

# Desacoplamento de Sistemas Multivariáveis Não Lineares com MPC usando Função Custo Dinâmica

Guilherme da Fonseca Pereira \* Rodolfo César Costa Flesch \*\*

\* Departamento de Automação e Sistemas, Universidade Federal de Santa Catarina, SC, (e-mail: [gui.fonseca.p@gmail.com](mailto:gui.fonseca.p@gmail.com))

\*\* Departamento de Automação e Sistemas, Universidade Federal de Santa Catarina, SC, (e-mail: [rodolfo.flesch@ufsc.br](mailto:rodolfo.flesch@ufsc.br))

**Abstract:** This paper presents an approach for multi-input multi-output plant output decoupling when there is a change in one set-point by using a dynamic cost function in the model predictive control (MPC) formulation. Differently from other decoupling methods, this one neither requires the plant to be linear, nor measurement or estimation of internal states. Experiments were made using different types of MPC to control a simulated nonlinear plant and the results show that such approach is effective even in cases with modeling error. Additionally, further modifications are presented for cases with measurement noise or time delay.

**Resumo:** Este artigo apresenta uma técnica que usa função custo dinâmica na formulação do controle preditivo baseado em modelo (MPC) para realizar o desacoplamento de uma planta multivariável quando há mudança em uma das referências. Diferentemente de outros métodos para desacoplamento das saídas, este não requer que a planta seja linear nem a medição ou a estimação de estados internos. Foram realizados ensaios usando diferentes abordagens MPC para o controle de uma planta não linear simulada e os resultados mostram que a solução proposta é eficaz, mesmo no caso em que há erro de modelagem. Adicionalmente, são apresentadas modificações para casos nos quais há ruído de medição ou atraso de transporte.

*Keywords:* Model Predictive Control; Nonlinear Multi-Input Multi-Output System; Decoupling; Dynamic Cost Function.

*Palavras-chaves:* Controle Preditivo; Sistema Não Linear Multivariável; Desacoplamento; Função Custo Dinâmica.

## 1. INTRODUÇÃO

Em sistemas multivariáveis (MIMO, do inglês *Multi-Input Multi-Output*) é comum que uma entrada afete mais de uma saída, gerando acoplamento entre elas. Por conta disso, algumas saídas do sistema em malha fechada são perturbadas quando determinadas referências são alteradas, dificultando o projeto de controladores MIMO. Uma alternativa é o uso de um desacoplador, que transforma o sistema MIMO em múltiplos sistemas monovariáveis (SISO, do inglês *Single Input, Single Output*), de modo a facilitar o projeto de controladores para as saídas da planta.

Para reduzir acoplamentos entre as saídas, existem técnicas clássicas como desacoplador ideal e desacoplador simples (Luyben, 1970; Bansode e Jadhav, 2015), desacoplador invertido (Wade, 1997), desacoplador por ganho estático (Lee et al., 2005) e realimentação linearizante (Germani et al., 1998; Kurilla, 2017). Apesar de serem técnicas bem difundidas, cada uma delas apresenta alguma desvantagem como: inviabilidade em planta não linear ou instável; necessidade de modelo fenomenológico complexo ou medição de estados internos; baixa robustez frente a incertezas no modelo; ou problemas em plantas com atraso

ou fase não mínima. Entretanto, existem trabalhos como o de Giraldo et al. (2018) e Pourmohammad e Yazdizadeh (2008) que contribuem com adaptações para contornar os problemas mencionados.

Outros métodos para desacoplamento existem na literatura. Em alguns deles, o comportamento da planta desacoplada deve ser previamente definido, como é o caso de Demirci e Gokasan (2011) e de Barros e Gonçalves (2018). O primeiro considera o acoplamento como uma perturbação e o atenua usando um observador de perturbação. O segundo otimiza os parâmetros de um preditor de Smith filtrado MIMO para que o comportamento em malha fechada fique próximo do desejado.

Há um bom tempo o controlador preditivo baseado em modelo (MPC, do inglês *Model Predictive Control*) já é amplamente usado na indústria, possuindo vantagens como: conceito intuitivo; compensação de tempo morto; aplicabilidade em planta MIMO ou instável; e inclusão de restrições de forma explícita. Apesar de ter uma facilidade para lidar com sistemas MIMO, o MPC também sofre com problemas de acoplamento (Chai et al., 1994). Por isso, também é feito o uso de desacopladores em MPC (Bansode e Jadhav, 2015). Todavia, usando uma função custo adequada é possível fazer o desacoplamento das saídas com

o próprio MPC. Para tal, Chai et al. (1994) e Qin et al. (1996) adicionam um termo à função custo que penaliza os acoplamentos, enquanto Bego et al. (2000) e Zermani et al. (2013) usam pesos variantes no tempo no erro de seguimento para conseguir o mesmo. No entanto, esses trabalhos apresentam solução apenas para plantas lineares e modelo ideal, com variação em só uma das referências e sem abordar de forma satisfatória os problemas causados por ruído na medição.

O objetivo deste trabalho é propor um outro método para o desacoplamento das saídas em malha fechada quando há emprego de um MPC, usando uma função custo dinâmica. As principais contribuições deste artigo para essa área são:

- apresentar e aplicar um método para plantas não lineares;
- demonstrar a viabilidade do uso de modelos empíricos;
- abordar problemas ocasionados por ruído branco na medição e propor possíveis soluções para o método apresentado.

Para isso, foi utilizado um controlador preditivo generalizado (GPC, do inglês *Generalized Predictive Control*) e um controlador preditivo não linear prático (PNMPC, do inglês *Practical Nonlinear Model Predictive Control*). Um modelo em RNA foi usado no PNMPC para demonstrar o funcionamento do método proposto com modelo empírico no MPC.

O conteúdo deste artigo está organizado da seguinte forma. A seção 2 descreve o funcionamento geral de um MPC, e em mais detalhes o GPC e o PNMPC, usados em seções posteriores. A seção 3 apresenta a técnica proposta para desacoplar as saídas em sistemas MIMO não lineares por meio de função custo que varia no tempo. A seção 4 consiste em um estudo de caso usado para avaliar o desempenho da técnica proposta. Por fim, a seção 5 contém as conclusões deste artigo.

## 2. CONTROLE PREDITIVO

Controladores MPC utilizam um modelo explícito do processo sendo controlado para predizer seu comportamento dinâmico futuro dentro de uma determinada janela de tempo. Como mostrado na Figura 1, a predição das saídas da planta e as referências futuras são usadas por um otimizador para encontrar uma sequência de sinais de controle que minimiza uma função custo. Como esse problema de otimização é resolvido a cada instante de amostragem, há a possibilidade de se adicionar restrições explicitamente.

