

PROJETO DE CONTROLADOR PI COM BASE EM DADOS EXPERIMENTAIS DE RESPOSTA EM FREQUÊNCIA: APLICAÇÃO EM UM MOTOR CC

STEFAN THIAGO CURY ALVES DOS SANTOS*, PAULO ROBERTO UBALDO GUAZZELLI*, CARLOS MATHEUS RODRIGUES OLIVEIRA*, WILLIAM CESAR ANDRADE PEREIRA*, ALLAN GREGORI CASTRO*, MANOEL LUIS DE AGUIAR*

**Escola de Engenharia de São Carlos
Universidade de São Paulo
São Carlos, São Paulo, Brasil*

Emails: stefan.santos@usp.br, paulo.ubaldo@usp.br, carlosmro@usp.br,
william.andrade@usp.br, allangregori@usp.br, aguiar@sc.usp.br

Abstract— This paper explores the controller synthesis technique that obtains the set of stabilizing PI controllers from the frequency response data of a closed-loop control system. This method is used to get the stabilizing set that can be applied to the speed control of a DC Motor. The simulation and experimental results are validated by step response test.

Keywords— PI Controller, Stabilizing Controllers, Direct Current Motor, Frequency Response.

Resumo— Este trabalho explora a técnica para obtenção do conjunto de controladores PI estabilizantes a partir da resposta em frequência de um sistema de controle em malha fechada. O método é utilizado para obtenção do conjunto estabilizante aplicado ao controle de velocidade de um Motor de Corrente Contínua. Os resultados obtidos por simulação e experimentalmente são validados por meio de teste de resposta ao degrau.

Palavras-chave— Controlador PI, Controladores Estabilizantes, Motor de Corrente Contínua, Resposta em Frequência.

1 Introdução

Controladores proporcionais-integrais (PI) têm uso amplamente difundido na indústria, constituindo a maioria dos sistemas de controle industriais (Aström and Hägglund, 2006). Tal uso é explicado pela possibilidade de se atribuir ao sistema em malha fechada uma dinâmica estável com erro nulo em regime permanente (Khadraoui et al., 2014a), desde que o sistema seja do Tipo 0 (Nise, 2012).

É comum basear-se em modelos matemáticos do processo para a síntese de controladores, partindo de representações matemáticas como funções de transferência e representação no espaço de estados. Entretanto, o processo para a obtenção desse modelo é apenas um passo intermediário entre a análise e o projeto do controlador (Khadraoui et al., 2014b). Assim, a despeito dos métodos que exigem o pré-conhecimento do modelo da planta, diversos autores têm se empenhado para obter um conjunto de controladores com base em dados de resposta da planta. Cada um dos elementos deste conjunto, utilizado em malha fechada com o processo, fornecerá uma dinâmica desejada ao sistema: estabilidade, robustez, resposta ótima, adaptatividade de modo que a resposta siga determinada referência, entre outros.

Particularmente, a estabilização de um dado sistema em malha fechada é uma característica dinâmica extremamente importante para aplicações industriais; desde Nyquist (1932), utilizam-se dados de resposta da planta para determinação da estabilidade de um sistema, dado um controlador

a ser utilizado em malha fechada com tal processo. Entretanto, não era possível determinar, *a priori*, qual o conjunto completo de controladores que estabilizariam a planta.

