

CONVERGÊNCIA E COBERTURA DE CURVAS POR SISTEMAS MULTI-ROBÔS

RAFAEL P. BRITO*, BRUNO V. ADORNO†, LUCIANO C. A. PIMENTA‡

**Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica - Universidade Federal de Minas Gerais
Av. Antônio Carlos 6627, Belo Horizonte, MG 31270-010 Brasil*

†*Departamento de Engenharia Elétrica - Universidade Federal de Minas Gerais
Av. Antônio Carlos 6627, 31270-901
Belo Horizonte, MG, Brazil*

‡*Departamento de Engenharia Eletrônica - Universidade Federal de Minas Gerais
Av. Antônio Carlos 6627, 31270-901
Belo Horizonte, MG, Brazil*

Emails: britoprafael@gmail.com, adorno@ufmg.br, lucpim@cpdee.ufmg.br

Abstract— This paper deals with the problems of convergence and coverage of multiple robots in a generic 1-dimensional curve. More specifically, the goal is to design distributed control laws to make a multiagent system converge and distribute itself optimally along the curve. This problem is solved with the use of artificial vector fields for convergence to the curve and Voronoi partitions for the control of the coverage of the multiagent system. Moreover, when considering the presence of an obstacle, robots are able to create auxiliary curves in order to dodge it. The presented methodology is evaluated in simulation, in which four holonomic mobile robots converge to a curve and distribute themselves in it, avoiding collisions with known obstacles. The results graphically show the convergence and distribution of the agents in the curve.

Keywords— Mobile robots, vector fields, motion control, coverage control, Voronoi partitions.

Resumo— Este artigo trata os problemas de convergência e cobertura de múltiplos robôs em uma curva genérica unidimensional. Mais especificamente, o objetivo é projetar leis de controle distribuídas para fazer com que um sistema multiagente convirja e se distribua de maneira ótima sobre a curva. Este problema é resolvido com a utilização de campos vetoriais artificiais para convergência para curva e partições de Voronoi para o controle de cobertura do sistema multiagente. Além disso, ao considerar a presença de um obstáculo, os robôs são capazes de criar curvas auxiliares para desviarem-se dele. A metodologia apresentada é avaliada em uma simulação, na qual quatro robôs móveis holonômicos convergem para uma curva e se distribuem nela, evitando colisões com obstáculos conhecidos. Os resultados mostram graficamente a convergência e a distribuição dos agentes na curva.

Palavras-chave— Robôs móveis, campos vetoriais, controle de movimento, controle de cobertura, partições de Voronoi.

1 Introdução

Sistemas multiagentes têm atraído bastante atenção por serem capazes de executar diferentes tipos de tarefas, como manipulação distribuída, segurança de perímetros e transporte de objetos, por meio da utilização de agentes simples.

Dentre os problemas de controle de sistemas multiagentes, destaca-se o problema de formação, que busca fazer com que os agentes formem um determinado padrão geométrico por meio de leis de controle distribuídas, que são baseadas em interações locais (i.e., interações com vizinhos), com ou sem uma referência no grupo (líder). Este problema pode ser resolvido por várias abordagens, incluindo a líder-seguidor (Tang et al. 2012), aquelas baseadas em comportamento (Lawton et al. 2003), abordagens envolvendo funções de potencial (Olfati-Saber 2006) e métodos baseados em Lyapunov (Liu et al. 2003).

Neste contexto, este artigo apresenta uma metodologia para resolver um problema de controle de formação aplicável a várias tarefas. Este problema pode ser dividido inicialmente em dois sub-problemas: 1) problema de convergência para uma

curva e 2) problema de distribuição na mesma.

O problema de convergência para curvas é um caso particular do problema clássico de geração de padrões, que trata da convergência do sistema multiagente para um padrão geométrico estático (Goncalves et al. 2010). Este problema pode ser resolvido de várias formas. Mong-ying A. Hsieh & Kumar (2006) e Goncalves et al. (2010) utilizaram campos vetoriais de atração para guiar os agentes ao padrão desejado. Já Lili Wang et al. (2012) utilizaram o laplaciano complexo e a representação algébrica por grafos para projetar um sistema multiagente capaz de alcançar formação de um padrão geométrico estacionário.

Uma vez que o sistema multiagente converge para a curva desejada, o problema de distribuição na mesma pode ser resolvido utilizando Diagramas de Voronoi num contexto de otimização locacional (Cortés et al. 2004). Esta é uma solução distribuída, no sentido em que cada agente depende somente de informações de seus vizinhos, onde cada robô deve minimizar um funcional de custo que quantifica a distribuição do sistema sobre o padrão desejado (Alitappeh & Pimenta 2016). Cortés et al. (2004) utilizaram algoritmos de gra-