A função custo a ser usada é uma escolha do projetista, mas uma opção comumente usada é

$$J(k) = \sum_{p=1}^P \sum_{i=N_{1,p}}^{N_{2,p}} \delta_p(i) [\hat{y}_p(k+i|k) - w_p(k+i|k)]^2 + \sum_{m=1}^M \sum_{j=1}^{N_{u,m}} \lambda_m(j) [\Delta u_m(k+j-1)]^2, \quad (1)$$

sendo:  $\hat{y}_p(k+i|k)$  a predição feita no instante  $k$  da trajetória futura da  $p$ -ésima saída;  $w_p(k+i|k)$  a trajetória futura da  $p$ -ésima referência, conhecida no instante  $k$ ;  $\Delta u_m(k+j-1)$  a trajetória futura do  $m$ -ésimo incremento de controle;

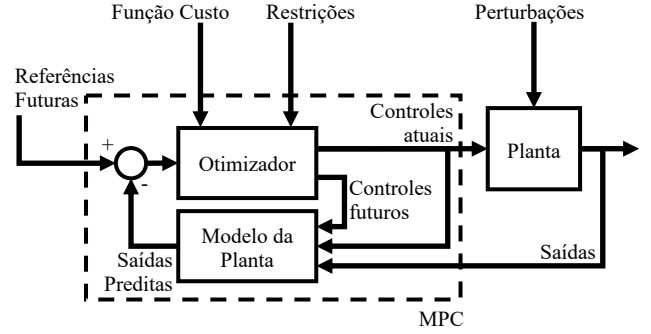


Figura 1. Arquitetura de um MPC.

$N_{1,p}$  e  $N_{2,p}$  os instantes inicial e final dos horizontes de predição, respectivamente;  $N_{u,m}$  os horizontes de controle;  $\delta_p(i)$  e  $\lambda_m(j)$  os pesos para os erros de seguimento das referências e para os incrementos de controle, respectivamente;  $P$  o número de saídas e  $M$  o número de entradas da planta.

Os parâmetros  $N_{1,p}$  e  $N_{2,p}$  tipicamente são definidos como

$$\begin{cases} N_{1,p} = 1 + d_p \\ N_{2,p} = N_p + N_{1,p} - 1 \end{cases}, \quad (2)$$

sendo:  $N_p$  o tamanho do horizonte de predição desejado;  $d_p$  o menor atraso das entradas para a saída  $p$ . A escolha de  $N_p$ ,  $N_{u,m}$ ,  $\delta_p(i)$  e  $\lambda_m(j)$  influencia na dinâmica de malha fechada. É comum usar pesos constantes ao longo dos horizontes, denominados neste caso  $\delta_p$  e  $\lambda_m$ . Em uma planta monovariável, quanto menor for  $\lambda/\delta$ , mais o controlador prioriza o seguimento de referência, tornando o controle mais agressivo e acelerando a resposta do sistema. Aumentando  $\lambda/\delta$  dá-se prioridade à minimização do incremento de controle, o que resulta em um controle mais conservador e em uma resposta do sistema mais lenta, tipicamente associada com maior robustez a erros de modelagem. A escolha dos horizontes de predição e de controle e suas consequências podem ser vistas em Camacho e Bordons (2007).

No MPC a predição da trajetória futura da saída costuma ser feita da forma

$$\hat{\mathbf{y}}(k) = \mathbf{G}(k)\Delta\mathbf{u}(k) + \mathbf{f}(k), \quad (3)$$

com

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{y}}(k) &= [\hat{\mathbf{y}}_1(k) \ \dots \ \hat{\mathbf{y}}_P(k)]^T \\ \hat{\mathbf{y}}_p(k) &= [\hat{y}_p(k + N_{1,p}|k) \ \dots \ \hat{y}_p(k + N_{2,p}|k)] \\ \Delta\mathbf{u}(k) &= [\Delta\mathbf{u}_1(k) \ \dots \ \Delta\mathbf{u}_M(k)]^T \\ \Delta\mathbf{u}_m(k) &= [\Delta u_m(k) \ \dots \ \Delta u_m(k + N_{u,m} - 1)] \end{aligned}, \quad (4)$$

onde  $\mathbf{f}(k)$  é o vetor de trajetória da resposta livre para o instante atual e o produto  $\mathbf{G}(k)\Delta\mathbf{u}(k)$  forma o vetor de trajetória da resposta forçada para o instante atual, sendo  $\mathbf{G}(k)$  a matriz de dinâmica e  $\Delta\mathbf{u}(k)$  o vetor de incrementos de controle futuros. A resposta livre corresponde à dinâmica futura da saída quando o incremento de controle futuro é nulo (mantendo o controle no mesmo valor em  $k-1$ ). Já a resposta forçada é variação na saída do sistema causada por incrementos de controle futuros.

Reescrevendo (1) na forma vetorial (4) e substituindo  $\hat{\mathbf{y}}(k)$  por (3), o custo  $J(k)$  se torna uma função de  $\Delta\mathbf{u}(k)$ . Dessa forma,  $\Delta\mathbf{u}(k)$  pode ser obtido resolvendo o problema de otimização quadrático

$$\begin{aligned} & \min_{\Delta \mathbf{u}(k)} J(k) \\ & \text{sujeito a: } \mathbf{A}(k)\Delta \mathbf{u}(k) < \mathbf{b}(k), \end{aligned} \quad (5)$$

sendo  $\mathbf{A}(k)$  e  $\mathbf{b}(k)$  a matriz e o vetor das restrições, respectivamente, como saturação nas entradas e saídas da planta. Detalhes sobre como especificar restrições dessa forma podem ser encontrados em Camacho e Bordons (2007).

### 2.1 Generalized Predictive Control

O GPC é um tipo de MPC linear que usa um modelo auto regressivo integrado média móvel com entrada externa (ARIMAX, do inglês *Autoregressive Integrated Moving Average with eXternal input*) para estimar a resposta livre e a resposta forçada da planta e calcular a ação de controle por meio do problema de otimização quadrático em (1)–(5). Por usar um modelo linear, a matriz  $\mathbf{G}$  no GPC não varia no tempo. Já  $\mathbf{f}(k)$ , que depende das entradas e saídas passadas da planta, necessita ser calculada a cada iteração do laço de controle.

Tanto  $\mathbf{G}$  quanto  $\mathbf{f}(k)$  podem ser obtidos de forma iterativa por simulação do modelo. No entanto, ambos também podem ser obtidos por meio de uma equação diofantina, como mostrado em Camacho e Bordons (2007). É possível inclusive fazer  $\mathbf{f}(k) = \mathbf{P}\mathbf{h}(k)$ , de forma que  $\mathbf{P}$  é uma matriz de coeficientes constantes obtida por meio da diofantina e  $\mathbf{h}(k)$  é um vetor atualizado a cada iteração do laço de controle, contendo os incrementos de controle e saídas passadas mais recentes, de acordo com os polinômios do modelo ARIMAX.