Neste contexto, Keel and Bhattacharyya (2008) introduziram o conceito de síntese de controladores estabilizantes, para controladores de três termos (por exemplo, PID), pela resposta em frequência $P(j\omega)$ do processo; também sendo possível garantir determinados parâmetros de desempenho, tais como margem de ganho, margem de fase e normas H_∞ . Posteriormente, Parastvand and Khosrowjerdi (2015) estenderam os resultados obtidos para controladores de ordem fixa. A partir destes trabalhos, vários outros autores desenvolveram aplicações utilizando a técnica: em um sistema de levitação magnética (Kallakuri et al., 2011); na regulação de tensão em um conversor *boost* (Alzate and Oliveira, 2016), também considerando os limites de fornecimento de tensão do sistema (Alzate et al., 2017); em controle de velocidade de um motor (Stefanoni and Santos, 2017); para sistemas de duas entradas e duas saídas (Kallakuri et al., 2013). Paralelamente, outras técnicas para síntese de controladores utilizando a resposta em frequência foram desenvolvidas, entre elas: determinação do conjunto de controladores PID estabilizantes baseado no diagrama de Nyquist inverso (Fang, 2010; Fang and Kong, 2011); uso de fórmulas de inversão para controladores PID discretos, relacionando com o diagrama de Nyquist (Cuoghi and Ntogramatzidis, 2013); caracterização do Critério de Nyquist

em termos do diagrama de Bode (Keel and Bhattacharyya, 2010); determinação do conjunto estabilizante e robusto para processos com atraso temporal incerto (Emami and Watkins, 2009), também válido para o domínio discreto (Emami and Watkins, 2010); e síntese de controladores adaptativos, realizável em circuitos CC, CA e sistemas de controle (Datta et al., 2013), com aplicação para controladores de ordem reduzida (Khadraoui et al., 2013) e solução por otimização por enxame de partículas (Khadraoui et al., 2016).

O presente trabalho propõe-se a explorar a técnica apresentada por Keel and Bhattacharyya (2008), de modo a obter o conjunto de controladores PI estabilizantes para uma malha de velocidade em um motor de corrente contínua (MCC) acionado com *chopper* e com medição de velocidade por tacogerador. Neste trabalho, esta técnica é investigada por simulações de modo a obter-se o conjunto de controladores PI estabilizantes e testes experimentais são realizados para validação. A proposta de método é resumida na Seção 2 e a realização experimental com os resultados são abordados nas Seções 3 e 4, respectivamente.

2 Apresentação do Método

O método para obtenção de controladores estabilizantes, desenvolvido por Keel and Bhattacharyya (2008), consiste na utilização da resposta em frequência de um sistema em malha fechada com realimentação negativa unitária, $G(j\omega)$, formado por uma dada planta LTI (linear e invariante no tempo) a ser controlada, $P(s)$, cujo sinal de controle, $U(s)$, é oriundo de um controlador estabilizante conhecido, $C(s)$. O conhecimento de $G(j\omega)$ e de $C(s)$ é suficiente para computar o conjunto total de controladores que, utilizados em malha fechada com a planta em realimentação negativa unitária, estabilizarão o sistema $G(s)$. A Figura 1 representa tal sistema, com $H(s) = 1$.

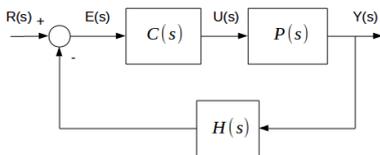


Figura 1: Sistema de controle com realimentação negativa.

2.1 Equacionamento

Seja uma planta P com função de transferência desconhecida $P(s)$ e grau relativo $r_P = n - m$, tal que, respectivamente, z^+ , p^+ sejam o número de zeros e polos no semiplano complexo direito (SPCD); z^- , p^- o número de zeros e polos no semiplano complexo esquerdo (SPCE); m , n os

graus do numerador e do denominador; e $C(s)$ um controlador conhecido utilizado em malha fechada com o processo, de tal forma que o sistema $G(s)$ fique estável. Tendo-se as respostas em frequência $G(j\omega) = |G(j\omega)|e^{j\phi_G(\omega)}$, obtida experimentalmente, e $C(j\omega)$, calculada a partir de $C(s)$, calcula-se

$$P(j\omega) = \frac{G(j\omega)}{C(j\omega)(1 - G(j\omega))} \quad (1)$$

sendo

$$P(j\omega) = |P(j\omega)|e^{j\phi_P(\omega)} = P_r(\omega) + jP_i(\omega) \quad (2)$$

