

SÍNTESE DE CONTROLADOR PI ROBUSTO MULTIVARIÁVEL COM PREDITOR DE SMITH FILTRADO ATRAVÉS DE MÉTODO DE OTIMIZAÇÃO EVOLUTIVO

AYRES HENRIQUE VILARINO DE BARROS*, EDUARDO NUNES GONÇALVES*

*Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica UFSJ/CEFET-MG
Av. Amazonas 7675, Belo Horizonte, MG, Brasil

Emails: ayreshenrique@gmail.com, eduardong@des.cefetmg.br

Abstract— Among the existing industrial processes, a particular case is one that presents high delays in its dynamics. In this case, classical techniques employing only PID controllers have difficulties in meeting the stability and performance criteria. A solution to this problem is known as Smith predictor, whose control scheme is capable of separating the delays from pure plant dynamics model. However, it is a scheme sensitive to the uncertainties of plant parameters. In this paper, we apply the differential evolution algorithm in a iterative tuning procedure for robust PI controller with filtered Smith predictor for multivariate systems with uncertain delays. It is considered an illustrative example and the result obtained by the proposed procedure is compared with another one in the literature.

Keywords— Robust control, filtered Smith predictor, multivariable systems, differential evolution algorithm.

Resumo— Dentre os processos industriais existentes, um caso particular é aquele que apresenta elevados atrasos em sua dinâmica. Nesse caso, técnicas clássicas empregando apenas controladores PID têm dificuldades para atender os critérios de estabilidade e desempenho. Uma solução para esse problema é conhecida como preditor de Smith, cujo esquema de controle é capaz de realizar uma separação entre os atrasos e o modelo com a dinâmica pura da planta. Porém, trata-se de um esquema sensível às incertezas dos parâmetros da planta. Neste trabalho nós aplicamos o algoritmo evolução diferencial em um procedimento iterativo de sintonia de controlador robusto PI com preditor de Smith filtrado para sistemas multivariáveis com atrasos incertos. É considerado um exemplo ilustrativo e o resultado obtido pelo procedimento proposto é comparado com outro da literatura.

Palavras-chave— Controle robusto, preditor de Smith filtrado, sistemas multivariáveis, algoritmo evolução diferencial.

1 Introdução

O atraso, ou tempo morto, é um dos maiores problemas na maioria dos processos industriais, introduzindo limitações no desempenho quando utilizado controladores convencionais. Em virtude do atraso, (i) o efeito das perturbações é tardiamente percebido, (ii) a ação de controle, que é aplicada baseada no erro atual, tenta corrigir uma situação que foi originada algum tempo antes e (iii) um certo tempo precisa transcorrer para a ação de controle surtir efeito. Algumas causas do atraso são: tempo necessário para transportar massa, energia ou informação; processamento de rotinas em sensores, analisadores e controladores; grande número de sistemas conectados em cascata (Tala and Daxini, 2015). Para lidar com o atraso podem ser empregados controladores PID, compensadores de atraso ou técnicas de controle preditivo baseado em modelo. Uma solução largamente utilizada baseada em predição é conhecida como preditor de Smith.

O preditor de Smith é visto na literatura como uma estrutura de controle que desloca o atraso para fora da malha de realimentação, fazendo com que o controlador atue sobre o processo como se a dinâmica de malha fechada não apresentasse atraso. Trata-se de uma estratégia de controle que supõe atraso constante e modelo exato da planta, motivo pelo qual seu desempenho é sensível às incertezas do modelo do processo (Normey-Rico

and Camacho, 2008; Flesch et al., 2011; de Oliveira, 2016; Raja and Ali, 2017).

Uma das alternativas para lidar com sistemas incertos que apresentam parâmetros e/ou atrasos variantes no tempo, de forma a garantir estabilidade e desempenho robusto sob diferentes condições de operação, é uma estratégia de controle adaptativo com preditor de Smith, em que os ganhos do controlador e os parâmetros do modelo da planta são ajustados em tempo real (Bai et al., 2008). Normey-Rico et al. (1997) propõem um filtro $F(s)$ passa-baixa de 1ª ordem para agir no erro de predição com objetivo de melhorar a robustez do sistema de controle. Nos anos seguintes, esse tipo de controlador passou a ser usado e referenciado na literatura como preditor de Smith filtrado (Normey-Rico et al., 2012; Rodríguez et al., 2016; Ángel Ruiz et al., 2017).

