RASTREAMENTO DE TRAJETÓRIA EM VEÍCULOS AÉREOS NÃO TRIPULADOS UTILIZANDO UM CONTROLADOR COM REJEIÇÃO ATIVA DE DISTÚRBIOS

Júlio César Chagas Dos Santos*, Fabrício Lopes e Silva*, Alessandro Rosa Lopes Zachi*, Josiel Alves Gouvêa*

*NUPEM/CEFET-RJ - Núcleo de Pesquisa em Mecatrônica do Centro Federal de Educação Tecnológica Celso Suckow da Fonseca
Estr. de Adrianópolis, 1317, Bairro Santa Rita(Campus Nova Iguaçu)
Nova Iguaçu, Rio de Janeiro, Brasil

Emails: j.cesarchagas94@gmail.com, fabricio.silva@cefet-rj.br, alessandro.zachi@cefet-rj.br, josielgouvea@icloud.com

Abstract— The aim of this paper is to propose a trajectory tracking control system for a quadcopter based on an extension of Active Disturbance Rejection Control (ADRC). This extension, called ADRC with modified plant, implements a structural modification in the plant in such a way that, unlike standard ADRC, knowledge of the control gain is not necessary. A cascade control strategy is applied, composed by two ADRC with modified plant, being an internal controller, responsible for the rotational subsystem, and an external controller, which enables the translational movements. Simulation results are presented, showing the efficiency of the proposed control strategy.

Keywords— Unmanned aerial vehicle (UAV), Trajectory tracking, ADRC.

Resumo— Neste trabalho propõe-se um sistema de controle de rastreamento de trajetória de um quadricóptero baseado numa extensão da técnica de controle com rejeição ativa de distúrbios (do termo em inglês *Active Disturbance Rejection Control - ADRC)*. Esta extensão, denominada ADRC com planta modificada, implementa uma modificação estrutural na planta tal que, ao contrário do ADRC padrão, não seja necessário o conhecimento exato do ganho de controle. É aplicada uma estratégia de controle em cascata, composta por dois controladores ADRC com planta modificada, sendo um controlador interno responsável pelo subsistema rotacional, e um externo que viabiliza os movimentos translacionais. São apresentados resultados de simulação para ilustrar o desempenho da estratégia de controle proposta.

Palavras-chave— Veículo aéreo não tripulado (VANT), Rastreamento de trajetória, Método ADRC

1 Introdução

Veículos aéreos não tripulados (VANT), popularmente conhecidos como drones, tem ganhado notoriedade perante a comunidade científica. Nas últimas décadas, avanços nas áreas de sensoriamento, processamento de informações, armazenamento de energia e metodologias de controle, possibilitaram significativo avanço no desenvolvimento de tais dispositivos. Neste contexto, as diversas possibilidades de aplicação tem despertado o interesse de pesquisadores, uma vez que estes sistemas podem ser utilizados em importantes aplicações civis e militares, tais como tarefas de busca e resgate, inspeções de grandes áreas, intervenções em ambientes hostis, dentre outras aplicações (Lima, 2015).

Dentre os tipos de drones mais populares, destaca-se o quadricóptero, que possui seis graus de liberdade e apenas quatro variáveis de controle (velocidade dos quatro propulsores), caracterizando-se como um sistema mecânico subatuado (Gong, 2012). Consequentemente, não é possível regular todos os graus de liberdade do sistema simultaneamente. Sistemas mecânicos subatuados são mais complexos e se mostram como um desafio na área de controle. Neste contexto, foram obtidos resultados utilizando controladores que não contemplam a variação dos parâmetros dinâmicos, como, por exemplo, a aplicação do controle preditivo baseado em modelo (Lima, 2015). Contudo, em muitas aplicações de controle, é difícil estabelecer modelos matemáticos precisos para descrever os sistemas completamente. Além disso, podem ocorrer variações em alguns parâmetros com o tempo e com as condições de operação. Por outro lado, existem distúrbios externos desconhecidos em torno do ambiente do sistema. Na prática, incertezas internas dos sistemas e distúrbios externos são onipresente em sistemas de controle (Guo, 2016).

Tanto na agricultura, quanto em logística, a aplicação de drones vem se expandindo de forma significativa. Em ambos os casos, as características de massa e inércia do sistema como um todo são incertas. Na agricultura, os drones vem sendo utilizados em atividades de pulverização de produtos químicos, como pesticidas e fertilizantes, ou ainda na dispensa de sementes e agentes biológicos naturais, como insetos predadores de pragas em lavouras. Neste caso, em especial, a massa e as características de inércia do sistema variam ao longo da trajetória. Já em logística, vista atualmente como uma aplicação promissora para estes dispositivos, os volumes a serem transportados apresentam propriedades de inércia e massa dis-

tintas, o que interfere nas características do sistema a ser controlado.

Para tratar das incertezas internas e distúrbios, faz-se necessária a utilização de técnicas de controle mais avançadas que permitam voos de alto desempenho, incluindo situações específicas como rastreamento de trajetória. Diversas estratégias de controle não linear foram propostas, incluindo controladores adaptativos, como *Backstepping* (Bonna, 2016), *Feedback Linearization* (Lee, 2009) e controladores por modos deslizantes (*sliding mode*) (Lee, 2009). O problema das técnicas de controle adaptativas é a pouca robustez às perturbações externas e dinâmicas não modeladas. Já as técnicas por modos deslizantes apresentam boa robustez às perturbações externas, contudo possuem sinais de controle com indesejadas oscilações de alta frequência e amplitude finita (*chattering*), o que torna necessária a utilização de estratégias para atenuar essas oscilações, estratégias essas que podem comprometer o desempenho do controlador. Neste contexto, em (Zhang, 2015) é proposta a utilização de um controle linear com rejeição ativa de distúrbio (ADRC), que apresenta boa robustez às perturbações externas e dinâmicas não modeladas. Contudo, esta estratégia é pouco robusta às variações no ganho de controle, o que torna inviável a sua aplicação em tarefas que envolvam incertezas nos parâmetros dinâmicos como a massa e momento de inércia.