Além da resposta em frequência da planta, são necessárias outras duas informações para o cálculo do conjunto estabilizante: r_P e z^+ . r_P é obtido pela inclinação em altas frequências do gráfico de magnitude do diagrama de Bode de $P(j\omega)$:

$$r_P = -\frac{1}{20} \frac{dP_{dB}(\omega)}{d(\log_{10} \omega)} \Big|_{\omega \rightarrow \infty}. \quad (3)$$

Já z^+ é calculado por

$$z^+ = \frac{1}{2}[-r_P - r_C - 2z_C^+ - \sigma(G)]. \quad (4)$$

Na Equação (4), além do termo referente ao grau relativo da planta, são utilizados dados do controlador $C(s)$ e do sistema a malha fechada $G(s)$. z_C^+ é o número de zeros de $C(s)$ no SPCD, e $r_C = n_C - m_C$ é o grau relativo do controlador. Ambos são facilmente determináveis já que o controlador é conhecido. Já $\sigma(G)$, denominada assinatura de G , é calculada em função da variação líquida de fase de $G(j\omega)$ entre 0 e $+\infty$:

$$\sigma(G) = \frac{2}{\pi} \Delta_0^\infty [\phi_G(\omega)]. \quad (5)$$

Com estas informações, define-se $g(\omega)$:

$$g(\omega) := -\frac{P_r(\omega)}{|P(j\omega)|^2} = -\frac{\cos(\phi(\omega))}{|P(j\omega)|}. \quad (6)$$

Esta função determinará a faixa de ganhos K_P do conjunto estabilizante, uma vez que o algoritmo prevê a atualização deste ganho dentro da faixa $K_P \in (K_P^{min}, K_P^{max})$, tal que $K_P^{min} = \min[g(\omega)]$ e $K_P^{max} = \max[g(\omega)]$.

Dessa forma, fixando-se $K_P = K_P^*$ dentro do intervalo supracitado, o conjunto de ganhos K_I estabilizantes é dado por

$$\left[K_I + \frac{\omega_t \sin \phi(\omega_t)}{|P(j\omega)|^2} \right] i_t > 0. \quad (7)$$

Na Equação (7), ω_t é cada uma das $l - 1$ frequências de multiplicidade ímpar, $\Omega = \{\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_{l-1}\}$ tal que $\omega_1 < \omega_2 < \dots < \omega_{l-1}$,

e solucionam a igualdade $g(\omega) = K_P^*$. A este conjunto, acresce-se $\omega_0 = 0$ e $\omega_l = +\infty$. Já i_t é o conjunto de inteiros que solucionam:

Para r_P par:

$$j(-1)^{l-1}[i_0 - 2i_1 + 2i_2 + \dots + 2(-1)^{l-1}i_{l-1}] + (-1)^l i_l = r_P + 2z_+ + 2 \quad (8)$$

Para r_P ímpar:

$$j(-1)^{l-1}[i_0 - 2i_1 + 2i_2 + \dots + 2(-1)^{l-1}i_{l-1}] = r_P + 2z_+ + 2 \quad (9)$$

com $j = \text{sgn}\{\bar{F}_i(\infty^-, K_P^*)\}$, sendo

$$\bar{F}_i(\omega, K_P) = K_P |P(j\omega)|^2 + |P(j\omega)| \cos(\phi(\omega)). \quad (10)$$

2.2 Algoritmo para Obtenção de Controladores PI Estabilizantes

O procedimento de projeto descrito pode ser organizado em um pseudocódigo, tal como se vê no Algoritmo 1.