O preditor de Smith clássico foi originalmente concebido para sistemas SISO (do inglês, *Single Input, Single Output*). Em Maciejowski (1994), foi proposta uma nova estrutura que permitiu a sua aplicação para sistemas MIMO (do inglês, *Multiple Input, Multiple Output*). Vlachos et al. (2002) exemplificam a utilização de um algoritmo evolutivo para síntese de controlador PID com preditor de Smith multivariável. Rao and Chidambaram (2006) propõem um método para aplicar o preditor de Smith multivariável em sistemas não-quadrados (diferente número de entradas e saídas no sistema multivariável com matriz de transfe-

rência não-quadrada). Sánchez-Peña et al. (2009) fazem uma análise do desempenho robusto do preditor de Smith MIMO.

A Fig. 1 apresenta o diagrama de blocos de um controlador multivariável com preditor de Smith filtrado, sendo $\tilde{G}(s)$ o modelo do sistema $G(s)$, $\bar{G}(s)$ o modelo do sistema sem os atrasos e $F(s)$ um filtro adicional que auxilia na robustez do sistema. Através da configuração de controle com preditor de Smith é possível projetar o controlador $C(s)$ para o modelo sem atraso $\bar{G}(s)$, permitindo um controlador com ganhos mais elevados para obter um transitório mais rápido sem as restrições impostas pelos atrasos (Santos et al., 2014; Santos et al., 2016).

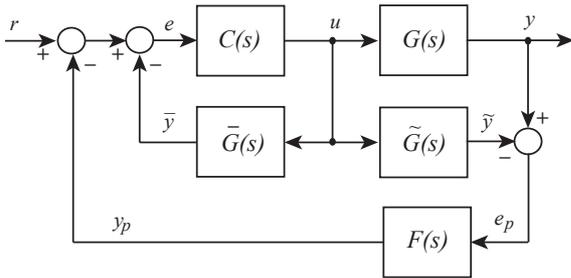


Figura 1: Diagrama de blocos do sistema de controle multivariável com preditor de Smith filtrado.

Neste trabalho é proposto sintonizar o controle PI com preditor de Smith filtrado de forma que as saídas da planta se aproximem das saídas de um modelo de referência. Tal objetivo de controle pode ser formulado como um problema de otimização onde se deseja minimizar a integral do erro ao quadrado (ISE, do inglês *Integral of the Squared Error*). Adotando um modelo de referência diagonal é imposto o desacoplamento entre as malhas de controle. Cada elemento da diagonal do modelo de referência determina as características desejadas para as respostas de rastreamento. Ao se considerar que parte dos parâmetros do sistema não são precisamente conhecidos, mas que os mesmos podem estar dentro de um intervalo fechado, o problema de otimização se torna um problema de otimização semi-infinita, de difícil solução, onde é necessário minimizar o pior caso no domínio de incerteza com infinitos pontos. Para solucionar tal problema, é possível aplicar um procedimento iterativo de dois passos como proposto em Zakovic and Rustem (2002) e utilizado com sucesso em vários trabalhos como, por exemplo, em Gonçalves et al. (2011). Neste procedimento, no primeiro passo a otimização é realizada para um conjunto finito de pontos e no segundo passo o controlador obtido é verificado para os infinitos pontos do domínio de incerteza. Havendo necessidade, novos pontos podem ser acrescentados no conjunto até que o resultado da otimização do primeiro passo seja similar ao resultado da análise no segundo passo. Neste trabalho nós aplicamos

o algoritmo evolução diferencial (DE, do inglês *differential evolution*), tanto para o passo de sintonia quanto para o passo de análise, para a sintonia de controlador PI robusto multivariável com preditor de Smith filtrado para sistemas multivariáveis, quadrados ou não, com atrasos variando em faixas. A motivação é obter transitórios mais rápidos, desacoplamento entre malhas e garantir a robustez do sistema de controle em relação aos parâmetros incertos.

Este trabalho está organizado como descrito a seguir. Na Seção 2 é apresentada a formulação do problema. O procedimento iterativo proposto para resolvê-lo é exposto na Seção 3. Os fundamentos do algoritmo DE são abordados na Seção 4. Um exemplo para ilustrar o método proposto é apresentado na Seção 5 juntamente com os resultados das simulações e análises comparativas com um resultado da literatura. Finalmente, na Seção 6 são feitas considerações finais.

