Hz}$.

2.2 Metodologia da Técnica Backstepping

Backstepping é um procedimento recursivo para o projeto de uma lei de controle, cujo propósito é resolver problemas de estabilização e rastreamento de sistemas não lineares. Esse método é aplicável a sistemas que podem ser representados na forma de integradores em cascata, denominada como *strict-feedback form* (Khalil, 2002). Assim, considere o sistema representado por

$$\dot{\eta} = f(\eta) + g(\eta)\xi, \quad (5)$$

$$\dot{\xi} = f_a(\eta, \xi) + g_a(\eta, \xi)u, \quad (6)$$

em que $\eta, \xi \in \mathbb{R}$ são os estados do sistema, $u \in \mathbb{R}$ é a entrada de controle, sendo as funções $f(\eta)$, $g(\eta)$, $f_a(\eta, \xi)$, $g_a(\eta, \xi)$ conhecidas. Além do mais, assume-se que $g(\eta)$, $g_a(\eta, \xi) \neq 0, \forall (\eta, \xi) \in \mathbb{R}$.

Para um sistema representado conforme (5) e (6), pode-se por meio de manipulação matemática adequá-lo para utilização da técnica *backstepping*. Desse modo, projeta-se uma lei de controle não linear que estabilize a origem do sistema ($\eta = 0$, $\xi = 0$). Os passos utilizados para o projeto da lei de controle são apresentados a seguir.

Primeiramente, pretende-se reescrever o subsistema (6) na forma padrão, denominada como integrador *backstepping*. Para isso, faz-se

$$u = \frac{1}{g_a(\eta, \xi)} [u_a - f_a(\eta, \xi)], \quad (7)$$

e o sistema passa a ser representado por (5) e

$$\dot{\xi} = u_a, \quad (8)$$

sendo u_a a pseudo-entrada de controle.

O projeto da lei de controle é realizado em etapas, devido ao sistema completo poder ser analisado como uma conexão em cascata de seus subsistemas (5) e (8). Dessa maneira, deseja-se determinar uma lei de controle por realimentação de estados que estabilize o subsistema (5), chamada de lei de controle virtual. Em seguida, é realizada uma mudança de variáveis nesse subsistema, que já tem garantias de estabilidade, e passa-se para o projeto da lei de controle que estabilize o sistema completo (5) e (8), e consequentemente (6).

Para o projeto da lei de controle que estabilize o subsistema (5), pode-se determinar a seguinte função de Lyapunov

$$V_1(\eta) = \frac{1}{2}\eta^2, \quad (9)$$

em que $\dot{V}_1(\eta) = \eta\dot{\eta} = \eta[f(\eta) + g(\eta)\xi]$.

Suponha que $\xi = \phi(\eta)$, com $\phi(0) = 0$, é a lei de controle virtual do subsistema em análise, definida como

$$\phi(\eta) = \frac{1}{g(\eta)} [-k_1\eta - f(\eta)], \quad k_1 > 0, \quad (10)$$

tal que $\dot{V}_1(\eta) = -k_1\eta^2 < 0, \forall \eta \neq 0$. Dessa maneira, por meio da lei de controle virtual (10) tem-se garantia de convergência exponencial e estabilidade assintótica para a origem $\eta = 0$ do subsistema (5).

O segundo passo tem por objetivo realizar uma mudança de variáveis nesse subsistema, e a partir dessa, projetar uma lei de controle que estabilize o sistema completo (5) e (8). Para isso, adiciona-se e subtrai-se $g(\eta)\phi(\eta)$ em (5), tal que

$$\dot{\eta} = [f(\eta) + g(\eta)\phi(\eta)] + g(\eta)[\xi - \phi(\eta)], \quad (11)$$

em que $[\xi - \phi(\eta)] = z_1$ corresponde à mudança de variável e z_1 torna-se um pseudo-estado do sistema. Desse modo, tem-se que $\dot{z}_1 = \dot{\xi} - \dot{\phi}(\eta)$ e que o sistema passa a ser representado por

$$\dot{\eta} = [f(\eta) + g(\eta)\phi(\eta)] + g(\eta)z_1, \quad (12)$$

$$\dot{z}_1 = u_a - \dot{\phi}(\eta). \quad (13)$$

A partir dessa representação do sistema, deve-se determinar uma função de Lyapunov que possibilite obter uma lei de controle que garanta estabilidade. Essa nova função de Lyapunov é composta por duas partes: (i) dada por (9), com a qual tem-se estabilidade garantida para (12) quando a entrada $z_1 = 0$; e (ii) adiciona-se uma função complementar que estabilize (13). Definindo a função candidata de Lyapunov como

$$V_2(\eta, z_1) = \frac{1}{2}\eta^2 + \frac{1}{2}z_1^2, \quad (14)$$

temos que

$$\dot{V}_2(\eta, z_1) = -k_1\eta^2 + z_1 [\eta g(\eta) + u_a - \dot{\phi}(\eta)]. \quad (15)$$