diente descendente para uma classe de funções de cobertura ótima aplicados a sensores móveis idênticos, alcançando um comportamento adaptativo e distribuído dos agentes. Além disso, analisaram as propriedades de convergência em tempos discreto e contínuo e estenderam o algoritmo para o tratamento de veículos com dinâmica passiva, descrevendo funções de densidade que guiam o sistema para padrões geométricos predeterminados. Pimenta et al. (2008) estenderam o método considerando o problema de distribuição incorporando heterogeneidade no sistema multiagente, possibilitando a utilização de diferentes tipos de sensores e ambientes não convexos. Durham et al. (2012) propuseram algoritmos distribuídos para resolver o problema de cobertura em ambientes não convexos, representados por grafos, utilizando uma regra de particionamento para atualizar as partições quando dois robôs se encontram. Alitappeh & Pimenta (2016) utilizaram um problema de otimização restrita com restrições de desigualdade e igualdade, baseado no Diagrama de Voronoi Generalizado, para garantir a implantação e movimentação dos robôs por caminhos seguros no ambiente (i.e., garantindo ausência de obstáculos). Por fim, Javanmard Alitappeh et al. (2017) resolveram o problema de cobertura para ambientes que podem ser representados por mapas topológicos, transformando o problema original em um problema unidimensional simplificado.

Além disso, no contexto de sistemas multiagentes é comum encontrar trabalhos que visam a segurança dos robôs através do evitamento de colisões com obstáculos no ambiente. Assim, este artigo também apresenta uma metodologia para o desvio de obstáculos que estão sobre a curva, garantindo ainda a cobertura ótima da mesma.

A principal vantagem da metodologia apresentada neste artigo, quando comparada a outras encontradas na literatura, é a flexibilidade ao gerar padrões desejados, que podem ser qualquer curva fechada, ao passo que outras abordagens possuem restrições rígidas para a formação (Esin et al. 2008). Além disso, a metodologia de controle distribuído apresentada possui escalabilidade, podendo tratar grupos de tamanhos arbitrários e ainda permite criar padrões de formação na curva com distribuições não uniformes dos agentes. Isto é útil em tarefas de manipulação que requerem uma distribuição inicial dos agentes sobre o objeto a ser manipulado. Outros pontos importantes são a robustez a falhas de agentes e a adição de novos agentes durante uma determinada tarefa, dado que cada robô só precisa da informação de localização dos seus vizinhos, que podem variar caso necessário.

Este artigo está organizado da seguinte forma: na Seção 2 é feita a definição do problema; na Seção 3 são apresentadas as soluções dos subproblemas que compõem o problema principal;

na Seção 4 apresentam-se os resultados das simulações realizadas e, por último, a Seção 5 conclui o artigo.

2 Definição do problema

Considere um sistema composto por k robôs móveis que se movem em \mathbb{R}^3 , com coordenadas generalizadas dadas pelas suas respectivas coordenadas Cartesianas (x, y, z) , e modelados como integradores simples:

$$\dot{\mathbf{q}}_i \triangleq \mathbf{u}_i, i = 1, 2, \dots, k, \quad (1)$$

onde \mathbf{u}_i é a entrada de controle do agente i e o vetor de coordenadas generalizadas $\mathbf{q}_i = (x_i, y_i, z_i)$ está contido no espaço de configurações $\mathcal{C} = \mathbb{R}^3$ com obstáculos conhecidos.

Seja uma curva alvo \mathcal{T} , invariante no tempo e unidimensional, definida através da interseção de duas superfícies de codimensão 1 (Goncalves et al. 2010), este artigo trata o seguinte problema:

Problema 1 *Dada a curva fechada \mathcal{T} , invariante no tempo e unidimensional, deve-se definir um campo vetorial normal à curva e invariante no tempo que guie cada agente i assintoticamente para \mathcal{T} . Além disso, deve-se definir uma lei de controle tangente à curva que distribua os agentes de tal forma que realizem a cobertura ótima de um padrão pré-determinado. Por fim, dado um conjunto de obstáculos conhecidos na curva, cada agente deve ser capaz de desviar dos mesmos, enquanto executa a tarefa de cobertura.*

3 Metodologia

O Problema 1 pode ser decomposto em: 1) Problema de convergência para a curva, 2) Problema de cobertura da curva e 3) Desvio de obstáculos. Cada subproblema é tratado separadamente e, ao final da seção, apresenta-se um algoritmo de controle distribuído que resolve o problema geral.

3.1 Convergência para a curva

Considere a curva \mathcal{T} como sendo um conjunto de pontos definidos através da interseção de duas superfícies apropriadas $\alpha_1(\mathbf{q}) = 0$ e $\alpha_2(\mathbf{q}) = 0$, onde $\mathbf{q} \triangleq (x, y, z)$, com derivadas de segunda ordem limitadas (Goncalves et al. 2010), ou seja,

$$\mathcal{T} \triangleq \{\mathbf{q} \in \mathbb{R}^3 : (\alpha_1(\mathbf{q}) = 0) \text{ e } (\alpha_2(\mathbf{q}) = 0)\}.$$

Definindo-se uma função diferenciável e definida positiva $F_c : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$, tal que $F_c(\alpha_1, \alpha_2)$, tem-se que $F_c(\alpha_1, \alpha_2) = 0$ se e somente se $\alpha_1 = \alpha_2 = 0$. Consequentemente, se $F_c \rightarrow 0$ é possível garantir convergência para a curva caso as condições¹

¹Uma condição importante é garantir que o conjunto \mathcal{U} , que é formado pelos pontos \mathbf{q} tais que $\nabla\alpha_1(\mathbf{q})$ e $\nabla\alpha_2(\mathbf{q})$ são linearmente dependentes, seja repulsivo. Além disso, é preciso que $\mathcal{T} \cap \mathcal{U} = \emptyset$ (Goncalves et al. 2010).

apresentadas por Goncalves et al. (2010) sejam atendidas.