Algoritmo 1: CONJUNTO ESTABILIZANTE

Entrada: $G(j\omega), C(s)$

Saída: Conjunto PI estabilizante

```

1 início
2   Determine  $C(j\omega)$ ;
3   Encontre  $P(j\omega)$  pela Equação (1);
4   Verifique o grau relativo da planta  $r_P$ ;
5   Determine  $z_C^+$  e  $r_C$ ;
6   Determine  $\Delta_0^\infty[\phi_G(\omega)]$ ;
7   Calcule  $\sigma(G)$  através da Equação (5);
8   Calcule  $z^+$  pela Equação (4);
9   Calcule  $g(\omega)$  pela Equação (6);
10  para cada  $K_P^* \in (K_P^{min}, K_P^{max})$  faça
11    Determine  $\Omega$  que seja solução da
    equação  $g(\omega) = K_P^*$ ;
12    Estabeleça  $\omega_0 = 0, \omega_l = \infty$  e
     $j = \text{sgn}\{\bar{F}_i(\infty^-, K_P^*)\}$ , com base
    na Equação (10);
13    se  $r_P$  é par então
14      Determine todos os conjuntos  $i_t$ 
      que solucionem (8);
15    senão
16      Determine todos os conjuntos  $i_t$ 
      que solucionem (9);
17    fim
18    Encontre os valores de estabilização
    para o ganho integrativo  $K_I$  pela
    Inequação (7) para  $t = 0, 1, \dots, l$ ;
19  fim
20 fim
```

3 Resultados e Discussões

Nesta Seção, serão apresentados resultados referentes à aplicação do método apresentado na Seção 2, para uma planta composta por um MCC de ímã permanente alimentado por um banco de baterias de 24V, acionado por um *Chopper* ponte H de 4 quadrantes, com sensoramento de velocidade por tacogerador e plataforma de desenvolvimento LM3S8962 com microcontrolador ARM®, conforme apresentado na Figura 2. Os dados de simulação são provenientes do uso do *software* MATLAB® e da ferramenta Simulink®, através do pacote *SimPowerSystems*™.

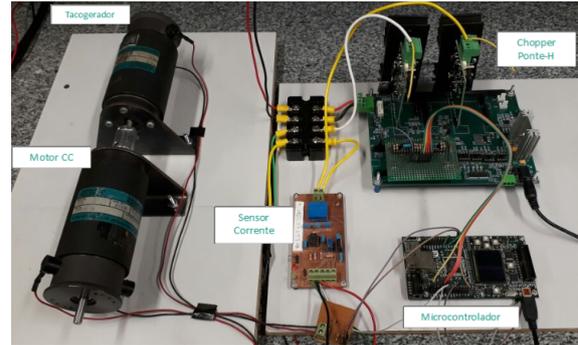


Figura 2: Bancada experimental utilizada.

3.1 Considerações para Implementação

A Tabela 1 apresenta os dados do sistema utilizado. Ressalta-se que o objetivo do método é obter o conjunto de controladores estabilizantes sem o conhecimento prévio da planta, apenas com os dados de resposta em frequência; porém, foi necessário levantar os parâmetros do processo a ser controlado para realizar a simulação do sistema em ambiente computacional.

Tabela 1: Dados e parâmetros do sistema.

Conversor	
Frequência f_0	3 kHz
V_{in}	24 V
Controlador	
K_P	0,01
K_I	2
Motor CC	
K_t	0,0887 Nm/A
K_e	8,57 mV/rpm
R_a	1,19 Ω
L_a	3,3 mH
J	0,0741 g/m ²
B	17,85 mN.m.s
V_{max}	60 V

Uma vez que o conversor analógico digital (ADC) do microcontrolador não pode receber tensões negativas, utilizou-se um diodo para limitar a tensão sobre a porta ADC. Esta estratégia restringe a extensão de velocidades aferidas para apenas valores positivos.