Como $\dot{\phi}(\eta) = \frac{\partial \phi}{\partial \eta} \dot{\eta}$, uma lei de controle que estabiliza o sistema é dada por

$$u_a = \frac{\partial \phi}{\partial \eta} \dot{\eta} - \eta g(\eta) - k_2 z_1, \quad k_2 > 0. \quad (16)$$

Substituindo (16) em (15) tem-se que $\dot{V}_2(\eta, z_1) = -k_1\eta^2 - k_2z_1^2 < 0, \forall (\eta, z_1) \neq 0$. Dessa maneira, como $\phi(0) = 0$, tem-se garantia que a origem $(\eta = 0, \xi = 0)$ de (5) e (8) é globalmente assintoticamente estável.

Portanto, o sistema (5) e (6) é globalmente assintoticamente estável com a lei de controle sendo

$$u = \frac{1}{g_a} \left[\frac{\partial \phi}{\partial \eta} \dot{\eta} - \eta g(\eta) - k_2 [\xi - \phi(\eta)] - f_a(\eta, \xi) \right], \quad (17)$$

com a função de Lyapunov dada por

$$V_2(\eta, \xi) = \frac{1}{2}\eta^2 + \frac{1}{2}[\xi - \phi(\eta)]^2. \quad (18)$$

3 Projeto do Controlador

Com o objetivo de compensar o efeito de histerese e rastrear trajetórias periódicas, propõe-se o projeto de uma lei de controle não linear para posicionamento. Para tal, faz-se o uso do método *backstepping* (Khalil, 2002; Payam et al., 2009).

3.1 Apresentação do Problema

Na Figura 3 é apresentado o diagrama da malha de controle do sistema de posicionamento. É interessante ressaltar que o controlador *backstepping* recebe as medidas da trajetória de referência, dos estados e da estimativa da saída de histerese $\hat{h}$ para impor sua entrada de controle.

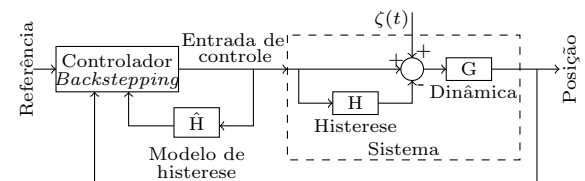


Figura 3: Diagrama da malha de controle para o sistema de posicionamento. O bloco $\hat{H}$ fornece a estimativa da histerese $\hat{h}$.

No caso ideal $\hat{h} = h$, porém esse tipo de consideração não é adequada quando pretende-se tratar sistemas reais, para os quais os modelos de predição estão sujeitos a incertezas. Portanto, este trabalho foi desenvolvido para atenuar os problemas de sensibilidade paramétrica do controlador *backstepping* proposto em Payam et al. (2009) para $\hat{h} \neq h$ no sistema descrito na Subseção 2.1. No mais, tem-se que o método de projeto proposto, além de ser simples, fornece um controlador robusto a incertezas paramétricas e capaz de rejeitar distúrbios. Na Subseção 3.2, tem-se a proposta de melhoria no projeto do controlador. Os resultados para demonstrar as limitações do controlador de Payam et al. (2009) para $\hat{h} \neq h$ e comparar o seu desempenho com o controlador proposto neste trabalho são discutidos na Seção 4.