Neste artigo, é proposto um sistema de controle de rastreamento de trajetória de um quadricóptero baseado numa extensão da técnica de controle com rejeição ativa de distúrbios (ADRC), denominada ADRC com planta modificada (Correia et al., 2017). O ADRC com planta modificada possui as vantagens do ADRC padrão, como a facilidade de implementação, linearidade, robustez às perturbações externas e às dinâmicas não modeladas, além de ter boa robustez às variações no ganho de controle, o que torna possível a sua utilização quando a massa e o momento de inércia são incertos, algo comum em determinadas tarefas realizadas por quadricópteros, como no caso do transporte de cargas. A ideia é utilizar uma estratégia de controle em cascata, que consiste em dividir o modelo dinâmico do drone em dois subsistemas em série, sendo um responsável pelo movimento rotacional e outro pelo movimento translacional. Para cada um desses subsistemas, é implementado um controlador de rastreamento de trajetória utilizando a estratégia ADRC com planta modificada, onde o sinal de referência do controlador do subsistema rotacional é a saída do controlador do subsistema translacional.

Este artigo está organizado da seguinte forma: Na Seção 2, são apresentadas as equações dinâmicas que descrevem o movimento do quadricóptero. Na Seção 3, é apresentado o ADRC com planta modificada, onde as propriedades de rastreamento de trajetória são analisadas matematicamente. A estratégia de controle em cascata e a aplicação do método são apresentados na Seção 4. Na Seção 5, são apresentados os resultados de simulação computacional para confirmar a eficiência da estratégia. Por fim, na Seção 6, são feitas as conclusões finais.

2 Dinâmica do Quadricóptero

Para a obtenção do modelo dinâmico, supõe-se que o veículo aéreo é um corpo rígido no espaço sujeito a uma força principal (U_1) e três torques (τ_ϕ,τ_θ, τ_ψ), como apresentado na Figura 1. O modelo

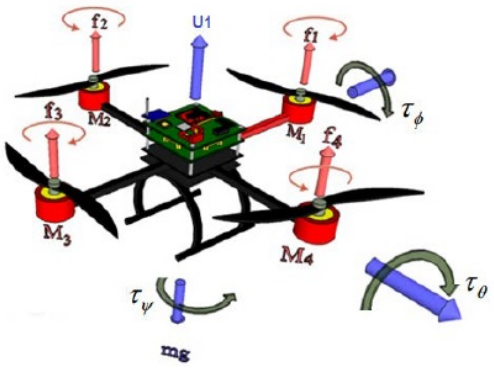

Figura 1: Ilustração de funcionamento de um quadricóptero.

dinâmico do sistema é dividido subsistema translacional e subsistema rotacional, descritos respectivamente pelas equações do movimento translacional (1) e pelas equações do movimento rotacional (2),

$$\begin{pmatrix} \ddot{x} = \frac{1}{m}(\cos\psi\sin\theta\cos\phi + \sin\psi\sin\phi)U_1 \\ \ddot{y} = \frac{1}{m}(\sin\psi\sin\theta\cos\phi - \cos\psi\sin\phi)U_1 \\ \ddot{z} = -g + \frac{1}{m}(\cos\theta\cos\phi)U_1 \end{pmatrix} \quad (1)$$

$$\begin{pmatrix} \ddot{\phi} = J_r\dot{\theta}\frac{(\Omega_1+\Omega_3-\Omega_2-\Omega_4)}{I_{xx}} + \frac{I_{xx}-I_{zz}}{I_{yy}}\dot{\psi}\dot{\phi} + \frac{bl(\Omega_2^2-\Omega_4^2)}{I_{xx}} \\ \ddot{\theta} = J_r\dot{\phi}\frac{(-\Omega_1-\Omega_3+\Omega_2+\Omega_4)}{I_{yy}} + \frac{I_{zz}-I_{xx}}{I_{yy}}\dot{\psi}\dot{\phi} + \frac{bl(\Omega_3^2-\Omega_1^2)}{I_{yy}} \\ \ddot{\psi} = \frac{I_{xx}-I_{yy}}{I_{zz}}\dot{\theta}\dot{\phi} + \frac{d(\Omega_1^2-\Omega_2^2+\Omega_3^2-\Omega_4^2)}{I_{zz}} \end{pmatrix}, \quad (2)$$

para as quais,
$[\phi\ \theta\ \psi]$ - Ângulos de Euler (*Rolagem, Arfagem e Guinada*);
$[x\ y\ z]$ - Coordenadas translacionais;
$[I_{xx}\ I_{yy}\ I_{zz}]$ - Momentos de inércia em torno dos respectivos eixos;
m - Massa do quadricóptero;
d - Coeficiente de arrasto dos propulsores;

J_r - Momento de inércia do propulsor ao redor do seu eixo de rotação;
g - Aceleração da gravidade;
b - Coeficiente de empuxo dos propulsores;
l - Distância entre o centro de massa e propulsores, e Ω_i - Velocidades angulares dos propulsores.