3.2 Obtenção da Resposta em Frequência

A estratégia para determinar a resposta em frequência do sistema a malha fechada leva em consideração que este é um sistema LTI. Assim, ao aplicar-se uma referência senoidal superposta a um nível constante de velocidade, a resposta do sistema apresentará característica oscilatória em torno do nível contínuo (Siebert, 1985). Dessa forma, adotou-se uma referência $\omega_{ref} = 1200 + 100 \cos(2\pi f)$ RPM, varrendo-se um intervalo de frequências no intervalo entre 0,8 Hz e 50 Hz, com passo entre frequências de 1 Hz - à exceção do intervalo entre 5 Hz e 8 Hz (passo de 0,5 Hz) e do intervalo entre 30 Hz e 50 Hz (passo de 2 Hz).

A Figura 3 mostra um exemplo de resposta obtida em simulação para $f = 14$ Hz, e a Figura 4 apresenta a resposta obtida em bancada para a mesma frequência. Por fim, a Figura 5 apresenta as respostas em frequência obtidas em simulação e em bancada, em um Diagrama de Bode.

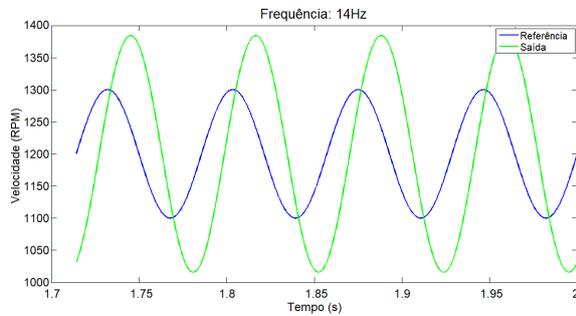


Figura 3: Resposta de excitação senoidal (Simulação): $f = 14$ Hz.

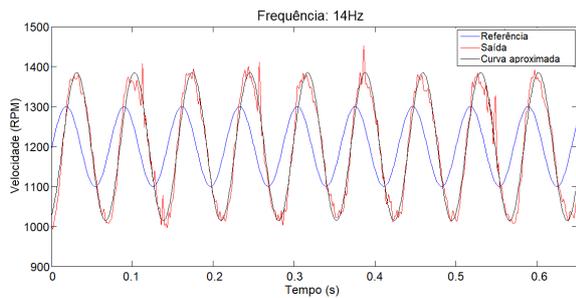


Figura 4: Resposta de excitação senoidal (Experimental): $f = 14$ Hz.

Como foi apresentado, a característica de resposta em ambos os casos é semelhante: o sistema é de segunda ordem, com polos complexos tais que o coeficiente de amortecimento é menor que 0,7071. Além disso, vê-se que a banda passante, o valor de pico no gráfico de magnitude e a frequência natural no gráfico de fase apresentam valores próximos, comparando-se resultados simulados e experimentais. Portanto, valida-se o sistema de simulação para a resposta em frequência. Ainda assim, devido às dificuldades de aferição da resposta fre-

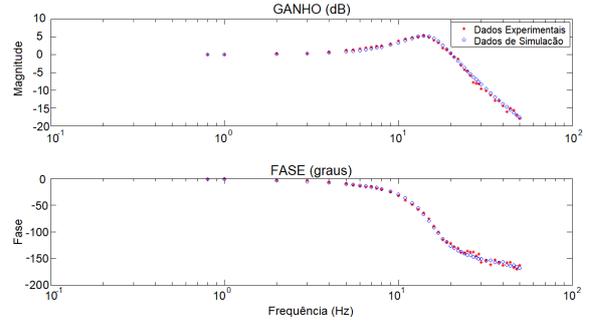


Figura 5: Respostas em frequência do sistema a malha fechada: dados simulados e experimentais.

quencial com o aumento da atenuação do sinal de saída, à medida que a frequência f aumenta, os dados experimentais apresentam certo ruído.

3.3 Cálculo dos Controladores Estabilizantes

Com a resposta em frequência, aplicou-se o método apresentado na Seção 2.2 para obtenção dos controladores estabilizantes. Na Figura 6, é possível verificar o comportamento da função $g(\omega)$, a qual implica na faixa de ganhos K_P do conjunto estabilizante. A Figura 7 mostra o conjunto estabilizante obtido por meio do método.

