

# SINTONIA ÓTIMA E ANÁLISE DE ESTABILIDADE ROBUSTA DE CONTROLADORES PID: UMA ABORDAGEM BAYESIANA

REINER REQUIÃO\*, MÁRCIO A. F. MARTINS\*

*\*Programa de Pós-Graduação em Engenharia Industrial  
Universidade Federal da Bahia  
Salvador, Bahia, Brasil*

Emails: reinereng@gmail.com, marciomartins@ufba.br

**Abstract**— This paper proposes a Bayesian approach based optimal tuning method to PID controllers. Its applicability is flexible to either linear or nonlinear models, multivariate case and different performance criteria. Furthermore, it allows us to accurately assess the coverage region of the closed-loop system stability, when compared to the corresponding one from the frequentist statistics, which explicitly assumes in its formulation a Gaussian behavior for the estimated parameters. A nonlinear reactor system illustrates the effectiveness and properties of the proposed tuning method.

**Keywords**— PID Control, Optimum Tuning, Bayesian Inference

**Resumo**— Este artigo propõe um método de sintonia ótima para controladores PID baseado na inferência bayesiana. Sua aplicabilidade é flexível para modelos lineares ou não lineares, casos multivariados e diferentes critérios de desempenho. Além disso, permite avaliar com precisão a região de abrangência da estabilidade do sistema em malha fechada, quando comparada à inferência correspondente da estatística frequencista, que explicitamente assume em sua formulação um comportamento gaussiano para os parâmetros estimados. Um sistema de reator não linear ilustra a efetividade e as propriedades do método de sintonia proposto.

**Palavras-chave**— Controle PID, Sintonia Ótima, Inferência Bayesiana

## 1 Introdução

Controladores PID (Proporcional, Integral e Derivativos) são largamente utilizados nas mais diversas indústrias devido à sua estrutura simples, robustez e alta confiabilidade. Ademais, podem ser aplicados em sistemas embarcados, controladores lógicos programáveis e sistema de controle distribuído, tornando-se essenciais para qualquer campo da engenharia (Knihs et al., 2010).

A eficiência de qualquer estratégia de controle está atrelada à sintonia de seus parâmetros. Métodos clássicos, tais quais Ziegler-Nichols e Cohen-Con, buscam parâmetros de sintonia que tornam o controle em malha fechada estável, através do uso aproximações lineares do processo e modelos do tipo primeira ordem com tempo morto. (FOPDT - *First Order Plus Dead Time*). Na prática, os sistemas controlados geralmente possuem características não lineares e a presença de atrasos, o que torna o ajuste dos parâmetros do controlador, dentro de um paradigma de otimalidade, mais complexo (Zhang et al., 2009).

Métodos mais modernos de sintonia utilizam otimização heurística em sua formulação como forma de lidar com modelos não lineares e agregar restrições, além de especificar o desempenho da malha fechada, e.g., tempo de acomodação, sobressinal máximo e robustez; esses métodos podem utilizar rotinas de algoritmo genético, redes neurais, lógica fuzzy entre outros (Iruthayarajan and Baskar, 2009).

Por outro lado, poucos são os métodos de sintonia que oferecem uma análise estatística, seja clássica ou bayesiana, dos parâmetros ajustados, como valores mais prováveis, intervalos e regiões de abrangência. Essas informações são importantes para definir as

regiões de estabilidade do sistema em malha fechada, as quais contêm os possíveis valores associados aos parâmetros de sintonia, inclusive considerando a correlação entre eles (Wang and Stengel, 2002).

Ao avaliar a robustez de um controlador PID, através das incertezas dos parâmetros ótimos de sintonia, os poucos trabalhos relatados na literatura utilizam a inferência clássica atrelada ao critério dos mínimos quadrados (Silva et al., 2014), que por hipótese, fornecem parâmetros que devem seguir um comportamento gaussiano (Schwaab and Pinto, 2007), o que pode distorcer as regiões de estabilidade em malha fechada, principalmente em sistemas fortemente não lineares.

Considerando a importância da análise estatística dos parâmetros dos controladores, este trabalho propõe um método de sintonia ótima de controladores PID, baseado na inferência bayesiana. Diferentemente da inferência clássica, a abordagem bayesiana de sintonia proposta neste trabalho permite estimar de forma mais precisa as funções de densidade de probabilidade (pdf) dos parâmetros de sintonia, além de determinar as regiões de abrangência destes parâmetros e as regiões de estabilidade do sistema em malha fechada. A formulação é flexível à incorporação de modelos não lineares, de sistemas multivariáveis, e para diferentes critérios de desempenho.