3 Controlador ADRC com planta Modificada

Considere uma classe de sistemas lineares e invariantes no tempo de segunda ordem, representada por

$$\ddot{y} + a_1\dot{y} + a_0 y = bu\,, \tag{3}$$

na qual $y \in \mathbb{R}$ representa a variável de saída da planta e $u \in \mathbb{R}$ representa a variável de entrada. Os coeficientes a_1 e a_0 são constantes reais e $b \in \mathbb{R}$ é a constante que será, doravante, denominada *ganho de controle*. Reescrevendo (3) na forma

$$\ddot{y} = f + bu\,, \tag{4}$$

obtém-se o termo

$$f = -a_1\dot{y} - a_0 y\,. \tag{5}$$

Com esta abordagem, o sistema dinâmico de (4) pode ser considerado uma cadeia de dois integradores em série, com sinal de entrada u, sinal de saída y e sujeito a um distúrbio de entrada f. Em (Han, 1998; Gao, Huang and Han, 2001; Han, 2009), este termo $f(t)$, que é definido pela combinação do sinais não mensuráveis do sistema, foi denominado *distúrbio generalizado*. Nesta formulação, uma lei de controle estabilizante poderia ser

$$u(t) = \left(\frac{1}{b}\right)\Big[-f - \lambda_1\dot{y} - \lambda_0(y - y^*)\Big]\,, \tag{6}$$

sendo y^* um sinal de referência e as constantes λ_1 e λ_0 os coeficientes de um polinômio (mônico) *Hurwitz* de segunda ordem. Entretanto, como o termo f não é mensurável, a lei de controle (6) não pode ser implementada diretamente. Contudo, se por metodologia de projeto, o distúrbio f for considerado uma variável de estado estendida, isto é, $X_1 = y$, $X_2 = \dot{y}$ e $X_3 = f$, então uma representação de estados para o sistema em (4) poderia ser dada por

$$\begin{aligned} \dot{X}_1 &= X_2\,,\\ \dot{X}_2 &= X_3 + bu\,,\\ \dot{X}_3 &= \dot{f}\,, \end{aligned} \tag{7}$$

para a qual são definidas as matrizes

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0\\ 0 & 0 & 1\\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix},\quad B = \begin{bmatrix} 0\\ b\\ 0 \end{bmatrix},\quad \bar{B} = \begin{bmatrix} 0\\ 0\\ \dot{f} \end{bmatrix},$$

$$C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \end{bmatrix},\quad D = [0]\,. \tag{8}$$

Projetando um estimador (observador) de estados para o sistema A, B e C, obtém-se

$$\begin{aligned} \dot{\hat{X}} &= A\hat{X} + Bu + Le_y\,,\\ \hat{y} &= C\hat{X}\,, \end{aligned} \tag{9}$$

sendo $e_y = (y - \hat{y})$ o erro de saída do observador e $L = [L_1\ L_2\ L_3]^T \in \mathbb{R}^3$ o vetor de ganhos ajustáveis para gerar estimativas dos sinais da lei de controle em (6), ou seja,

$$u(t) = \left(\frac{1}{b}\right)\Big[-\hat{X}_3 - \lambda_1\hat{X}_2 - \lambda_0(\hat{X}_1 - y^*)\Big]\,, \tag{10}$$

para a qual $\hat{X}_1$, $\hat{X}_2$ e $\hat{X}_3$ são as respectivas estimativas de X_1, X_2 e X_3 (ou f).

A lei de controle (10) corresponde à estratégia ADRC proposta em (Gao, Hu and Jiang, 2001). Em (Correia et al., 2017) prova-se, considerando y^* constante e dada uma sintonia apropriada dos ganhos L_1, L_2, L_3 do observador e λ_1, λ_0 da lei de controle, que $\dot{f} \to 0$ e o observador de estados estendido (9) e a lei de controle (10) garantem que $\lim_{t\to\infty}(y - y^*) = 0$ e $\lim_{t\to\infty} e_x = \mathbf{0}$, para

$$e_x = \begin{bmatrix} e_{x1}\\ e_{x2}\\ e_{x3} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y - \hat{X}_1\\ \dot{y} - \hat{X}_2\\ f - \hat{X}_3 \end{bmatrix}. \tag{11}$$

Contudo, note que o projeto do observador estendido, definido em (9), e a lei de controle (10), são dependentes do valor exato do ganho de controle b da planta. Na falta do conhecimento exato desta constante, o projeto do observador estendido fica inviabilizado, causando uma restrição de aplicação do método ADRC tradicional em plantas com incerteza no ganho de controle. Além disso, o objetivo aqui é também resolver o problema de rastreamento, ou seja, y^* varia em função do tempo. Para isso, são feitas inicialmente as seguintes hipóteses fundamentais para implementar o ADRC com planta modificada (Correia et al., 2017):

(H1) *O sinal de saída $y(t)$ da planta é mensurável;*

(H2) *O ganho de controle b é uma constante não-nula que possui sinal conhecido.*

A ideia principal do ADRC com planta modificada é promover uma transformação estrutural no sistema original, do ponto de vista entrada/saída, a fim de se obter um novo sistema dinâmico com ganho de controle conhecido. Em seguida, o método ADRC padrão é aplicado para controlar a saída deste novo sistema e verificar se os efeitos resultantes na planta original atenderam aos objetivos delineados inicialmente. A metodologia utilizada, para promover a transformação estrutural, consiste na introdução de um filtro linear e estável $Q_0(s)$ em paralelo com a planta, conforme o diagrama em blocos da Figura 2. No diagrama, $K_0 > 0 \in \mathbb{R}$ representa uma constante de projeto

e $sign(b)$ é uma constante que representa os valores $+1$, para $b > 0$, e -1, para $b < 0$. Sendo $Q_0(s)$ um filtro estável, então tem-se

$$\gamma > 0 \quad \text{e} \quad (s+\gamma)^2 = s^2 + \alpha_1 s + \alpha_0 \,.$$