### 2.2 Practical Nonlinear Model Predictive Control

O PN MPC é um tipo de MPC que utiliza um modelo não linear do processo (Yang e Plucenio, 2016). Esse controlador também calcula a resposta forçada na forma  $\mathbf{G}(k)\Delta \mathbf{u}(k)$ , como o GPC. Para montar  $\mathbf{G}(k)$ , o controlador utiliza uma linearização do modelo no ponto de operação atual, atualizando  $\mathbf{G}(k)$  a cada iteração do laço de controle. Dessa forma, o PN MPC também é capaz de calcular  $\Delta \mathbf{u}(k)$  por meio de (1)–(5), apesar de utilizar um modelo não linear.

Já a resposta livre é calculada iterativamente com o modelo. Mas por conta da não linearidade, é necessário corrigir o erro de predição da resposta livre de forma iterativa. Para isso, Yang e Plucenio (2016) somam a cada saída predita um termo de correção  $\eta(k)$ , que é a integral do erro de predição filtrado, calculado por

$$\begin{aligned} e_p(k) &= y_p(k) - (\hat{y}_p(k|k) + \eta_p(k-1)) \\ \eta_p(k) &= (1 + f_d)\eta_p(k-1) - f_d\eta_p(k-2) + k_i e_p(k), \end{aligned} \quad (6)$$

com

$$\begin{cases} f_d = \alpha^2 \\ k_i = 1 + f_d - 2\alpha \end{cases}, \quad (7)$$

onde:  $\eta_p(k)$  é o termo de correção da  $p$ -ésima saída para o instante atual;  $f_d$  é o polo do filtro passa baixa;  $k_i$  é o ganho do integrador;  $\alpha$  é o parâmetro de sintonia do filtro, de forma que  $\alpha = 0$  implica em  $\eta$  igual à integral do erro de predição. O erro de predição da  $p$ -ésima saída no instante atual  $e_p(k)$  é a diferença entre a saída atual real  $y_p(k)$  e a saída atual predita sem correção no instante atual  $\hat{y}_p(k|k)$ .

Yang e Plucenio (2016) propõem diferentes métodos para atualizar  $\mathbf{G}(k)$ . Assumindo

$$\mathbf{G}(k) = \begin{bmatrix} \mathbf{G}_{1,1}(k) & \dots & \mathbf{G}_{1,M}(k) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \mathbf{G}_{P,1}(k) & \dots & \mathbf{G}_{P,M}(k) \end{bmatrix}, \quad (8)$$

$\mathbf{G}_{p,m}(k)$  é a matriz de dinâmica da entrada  $m$  para a saída  $p$ . Um desses métodos consiste em fazer a  $j$ -ésima coluna de  $\mathbf{G}_{p,m}(k)$  igual à resposta ao degrau da saída  $p$  do modelo para a entrada  $m$  no ponto de operação atual ( $\mathbf{g}_{p,m}(k)$ ), acrescida de atraso de  $j-1$  amostras. O vetor da resposta ao degrau é obtido por

$$\mathbf{g}_{p,m}(k) = \frac{\hat{\mathbf{y}}_{p,\varepsilon_m}(k) - \mathbf{f}_p(k)}{\varepsilon_m}, \quad (9)$$

onde:  $\hat{\mathbf{y}}_{p,\varepsilon_m}$  é o vetor de predição no instante atual da trajetória futura da saída  $p$  quando é aplicado um degrau de amplitude  $\varepsilon_m$  na entrada  $m$  do modelo;  $\mathbf{f}_p(k)$  é a resposta livre da  $p$ -ésima saída.

## 3. DESACOPLAMENTO POR FUNÇÃO CUSTO DINÂMICA

No caso em que não há perturbações, o modelo é ideal e não há ruído de medição, em regime permanente tanto o erro de seguimento das referências quanto o incremento dos controles serão nulos, resultando em  $J = 0$ . Em um sistema MIMO acoplado, quando uma das referências muda, a trajetória do controle que garante menor  $J$  normalmente é uma na qual o erro de seguimento das demais referências não se mantém nulo ao longo de todo o horizonte de predição.

A proposta deste trabalho para realizar o desacoplamento nesse cenário é usar uma função custo de tal forma que trajetórias de controle que perturbem as demais saídas gerem um  $J$  muito grande. Dessa forma, o otimizador é forçado a encontrar uma trajetória que mantenha esses erros de seguimento o mais próximo de zero possível e que leve a planta para o novo ponto de operação. Uma alternativa é usar a própria função custo (1), com um  $\delta$  relativamente alto para saídas que não se deseja alterar.

Todavia, isso gera dois novos problemas. Para efeitos de ilustração, supõe-se uma planta de dimensão  $2 \times 2$ , com uma saída acoplada à outra e cada uma com seu próprio peso ( $\delta_1$  e  $\delta_2$ ) para (1), onde inicialmente deseja-se alterar  $w_1$  sem perturbar  $y_2$ . O primeiro problema surge quando se deseja mudar  $w_2$ , pois  $y_1$  continua acoplado à outra saída. O segundo problema ocorre nessa mesma situação, assim como quando houver uma perturbação externa que afete  $y_2$ , porque o controle será muito agressivo por conta de  $\delta_2$  grade.

Para contornar os problemas citados, este artigo propõe usar uma função custo que varia no tempo, conforme o fluxograma mostrado na Figura 2. A ideia é iniciar a função custo do MPC com  $\delta$  nominais ( $\delta_0$ ), sintonizados para a planta com acoplamentos. Sempre que houver mudança em uma única referência,  $w_n$ ,

$$\begin{cases} \delta_n = \delta_{0n} \\ \delta_p = \sigma \delta_{0p}, \quad \forall p \neq n \end{cases}. \quad (10)$$

Quando isso ocorrer, todos os  $\delta$  voltarão para seu valor nominal assim que:  $y_n$  estiver seguindo  $w_n$  em regime