2 Formulação do Problema

Tomando como base a Fig. 1, seja n o número de saídas do sistema, $y \in \mathbb{R}^n$, e m o número de entradas, $u \in \mathbb{R}^m$, a matriz de funções de transferência da planta é dada por

$$G(s) = \begin{bmatrix} G_{11}(s) & G_{12}(s) & \cdots & G_{1m}(s) \\ G_{21}(s) & G_{22}(s) & \cdots & G_{2m}(s) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ G_{n1}(s) & G_{n2}(s) & \cdots & G_{nm}(s) \end{bmatrix}. \quad (1)$$

Neste trabalho é considerado que os atrasos de cada elemento de $G(s)$, θ_{ij} , são parâmetros incertos variando em um intervalo fechado: $\theta_{ij} \in [\underline{\theta}_{ij}, \bar{\theta}_{ij}]$, $i = 1, \dots, n$, $j = 1, \dots, m$.

O controlador PI centralizado é uma matriz de funções de transferência dada por

$$C(s) = \begin{bmatrix} C_{11}(s) & C_{12}(s) & \cdots & C_{1n}(s) \\ C_{21}(s) & C_{22}(s) & \cdots & C_{2n}(s) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ C_{m1}(s) & C_{m2}(s) & \cdots & C_{mn}(s) \end{bmatrix}, \quad (2)$$

sendo cada termo $C_{ij}(s)$, com $i = 1, \dots, m$ e $j = 1, \dots, n$, uma função de transferência de um controlador PI no formato

$$C_{ij}(s) = K_{P,ij} \left(1 + \frac{1}{T_{I,ij}s} \right), \quad (3)$$

em que $K_{P,ij}$ são os ganhos proporcionais e $T_{I,ij}$ os tempos integrais. Para aumentar a robustez do sistema, um filtro com ganho estático unitário ($F(0) = 1$) é usado (Normey-Rico et al., 1997). No caso MIMO, adotamos o filtro, de dimensões $n \times n$, como sendo uma matriz diagonal de funções de transferência dada por

$$F(s) = \begin{bmatrix} \frac{\tau_{z,1}s + 1}{\tau_{p,1}s + 1} & & & 0 \\ & \ddots & & \\ 0 & & & \frac{\tau_{z,n}s + 1}{\tau_{p,n}s + 1} \end{bmatrix}, \quad (4)$$

em que $\tau_{z,i}$ são as constantes associadas aos zeros do filtro e $\tau_{p,i}$ são as constantes de tempo associadas aos polos, com $i = 1, \dots, n$.

A matriz de funções de transferência em malha fechada, que relaciona as saídas y com as referências r , é obtida a partir das relações básicas extraídas do diagrama de blocos (Fig. 1):

$$T(s) = P(s)G(s)Q(s)C(s), \quad (5)$$

em que $Q(s) = \{I_m - C(s)[F(s)\tilde{G}(s) - \bar{G}(s)]\}^{-1}$, $P(s) = [I_n + G(s)Q(s)C(s)F(s)]^{-1}$, sendo I_λ uma matriz identidade de dimensões $\lambda \times \lambda$.

Para efeito de comparação entre diferentes projetos, é considerada a integral do erro ao quadrado (ISE) como critério de desempenho no domínio do tempo:

$$ISE_i = \int_0^{t_f} [r_i(t) - y_i(t)]^2 dt, \quad i = 1, \dots, n, \quad (6)$$

sendo o erro definido como a diferença entre cada entrada de referência r_i e a respectiva saída da planta y_i , que reflete o desempenho do sistema de controle nos quesitos rastreamento dos sinais de referência e desacoplamento entre malhas de controle. Para avaliar o acoplamento entre as malhas de controle, as entradas são definidas como $r_i(t) = \mathbf{1}(t - (i - 1)t_f/n)$ para que sejam igualmente espaçadas no tempo, sendo $\mathbf{1}(t - \tau)$ a função degrau unitário, com $\mathbf{1}(t) = 0$ para $t < \tau$ e $\mathbf{1}(t) = 1$ para $t \geq 0$, e t_f o tempo final de simulação. A ISE total é dada por

$$ISE_t = \sum_{i=1}^n ISE_i. \quad (7)$$

Seja o modelo de referência dado por:

$$\hat{T}(s) = \begin{bmatrix} \hat{T}_1(s) & & 0 \\ & \ddots & \\ 0 & & \hat{T}_n(s) \end{bmatrix}, \quad (8)$$

sendo adotado nesse trabalho

$$\hat{T}_i(s) = \frac{\omega_{n,i}^2(T_{z,i}s + 1)e^{-\hat{\theta}_i s}}{s^2 + 2\zeta_i\omega_{n,i}s + \omega_{n,i}^2}, \quad i = 1, \dots, n. \quad (9)$$