Na seção 2 deste trabalho apresenta-se o método bayesiano de sintonia. A seção 3 enfatiza o problema do reator químico não linear como estudo de caso. Resultados associados às análises do comportamento não linear e linear de modelos, assim como um comparação dos efeitos da abordagem estatística clássica e bayesiana, são apresentados na seção 4. Por fim, a seção 5 esboça as considerações finais.

## 2 Método bayesiano de sintonia ótima

A sintonia bayesiana proposta neste trabalho é um método bastante flexível, pois não restringe os tipos de pdfs adotadas para variáveis, tanto para resíduos quanto parâmetros de sintonia, e pode ser adotado para modelos não lineares, além de trabalhar com sistemas multivariáveis, com malhas interagindo entre si. Para todos esses casos, as pdfs dos parâmetros de sintonia são fornecidos, inclusive para qualquer critério de desempenho para a sintonia, aspecto que não é atendido pelas inferências clássicas, que fornecem interpretação estatística apenas para o erro quadrático, com variáveis seguindo necessariamente pdf gaussiana e modelos lineares.

O método proposto também permite incorporar um conhecimento prévio (*priori*) sobre os estados de conhecimento dos parâmetros do controlador PID e seus variantes (P, PI, PI-D etc.). Assim, é possível utilizar um método clássico de sintonia, e.g. Ziegler-Nichols, Cohen-Coon etc, como valor inicial das pdfs dos parâmetros para sintonia em modelo não linear.

O método se baseia em obter uma função de probabilidade dos parâmetros ( $g_{\theta}$ ), que é proporcional à função dos dados ( $D$ ) e das informações prévias ( $I$ ) sobre o sistema em estudo:

$$g_{\theta}(\eta|D, I) \propto \mathbf{L}(\eta, D)g_{\theta}(\eta|I), \quad (1)$$

em que  $\eta$  são os possíveis valores aleatórios do vetor dos parâmetros de sintonia  $\theta$ . A função de verossimilhança ( $\mathbf{L}(\eta, D)$ ) trata a relação do resíduo existente entre o comportamento desejado ( $\mathbf{y}^d$ ) e o simulado para a malha fechada ( $\mathbf{y}^m(\theta)$ ), em que  $\mathbf{y}^d$  e  $\mathbf{y}^m \in \mathbb{R}^{ny}$ . O estado de conhecimento a *posteriori* associado aos parâmetros,  $g_{\theta}(\eta|D, I)$ , é gerado ao combinar o estado de conhecimento a *priori*,  $g_{\theta}(\eta|I)$ , e a função de verossimilhança  $\mathbf{L}(\eta, D)$ .

A curva desejada ( $\mathbf{y}^d$ ) pode ser definida através de parâmetros, tais quais, o tempo de acomodação ou altura do sobressinal, ou uma mudança de estado estacionário (*set-point*). A função de verossimilhança pode seguir qualquer critério de sintonia ótima: erro absoluto (IAE - *Integral Absolute Error*), mínimos quadrados do erro (ISE - *Integral Square Error*), ponderados pelo tempo, ou quaisquer outros. Por exemplo, a função de verossimilhança considerando o ISE pode ser escrita como::

$$\mathbf{L}(\eta, D) \propto \exp \left[ -\frac{1}{2} \sum_{i=1}^{nsim} (\mathbf{y}_i^d - \mathbf{y}_i^m)^{\top} \Phi^{-1} (\mathbf{y}_i^d - \mathbf{y}_i^m) \right], \quad (2)$$

em que  $\Phi = \text{diag}[\phi_1, \phi_2, \dots, \phi_{ny}]$  é a matriz de variância do resíduo de predição, para cada curva  $ny$  desejada, e possui valores constantes ao longo do tempo de simulação. As pdfs de cada parâmetro ( $\theta_j$ ,  $j = 1, 2, \dots, np$ ) em cada malha são obtidas através das  $np - 1$  integrais da Equação 1 nos parâmetros restantes  $\theta_{np-j}$ :

$$g_{\theta_j}(\eta|D, I) \propto \int_{\theta_{np-1}} \mathbf{L}(\eta, D)g_{\theta}(\eta|I)d(\theta_{np-j}), \quad (3)$$