Escrevendo a equação dinâmica do novo sinal de saída $z(t)$, considerando $\beta = K_0 sign(b)$ e com base na configuração da Figura 2, tem-se

$$\begin{aligned} z &= \beta y + u_f \,, && (12)\\ \ddot{z} &= \beta(-a_1\dot{y} - a_0 y + bu) + \ddot{u}_f \,, && (13)\\ \dot{u}_f &= \dot{z} - \beta\dot{y} \,, && (14)\\ \ddot{u}_f &= -\alpha_1\dot{u}_f - \alpha_0 u_f + \dot{u} \,. && (15) \end{aligned}$$

Utilizando (14) e (15) em (13), a dinâmica de

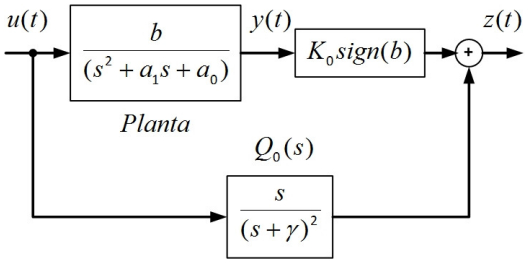

Figura 2: Diagrama em blocos da solução proposta.

segunda ordem (Figura 2) vai resultar em

$$\dddot{z} = -\alpha_1\ddot{z} - \alpha_0 z + \beta(\alpha_1 - a_1)\ddot{y} + \beta(\alpha_0 - a_0)\dot{y} + b_p u + \dot{u} \,, \quad (16)$$

sendo $b_p = K_0 sign(b) b = K_0|b|$.

Definindo-se a perturbação generalizada g como sendo

$$g = \beta(\alpha_1 - a_1)\dot{y} + \beta(\alpha_0 - a_0)y + b_p u \,, \quad (17)$$

então (16) reduz-se à

$$\dddot{z} + \alpha_1\ddot{z} + \alpha_0 z = g(t) + \dot{u} \,. \quad (18)$$

Com esta abordagem, o novo sinal de controle passa a ser $\dot{u}$, que possui ganho unitário. Desta forma, é possível aplicar o método ADRC tradicional no sistema modificado apresentado em (18) sem a exigência do conhecimento exato do parâmetro b da planta original.

3.1 Projeto do observador

Definindo-se as variáveis de estado por $Z_1 = z$, $Z_2 = \dot{z}$ e $Z_3 = g(t)$, a representação de estados do sistema (18), na forma canônica controlável e considerando o estado estendido Z_3, possui as matrizes

$$A_m = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -\alpha_0 & -\alpha_1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad B_m = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix},$$

$$\bar{B}_m = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \dot{g} \end{bmatrix}, C_m = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}, D_m = [0] \,. \quad (19)$$

Uma vez que o par (A_m, C_m) é observável, então o observador estendido (ADRC) para o sistema (19) assume o formato

$$\begin{cases} \dot{\hat{Z}}_1 = \hat{Z}_2 + \bar{L}_1 e_{z1} \,, \\ \dot{\hat{Z}}_2 = -\alpha_0\hat{Z}_1 - \alpha_1\hat{Z}_2 + \hat{Z}_3 + \dot{u} + \bar{L}_2 e_{z1} \,, \\ \dot{\hat{Z}}_3 = \bar{L}_3 e_{z1} \,, \end{cases} \quad (20)$$

sendo $\hat{Z}_1$, $\hat{Z}_2$ e $\hat{Z}_3$ os respectivos estados estimados de z, $\dot{z}$ e g, $e_{z1} = z - \hat{Z}_1$ o erro de saída do estimador e $\bar{L}_1, \bar{L}_2, \bar{L}_3$ os ganhos de sintonia do estimador. Com esta nova estrutura, a dinâmica dos erros do observador será dada por

$$\begin{cases} \dot{e}_z = \underbrace{(A_m - \bar{L}C_m)}_{\bar{A}_m} e_z + \underbrace{\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}}_{B_g} \dot{g} \,, \\ e_y = C_g e_z \,, \end{cases} \quad (21)$$

na qual $\bar{L} = \begin{bmatrix} \bar{L}_1 & \bar{L}_2 & \bar{L}_3 \end{bmatrix}^T$. Para obter a função de transferência que relaciona a entrada $\dot{g}$ com a saída $e_{z3} = g - \hat{Z}_3$, basta calcular a expressão

$$\frac{E_{z3}(s)}{sG(s)} = C_g(sI - \bar{A}_m)^{-1}B_g \,,$$

com $C_g = [0\ 0\ 1]$. Logo, escolhendo-se $\bar{L}_1$, $\bar{L}_2$ e $\bar{L}_3$ tal que os pólos do estimador sejam iguais, pode-se concluir que

$$\begin{aligned} \tfrac{E_{z3}(s)}{G(s)} &= \tfrac{(s+w_0)^3 - w_0^3}{(s+w_0)^3}, \\ 3w_0 &= \bar{L}_1 + \alpha_1, \\ 3w_0^2 &= \alpha_1\bar{L}_1 + \bar{L}_2 + \alpha_0 \\ w_0^3 &= \bar{L}_3 \,. \end{aligned} \quad (22)$$