Seja $Y(s) = T(s)R(s)$ e $\hat{Y}(s) = \hat{T}(s)R(s)$ as respostas do sistema em malha fechada e do modelo de referência, respectivamente, para um vetor de referências tipo degrau unitário igualmente distribuídos no intervalo de simulação. O problema de sintonia de controle robusto PI com preditor de Smith filtrado pode ser formulado assim: dado um sistema multivariável $n \times m$, $G(s)$, com domínio de incerteza dos parâmetros $p \in \mathcal{P} = [\underline{p}_1, \bar{p}_1] \times \dots \times [\underline{p}_\rho, \bar{p}_\rho]$, encontre os parâmetros do controlador $C(s)$, $K_{P,ij}$ e $T_{I,ij}$, e do filtro $F(s)$, $\tau_{z,i}$ e $\tau_{p,i}$, que constituem o vetor de variáveis de otimização, $\mathbf{x} = [x_1, x_2, \dots, x_\eta]^T$, que minimizam a função objetivo:

$$f(p, \mathbf{x}) = \sum_{i=1}^n \int_0^{t_f} [\hat{y}_i(t) - y_i(t)]^2 dt. \quad (10)$$

Seja $\mathcal{X} \in \mathbb{R}^\eta$ o conjunto de soluções factíveis (tempos integrais positivos e constantes do filtro positivas), o problema de otimização semi-infinita é estabelecido como:

$$\mathbf{x}^* = \arg \min_{\mathbf{x} \in \mathcal{X}} \max_{p \in \mathcal{P}} f(p, \mathbf{x}). \quad (11)$$

3 Procedimento Iterativo de Sintonia Robusta

Para solução do problema de otimização semi-infinita, Eq. (11), é utilizado um procedimento iterativo de dois passos, denominados passo de síntese e passo de análise, em que cada passo é necessário resolver um problema de otimização mais simples que o problema (11). A idéia é, no passo de síntese, substituir o conjunto infinito \mathcal{P} por um conjunto finito $\hat{\mathcal{P}} \in \mathcal{P}$ no problema (11) para tornar possível a sua solução por algoritmos de otimização existentes. No passo de análise o controlador obtido no passo de síntese é verificado para o conjunto infinito \mathcal{P} para avaliar a necessidade ou não de acrescentar pontos adicionais no conjunto finito $\hat{\mathcal{P}}$ até que os valores da função objetivo para os conjuntos $\hat{\mathcal{P}}$ e \mathcal{P} sejam aproximados. Neste trabalho adotou-se o algoritmo DE em ambos os passos do procedimento iterativo.

3.1 Passo de Síntese

No passo de síntese, o algoritmo DE determina o vetor de parâmetros ótimos \mathbf{x}^* para um conjunto finito $\hat{\mathcal{P}} \in \mathcal{P}$:

$$\mathbf{x}^* = \arg \min_{\mathbf{x} \in \mathcal{X}} \max_{p \in \hat{\mathcal{P}}} f(p, \mathbf{x}), \quad (12)$$

sendo que neste trabalho, adotou-se inicializar $\hat{\mathcal{P}}$ com dois pontos: o vetor dos valores médios e o vetor dos valores máximos dos atrasos.

3.2 Passo de Análise

No passo de análise, a solução ótima \mathbf{x}^* , obtida na etapa de síntese, é verificada para todo o conjunto \mathcal{P} através da solução do seguinte problema de otimização também pelo algoritmo DE:

$$p^* = \arg \min_{p \in \mathcal{P}} -f(p, \mathbf{x}^*), \quad (13)$$

sendo que o problema de maximização foi convertido em um problema de minimização multiplicando a função objetivo por -1 .