3.2 Controlador Backstepping Robusto

Para o projeto do controlador *backstepping* robusto, o sistema (3) e (4) é representado por meio

da dinâmica do erro de posição, considerando

$$e_1 = x_1 - x_{1\text{ref}}, \quad (19)$$

$$e_2 = x_2, \quad (20)$$

em que $x_{1\text{ref}}$ é o sinal de referência para a trajetória do estado x_1 . Além disso, para aumentar a robustez do controlador *backstepping*, propondo uma melhoria no trabalho de Payam et al. (2009), o espaço de estados é aumentado com a adição de um integrador do erro de posição, dado por $e_i = \int_0^t e_1 d\tau$. Portanto, a representação do sistema (3) e (4), com $\zeta = 0$, por meio da evolução temporal de e_i , (19) e (20) é dada por

$$\dot{e}_i = e_1, \quad (21)$$

$$\dot{e}_1 = e_2 - \dot{x}_{1\text{ref}}, \quad (22)$$

$$\dot{e}_2 = u_a, \quad (23)$$

sendo (23) obtido ao reescrever-se $\dot{e}_2 = \dot{x}_2$ (4) no formato de integrador *backstepping* determinando

$$u = \frac{m}{kd} \left[u_a + \frac{k}{m} x_1 + \frac{b}{m} x_2 + \frac{k}{m} h \right], \quad (24)$$

conforme o passo apresentado em (7).

O projeto do controlador *backstepping* foi realizado conforme a metodologia da Subseção 2.2. Assim, para estabilizar o subsistema (21), propõe-se a seguinte função candidata de Lyapunov

$$V_i(e_i) = \frac{1}{2} e_i^2, \quad (25)$$

sendo assim $\dot{V}_i = e_i \dot{e}_i = e_i e_1$.

Com isso, escolhe-se a lei de controle virtual $e_1 = \phi_1(e_i)$, como sendo

$$\phi_1(e_i) = -k_i e_i, \quad k_i > 0, \quad (26)$$

tal que $\dot{V}_i(e_i) = -k_i e_i^2 < 0$, $\forall e_i \neq 0$. Dessa maneira, com a lei de controle virtual (26) e função de Lyapunov (25), tem-se garantia de convergência exponencial e estabilidade assintótica para o subsistema (21). Em seguida, deseja-se estabilizar os subsistemas (21) e (22) aplicando o próximo passo da técnica *backstepping*. Para isso, realiza-se a mudança de variável $z_1 = e_1 - \phi_1(e_i)$, conforme descrito em (11), no subsistema (21). Então, reescreve-se (21) e (22) em uma estrutura similar a (12) e (13) para projeto, resultando em

$$\dot{e}_i = -k_i e_i + z_1, \quad (27)$$

$$\dot{z}_1 = e_2 - \dot{x}_{1\text{ref}} - \dot{\phi}_1(e_i), \quad (28)$$

com $\dot{\phi}_1(e_i) = k_i^2 e_i - k_i z_1$.

Para estabilizar os subsistemas (27) e (28), propõe-se uma nova função candidata de Lyapunov, que é composta pela função (25), dada por

$$V_i(e_i, z_1) = \frac{1}{2} e_i^2 + \frac{1}{2} z_1^2, \quad (29)$$

para a qual $\dot{V}_1 = e_i \dot{e}_i + z_1 \dot{z}_1$, resultando em

$$\dot{V}_1 = e_i [z_1 - k_i e_i] + z_1 [e_2 - \dot{x}_{1\text{ref}} - \dot{\phi}_1(e_i)].$$

Assim, define-se uma nova lei de controle virtual $e_2 = \phi_2(z_1)$, dada por

$$\phi_2(z_1) = \dot{x}_{1\text{ref}} + \dot{\phi}_1(e_i) - e_i - k_1 z_1, \quad k_1 > 0, \quad (30)$$

sendo $\dot{V}_1 = -k_i e_i^2 - k_1 z_1^2 < 0$, $\forall (e_i, z_1) \neq 0$. Portanto, com a lei de controle virtual (30) e função de Lyapunov (29), tem-se garantia de convergência exponencial para (27) e (28), e desse modo os subsistemas (21) e (22) são assintoticamente estáveis.

A última etapa consiste em obter uma lei de controle que estabilize o sistema completo (21)-(23). Para isso, estende-se o projeto pelo uso da representação (27) e (28), em que se realiza a mudança de variável $z_2 = e_2 - \phi_2(z_1)$, conforme (11), no subsistema (28). Assim, o sistema (21)-(23) para o projeto da lei de controle estabilizante, passa a ser representado como

$$\dot{e}_i = -k_i e_i + z_1, \quad (31)$$

$$\dot{z}_1 = -k_1 z_1 - e_i + z_2, \quad (32)$$

$$\dot{z}_2 = u_a - \dot{\phi}_2(z_1), \quad (33)$$

com

$$\dot{\phi}_2(z_1) = \ddot{x}_{1\text{ref}} + k_i e_i + k_1^2 z_1 + k_1 e_i - k_1 z_2 - z_1 + \ddot{\phi}_1(e_i),$$

$$\ddot{\phi}_1(e_i) = k_i^2 z_1 + k_i e_i + k_i k_1 z_1 - k_i^3 e_i - k_i z_2.$$