O valor do parâmetro ótimo será o valor mais provável da pdf *posterior* encontrada, ou seja, a moda:

$$\hat{\theta} = \text{argmax}_{\theta} g_{\theta}(\eta|D, I), \quad (4)$$

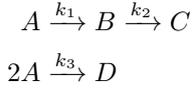
e a matriz de covariância será:

$$U_{\theta\theta} = \int_n (\eta - \hat{\theta})^{\top} (\eta - \hat{\theta}) g_{\theta}(\eta|D, I)d\theta, \quad (5)$$

As integrais múltiplas podem ter resolução analítica complicada ou impossível, e por isso é comum o uso de métodos numéricos para encontrar as pdfs. Neste trabalho, foi usado o algoritmo de Metropolis-Hastings, que imprega a técnica de simulações de Monte Carlo aliada as Cadeias de Markov (Chib and Greenberg, 1995).

## 3 Estudo de Caso

Um reator CSTR (*Continuous Stirred-tank Reactor Model*) isotérmico serve de base para avaliar as características do método de sintonia ótima proposto. Mais detalhes sobre o processo pode ser obtido em Jeng and Ge (2015). Este reator opera a volume constante e processa o seguinte conjunto de reações paralelas:



As equações diferenciais do sistema são:

$$\begin{cases} \frac{dC_A(t)}{dt} = \frac{F(t)}{V} (C_{A_0} - C_A(t)) - k_1 C_A(t) - k_3 (C_A(t))^2 \\ \frac{dC_B(t)}{dt} = -\frac{F(t)}{V} C_B(t) + k_1 C_A(t) - k_2 C_B(t) \end{cases}, \quad (6)$$

em que  $k_1 = 5/6 \text{ min}^{-1}$ ,  $k_2 = 5/3 \text{ min}^{-1}$ ,  $k_3 = 1/6 \text{ min}^{-1}$ ,  $V = 1\text{L}$  e  $C_{A_0} = 5 \text{ mol/L}$ .

Será adotado um controlador PI para realizar o controle da concentração do componente  $B$  ( $C_B(t)$ ) através da variável manipulada vazão ( $F(t)$ ). A Equação 6 foi linearizada através de série de Taylor em torno de um estado estacionário, após a aplicação da variável de desvio e transformada de Laplace ( $\bar{C}_B(s)$ ,  $\bar{F}(s)$ ) obtém-se a função de transferência:

$$G_p(s) = \frac{\bar{C}_B(s)}{\bar{F}(s)} = \frac{s + A}{(s + B)(s + D)}, \quad (7)$$

em que:

$$\begin{aligned} A &= -\frac{V k_1 (C_{A_0} - C_{A_{ss}})}{C_{B_{ss}}} + \frac{F_{ss}}{V} k_1 + 2k_3 C_{A_{ss}}, \\ B &= \frac{F_{ss} k_1 + 2V k_3 C_{A_{ss}}}{C_{B_{ss}}}, \quad D = \frac{F_{ss} + V k_2}{C_{B_{ss}}}, \end{aligned}$$

A equação do controlador PI é dado por:

$$F(t) = F_{ss} + K_c \left( e(t) + \frac{1}{\tau_I} \int_e^t e(\tau) d\tau \right), \quad (8)$$

em que  $F(t)$  é a ação de controle gerada,  $e(t)$  é o erro entre a variável controlada e a referência.  $K_c$  e  $\tau_I$  são, respectivamente, o ganho proporcional e a constante de tempo integral do controlador, que são os parâmetros sintonizados pelo método proposto, ou seja,  $\theta = [K_c, \tau_I, \phi]^\top$ , em que  $\phi$  é a variância do resíduo de sintonia, que também será estimado pelo método.

Como o sistema possui uma variável de saída ( $ny = 1$ ), a função de verossimilhança proposta, equivalente a uma minimização da ISE, é descrita por:

$$l(\eta|\mathbf{D}) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\phi}} \exp \left[ -\frac{1}{2\phi} \sum_{i=1}^{nsim} (y_i^d - y_i^m)^2 \right]. \quad (9)$$

A pdf de cada parâmetro é obtida ao integrar  $g_\theta$  em relação aos parâmetros complementares:

$$g_{K_c}(\theta_1|D, I) = \frac{1}{C_1} \iint l(\eta, \mathbf{D}) g_\theta(\eta|I) d\tau_I d\phi \quad (10)$$

$$g_{\tau_I}(\theta_2|D, I) = \frac{1}{C_2} \iint l(\eta, \mathbf{D}) g_\theta(\eta|I) dK_c d\phi \quad (11)$$

$$g_\phi(\theta_3|D, I) = \frac{1}{C_3} \iint l(\eta, \mathbf{D}) g_\theta(\eta|I) dK_c d\tau_I \quad (12)$$

em que  $C_1$ ,  $C_2$  e  $C_3$  são constantes de normalização que transformam a função resultante em uma distribuição de probabilidade.