Defina $f_s^* = \max_{p \in \hat{\mathcal{P}}} f(p, \mathbf{x}^*)$, o valor ótimo da função objetivo no passo de síntese, e $f_a^* = f(p^*, \mathbf{x}^*)$, o valor máximo na etapa de análise. Se $(f_a^* - f_s^*)/f_s^* > \epsilon$, então p^* é incluído no conjunto finito, $\hat{\mathcal{P}} = \hat{\mathcal{P}} \cup \{p^*\}$, e os dois passos são executados novamente. O procedimento finaliza quando $f_s^* \approx f_a^*$. Neste trabalho foi adotado $\epsilon = 0,02$. Obviamente, se f_a^* não é elevado, isto significa que o sistema é robustamente estável para todo $p \in \mathcal{P}$.

4 Algoritmo Evolução Diferencial

O algoritmo evolução diferencial, descrito em detalhes em Storn and Price (1997), foi adotado para ambos os passos do procedimento iterativo por ser um algoritmo simples de ser implementado e eficiente para solução de problemas de otimização não-lineares, não-diferenciáveis, não convexos e multimodais (mínimos em diferentes regiões do espaço de busca). O algoritmo DE é um método de otimização evolutivo com operações de mutação, cruzamento e seleção. O nome do algoritmo vem da operação de mutação em que uma solução mutante é criada a partir da diferença de outras duas soluções da população, adicionada a uma terceira solução, todas escolhidas de forma aleatória.

O algoritmo DE implementado considera três parâmetros de configuração: (i) $N > 3$ o tamanho da população; (ii) M o número de gerações; (iii) $L \in \mathbb{R}^{q \times 2}$ o limite inferior e superior de variação das variáveis de otimização $\chi \in \mathbb{R}^q$. No passo de síntese, $\chi = \mathbf{x} \in \mathbb{R}^n$, e no passo de análise, $\chi = p \in \mathbb{R}^p$.

Para o exemplo ilustrativo descrito na sequência, os parâmetros de configuração do DE utilizados na síntese foram $N = 32$, $M = 1000$, e Li de 0 a 0,1, para os parâmetros positivos, e de $-0,1$ a 0,1, para os demais. Na análise, os parâmetros utilizados foram $N = 12$, $M = 300$ e Li são as faixas de variação dos parâmetros incertos, \underline{p}_i e \bar{p}_i . Na etapa de síntese, os limites iniciais L_i não são utilizados para restringir as variáveis de otimização ao passo que, na etapa de análise, é utilizada a operação de reflexão para garantir que as variáveis de otimização permaneçam em seus limites.

5 Exemplo Ilustrativo

É considerado como exemplo o problema de controle padrão da Shell de fracionamento de óleo pesado, sistema MIMO não-quadrado, com 5 entradas e 7 saídas, com restrições sobre os sinais de controle, fortes interações e diferentes atrasos (Vlachos et al., 2002). O diagrama de blocos geral do problema padrão de controle da Shell é apresentado na Fig. 2.

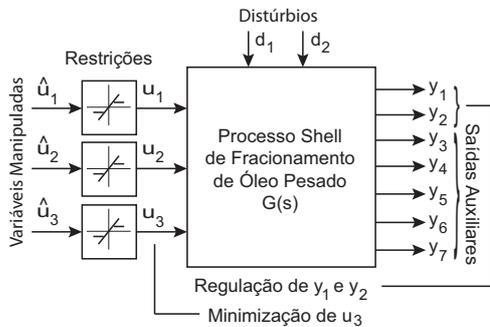


Figura 2: Problema de controle padrão da Shell de fracionamento de óleo pesado.

Para ilustrar o procedimento de projeto proposto e com objetivo de comparação, neste exemplo considera-se apenas o subsistema com as 3 primeiras entradas e as 2 primeiras saídas, sem considerar as restrições e perturbações do sistema, situação estudada em trabalhos anteriores, como em Rao and Chidambaram (2006). É considerado o problema de rastreamento dos sinais de referência e desacoplamento das duas malhas de controle. O sistema 2×3 é modelado como:

$$G(s) = \begin{bmatrix} \frac{4,05e^{-27s}}{50s+1} & \frac{1,77e^{-28s}}{60s+1} & \frac{5,88e^{-27s}}{50s+1} \\ \frac{5,39e^{-18s}}{50s+1} & \frac{5,72e^{-14s}}{60s+1} & \frac{6,90e^{-15s}}{40s+1} \end{bmatrix}. \quad (14)$$

Na aplicação do procedimento proposto são consideradas incertezas de $\pm 10\%$ nos seis atrasos.