Lembrando que $E_{z3}(s) = G(s) - \hat{Z}_3(s)$, é possível simplificar (22) para obter a relação

$$\hat{Z}_3(s) = \frac{w_0^3}{(s+w_0)^3}\, G(s) \,. \quad (23)$$

3.2 Projeto de Controle

Observe que a parte homogênea de (18) (análoga ao polinômio do denominador do filtro $Q_0(s)$, dado por (15)) é estável. Logo, para promover a convergência assintótica de z para um valor de referência não constante $z^*(t)$, basta escolher uma lei de controle $\dot{u}$ do tipo:

$$\begin{aligned} \dot{u} &= -\hat{Z}_3 + \alpha_0 z^* + \alpha_1\dot{z}^* + \ddot{z}^* \,, && (24)\\ z^* &= \beta y^* \,. && (25) \end{aligned}$$

Substituindo-se (24) em (18), obtém-se

$$\ddot{e} + \alpha_1\dot{e} + \alpha_0 e = \underbrace{g(t) - \hat{Z}_3}_{e_{z3}} \,, \quad (26)$$

na qual $e = z - z^*$. Uma condição suficiente para $z \to z^*$ é $\hat{Z}_3 \to g$. De acordo com (23), isto pode

ser obtido fazendo-se $w_0 \to \infty$, que é uma atribuição de valor inviável na prática. Sendo assim, é necessário investigar o sistema planta-observador-controlador em malha fechada como um todo para identificar se existem outras condições que possam assegurar suas propriedades de estabilidade e convergência.

3.3 Análise de estabilidade

Para facilitar os desenvolvimentos matemáticos que se seguem, sem perder a consistência matemática, assume-se, com base na Eq. (23), que

$$\hat{Z}_3(s) = c_0 G(s)\,, \quad c_0 \in (0;1)\,. \tag{27}$$

Em (27), $c_0 \in \mathbb{R}$ é uma variável definida apenas para fins de análise e representa um fator de escala entre a estimativa e o valor de $G(s)$. Escrevendo (24) no domínio da frequência, com base em (27), tem-se

$$sU(s) = -c_0 G(s) + J^*(s)\,, \tag{28}$$

onde $J^*(s)$ é a representação de $j = \alpha_0 z^* + \alpha_1 \dot{z}^* + \ddot{z}^*$ no domínio da frequência.

Manipulando (28) com a ajuda de (3), (17) e $b_p = K_0|b|$, é possível deduzir expressão

$$U(s) = \frac{(s^2 + a_1 s + a_0)J^*(s)}{s^3 + p_2 s^2 + p_1 s + p_0}\,, \tag{29}$$

na qual $p_2 = a_1 + b_p c_0$, $p_1 = a_0 + b_p c_0 \alpha_1$, e $p_0 = b_p c_0 \alpha_0$.

Observe, em (29), que é possível alocar os polos da função $U(s)$ no semi-plano lateral esquerdo do plano complexo apenas escolhendo-se valores para K_0, α_1 e α_0. Ajustando-se estes parâmetros, é possível afirmar, uma vez que o sinal de referência z^* é suave e limitado, que o sinal de controle u e a sua derivada $\dot{u}$ também são limitados, assim como $\hat{Z}_3$ (ver (24)). Uma vez que ω_0 pode ser alocado no semiplano lateral esquerdo por uma escolha apropriada de $\bar{L}$, α_1 e α_0, conclui-se de (23) que $g(t)$ é limitado e consequentemente também é $e_{z3}(t)$. Contudo, de (15) e (26), sabe-se respectivamente que

$$U_f(s) = \frac{s}{s^2 + \alpha_1 s + \alpha_0} U(s) \tag{30}$$

e

$$E(s) = \frac{1}{s^2 + \alpha_1 s + \alpha_0} E_{z3}(s) = \frac{1}{(s+\gamma)^2} E_{z3}(s). \tag{31}$$

Portanto, $u_f(t)$ e $e(t) = z(t) - z^*(t)$ são limitados e podem ser feitos arbitrariamente pequenos aumentando-se o parâmetro γ. Finalmente, a partir das conclusões anteriores, (12) e (25), concluise o mesmo de $e_y = y - y^*$. O resultado destas análises é resumido a seguir.

Teorema 1 *Considere o sistema de controle composto pela planta modificada (12)-(15), pelo observador de estados estendido (20) e pela lei de controle (24). Se os valores das constantes de projeto $\bar{L}_1$, $\bar{L}_2$, $\bar{L}_3$ do observador, γ do filtro $Q_0(s)$ e K_0 da planta modificada forem escolhidos de forma que os polinômios*

$$\bar{\alpha}_1(s) = s^3 + 3\omega_0 s^2 + 3\omega_0^2 s + \omega_0^3, \tag{32}$$

$$\bar{\alpha}_2(s) = s^2 + 2\gamma s + \gamma^2, \tag{33}$$

$$\bar{\alpha}_3(s) = s^3 + p_2 s^2 + p_1 s + p_0, \tag{34}$$

sejam Hurwitz, onde ω_0 é dado por (22) e p_1, p_2 e p_3 por (29), então todos os sinais do sistema são uniformemente limitados $\forall t$ e o erro de rastreamento $e_y = y - y^*$ pode ser reduzido arbitrariamente aumentando-se o valor de γ.