Para realizar uma comparação com a inferência clássica, com o mesmo nível de informação, será considerada uma distribuição *priori* não informativa, ou seja,  $g_\theta(\eta|I) = \Phi^{-1}$  (Elster, 2007). A formulação da inferência clássica é apresentado como segue:

$$\min_{\theta} (\mathbf{y}^d - \mathbf{y}^m(\theta))^\top \Phi^{-1} (\mathbf{y}^d - \mathbf{y}^m(\theta)), \quad (13)$$

Como  $\mathbf{y}^m$  é obtido por uma relação não linear, os parâmetros ( $\hat{\theta}$ ) são avaliados a partir do algoritmo de otimização “Interior-point” do MatLab®. A matriz de covariância ( $\mathbf{U}_{\theta\theta}$ ) avaliada a partir da linearização do sistema em torno no ponto ótimo, resultando em:

$$\mathbf{U}_{\theta\theta} = 2\mathbf{H}(\hat{\theta})^{-1}, \quad (14)$$

em que  $\mathbf{H}(\hat{\theta})$  é a matriz hessiana associada à função-objetivo (Equação 13) (Bard, 1974; Schwaab and Pinto, 2007).

É importante salientar que, uma vez decidido que o resíduo possui comportamento gaussiano, os parâmetros de sintonia também terão o mesmo comportamento, caso a planta fosse linear. Porém, é prática comum dos profissionais, ignorar essa premissa, e adotar indiscriminadamente uma pdf gaussiana para os parâmetros, o que pode impactar na definição na região de estabilidade do sistema, como mostrado na seção 4.2.

#### 4 Resultados de Simulação

Para realização de testes de sintonia do controlador PI no estudo de caso, a planta utilizada nos testes de desempenho da sintonia é representada pelas equações diferenciais apresentadas na Equação 6.

Os parâmetros de sintonia do controlador PI ( $K_c, \tau_I$ ) são computados considerando um cenário de simulação para o caso servo, ou seja, apenas mudanças de set-point, tendo como critério de desempenho adotado a diferença quadrática entre os sinais dinâmicos da variável controlada e seu valor de referência.

##### 4.1 Caso 1: Linear $\times$ Não Linear

No que segue apresenta-se a aplicação do método de sintonia proposto em dois cenários de simulação em malha fechada, quais sejam, modelo linear (Equação 7) e modelo não linear (Equação 6). Este caso tem a intenção de investigar a influência nos valores dos parâmetros quando se adota modelos distintos na sintonia, e consequentemente, seu impacto sobre a dinâmica da malha fechada. Os parâmetros encontrados são mostrados na Tabela 1.

Tabela 1: Comparação da sintonia bayesiana considerando modelo linear e não linear

	Modelo Linear	Modelo Não Linear
$K_c$ ( $L^2/(\text{min}\cdot\text{mol})$ )	$1,3 \times 10^0$	$2,2 \times 10^0$
$\tau_I$ (min)	$2,7 \times 10^0$	$1,1 \times 10^0$
$u(K_c)$ ( $L^2/(\text{min}\cdot\text{mol})$ )	$1,1 \times 10^{-1}$	$2,0 \times 10^{-1}$
$u(\tau_I)$ (min)	$4,4 \times 10^{-1}$	$1,6 \times 10^{-1}$
Correlação ( $K_c, \tau_I$ )	$6,5 \times 10^{-1}$	$7,0 \times 10^{-1}$
$\phi$	$3,6 \times 10^{-4}$	$3,8 \times 10^{-4}$

Pode-se observar que as incertezas dos parâmetros,  $u(K_c)$  e  $u(\tau_I)$ , diferem significativamente para cada cenário, o que fornece intervalos de abrangência também distintos. Além disso, a correlação em ambos os cenários é significativa, e isto implica que esses parâmetros devem ser modificados conjuntamente, e jamais de forma individualizada.