Para comparação, a metodologia de projeto apresentada em Rao and Chidambaram (2006) foi considerada aplicada para os valores nominais de atraso e, adotando $\delta = 6$ e $\epsilon = 0,15$, obteve-se o controlador:

$$C(s) = \begin{bmatrix} 0,4745 \frac{s+0,025}{s} & -0,0190 \frac{s+0,025}{s} \\ -2,0157 \frac{s+0,025}{s} & 1,6503 \frac{s+0,025}{s} \\ 1,3004 \frac{s+0,025}{s} & -0,4837 \frac{s+0,025}{s} \end{bmatrix}. \quad (15)$$

O filtro $F(s)$ é determinado a partir dos atrasos máximos para cada saída, sendo cada constante de tempo metade desse atraso máximo (Rao and Chidambaram, 2006):

$$F(s) = \begin{bmatrix} \frac{1}{14s+1} & 0 \\ 0 & \frac{1}{9s+1} \end{bmatrix}. \quad (16)$$

Quando esse controlador é analisado para o domínio de incerteza, o pior caso de desempenho ocorre para $p^* = [29,7 \ 25,2 \ 24,3 \ 19,8 \ 15,4 \ 13,5]^T$.

Na aplicação do procedimento proposto, os seguintes parâmetros para o modelo de referência, Eq. (8), foram adotados: $\omega_{n,1} = 0,084$, $\zeta_1 = 1$, $T_{z,1} = 17,29$, $\omega_{n,2} = 0,064$, $\zeta_2 = 1,26$, $T_{z,2} = 33,35$. Tais parâmetros foram obtidos para reproduzir respostas transitórias obtidas com outros controladores ou por tentativa e erro. Os parâmetros de $\hat{T}_1(s)$ foram determinados a partir da resposta ao degrau unitário do controlador obtido pelo método apresentado em Rao and Chidambaram (2006) para $\delta = 5$ e $\epsilon = 0,15$. Os parâmetros de \hat{T}_2 foram determinados por testes considerando inicialmente o sistema precisamente conhecido.

Aplicando o procedimento iterativo, considerando o conjunto finito inicial, $\hat{\mathcal{P}}$, com 2 pontos, os atrasos médios e atrasos máximos, foi projetado o seguinte controlador PI centralizado:

$$C(s) = \begin{bmatrix} 1,2257 \frac{s+0,0507}{s} & -0,8791 \frac{s+0,0216}{s} \\ -1,5449 \frac{s+0,0069}{s} & 1,6723 \frac{s+0,0197}{s} \\ 1,1596 \frac{s+0,00029}{s} & 0,3035 \frac{s+0,0121}{s} \end{bmatrix}, \quad (17)$$

$$F(s) = \begin{bmatrix} \frac{288s + 1}{7645s + 1} & 0 \\ 0 & \frac{267,6s + 1}{873,8s + 1} \end{bmatrix}. \quad (18)$$

Quando esse controlador é analisado para o domínio de incerteza, o pior caso de desempenho ocorre para $p^* = [29,7 \ 25,2 \ 24,3 \ 19,8 \ 15,4 \ 16,5]^T$. Os valores das integrais do erro ao quadrado, para $t_f = 800min$, $r_1(t) = \mathbf{1}(t)$ e $r_2(t) = \mathbf{1}(t - 400)$, para os dois projetos para valores médios, p_m , e pior caso, p^* , são apresentados na Tabela 1.

Tabela 1: Comparação entre os desempenhos dos controladores projetados.

	R. & C. (2006)		Proposto	
	p_m	p^*	p_m	p^*
ISE_1	30,7048	39,7335	29,8870	36,1133
ISE_2	20,2011	30,1259	17,1888	22,1861
ISE_t	50,9058	69,8594	47,0758	58,2993

As respostas transitórias para cada um dos controladores, para $t_f = 400min$ e $r_1(t) = \mathbf{1}(t)$ e $r_2(t) = \mathbf{1}(t - 200)$, para atrasos médios e pior caso, são apresentadas nas Figs. 3 e 4, respectivamente. A mudança para $t_f = 400min$ tem como objetivo melhor visualização do transitório.