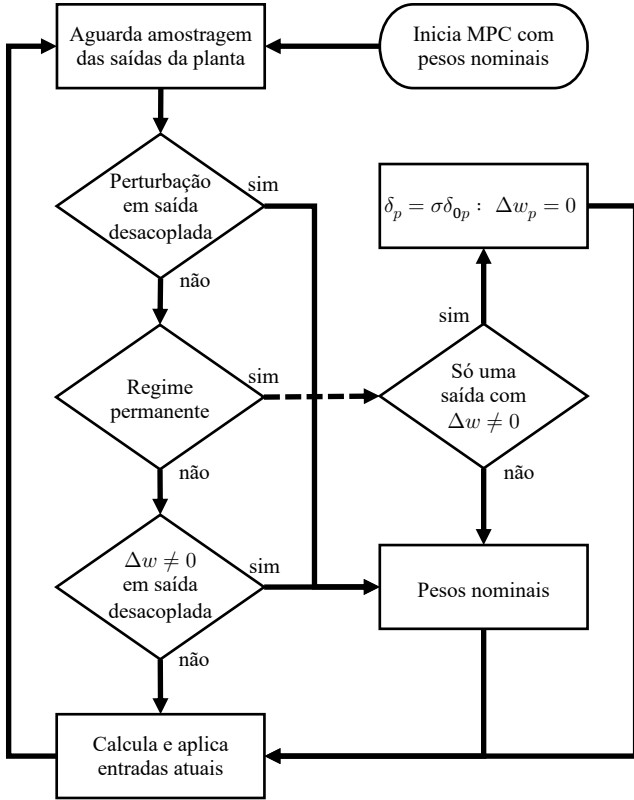


Figura 2. Fluxograma do MPC com desacoplamento por função custo dinâmica.  $\Delta w$  e  $\Delta w_p$  são a variação do instante  $k - 1$  para o instante  $k$  da referência de todas as saídas e da  $p$ -ésima saída, respectivamente.

permanente; for detectada uma perturbação em uma das saídas desacopladas; ou variar a referência de uma das saídas desacopladas durante o regime transitório. Adicionalmente, se ocorrer mudança de referência de mais de uma saída ao mesmo tempo, os pesos serão mantidos nos valores nominais.

A formulação da função custo do MPC já leva em conta atrasos de transporte, por meio da configuração dos horizontes de predição mostrada em (2). Logo, o desacoplamento proposto com uso da função custo dinâmica também funciona em plantas com atraso.

O algoritmo desenvolvido para o MPC considera que uma saída está em regime permanente quando seu erro de seguimento de referência permanece dentro de uma tolerância ( $\mu$ ) pelas últimas  $k_s$  amostras. Quando há ruído de medição, pode-se: usar  $\mu$  maior do que a soma entre aquele que seria usado no caso sem ruído e a amplitude máxima (ou dois desvios padrão) do ruído, se essa for conhecida; ajustar  $\mu$  junto de  $k_s$  por meio de simulação; ou usar filtros passa baixas nas saídas medidas, monitorando as saídas filtradas para a detecção do regime permanente. Também recomenda-se usar um  $\sigma$  menor do que no caso sem ruído, para evitar que a ação de controle fique muito sensível ao ruído durante o desacoplamento, podendo inclusive atrapalhar no seguimento das referências.

Neste artigo não será abordado um algoritmo para detecção de perturbações, nem o problema de perturbações nas saídas desacopladas durante regime transitório. Alguns

exemplos de observadores usados para estimar perturbações externas podem ser encontrados em Chavan et al. (2019).

## 4. ESTUDO DE CASO

### 4.1 Descrição do Processo

A planta escolhida neste estudo é o sistema composto por quatro tanques, descrito por Johansson (2000), ilustrado na Figura 3. O nível de um tanque varia de acordo com a diferença entre sua vazão de entrada e de saída. A vazão de saída ocorre por conta do orifício no fundo do tanque. Os tanques são alimentados usando as duas bombas e, no caso dos tanques 1 e 2, eles também são alimentados pela vazão de saída dos tanques 3 e 4, respectivamente. O nível de cada um dos tanques é medido e a vazão das bombas pode ser manipulada por meio da tensão aplicada. As duas válvulas permanecem em posições fixas e não há atraso de transporte na planta.

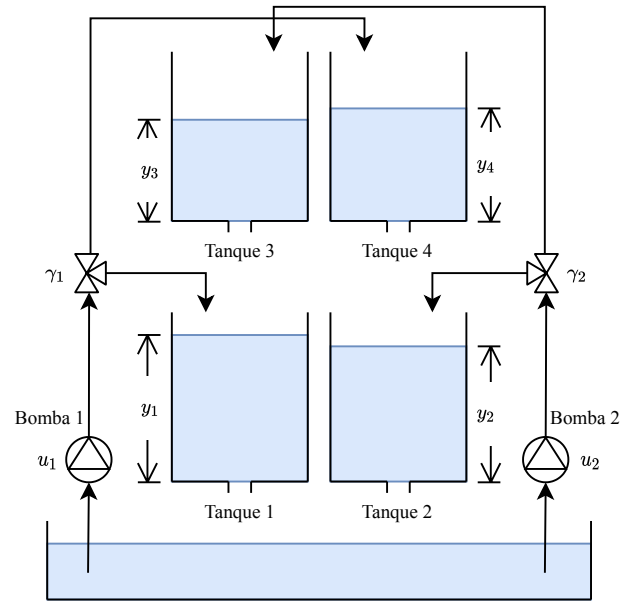


Figura 3. Sistema de quatro tanques de Johansson (2000).

O comportamento dinâmico não linear desse sistema é descrito pelas equações diferenciais

$$\begin{aligned} A_1 \frac{dy_1}{dt} &= \gamma_1 k_1 u_1 - a_1 \sqrt{2gy_1} + a_3 \sqrt{2gy_3} \\ A_2 \frac{dy_2}{dt} &= \gamma_2 k_2 u_2 - a_2 \sqrt{2gy_2} + a_4 \sqrt{2gy_4} \\ A_3 \frac{dy_3}{dt} &= (1 - \gamma_2) k_2 u_2 - a_3 \sqrt{2gy_3} \\ A_4 \frac{dy_4}{dt} &= (1 - \gamma_1) k_1 u_1 - a_4 \sqrt{2gy_4} \end{aligned}, \quad (11)$$

sendo  $g$  a aceleração da gravidade,  $y_p$  e  $u_m$  o nível do  $p$ -ésimo tanque e a tensão na  $m$ -ésima bomba, respectivamente. A Tabela 1 contém os parâmetros da planta, iguais aos de Johansson (2000).  $A_p$  e  $a_p$  são as áreas da base e do orifício no fundo do tanque  $p$ . Cada bomba possui uma constante de vazão  $k_m$ . Além disso, os tanques têm altura máxima  $H$ , mínima igual a 0 e as bombas operam com tensão entre  $\underline{U}$  e  $\bar{U}$ .

A constante  $\gamma$  indica o estado das válvulas, de maneira que uma parcela proporcional  $\gamma_m$  da vazão da bomba  $m$  vai para o tanque inferior, com o restante indo para um dos tanques superiores. Com  $\gamma$  da Tabela 1 a planta apresenta comportamento de fase não mínima, o que normalmente dificulta o controle e deixa a resposta em malha fechada mais lenta que no caso com fase mínima.

O estudo de caso foi realizado simulando o sistema de quatro tanques no MATLAB por meio de (11).

Tabela 1. Parâmetros da planta.