A função candidata de Lyapunov determinada para estabilizar o sistema (31)-(33), composta por (29), é definida como

$$V_2(e_i, z_1, z_2) = \frac{1}{2} e_i^2 + \frac{1}{2} z_1^2 + \frac{1}{2} z_2^2, \quad (34)$$

em que $\dot{V}_2 = e_i \dot{e}_i + z_1 \dot{z}_1 + z_2 \dot{z}_2$, resultando em

$$\dot{V}_2 = -k_i e_i^2 - k_1 z_1^2 + z_2 [u_a + z_1 - \dot{\phi}_2(z_1)]. \quad (35)$$

A lei de controle u_a que estabiliza o sistema (31)-(33), é definida como

$$u_a = \dot{\phi}_2(z_1) - z_1 - k_2 z_2, \quad k_2 > 0, \quad (36)$$

tal que $\dot{V}_2 = -k_i e_i^2 - k_1 z_1^2 - k_2 z_2^2 < 0$, $\forall (e_i, z_1, z_2) \neq 0$.

Por fim, a lei de controle resultante que garante estabilidade global e assintótica para o sistema (21)-(23) é obtida substituindo-se (36) em (24), resultando em

$$u = \frac{m}{kd} \left[\frac{k}{m} x_1 + \frac{b}{m} x_2 + \frac{k}{m} h + \dot{\phi}_2(z_1) - z_1 - k_2 z_2 \right]. \quad (37)$$

Como o objetivo deste trabalho é tratar o problema de sensibilidade paramétrica presente no controlador de Payam et al. (2009) para $\hat{h} \neq h$, considera-se a lei de controle resultante (37) representada por

$$u = \frac{m}{kd} \left[\frac{k}{m} x_1 + \frac{b}{m} x_2 + \frac{k}{m} \hat{h} + \dot{\phi}_2(z_1) - z_1 - k_2 z_2 \right], \quad (38)$$

com

$$\dot{\hat{h}} = \hat{\alpha} \dot{u}^- - \hat{\beta} |\dot{u}^-| \hat{h} - \hat{\gamma} \dot{u}^- |\hat{h}|, \quad (39)$$

em que $\dot{u}^-$ corresponde à derivada pela esquerda da entrada de controle.

Note que a lei de controle (38) faz uso do modelo de predição de histerese $\hat{h}$ dado em (39). Portanto, destaca-se que a exatidão da estimativa $\hat{h}$ depende estritamente da equivalência dos seus parâmetros $\hat{\alpha}$, $\hat{\beta}$ e $\hat{\gamma}$ com o modelo nominal h dado em (2). Dessa forma, apesar da adição de um integrador aumentar a robustez do controlador a incertezas paramétricas, tem-se que a garantia de estabilidade assintótica por (38) não pode ser garantida.

4 Resultados

Nesta seção, experimentos numéricos são apresentados para demonstrar a eficiência do controlador proposto na compensação de histerese e na rastreabilidade de trajetórias periódicas. Para fins de comparação, denomina-se o controlador proposto como CBR (controlador *backstepping* robusto), e aquele proposto em Payam et al. (2009) como CB (controlador *backstepping*).

Considera-se como sinal de referência $x_{1ref}(t)$ uma onda senoidal, e os parâmetros do sistema dados na Tabela 1. Como o objetivo deste artigo é verificar a robustez do controlador proposto e não otimizar a eficácia do mesmo, os ganhos do controlador CBR foram definidos empiricamente como $k_1 = k_2 = 100$ e $k_i = 250$. Vale ressaltar que o controlador CBR é uma melhoria do CB por meio da adição do estado (21). Portanto, o controlador CB pode ser obtido pelo uso da técnica *backstepping* nos subsistemas (22) e (23). Por simplicidade, pode-se obter CB fazendo $e_i = k_i = 0$ e eliminando os termos adicionais que aparecem na lei de controle (24), devido a esse estado aumentado, considerando $u_a = \dot{\phi}_2(z_1) - k_2 z_2$. Assim, os ganhos do controlador CB também foram definidos como sendo $k_1 = k_2 = 100$.