As funções de densidade de probabilidade estimadas são apresentadas na Figura 1 e Figura 2, ao passo que as regiões de abrangência dos parâmetros são mostradas na Figura 3. Da observação dessas três figuras, fica evidente que as pdfs e as regiões de abrangência obtidas sofrem uma deformação e um deslocamento, ou seja, os valores esperados e as variâncias dos parâmetros são diferentes, cuja consequência é a obtenção de intervalos de abrangência dos parâmetros não sobrepostos, demonstrando, portanto, que são estatisticamente diferentes.

A Figura 4, permite concluir que a sintonia baseada no modelo não linear reflete um melhor desempenho da malha fechada ao considerar um parâmetro de  $\tau_I$  menor e com variância inferior que a encontrada ao adotar o modelo linear, rendendo-lhe mais rapidez no rastreamento do *set-point*, em detrimento a ações de controle um pouco mais agressivas (porém factíveis a um elemento final de controle de um processo químico), em virtude do aumento do ganho proporcional do controlador.

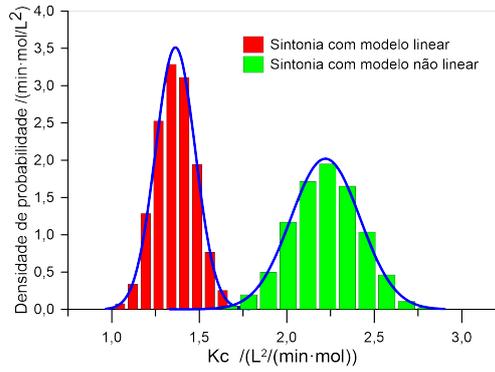


Figura 1: Pdfs de  $K_c$  para um controlador PI, através de sintonia bayesiana com modelo linear e não linear. Em azul, curva gaussiana equivalente.

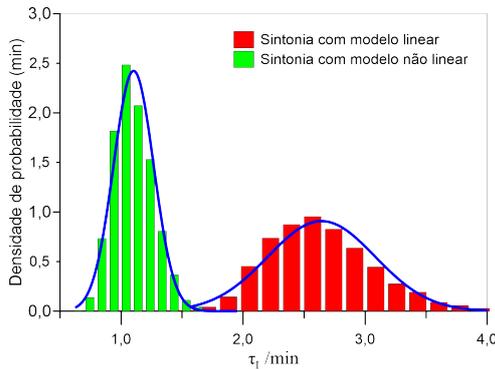


Figura 2: Pdfs de  $\tau_I$  para um controlador PI, através de sintonia bayesiana com modelo linear e não linear. Em azul, curva gaussiana equivalente.

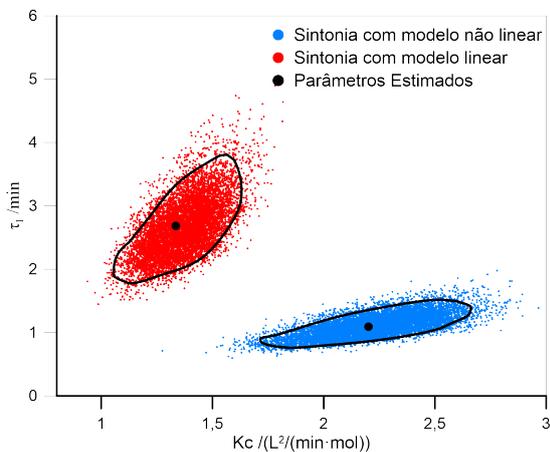


Figura 3: Comparação da região de abrangência dos parâmetros, com probabilidade de 95%, para o caso linear e não linear da sintonia bayesiana

Por outro lado, a sintonia baseada no modelo linear é mais lenta ao buscar um novo estado estacionário, refletido numa constante de tempo integral maior, ações de controle mais suaves, obtidas por um ganho proporcional menor. Esse desempenho de controle inferior é decorrente da desassociação de modelo usado na sintonia (linear) e planta (não linear), *mis-*

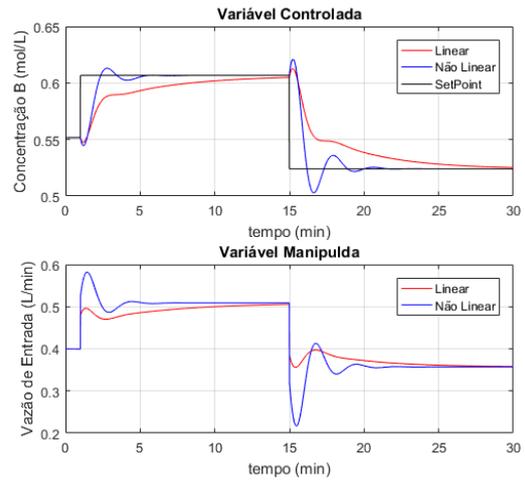


Figura 4: Desempenho do Controlador PI para o caso linear e não linear da sintonia bayesiana.