Parâmetro	Unidade	Valor
$[A_1 A_2 A_3 A_4]$	cm <sup>2</sup>	[32 28 32 28]
$[a_1 a_2 a_3 a_4]$	cm <sup>2</sup>	[0,071 0,057 0,071 0,057]
$[H_1 H_2 H_3 H_4]$	cm	[15 13 11 12]
$[\gamma_1 \gamma_2]$	-	[0,43 0,34]
$[k_1 k_2]$	cm <sup>3</sup> /(V.s)	[3,14 3,29]
$[\underline{U} \bar{U}]$	V	[0 5]

#### 4.2 Modelo Linear

O controlador GPC é um tipo de MPC linear. Como a planta real é não linear um modelo foi obtido a partir da linearização de (11) no ponto de equilíbrio  $x_0$ , tal que  $[h_1 h_2] = [3 3]$  cm. Ao redor desse ponto de operação o comportamento da planta se assemelha ao do sistema MIMO linear

$$G(s) = \begin{bmatrix} \frac{1,49}{(30,8s + 1)} & \frac{2,39}{(19,9s + 1)(30,8s + 1)} \\ \frac{(25,7s + 1)(43,9s + 1)}{2,46} & \frac{(43,9s + 1)}{1,53} \\ 0 & \frac{1,54}{(19,9s + 1)} \\ \frac{1,44}{(25,7s + 1)} & 0 \end{bmatrix}. \quad (12)$$

No MPC é usado um modelo da planta discretizado com segurador de ordem zero para um período de amostragem  $T_s = 6$  s, para que o tempo de acomodação de 5% da mudança de referência em malha fechada ( $\tau_{5\%}$ ) tenha 20 ou mais amostras. Esse modelo de tempo discreto foi então transformado em um modelo ARIMAX com polinômio  $C(z^{-1}) = 1$  (Camacho e Bordons, 2007).

#### 4.3 Modelo Não Linear

Como modelo não linear da planta usou-se uma RNA auto regressiva não linear com entrada externa (NARX, do inglês *Nonlinear Autoregressive with eXternal input*), cuja arquitetura é mostrada na Figura 4. As entradas e saídas da rede são as tensões nas bombas e os níveis dos quatro tanques, respectivamente. Mais detalhes sobre o funcionamento de uma RNA NARX podem ser encontrados em Jiang et al. (2019). Aqui foi usada uma rede cuja saída no instante  $k$  depende das entradas e saídas passadas nos instantes  $k - 1$  e  $k - 2$ , com 16 neurônios com função de ativação tangente hiperbólica na camada oculta.

Para obter os dados necessários para identificação do sistema, para cada entrada da planta foi gerada uma sequência binária pseudo aleatória com amplitude modulada (APRBS, do inglês *Amplitude modulated Pseudo-Random*

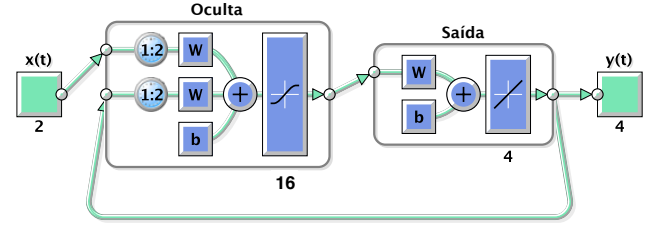


Figura 4. Modelo RNA NARX.

*Binary Sequence*), de modo a excitar a planta em diferentes faixas de frequência e pontos de operação. Os sinais de entrada gerados (Figura 5) foram aplicados na planta simulada com ruído nas saídas (ruído branco gaussiano de desvio padrão 0,1 cm) caracterizando um ensaio. As entradas e saídas do ensaio foram amostradas com período  $T_s$ . O procedimento foi repetido outras 3 vezes com novos pares de sinais APRBS de mesma duração. Dentre os 4 ensaios simulados, 2 deles foram usados para treinamento e validação, enquanto os 2 ensaios restantes serviram para testar o desempenho da rede treinada em malha fechada.

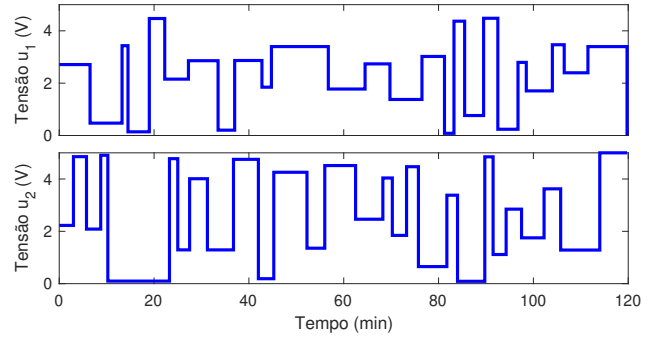


Figura 5. Sinais para excitação do sistema usados em um dos ensaios.

A RNA foi criada usando o pacote *Neural Network Toolbox* do MATLAB, e treinada *offline* de maneira similar a Jiang et al. (2019). A otimização dos pesos da rede foi feita com algoritmo de retropropagação por Levenberg-Marquardt, visando minimizar o erro quadrático médio das saídas estimadas. Dos 2 ensaios usados no treinamento supervisionado, 70% das amostras foram escolhidas aleatoriamente e usadas somente para treinamento, e as 30% restantes usadas somente para validação.

#### 4.4 Sintonia dos MPCs

Como somente a referência atual é conhecida, considera-se que ela não varia ao longo do horizonte de predição. A função custo do GPC e do PNMPCC foram sintonizadas com os mesmos parâmetros, descritos na Tabela 2. Essa sintonia foi feita como é descrito em Dangui et al. (2018), para o ponto de operação  $x_0$ .

Na função custo (1), são usados para a  $p$ -ésima saída  $N_{1,p}$ ,  $N_{2,p}$  e  $\delta_p$ , sendo  $\delta_{0p}$  o valor nominal deste último parâmetro. Da mesma forma, para a  $m$ -ésima entrada são usados  $N_{u,m}$  e  $\lambda_m$ . Os pesos  $\lambda_m$  são calculados a partir dos ganhos estáticos da planta no ponto  $x_0$ , onde  $K_{pm}$  é o ganho estático da  $m$ -ésima entrada para a  $p$ -ésima saída. O parâmetro de ajuste  $\beta$  é usado para alternar o

Tabela 2. Parâmetros da função custo.