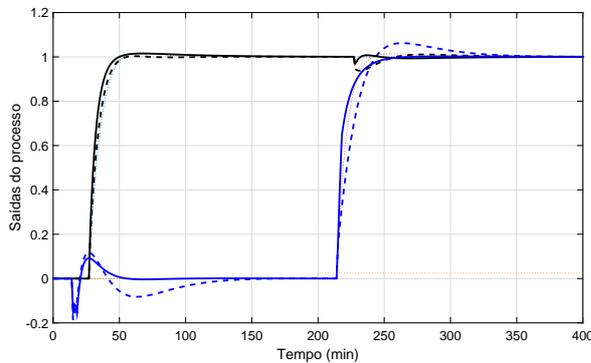


Figura 3: Resposta transitória das saídas para o controlador proposto (contínuo) e calculado por R. & C. (2006) (tracejado), para p_m .

Considerando os atrasos médios, para efeito de comparação, buscou-se obter transitórios aproximados para $y_1(t)$ nos dois projetos, significando esforços de controle similares. Com o procedimento apresentado em Rao and Chidambaram (2006), para amortecer o transitório de $y_2(t)$, é necessário um transitório sobre-amortecido de $y_1(t)$, o que foi evitado. Para o procedimento proposto, foi obtida uma melhor resposta transitória para $y_2(t)$. Pode ser observado na Fig. 3 o maior desacoplamento entre as malhas de controle para o controlador proposto, o que reflete na menor integral do erro ao quadrado. Na Fig. 4 pode ser

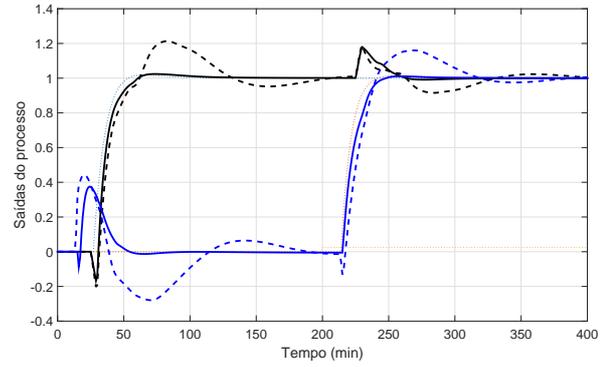


Figura 4: Resposta transitória das saídas para o controlador proposto (contínuo) e calculado por R. & C. (2006) (tracejado), para p^* .

observado que o controlador proposto é mais robusto que o projetado pelo método apresentado em Rao and Chidambaram (2006) para variações dos atrasos, o que é confirmado pelos valores da Tabela 1. O acoplamento entre as malhas de controle aumentou com a variação dos atrasos, mas sem considerar a incerteza dos atrasos no procedimento de projeto é possível até mesmo que o sistema de controle PI com preditor de Smith filtrado não seja robustamente estável. O filtro $F(s)$ tem um papel importante no resultado obtido por ambos os projetos, pois foi verificado que as respostas transitórias se tornam muito mais oscilatórias sem a presença de $F(s)$.

6 Conclusões

Foi proposto neste trabalho um procedimento de sintonia de controle robusto PI com preditor de Smith e filtro para sistemas multivariáveis baseado em um procedimento iterativo de dois passos para transformar o problema de otimização semi-infinita em um problema de mais fácil solução. Foram considerados como parâmetros incertos todos os atrasos das funções de transferência do sistema multivariável. Foi adotado como função objetivo a ser minimizada a diferença entre as saídas da planta e de um modelo de referência. Através da escolha dos parâmetros do modelo de referência pode-se obter um compromisso entre as características da resposta de rastreamento, desacoplamento entre malhas e esforço de controle. Obviamente é possível incluir objetivos e restrições adicionais ao problema para tratar, por exemplo, rejeição de perturbações. Nós aplicamos o procedimento iterativo proposto em um problema ilustrativo com duas saídas e três entradas, bem estudado na literatura, e o resultado obtido foi comparado com um resultado da literatura que se baseia em uma técnica de sintonia analítica com apenas dois parâmetros de ajuste. O maior número de parâmetros do modelo de referência, no caso estu-

dado são seis, que a princípio seria uma desvantagem do método proposto, na verdade permite uma maior liberdade para escolha do desempenho mais adequado, ao contrário do método literal em que o ajuste de uma malha de controle afeta a outra malha. Um dos principais problemas da estrutura de controle PI com preditor de Smith são os efeitos causados por incertezas no modelo do processo. Como verificado nos resultados, ao se considerar as incertezas nos atrasos do processo no procedimento de sintonia, apesar da impossibilidade de se obter o mesmo desempenho, pelo menos é obtido um controle mais robusto. É possível considerar incerteza em outros parâmetros ao custo de um maior esforço computacional.