*match*, ratificando que à medida em que a planta se afasta da condição operacional na qual foi linearizada (o modelo usado na sintonia), o desempenho vai se tornando pobre, o que demonstra a efetividade do método quando se adota um modelo não linear.

Ademais, a diferença devido à não linearidade também é refletida na análise dos polos do sistema em malha fechada. A Figura 5 mostra a região de abrangência dos polos, calculada para o primeiro ponto de estado estacionário (estado 01:  $C_{B_{ss}} = 0,552$  mol/L e  $F_{ss} = 0,4$  L/min) e para o segundo ponto de estado estacionário (estado 02:  $C_{B_{ss}} = 0,61$  mol/L e  $F_{ss} = 0,51$  L/min), ressaltase que os pólos do modelo não linear foi calculado através da linearização nesses dois estados em estudo. Novamente percebe-se a mudança de forma e de localização, quando modelos distintos são adotados para a sintonia do controlador. A região de abrangência para o caso não linear tem polos mais rápidos, e mesmo com mudança de estado estacionário, o tamanho e a forma tende a se manter, o que difere do caso linear.

Portanto, o desempenho para sintonia baseada em modelos lineares pode não representar ou atender o desempenho desejado, principalmente quando o sistema se distancia do estado estacionário em torno do qual o modelo foi linearizado.

#### 4.2 Caso 2: Sintonia Clássica $\times$ Bayesiana

Este caso trata com a comparação entre a sintonia feita através do método proposto e aquela proveniente da inferência estatística clássica. Adotando o modelo não linear do caso anterior (Equação 6), os valores dos parâmetros de sintonia obtidos são mostrados na Tabela 2.

O ponto ótimo entre as duas sintonias é bem próximo um do outro, o que reflete em desempenhos bem semelhantes, como mostra a Figura 6. Entretanto, a região de abrangência dos parâmetros sintonizados difere entre os métodos estatísticos, implicando em

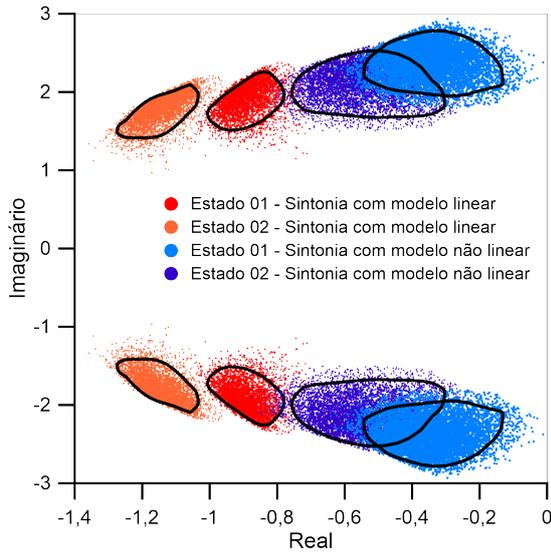


Figura 5: Comparação da região de abrangência, com probabilidade de 95%, dos polos para estado estacionário inicial

Tabela 2: Comparação entre a sintonia clássica e bayesiana para modelo não linear

	Sintonia Clássica	Sintonia Bayesiana
$K_c$ ( $L^2/(\text{min}\cdot\text{mol})$ )	2,0210	2,0624
$\tau_{Ic}$ (min)	1,1691	1,1848
$u(K_c)$ ( $L^2/(\text{min}\cdot\text{mol})$ )	0,5305	0,4587
$u(\tau_{Ic})$ (min)	0,5037	0,6709
Correlação	0,7281	0,6504

considerações importantes acerca da região de estabilidade em malha fechada.