Parâmetro	Valor
$[N_{1,1} \ N_{1,2} \ N_{1,3} \ N_{1,4}]$	$[1 \ 1 \ 1 \ 1]$
$[N_{2,1} \ N_{2,2} \ N_{2,3} \ N_{2,4}]$	$[60 \ 60 \ 40 \ 40]$
$[N_{u,1} \ N_{u,2}]$	$[10 \ 10]$
$[\delta_{01} \ \delta_{03} \ \delta_{04}]$	$[1 \ 0 \ 0]$
$\delta_{02}$	$\frac{N_1}{N_2} (K_{11} + K_{12})^2 / (K_{21} + K_{22})^2$
$\lambda_1$	$N_1 (K_{11} + K_{21})^2 \beta^2 / (25 N_{u,1})$
$\lambda_2$	$N_2 (K_{12} + K_{22})^2 \beta^2 / (25 N_{u,2})$
$[\alpha \ \beta \ \phi \ \sigma]$	$[0 \ 1 \ 1000 \ 100]$

controle entre velocidade ou robustez. As restrições nas saídas foram escritas na forma *soft* (Camacho e Bordons, 2007), sendo  $\phi$  o peso das variáveis de folga. Neste exemplo foi assumido  $\delta_{03} = \delta_{04} = 0$  pois se deseja controlar somente os níveis dos tanques inferiores. Usou-se  $\alpha = 0$  nos ensaios sem ruído na medição. A escolha de  $\sigma$  foi para manter o erro durante o desacoplamento menor que 3% do valor da referência. Para o algoritmo de detecção do regime permanente usou-se  $k_s = 10$  e  $\mu = 0,2$  cm.

#### 4.5 Resultados

A Figura 6 mostra o comportamento do sistema em malha fechada usando PNMPC sem desacoplamento entre as saídas (com  $\delta_0$  e sem função custo dinâmica) e usando PNMPC com função custo dinâmica. Ambos os controladores têm como modelo a RNA treinada e são capazes de seguir referência com erro nulo e rejeitar uma perturbação degrau em regime permanente. A variação em  $w_2$  aos 5 min causa um erro maior que 2 cm no seguimento de  $w_1$  no caso sem desacoplamento, mas se mantém menor que 0,18 cm (3% do valor da referência) ao usar a função custo dinâmica. Variando  $w_1$  aos 25 min ocorre a mesma coisa com relação ao erro de seguimento de  $w_2$ , porém o erro máximo usando a função custo dinâmica é de 0,1 cm (1,25% do valor da referência). A dinâmica de rejeição da perturbação de 1 V aplicada em  $u_2$  dos 15 min aos 40 min (indicada junto do gráfico de  $u_2$  na Figura 6) é a mesma nos dois casos. Nesse ponto de operação  $\tau_{5\%} \approx 3,7$  min.

A técnica proposta também foi avaliada para um GPC e um PNMPC com modelo ideal (este último para servir de referência). Para isso variou-se uma referência nos instantes 1 min, 20 min e 40 min e aplicou-se uma perturbação de 1 V em  $u_2$  dos 10 min aos 30 min. O desempenho de todos os três controladores é parecido quando se está operando próximo do ponto de linearização  $x_0$ , com  $\tau_{5\%} \approx 2,7$  min, como pode ser visto na Figura 7. No entanto, à medida que o sistema se distancia de  $x_0$  (Figura 8) o GPC começa a oscilar e não consegue mais seguir a referência e rejeitar perturbação degrau, mesmo se  $\sigma = 1$  (sem função custo dinâmica). Isso é esperado, uma vez que a planta é não linear e o GPC utiliza um modelo linearizado, o que não representa bem a dinâmica dos quatro tanques longe do ponto de linearização. Por outro lado, os dois PNMPCs conseguem rejeitar perturbação e seguir referência com  $\tau_{5\%} < 5$  min, ainda mantendo o sistema em malha fechada desacoplado quando há mudança em uma referência (erro de seguimento da saída desacoplada ainda abaixo de 3%).

Também foi analisado o efeito de ruído de medição e atraso de transporte no MPC com desacoplamento por função custo dinâmica. Para isso, foi simulada a mesma planta, mas com atraso de 2 min (o equivalente a 20 amostras para

$T_s = 6$  s) em ambas as entradas e ruído branco aleatório com amplitude máxima  $\xi = 0,6$  cm nos medidores. Uma outra RNA com atraso de 21 e 22 amostras nas duas entradas foi treinada e testada da mesma forma descrita na seção 4.3, mas usando dados obtidos da nova planta. Para esse ensaio usou-se  $\sigma = 10$  e  $\mu = 1,5\xi$  por conta do ruído, conforme explicado na seção 3. Pelos mesmos motivos, também foi alterado  $\alpha$  para 0,867, para filtrar o erro de predição no cálculo da resposta livre do PNMPC. O comportamento do sistema em malha fechada usando PNMPC com modelo ideal e com a nova RNA é mostrado na Figura 9.

Ambos os sistemas possuem comportamento semelhante e ainda conseguem seguir referência como um sistema desacoplado, além de rejeitarem perturbação degrau. Apesar da perturbação em  $u_2$  aos 15 min ser da mesma amplitude que nos casos anteriores, a variação máxima nas saídas é maior por conta principalmente do atraso de transporte. Essa amplitude máxima foi pouco afetada pelo filtro aplicado ao erro de predição, uma vez que sem ruído sua diferença com e sem a presença do filtro é menor que 0,15 cm. No entanto, o filtro aumentou em até 2 min o tempo de rejeição da perturbação em  $y_1$ . Notou-se também que foi possível usar um  $\sigma$  menor sem que o desacoplamento fosse visivelmente afetado, o que não seria o caso se não houvesse ruído.

## 5. CONCLUSÃO

Este artigo propôs uma técnica para desacoplamento das saídas em sistemas MIMO, por meio de MPC com uma função custo dinâmica. A técnica foi avaliada usando três controladores diferentes em uma planta não linear simulada: um MPC linear; um MPC não linear com modelo ideal; e um MPC não linear com RNA (modelo não ideal).

Nos resultados pôde-se ver que o método apresenta bom desempenho com os três controladores, mostrando que ele funciona em plantas não lineares e sem precisar medir ou estimar estados internos. Mostrou-se também que o desacoplamento pela função custo dinâmica funciona em plantas com atraso de transporte e na presença de ruído de medição. Somente o GPC apresentou problemas ao operar longe do ponto de linearização. Contudo, isso não é um problema do método em si, mas do modelo utilizado que não mais representava bem a dinâmica do processo não linear.

Ainda dentro dessa área de desacoplamento das saídas por MPC com função custo dinâmica, sugere-se para trabalhos futuros:

- apresentar um controlador que incorpore algum algoritmo para detecção de perturbações externas;
- estudar os efeitos causados por diferentes tipos de erro de modelagem, em especial erro no atraso de transporte;
- comparar seu desempenho com controladores MPC usando técnicas clássicas de desacoplamento, com modelo não ideal;
- realizar uma análise aprofundada da robustez do sistema em função do parâmetro  $\sigma$ .