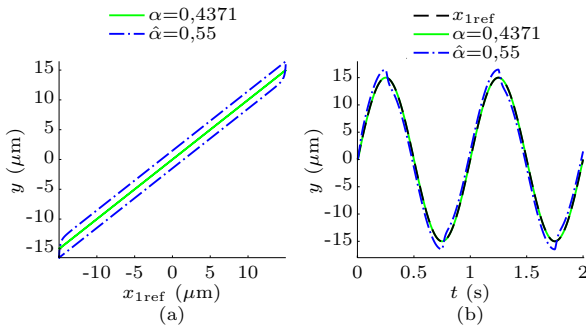


Figura 4: (a) Laço de histerese e (b) Resposta temporal y do sistema em malha fechada com o controlador CB. O sinal de referência x_{1ref} é uma senoide com $15 \mu\text{m}$ de amplitude e 1 Hz de frequência. Tem-se o caso em que $\hat{h} = h$, com os parâmetros da Tabela 1, e o caso em que $\hat{h} \neq h$, com o parâmetro α alterado para $0,55$ em $\hat{h}$.

Para validar a robustez dos controladores e demonstrar as limitações do controlador CB, considera-se que há uma incerteza no modelo de histerese, ou seja, $\hat{h} \neq h$ na Figura 3. Dessa maneira, foi estipulado um aumento de aproximadamente 25% no valor do parâmetro α no modelo de estimação $\hat{h}$, logo $\alpha = 0,55$, e manteve-se o valor nominal de α , dado na Tabela 1 para a histerese nominal h . Como pode ser observado na Figura 4a, essa incerteza no modelo de histerese torna o controlador CB incapaz de compensar o comportamento histerético. Note que, por se tratar de um sistema de controle de posicionamento preciso, o erro apresentado na Figura 4 devido à variação do

parâmetro α é significativo. Considera-se ainda que há um distúrbio externo do tipo degrau, conforme Figura 5, que perturba o sistema em malha fechada.

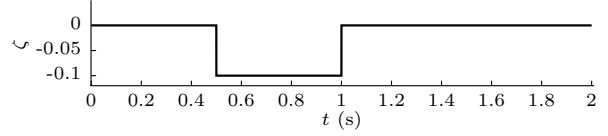


Figura 5: Sinal do distúrbio externo considerado.

Na Figura 6 são apresentados os resultados obtidos para os testes em malha fechada, utilizando o controlador CBR e CB para $\hat{h} \neq h$. Nesse caso, o controlador CB não foi capaz de compensar o efeito histerético a menos que $\hat{h} = h$, tampouco o distúrbio externo presente no sistema, Figura 6a. Note que, além desse controlador não ser propício para rastrear o sinal de referência, a dinâmica do sistema na presença do distúrbio é deteriorada de forma considerável; veja Figura 6b. Entretanto, o controlador CBR reduz de modo eficaz o efeito histerético e o distúrbio externo, mesmo para o caso testado em que $\hat{h} \neq h$.

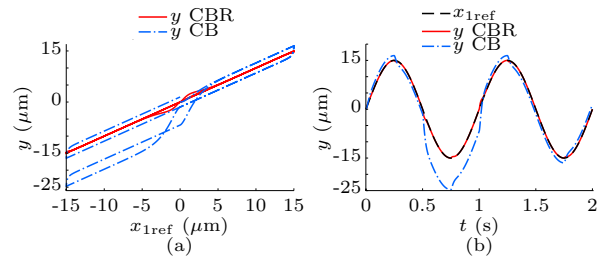


Figura 6: (a) Laço de histerese e (b) Resposta temporal y do sistema em malha fechada. O sinal de referência x_{1ref} é uma senoide com $15 \mu\text{m}$ de amplitude e 1 Hz de frequência. Tem-se um distúrbio de $-0,1$ para $0,5 < t < 1$.

Apesar disso, torna-se relevante analisar não apenas a resposta dinâmica do sistema, mas também o sinal de controle resultante. A Figura 7 mostra os sinais de controle obtidos pelos controladores. Além do mais, considera-se o cálculo do esforço de controle, definido como IAVU (integral do valor absoluto da derivada da entrada de controle) e computado por $\int_0^{t_f} \left| \frac{du}{dt} \right| dt$. Assim, têm-se que os valores do IAVU obtidos foram 246 e 198 para o controlador CB e CBR, respectivamente.