Remark 1 *Embora os resultados do Teorema tenham sido obtidos analisando um sistema linear, a estratégia de controle ADRC com planta modificada também pode ser aplicada em sistemas não lineares. Neste caso, as não linearidades são introduzidas no distúrbio generalizado $g(t)$ e, a partir de (21), pode-se concluir que a condição para a estabilidade é $\dot{g}(t)$ limitado, o que é uma hipótese viável. As condições sobre os parâmetros de sintonia do controlador e sobre as não linearidades para a limitação de $\dot{g}(t)$ estão sendo analisadas e se constituem em uma proposta de trabalho futuro. No entanto, os resultados de simulação obtidos neste trabalho mostram a viabilidade de se considerar as não linearidades como parte do distúrbio generalizado $g(t)$.*

4 Estratégia de controle em cascata

Uma estrutura de controle comumente utilizada é a estratégia de controle em cascata (Silva, 2014). Esta estratégia é composta por um controlador interno, responsável pelo subsistema rotacional, e por um controlador externo, que viabiliza os movimentos translacionais(Lima, 2015). De acordo

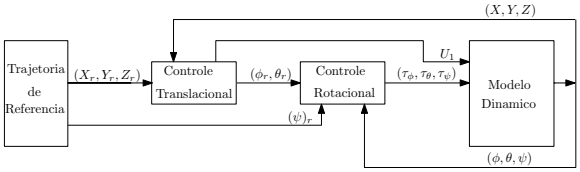

Figura 3: Estratégia de controle em cascata.

com a Figura 3, o bloco Trajetória de Referência fornece as três coordenadas de posição (X_r, Y_r, Z_r) para o movimento translacional, além do ângulo de guinada (ψ_r). A malha de controle externa (bloco Controle Translacional) gera o sinal de controle U_1, tal que $Z \to Z_r$, e os valores de referência dos ângulos de rolagem (ϕ_r) e arfagem (θ_r) que garantiriam $X \to X_r$ e $Y \to Y_r$. Contudo, como os estados ϕ, θ e ψ não são as entradas de controle do sistema (ver (1) e (2)), a

malha de controle interna (bloco Controle Rotacional) gera os torques de controle τ_ϕ, τ_θ e τ_ψ necessários para que $\phi \to \phi_r$, $\theta \to \theta_r$ e $\psi \to \psi_r$. Desta forma, após um transiente, o sistema comporta-se como se o subsistema translacional fosse controlado diretamente.

Observando-se a equação (1) do subsistema translacional, é possível perceber que o ganho de controle que multiplica a entrada U_1 é variável e depende da massa do sistema, parâmetro que pode variar de acordo com a tarefa executada pelo veículo aéreo não tripulado. Da mesma forma, de (2), percebe-se que os ganhos de controle do subsistema rotacional dependem dos momentos de inércia I_{xx}, I_{yy} e I_{zz}, que também podem variar se a geometria do drone mudar, o que é comum em tarefas que acoplem um outro corpo ao drone. Portanto, o método ADRC com planta modificada mostra-se uma estratégia de controle viável para implementar, tanto o controle translacional, como o rotacional. A configuração final do controle em cascata utilizado é apresentada na Figura 4.

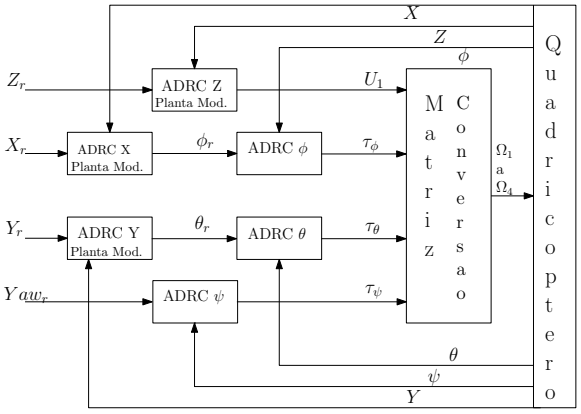

Figura 4: Estratégia de Controle em Cascata detalhada.

5 Resultados de Simulação

Os resultados apresentados neste artigo provêm da simulação computacional desenvolvida no ambiente Simulink do *software* MATLAB® R2017a. Para simulação numérica, foram considerados os parâmetros dinâmicos do drone modelo ARDrone 2.0 (Tabela 1), da fabricante francesa Parrot®. De modo a garantir o desempenho do esquema de controle aplicado, a simulação numérica foi executada para o problema de rastreamento de trajetória. Os valores de sintonia dos parâmetros do controlador, obtidos por simulações sucessivas até obter o melhor desempenho, são apresentados na Tabela 2. Foi avaliado o comportamento do drone para uma trajetória helicoidal vertical, inicialmente sem perturbação, definida por:

Tabela 1: Parâmetros dinâmicos.

Descrição	Unidade	Valor
Massa	Kg	$0,89$
l	m	$0,23$
b	Ns^2	$3,13\text{x}10^{-5}$
d	Nms^2	$7.5\text{x}10^{-7}$
I_{xx}	Kgm^2	$7.58\text{x}10^{-3}$
I_{yy}	Kgm^2	$7.58\text{x}10^{-3}$
I_{zz}	Kgm^2	$81.3\text{x}10^{-2}$
J_r	Kgm^2	$5,51\text{x}10^{-5}$

Tabela 2: Parâmetros do controlador.