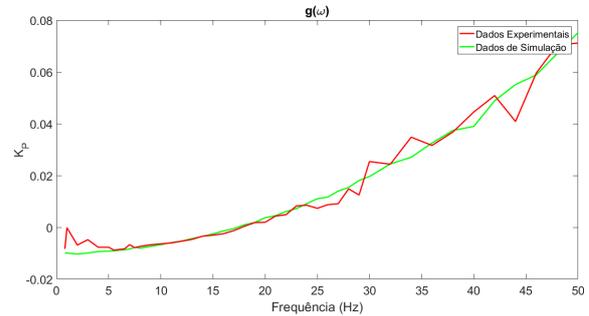


Figura 6: Curva $g(\omega)$ segundo Equação (6).

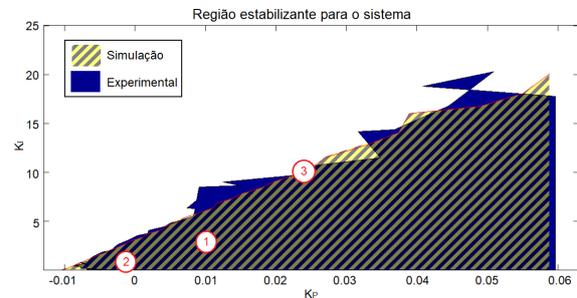


Figura 7: Conjunto de controladores estabilizantes: dados simulados e experimentais.

Primeiramente, destaca-se a pequena diferença entre os intervalos dos ganhos K_P e K_I , comparando-se dados simulados e experimentais.

Tal diferença deve-se ao fato de o intervalo utilizado para o ganho K_P ser oriundo da função $g(\omega)$, que por sua vez, é relacionada aos dados experimentais de resposta em frequência da planta.

Pode-se ver que, ainda que tenham havido divergências em detalhes das respostas em frequência, existe um grande conjunto de intersecção entre as áreas demarcadas. Além disso, os limites que demarcam a região de controladores estabilizantes são bem próximos, a despeito das irregularidades inerentes aos dados experimentais.

3.4 Comparação de resposta em degrau

Testes de resposta ao degrau foram realizados de forma a validar o método utilizado. Os testes foram realizados para uma velocidade referência de 1000 RPM com diversos controladores, dentro e fora da região estabilizante. Três resultados de destaque serão aqui apresentados, para os controladores presentes na Tabela 2.

Tabela 2: Controladores PI apresentados.

	K_P	K_I	Característica de $G(s)$
1	0,01	2,5	Estável
2	-0,004	0,4	Estável
3	0,024	10	Oscilatória

O primeiro controlador, que se localiza dentro do conjunto estabilizante no plano $K_P - K_I$, estabilizou o sistema, conforme previsto. Na Figura 8 é possível ver o comportamento da velocidade do motor a malha fechada com este controlador.

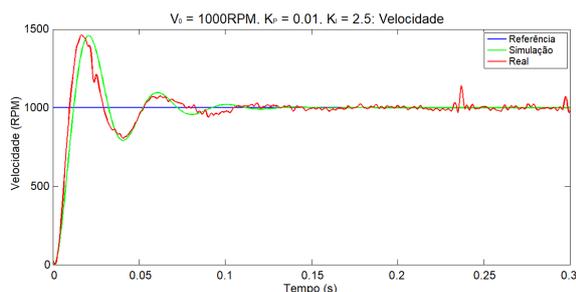


Figura 8: Comportamento da velocidade para o controlador 1.