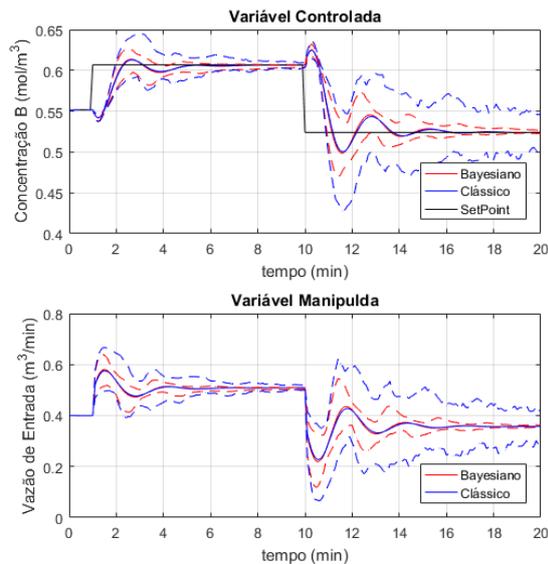


Figura 6: Desempenho do Controlador PI com região de abrangência, com probabilidade de 95%

A diferença fundamental entre os dois métodos está na matriz de covariância. Na sintonia clássica, ao

utilizar o método dos mínimos quadrados, a qual tem por premissa assumir que os parâmetros encontrados seguem uma pdf gaussiana e, apesar do ponto ótimo ser obtido em relação ao modelo não linear, a matriz de covariância é calculada através da matriz hessiana do sistema, o que leva a um modelo linearizado, causando assim regiões de abrangência diferentes das encontradas pela sintonia bayesiana (ver Figura 7). Uma das consequências dessa hipótese é que a região de probabilidade desses parâmetros pode abranger valores impossíveis fisicamente, como  $\tau_I$  negativo, ou apresentar polos instáveis para a malha fechada.

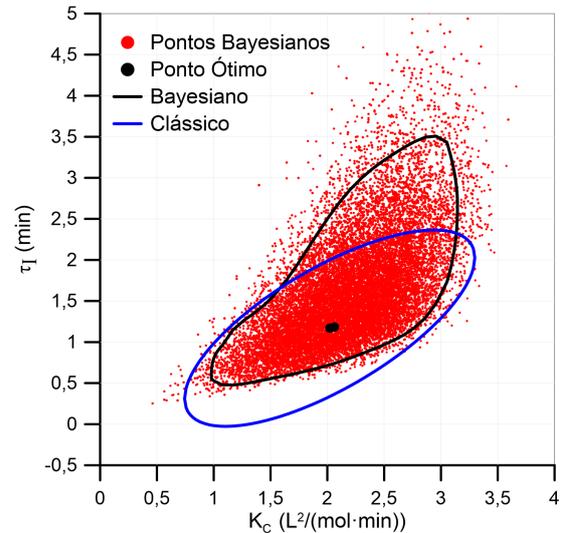


Figura 7: Região de abrangência para os parâmetros de controle por sintonia clássica e bayesiana, com 95% de probabilidade de abrangência.

A diferença entre as regiões dos parâmetros de sintonia é refletida nos intervalos de abrangência, como mostra a Figura 6. Pode-se ver que a região clássica é mais larga o que causa um comportamento bastante conservador em termos de robustez do controlador, em virtude de prever cenários muito difíceis de ocorrer ou mesmo irrealizáveis.

A hipótese de considerar comportamento gaussiano para os parâmetros também impacta na análise dos polos do sistema em malha fechada. A Figura 8 mostra os resultados para simulações com os parâmetros computados por ambos os métodos aqui comparados para o último estado estacionário apresentado na Figura 6.

Os parâmetros de sintonia oriundos do método clássico, que seguem uma pdf gaussiana (distribuídos como a elipse da Figura 7), geram uma região bastante distorcida do método proposto, destacando o fato de a região resultante abranger o lado direito do eixo dos reais (cf. Figura 8), cuja consequência é previsão de pontos instáveis do sistema em malha fechada. Além de não estar com formato próximo ao método bayesiano, a região também se afasta do clássico formato de elipse, que seria adotado ao considerar que os polos seguissem uma distribuição gaussiana.

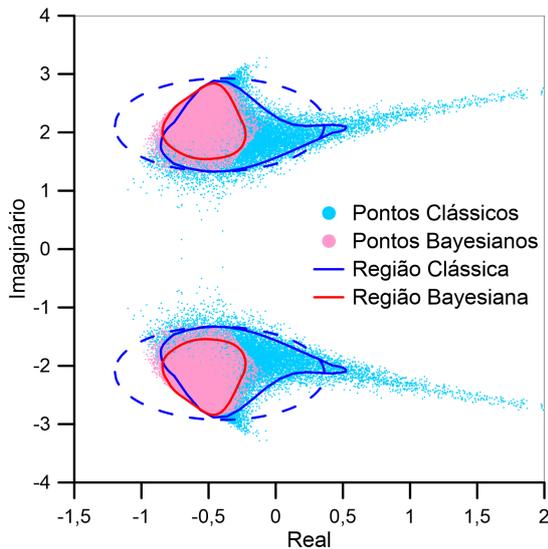


Figura 8: Região de abrangência para os polos do sistema em malha fechada para os métodos clássicos e bayesiano. Em azul tracejado, é a elipse equivalente para a inferência clássica.