Agradecimentos

Os autores agradecem o apoio do CEFET-MG e das agências CAPES e FAPEMIG [APQ-02943-15] - Edital 01/2015 - Demanda Universal.

Referências

- Bai, J., Wang, S. and Zhang, X. (2008). Development of an adaptive Smith predictor-based self-tuning PI controller for an HVAC system in a test room, *Energy and Buildings* **40**: 2244–2252.
- de Oliveira, F. S. S. (2016). *Controle PI/PID Robusto Baseado no Preditor de Smith*, Master's thesis, Belo Horizonte, Universidade Federal de Minas Gerais, Escola de Engenharia.
- Flesch, R. C., Torrico, B. C., Normey-Rico, J. E. and Cavalcante, M. U. (2011). Unified approach for minimal output dead time compensation in mimo processes, *Journal of Process Control* **21**(7): 1080–1091.
- Gonçalves, E. N., Bachur, W. E. G., Palhares, R. M. and Takahashi, R. H. C. (2011). Robust $\mathcal{H}_2/\mathcal{H}_\infty$ /reference model dynamic output-feedback control synthesis, *International Journal of Control* **84**(12): 2067–2080.
- Maciejowski, J. M. (1994). Robustness of multivariable smith predictors, *Journal of Process Control* **4**(1): 29–32.
- Ángel Ruiz, Beschi, M., Visiolic, A., Dormido, S. and Jiménez, J. E. (2017). A unified event-based control approach for FOPTD and IPTD processes based on the filtered Smith predictor, *Journal of the Franklin Institute* **354**: 1239–1264.
- Normey-Rico, J. E., Bordons, C. and Camacho, E. F. (1997). Improving the robustness of dead-time compensating PI controllers, *Control Engineering Practice* **5**(6): 801–810.
- Normey-Rico, J. E. and Camacho, E. F. (2008). Dead-time compensators: a survey, *Control Engineering Practice* **16**: 407–428.
- Normey-Rico, J. E., Garcia, P. and Gonzalez, A. (2012). Robust stability analysis of filtered Smith predictor for time-varying delay processes, *Journal of Process Control* **22**: 1975–1984.
- Raja, G. L. and Ali, A. (2017). Smith predictor based parallel cascade control strategy for unstable and integrating processes with large time delay, *Journal of Process Control* **52**: 57–65.
- Rao, A. S. and Chidambaram, M. (2006). Smith delay compensator for multivariable non-square systems with multiple time delays, *Computers and Chemical Engineering* **30**: 1243–1255.
- Rodríguez, C., Normey-Rico, J. E., Guzmán, J. L. and Berenguel, M. (2016). On the filtered Smith predictor with feedforward compensation, *Journal of Process Control* **41**: 35–46.
- Santos, T. L. M., Flesch, R. C. C. and Normey-Rico, J. E. (2014). On the filtered Smith predictor for MIMO processes with multiple time delays, *Journal of Process Control* **24**: 383–400.
- Santos, T. L. M., Torrico, B. C. and Normey-Rico, J. E. (2016). Simplified filtered Smith predictor for MIMO processes with multiple time delays, *ISA Transactions* **65**: 339–349.
- Sánchez-Peña, R. S., Bolea, Y. and Puig, V. (2009). MIMO Smith predictor: Global and structured robust performance analysis, *Journal of Process Control* **19**: 163–177.
- Storn, R. and Price, K. (1997). Differential Evolution: A Simple and Efficient Heuristic for Global Optimization over Continuous Spaces, *Journal of Global Optimization* **11**: 341–359.
- Tala, A. and Daxini, B. (2015). *Smith Predictive Control of Time-Delay Processes*, ETCEE.
- Vlachos, C., Williams, D. and Gomm, J. B. (2002). Solution to the Shell standard control problem using genetically tuned PID controllers, *Control Engineering Practice* **10**: 151–163.
- Zakovic, S. and Rustem, B. (2002). Semi-infinite programming and applications to minimax problems, *Annals of Operations Research* **124**: 81–110.