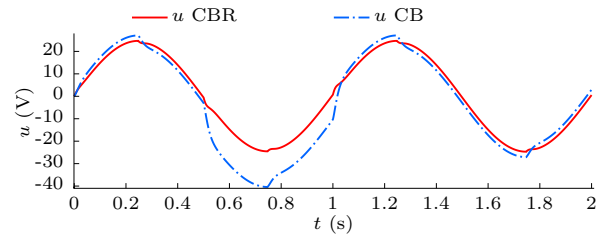


Figura 7: Sinais de controle u , dos controladores CBR e CB, aplicados ao sistema de posicionamento.

Por fim, para validar a sensibilidade paramétrica de cada um dos controladores, considera-se diferentes valores do parâmetro α no modelo de predição de histerese $\hat{h}$. Assim, determina-se $\Delta\alpha = \hat{\alpha} - \alpha$, em que α corresponde ao parâmetro do modelo nominal h , dado na Tabela 1, e sendo $\hat{\alpha}$ o parâmetro do modelo de predição $\hat{h}$ que varia entre os valores de $0,4731 \leq \hat{\alpha} \leq 1,0731$ com passo de variação de 0,1. Para cada um desses valores, realiza-se a simulação em malha fechada, conforme a Figura 6 sem o distúrbio externo $\zeta = 0$, e é feito o cálculo do erro absoluto médio (EAM), computado por $\frac{1}{t_f} \int_0^{t_f} |x_{1\text{ref}}(t) - x_1(t)| dt$. Como pode ser visto na Figura 8, o controlador proposto apresenta uma menor sensibilidade paramétrica que o controlador CB.

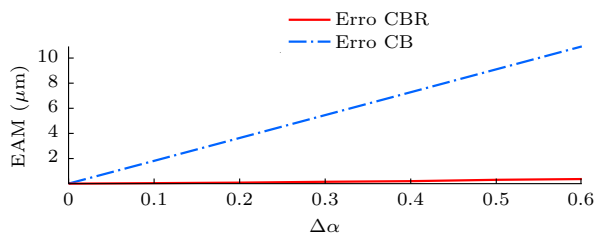


Figura 8: Erro absoluto médio para diferentes valores de incerteza paramétrica no modelo de histerese $\hat{h}$.

Dessa maneira, conclui-se que o controlador proposto atenua de forma considerável a sensibilidade com relação a incertezas no modelo de histerese. Além disso, o controlador CBR requer menor esforço de controle quando comparado ao CB.

5 Conclusões

Com o desenvolver deste trabalho, foi possível verificar as vantagens dos controladores baseados na técnica *backstepping*. Dentre essas, têm-se a simplicidade e a possibilidade do uso de termos não lineares para cancelar dinâmicas indesejáveis do sistema no projeto de controladores. Tal capacidade de cancelar dinâmicas indesejáveis, torna-se interessante quando o objetivo é reduzir o efeito de histerese por meio de um modelo de predição $\hat{h}$. Todavia, a presença de incertezas paramétricas no modelo ou perturbações no sistema pode deteriorar o desempenho do controlador projetado de forma significativa. Portanto, para contornar esse problema, foi proposto neste trabalho uma melhoria no projeto do controlador *backstepping* CB. Conforme resultados apresentados, tal melhoria proporcionou um controlador robusto as incertezas paramétricas e capaz de rejeitar distúrbios externos. É importante ressaltar que apesar do controlador proposto apresentar robustez quando $\hat{h} \neq h$, não há garantia de estabilidade pela lei de controle apresentada.

Como trabalhos futuros, pretende-se estudar o uso de modelos identificados polinomiais capazes de representar sistemas com histerese. Além

do mais, deseja-se estudar métodos que possibilitem a garantia de estabilidade por meio da técnica *backstepping* quando há incertezas em ambos os modelos, dinâmico e de histerese. Com isso, validar as vantagens desse controlador proposto em um contexto experimental.

Agradecimentos

O presente trabalho foi realizado com o apoio financeiro do CNPq.