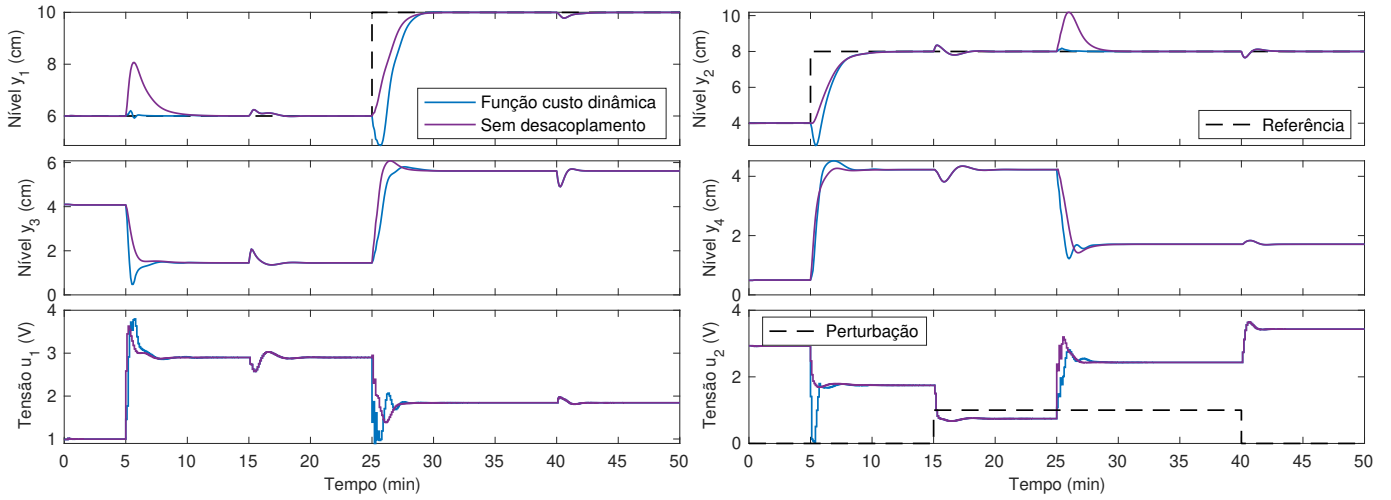


Figura 6. Ensaio em malha fechada usando PN MPC sem desacoplamento e usando PN MPC com função custo dinâmica (proposto).

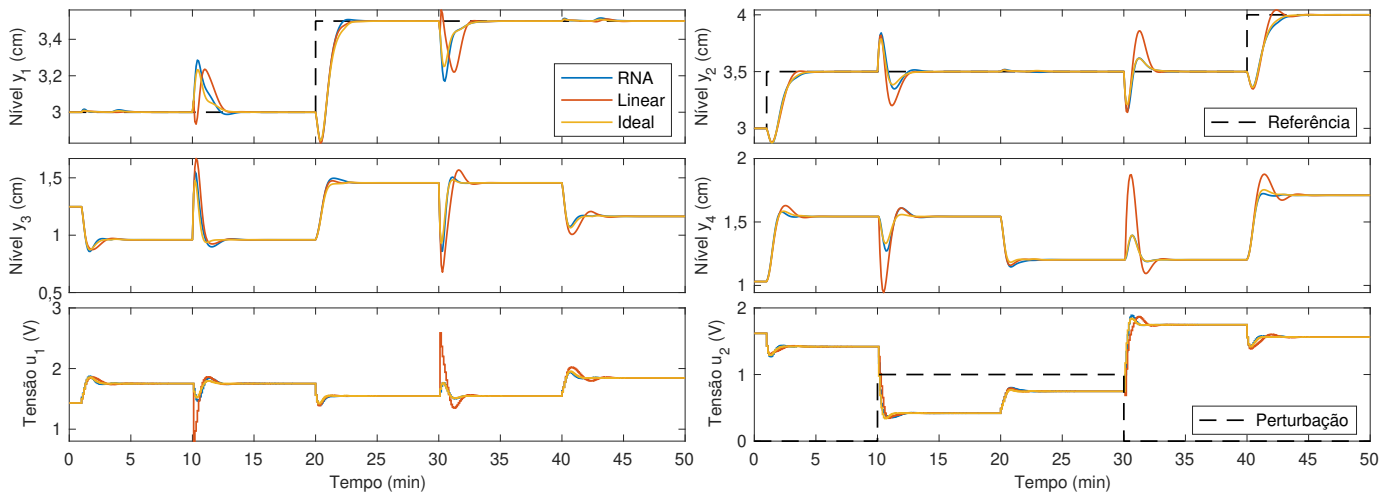


Figura 7. Ensaio em malha fechada ao redor do ponto de linearização do modelo (GPC possui comportamento semelhante ao das estratégias não lineares).

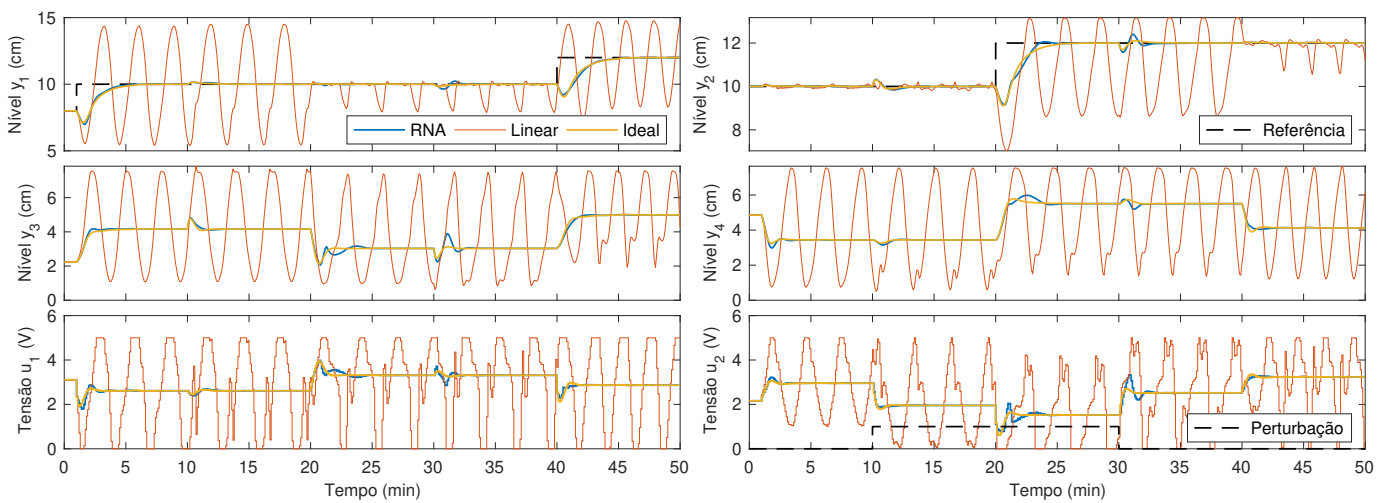


Figura 8. Ensaio em malha fechada longe do ponto de linearização do modelo (mostrando o problema do GPC em planta não linear).