O segundo controlador também encontra-se dentro do conjunto estabilizante, porém possui ganho proporcional negativo - o sistema passa a ser de fase não-mínima. Na Figura 9, vê-se o comportamento da velocidade do motor a malha fechada com este controlador; ressalta-se o período inicial, no qual o motor, de fato, gira no sentido contrário, mas o sistema de aquisição de velocidade não é apto a tratar valores negativos.

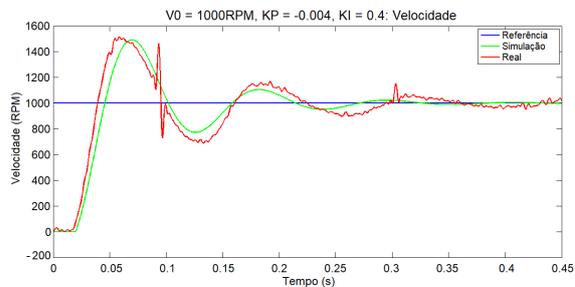


Figura 9: Comportamento da velocidade para o controlador 2.

Por fim, o terceiro controlador encontra-se na fronteira do conjunto estabilizante, e a resposta do sistema mostrou-se oscilatória a malha fechada, como se pode ver na Figura 10. Esta resposta era esperada, uma vez que, escolhendo-se controladores mais próximos da fronteira, a tendência do sistema seria ter resposta cada vez mais oscilatória, até chegar à instabilidade.

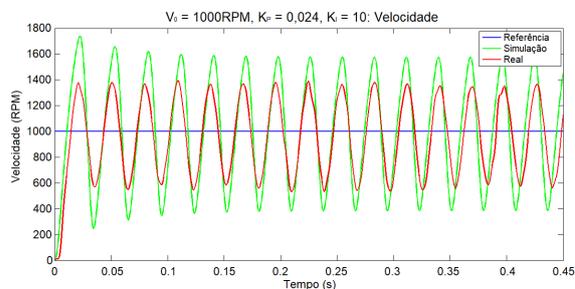


Figura 10: Comportamento da velocidade para o controlador 3.

4 Conclusões

Este trabalho verificou em simulação e experimentalmente a técnica para obtenção de controladores PI estabilizantes aplicada ao controle de velocidade de um MCC acionado por *Chopper*. O procedimento apresentado mostrou-se eficaz, uma vez que houve validação do método por meio da avaliação de estabilidade em testes de resposta ao degrau. Ademais, houve correlação entre os resultados simulados e experimentais, a despeito da presença de ruídos inerentes à medição.

Os resultados obtidos pela aplicação do método no motor CC, um sistema linear de segunda ordem, encorajam sua utilização em outros processos cujos modelos possuem maior ordem e complexidade, além de maior dificuldade na obtenção de modelagem analítica. Nestes casos, a técnica apresentada torna-se uma interessante ferramenta na busca de controladores estabilizantes.

Agradecimentos

Agradecemos à Universidade de São Paulo, ao CNPQ e à CAPES/Proex pelo suporte financeiro,

bem como ao Laboratório de Controle e Eletrônica de Potência - LACEP/SEL/EESC/USP por fornecer a estrutura necessária para este projeto.