Portanto, o método de sintonia proposto, por utilizar a abordagem bayesiana, mostra a precisão em obter a região de estabilidade em malha fechada do sistema de controle, ao passo que resultados provenientes da abordagem clássica pode gerar distorções na interpretação dessa região, o que na prática significa que o controle pode não funcionar para certas mudanças de *set-point* ou na presença de determinados distúrbios não medidos.

## 5 Conclusões

Este trabalho apresentou um método para sintonia de controladores PID utilizando uma abordagem baseada em inferência bayesiana. As principais observações conclusivas extraídas de sua aplicação no reator químico, objeto de estudo deste trabalho, centram-se na melhoria de desempenho com modelos não lineares, e na precisão de obter a região de estabilidade do sistema em malha fechada.

A premissa de adotar um modelo linear (ou linearizado) em um método de sintonia de controladores PID, pode causar diversas distorções quando aplicada numa planta real, a qual geralmente é não linear e com fortes correlações entre as variáveis. Esse *mismatch* causa um desempenho de controle inferior e pobre, principalmente ao se afastar do ponto de estado estacionário linearizado.

O cuidado com a hipótese gaussiana, largamente adotada para os métodos clássicos de inferência estatística, não deve ser adotada sem um estudo adequado do comportamento das variáveis do modelo. Além disso, em alguns casos, essa premissa pode gerar regiões instáveis ou inadequado para o sistema de controle.

Por fim, embora o objeto de estudo focou em um controlador (PI), o método proposto, pode ser estendido para um sistema de controle multivariado com diversos controladores PID, considerando as não linearidades e as correlações entre as malhas de controle. Esses serão os próximos passos da pesquisa neste campo.

## Agradecimentos

À CAPES (Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior) pelas bolsas concedidas e ao PROTEC-PEI (Grupo de Pesquisa em Tecnologia e Processo do Programa de Pós-graduação em Engenharia Industrial da UFBA) pelo apoio técnico-científico e pela cessão da infraestrutura necessária ao desenvolvimento da pesquisa.

## Referências

- Bard, Y. (1974). *Nonlinear Parameter Estimation*, Academic Press.
- Chib, S. and Greenberg, E. (1995). Understanding the Metropolis-Hastings Algorithm, *The American Statistician* **49**(4): 327.
- Elster, C. (2007). Calculation of uncertainty in the presence of prior knowledge, *Metrologia* **44**(2): 111–116.
- Iruthayarajan, M. W. and Baskar, S. (2009). Evolutionary algorithms based design of multivariable PID controller, *Expert Systems with Applications* **36**(5): 9159–9167.
- Jeng, J. C. and Ge, G. P. (2015). Disturbance-rejection-based tuning of proportional-integral-derivative controllers by exploiting closed-loop plant data, *ISA Transactions* **62**: 312–324.
- Knihs, V. L., Franca, A. A., Silveira, A. S., Gomes, F. J. and Coelho, A. A. R. (2010). Aplicação da sintonia IMC no controlador PID em sistemas não-lineares simulados com ScicosLab, *2010 9th IEEE/IAS International Conference on Industry Applications, INDUSCON 2010* pp. 0–5.
- Schwaab, M. and Pinto, J. C. (2007). *Análise de dados experimentais, I: fundamentos de estatística e estimação de parâmetros*, E-papers, Rio de Janeiro.
- Silva, N., Bispo, H., Brito, R. and Manzi, J. (2014). Robust stability analysis inspired by classical statistical principles, *The Canadian Journal of Chemical Engineering* **92**(1): 82–89.
- Wang, Q. and Stengel, R. F. (2002). Robust control of nonlinear systems with parametric uncertainty, *Automatica* **38**(9): 1591–1599.
- Zhang, J., Zhuang, J., Du, H. and Wang, S. (2009). Self-organizing genetic algorithm based tuning of PID controllers, *Information Sciences* **179**(7): 1007–1018.