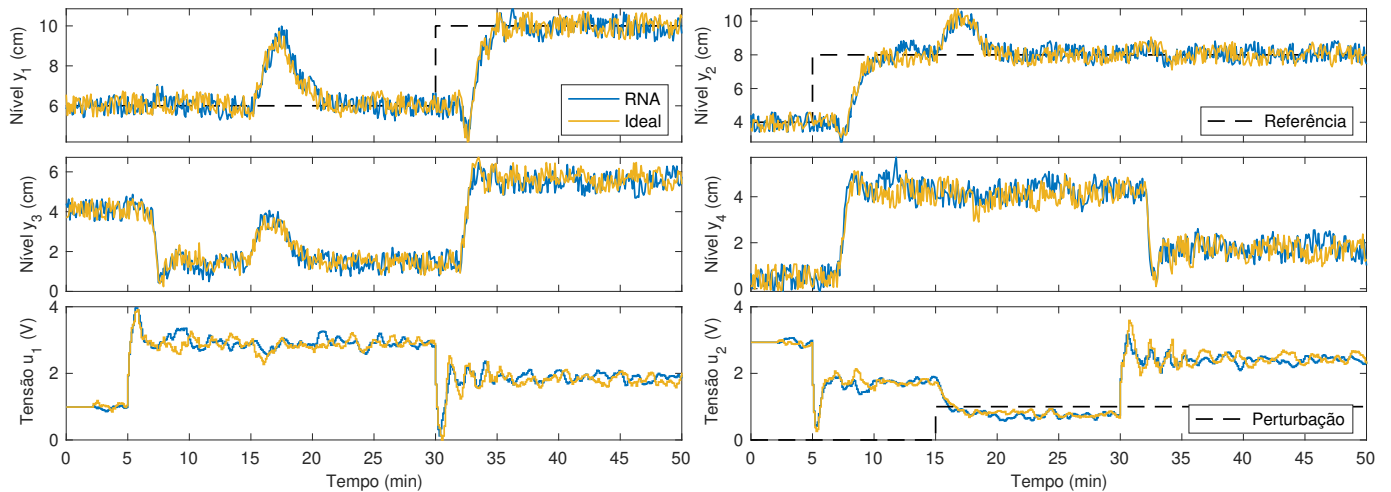


Figura 9. Ensaio em malha fechada para planta com ruído e atraso de transporte.

## REFERÊNCIAS

- Bansode, P. e Jadhav, S.P. (2015). Decoupling based predictive control analysis of a continuous stirred tank reactor. *2015 International Conference on Industrial Instrumentation and Control (ICIC)*, 816–820.
- Bego, O., Peric, N., e Petrovic, I. (2000). Decoupling multivariable GPC with reference observation. *2000 10th Mediterranean Electrotechnical Conference. Information Technology and Electrotechnology for the Mediterranean Countries. Proceedings. MeleCon 2000 (Cat. No.00CH37099)*, volume 2, 819–822.
- Camacho, E.F. e Bordons, C. (2007). *Model predictive control*. Advanced Textbooks in Control and Signal Processing. Springer-Verlag London.
- Chai, T., Mao, K., e Qin, X. (1994). Decoupling design of multivariable generalised predictive control. *IEE Proceedings - Control Theory and Applications*, 141(3), 197–201.
- Chavan, A.D., Gundecha, A.D., Mahapatro, K.A., e Suryawanshi, P.V. (2019). State and disturbance observer for robust motion control. *2019 4th International Conference on Recent Trends on Electronics, Information, Communication Technology (RTEICT)*, 1252–1256.
- Dangui, H.A.S., Flesch, R.C.C., e Schwedersky, B.B. (2018). Practical guidelines for tuning model-based predictive controllers for refrigerant compressor test rigs. *24th International Compressor Engineering Conference at Purdue*.
- de Barros, A.H.V. e Gonçalves, E.N. (2018). Síntese de controlador PI robusto multivariável com preditor de Smith filtrado através de método de otimização evolutivo. *XXII Congresso Brasileiro de Automática*.
- Demirci, M. e Gokasan, M. (2011). MIMO disturbance observer for input-output decoupling with application to 4WAS vehicles. *2011 IEEE International Conference on Mechatronics*, 90–95.
- Germani, A., Manes, C., e Pepe, P. (1998). Linearization and decoupling of nonlinear delay systems. *Proceedings of the 1998 American Control Conference. ACC (IEEE Cat. No.98CH36207)*, volume 3, 1948–1952.
- Giraldo, S.A.C., Flesch, R.C.C., Normey-Rico, J.E., e Sejas, M.Z.P. (2018). A method for designing decoupled filtered Smith predictor for square MIMO systems with multiple time delays. *IEEE Transactions on Industry Applications*, 54(6), 6439–6449.
- Jiang, Y., Yang, N., Yao, Q., Wu, Z., e Jin, W. (2019). Real-time moisture control in sintering process using offline–online NARX neural networks. *Neurocomputing*.
- Johansson, K.H. (2000). The quadruple-tank process: A multivariable laboratory process with an adjustable zero. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, 8, 456–465.
- Kurilla, J. (2017). Temperature control of multidimensional system using decoupled MPC controllers. *2017 21st International Conference on Process Control (PC)*, 351–357.
- Lee, J., Kim, D.H., e Edgar, T.F. (2005). Static decouplers for control of multivariable processes. *AIChE Journal*, 51(10), 2712–2720.
- Luyben, W.L. (1970). Distillation decoupling. *AIChE Journal*, 16(2), 198–203.
- Pourmohammad, S. e Yazdizadeh, A. (2008). Adaptive decoupling control of the quadruple-tank system. *International Conference on Control, Automation and Systems 2008*.
- Qin, X., Zhu, K., e Chai, T. (1996). Robust adaptive decoupling design for generalized predictive control with neural network. *Proceedings of 35th IEEE Conference on Decision and Control*, volume 3, 2426–2431.
- Wade, H.L. (1997). Inverted decoupling: a neglected technique. *ISA Transactions*, 36(1), 3–10.
- Yang, B.P. e Plucenio, A. (2016). Practical non-linear model predictive control PNMP: Algorithm implementations. *XXI Congresso Brasileiro de Automática*, 1186–1192.
- Zermani, M.A., Feki, E., e Mami, A. (2013). GPC multivariable control applied to temperature and humidity neonate incubators. *2013 International Conference on Electrical Engineering and Software Applications*, 1–6.