Referências

- Alzate, R. and Oliveira, V. A. (2016). Multiobjective design of PI controllers with applications, *2016 IEEE Conf. Control Appl.*, Buenos Aires, Argentina.
- Alzate, R., Oliveira, V. A., Magossi, R. F. and Bhattacharyya, S. P. (2017). Double Loop Control Design for Boost Converters Based on Frequency Response Data, *IFAC-PapersOnLine* **50**(1): 10413–10418.
- Aström, K. J. and Hägglund, T. (2006). *Advanced PID Control*, The Instrumentation, Systems, and Automation Society - ISA, Research Triangle Park, NC, USA.
- Cuoghi, S. and Ntogramatzidis, L. (2013). On the use of inversion formulae for the synthesis of discrete PID controllers, *2013 21st Mediterr. Conf. Control Autom.*, Platania-Chania, Crete, Greece, pp. 671–676.
- Datta, A., Layek, R., Nounou, H. N., Nounou, M. N., Mohsenizadeh, N. and Bhattacharyya, S. P. (2013). Towards data-based adaptive control, *Int. J. Adapt. Control Signal Process.* **27**: 122–135.
- Emami, T. and Watkins, J. M. (2009). Robust Stability Design of PID Controllers for Arbitrary-Order Transfer Functions with Uncertain Time Delay, *41st Southeast. Symp. Syst. Theory*, University of Tennessee Space Institute, Tullahoma, TN, USA, pp. 184–189.
- Emami, T. and Watkins, J. M. (2010). A Unified Approach for Robust Stability Design of PID Controllers, *2010 Am. Control Conf.*, Marriott Waterfront, Baltimore, MD, USA, pp. 3926–3931.
- Fang, B. (2010). Computation of stabilizing PID gain regions based on the inverse Nyquist plot, *J. Process Control* **20**: 1183–1187.
- Fang, B. and Kong, J. (2011). New approach to the realization of PID Controller parameter stable regions, *2011 IEEE Int. Conf. Comput. Sci. Autom. Eng.*, pp. 627–631.
- Kallakuri, P., Keel, L. H. and Bhattacharyya, S. P. (2011). Data Based Design of PID Controllers for a Magnetic Levitation Experiment, *Proc. 18th World Congr.* **44**(1).
- Kallakuri, P., Keel, L. H. and Bhattacharyya, S. P. (2013). Multivariable controller design with integrity, Washington, DC, USA, pp. 5159–5164.
- Keel, L. H. and Bhattacharyya, S. P. (2008). Controller synthesis free of analytical models: Three term controllers, *IEEE Trans. Automat. Contr.* **53**(6): 1353–1369.
- Keel, L. H. and Bhattacharyya, S. P. (2010). A Bode Plot Characterization of All Stabilizing Controllers, *IEEE Trans. Automat. Contr.* **55**(11): 2650–2654.
- Khadraoui, S., Nounou, H. N., Nounou, M. N., Datta, A. and Bhattacharyya, S. P. (2013). A Measurement-based approach for tuning of reduced-order controllers, *2013 Am. Control Conf.*, Washington, DC, USA, pp. 3876–3881.
- Khadraoui, S., Nounou, H. N., Nounou, M. N., Datta, A. and Bhattacharyya, S. P. (2016). A Measurement-Based Approach for Designing Fixed-Order Controllers for Unknown Closed-Loop Architecture, *Asian J. Control* **18**(2): 686–698.
- Khadraoui, S., Nounou, H., Nounou, M., Datta, A. and Bhattacharyya, S. P. (2014a). A model-free design of reduced-order controllers and application to a DC servomotor, *Automatica* **50**(8): 2142–2149.
- Khadraoui, S., Nounou, H., Nounou, M., Datta, A. and Bhattacharyya, S. P. (2014b). A model-free design of reduced-order controllers and application to a DC servomotor, *Automatica* **50**(8): 2142–2149.
- Nise, N. S. (2012). *Engenharia de Sistemas de Controle*, 6 edn, LTC Editora, Rio de Janeiro.
- Nyquist, H. (1932). Regeneration Theory, *Bell Syst. Tech. J.* **11**(1): 126–147.
- Parastvand, H. and Khosrowjerdi, M.-J. (2015). Controller synthesis free of analytical model: fixed-order controllers, *Int. J. Syst. Sci.* **46**(7): 1208–1221.
- Siebert, W. M. (1985). *Circuits, Signals and Systems*, Vol. 2, 1 edn, MIT Press, São Carlos.
- Stefanoni, F. S. and Santos, S. T. (2017). *Projeto de controlador PI com base em dados experimentais de resposta em frequência*, Monografia: Bacharelado em engenharia elétrica, Escola de Engenharia de São Carlos, São Carlos, SP.