	Controle Translacional	Controle Rotacional
L_1	0	150
L_2	2.9×10^6	7.5×10^3
L_3	1×10^9	1.25×10^5
α_1	-3	8×10^{-5}
α_2	-3	5×10^{-5}
K	50	20

$$\begin{cases} X_r = \frac{1}{2}cos(\frac{t}{2}) \\ Y_r = \frac{1}{2}sen(\frac{t}{2}) \\ Z_r = \frac{t}{10} \\ Yaw_r = 0; \end{cases} \tag{35}$$

Considerou-se que o quadricóptero se encontra, inicialmente, pairado nas coordenadas $(X, Y, Z) = (0.5, 0.3, 0.5)$ com orientação $(\phi, \theta, \Phi) = (0, 0, 0)$. Na Figura 5, é apresentado o resultado computacional para a tarefa de seguimento de trajetória. Analisando a Figura 5, percebe-se que o veículo

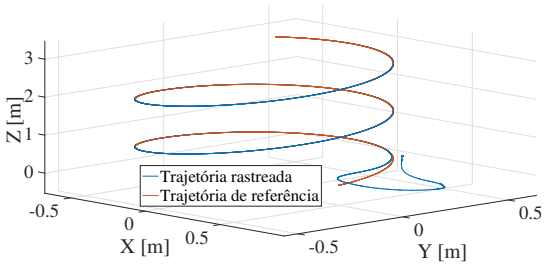

Figura 5: Rastreamento de trajetória helicoidal.

aéreo foi capaz de realizar a tarefa de modo satisfatório, entretanto há um pequeno erro em regime permanente nas coordenadas translacionais, o que pode ser melhor observado na Figura (6), que mostra a variação do erro de rastreamento em função do tempo. Esse fato está coerente com os resultados do Teorema (1), que atesta que o erro não é anulado, mas pode ser reduzido arbitrariamente aumentando-se o valor do parâmetro de

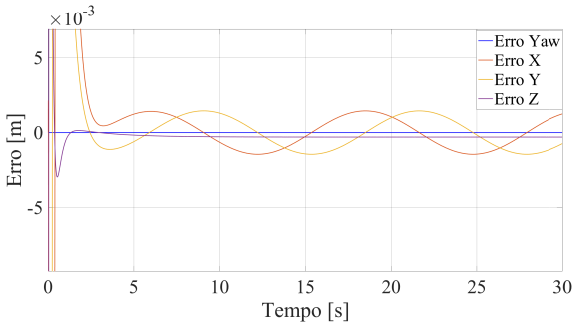

Figura 6: Erro de rastreamento de trajetória sem perturbação.

sintonia γ. Afim de verificar a robustez do controlador à variação dos parâmetros dinâmicos, o que pode ocorrer, por exemplo, em uma tarefa de transporte de cargas, foram alterados os valores de massa (m) e momentos de inércia (I_{xx}, I_{yy} e I_{zz}) ao longo do tempo conforme a Figura 7, mantendo-se a mesma sintonia do controlador. O resultado para rastreamento é mostrado na Fi-

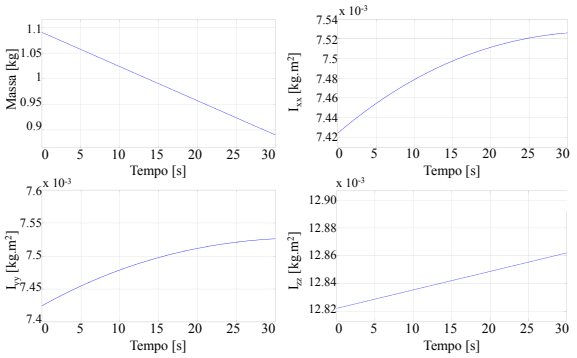

Figura 7: Variação dos parâmetros dinâmicos.

gura 8. Na Figura 9, são apresentados os erros

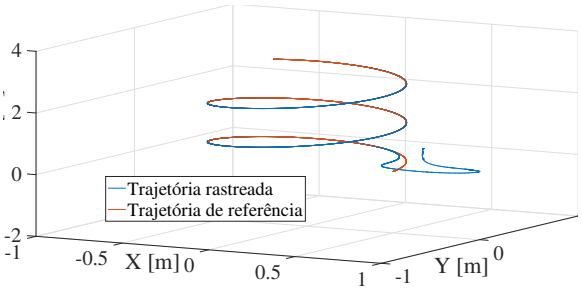

Figura 8: Rastreamento de trajetória com alteração de parâmetros dinâmicos e manutenção da sintonia do controlador.

de rastreamento nas referidas condições. Observe que o desempenho foi similar ao apresentado na Figura 6, o que mostra a robustez do controlador à variação nos parâmetros dinâmicos. Por fim, para verificar o comportamento do controlador considerando as perturbações, foi adicionada

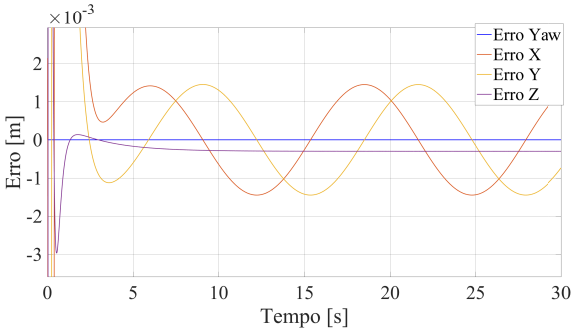

Figura 9: Erro de Rastreamento com alteração dos parâmetros dinâmicos e manutenção da sintonia do controlador.

uma perturbação externa nas forças aerodinâmicas variando entre $0,5N$ e $1,2N$, como apresentado na Figura 10. Essa perturbação é muito significativa, dado que o drone requer um valor de empuxo de aproximadamente $U_1 = 4,62N$ para pairar (Lima, 2015). Na Figura 11, é apresentado