Referências

- Cao, Y., Cheng, L., Chen, X. B. e Peng, Y. (2013). An Inversion-Based Model Predictive Control With an Integral-of-Error State Variable for Piezoelectric Actuators, *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics* **18**(3): 895–904.
- Chang, K. -M. (2006). Adaptive Control for Piezoelectric Positioning System, *IEEE International Symposium on Industrial Electronics* **1**: 34–42.
- Chen, X. e Hisayama, T. (2008). Adaptive Sliding-Mode Position Control for Piezo-Actuated Stage, *IEEE Transactions on Industrial Electronics* **55**(11): 3927–3934.
- Croft, D., Shed, G. e Devasia, S. (1999). Creep, Hysteresis, and Vibration Compensation for Piezoactuators: Atomic Force Microscopy Application, *Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control* **123**(1): 35–43.
- Ge, P. e Jouaneh, M. (1997). Generalized Preisach Model for Hysteresis Nonlinearity of Piezoceramic Actuators, *Precision Engineering* **20**(2): 99–111.
- Janaideh, M. Al, Rakheja, S. e Su, C. -Y. (2011). An Analytical Generalized Prandtl-Ishlinskii Model Inversion for Hysteresis Compensation in Micropositioning Control, *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics* **16**(4): 734–744.
- Khalil, H. K. (2002). *Nonlinear Systems*, 3rd ed. Upper Saddle River, New Jersey: Prentice-Hall.
- Kim, D. -H., Lee, M. G., Kim, B. e Sun, Y. (2003). A superelastic alloy microgripper with embedded electromagnetic actuators and piezoelectric force sensors: a numerical and experimental study, *Smart Materials and Structures* **14**(6): 1265–1272.
- Liu, Y. -T., Chang, K. -M. e Li, W. -Z. (2010). Model Reference Adaptive Control For a Piezo-Positioning System, *Precision Engineering* **34**(1): 62–69.
- Martins, S. A. M. e Aguirre, L. A. (2016). Sufficient Conditions for Rate-Independent Hysteresis in Autoregressive Identified Models, *Mechanical Systems and Signals Processing* **75**: 607–617.
- Payam, A. F., Fathipour, M. e Yazdanpanah, M. J. (2009). A backstepping controller for piezoelectric actuators with hysteresis in nanopositioning, *IEEE International Conference on Nano/Micro Engineered and Molecular Systems*, Shenzhen, China, 711–716.
- Peng, J. e Chen, X. (2013). A survey of modeling and control of piezoelectric actuators, *Modern Mechanical Engineering* **3**(1): 1–20.

- Salapaka, S., Sebastian, A., Cleveland, J. P. e Salapaka, M. V. (2002). Design, identification and control of a fast nanopositioning device, *American Control Conference (IEEE Cat. No.CH37301)*, Anchorage, Ak, USA, **3**: 1966–1971.
- Shen, J. -C., Jywe, W. -Y., Chiang, H. -K. e Shu, Y. -L. (2008). Precise tracking control of a piezoelectric-actuated system, *Precision Engineering* **32**(2): 71-78.
- Shieh, H. J. e Hsu, C. H. (2007). An Integrator-Backstepping-Based Dynamic Surface Control Method for a Two-Axis Piezoelectric Micropositioning Stage, *IEEE Transactions on Control Systems Technology* **15**(5): 916–926.
- Smyth, A. W., Masri, S. F., Kosmatopoulos, E. B., Chasiakos, A. G e Caughey, T. K. (2002). Development of adaptive modeling techniques for nonlinear hysteretic systems, *International Journal of Non-Linear Mechanics* **37**(8): 1435–1451.
- Stepanenko, Y. e Su, C. -Y. (1998). Intelligent Control of Piezoelectric Actuators, *Proceedings of the 37th IEEE Conference on Decision and Control (Cat. No.98CH36171)*, Florida, USA, **4**: 4234–4239.
- Wen, Y. -K. (1976). Method for Random Vibration of Hysteretic Systems, *Journal of the Engineering Mechanics Division* **102**(2): 249–263.
- Xu, Q (2013). Identification and Compensation of Piezoelectric Hysteresis Without Modeling Hysteresis Inverse, *IEEE Transactions on Industrial Electronics* **60**(9): 3927–3937.
- Zhang, Y., Yan, P. e Zhang, Z. (2017). Robust Adaptive Backstepping Control for Piezoelectric Nano-Manipulating Systems, *Mechanical Systems and Signals Processing* **83**: 130–148.
- Zhou, J. e Wen, C. (2008). Adaptive Backstepping Control of Uncertain Systems: Nonsmooth Nonlinearities, Interactions or Time-Variations. Springer.