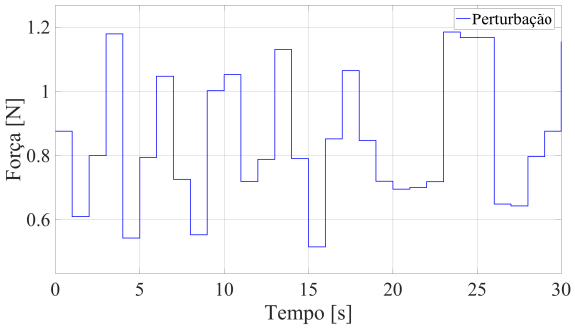

Figura 10: Perfil de perturbação externa utilizado.

o resultado de rastreamento. Nota-se que o qua-

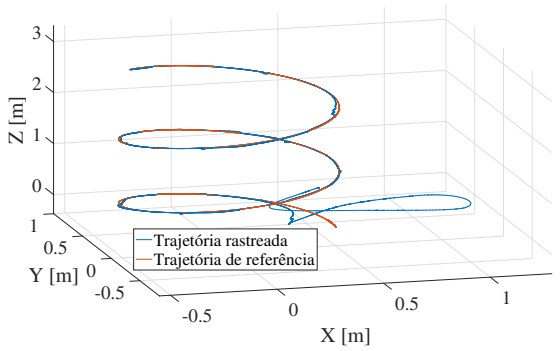

Figura 11: Rastreamento de trajetória com perturbação.

dricóptero cumpriu a tarefa de rastreamento com um pequeno erro, mostrado na Figura 12. Note que os erros de rastreamento são maiores do que os dos casos sem perturbação, mostrados nas Figuras 6 e 9. Contudo, embora o erro tenha aumentado, ainda é pequeno com relação à amplitude da trajetória de referência, o que mostra uma boa ro-

bustez do controlador.

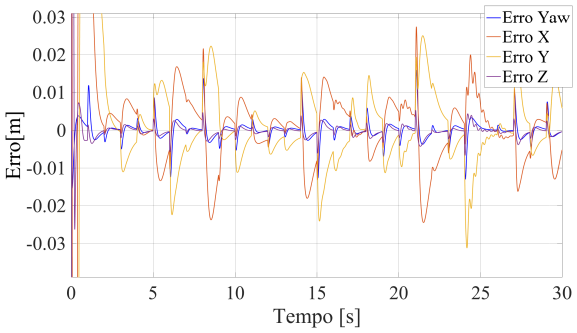

Figura 12: Erro de Rastreamento com presença de perturbação.

6 Conclusões

Este artigo apresentou a aplicação, em um veículo aéreo não tripulado, de uma estratégia de controle robusta às incertezas dos parâmetros dinâmicos, incerteza do ganho de controle, denominada ADRC com planta modificada. Uma análise matemática mostrou que esse controlador garante a convergência do sistema em malha fechada para uma trajetória de referência. Após aplicar o esquema de controle em cascata, o ADRC com planta modificada garantiu a convergência das coordenadas translacionais para umas trajetória prédefinida. A partir das simulações computacionais apresentadas, é possível concluir que a tarefa de rastreamento de trajetória foi bem sucedida.

Pode-se ainda concluir que a aplicação se apresenta como uma alternativa bastante viável, uma vez que parâmetros dinâmicos que podem variar de acordo com tarefas específicas, como por exemplo a massa, não precisam ser precisamente conhecidos.

No que diz respeito à voos externos, foi possível verificar o bom desempenho do controlador, quando inseridas perturbações nas forças e momentos aerodinâmicos. Tais distúrbios foram rejeitados pelo controlador.

Referências

Bonna, R. (2016). Técnicas de controle não linear para o problema de rastreamento de trajetória aplicadas a quadricópteros.

Correia, C. A. M., Zachi, A. R. L. and Gouvea, J. A. (2017). Um método de controle robusto por realimentação de saída aplicado em sistemas com parâmetros incertos., *Simpósio Brasileiro de Automação Inteligente*, Porto Alegre (RS), pp. 1351–1356.

Gao, Z., Hu, S. and Jiang, F. (2001). A novel motion control design approach based on active disturbance rejection, *Proc. IEEE Conference on Decision and Control*, Orlando, Florida, USA.

Gao, Z., Huang, Y. and Han, J. (2001). An alternative paradigm for control system design, *Decision and Control, 2001. Proceedings of the 40th IEEE Conference on*, Vol. 5, IEEE, pp. 4578–4585.

Gong, X. (2012). Trajectory tracking control of a quadrotor based on active disturbance rejection control, *International Conference on Automation and Logistics* pp. 254–259.

Guo, B.-Z. (2016). *Active Disturbance Rejection Control For NonLinear Systems- An Introduction*, John Wiley And Sons, Solaris South Tower, Singapore.

Han, J. (1998). Auto-disturbance rejection control and its applications, *Control and decision* **13**(1): 19–23.

Han, J. (2009). From pid to active disturbance rejection control, *IEEE transactions on Industrial Electronics* **56**(3): 900–906.

Lee, D. (2009). Feedback linearization vs adaptative sliding mode control for a quadrotor helicopter, *International Journal of Control,Automation, and System.* **7**(7): 419–428.

Lima, G. V. (2015). Modelagem dinâmica e controle para navegação de um veículo aéreo não tripulado do tipo quadricóptero.

Silva, A. (2014). Controle de posição com restrição à orientação de um veículo aéreo não tripulado do tipo quadrirotor.

Zhang, X. (2015). Precise trajectory tracking for uav based on active disturbance rejection control, *IEEE International Conference on Control, Automation and Information Sciences* **5**(7): 464–468.