Considerando-se que \mathcal{T} é invariante no tempo, a derivada de F_c no tempo é dada por

$$\frac{dF_c}{dt} = \nabla F_c^T \dot{\mathbf{q}}, \quad (2)$$

onde ∇F_c é o gradiente de F_c com respeito a \mathbf{q} . Considerando (1) e (2), a lei de controle responsável por levar um agente i até o mínimo de F_c é dada por (Goncalves et al. 2010)

$$\mathbf{u}_{ci} = -G_i \nabla F_c, \quad (3)$$

onde G_i é uma função escalar não negativa.

3.2 Distribuição na curva

Para que os robôs sejam distribuídos sobre a curva desejada, o presente trabalho utiliza o arcabouço desenvolvido por Cortés et al. (2004) e Pimenta et al. (2008), que é baseado em otimização locacional no contexto de cobertura ótima de regiões por múltiplos sensores móveis. Neste contexto, considere o conjunto de pontos que definem a curva \mathcal{T} como sendo o domínio que deve ser coberto, o vetor $\mathbf{Q} = [\mathbf{q}_1, \mathbf{q}_2, \dots, \mathbf{q}_k]^T$ que contém as configurações dos k agentes móveis do sistema, com $\mathbf{q}_i \in \mathcal{C}$, e um conjunto $W = \{W_1, W_2, \dots, W_k\}$ de regiões de \mathcal{T} tal que $I(W_l) \cap I(W_m) = \emptyset, \forall l \neq m$, onde $I(\cdot)$ representa o interior de uma determinada região e $\cup_{l=1}^k I(W_l) = \mathcal{T}$. A ideia básica proposta por Cortés et al. (2004) é fazer com que cada agente i realize a cobertura de sua respectiva região W_i , sendo responsável por atender eventos ocorridos apenas nesta região.

Antes de resolver o problema de distribuição ótima na curva, deve-se definir os conceitos de distância geodésica, regiões de Voronoi e vizinhança de um agente i .

Definição 1 (Geodésica) A distância geodésica d_g entre dois pontos quaisquer é definida como o tamanho do menor caminho entre estes dois pontos. No contexto deste trabalho, d_g fornece uma medida de custo do menor caminho contido inteiramente em \mathcal{T} , entre dois pontos quaisquer contidos em \mathcal{T} .

Definição 2 (Região de Voronoi) Dado o conjunto de pontos que representa a curva \mathcal{T} , imerso em \mathcal{C} , a região de Voronoi \mathcal{V}_i , associada ao robô i , é definida de acordo com a distância geodésica d_g como (Pimenta et al. 2008)

$$\mathcal{V}_i \triangleq \{\mathbf{p} \in \mathcal{T} : d_g(\mathbf{p}, \mathbf{q}_i) \leq d_g(\mathbf{p}, \mathbf{q}_j), \forall j \neq i\}. \quad (4)$$

Definição 3 (Vizinhança de i) Seja R o conjunto de robôs do sistema multiagente. Dado um

agente i , a vizinhança deste agente é definida como o conjunto de robôs que compartilham fronteiras de Voronoi com i , ou seja,

$$\mathcal{N}_i \triangleq \{j \in R : \partial \mathcal{V}_i \cap \partial \mathcal{V}_j \neq \emptyset\},$$

onde $\partial \mathcal{V}_i$ e $\partial \mathcal{V}_j$ são as fronteiras de Voronoi dos agentes i e j respectivamente (Pimenta et al. 2008).

Assumindo \mathcal{T} uma curva fechada e considerando que todos os robôs têm conhecimento de uma função densidade de distribuição $\phi : \mathcal{T} \rightarrow [0, \infty)$, que fornece indicação da prioridade de cobertura de diferentes regiões e permite a realização de distribuições não uniformes, o problema de cobertura ótima é resolvido fazendo com que o conjunto de regiões W corresponda ao conjunto de regiões de Voronoi \mathcal{V} . Para tanto, o problema de distribuição é convertido em um problema de cobertura ótima e se traduz em minimizar um funcional $\mathcal{H} : Q \times \mathcal{V} \rightarrow [0, \infty)$ tal que (Pimenta et al. 2008)

$$\mathcal{H}(Q, \mathcal{V}) = \sum_{i=1}^k \mathcal{H}(\mathbf{q}_i, \mathcal{V}_i) \quad (5)$$

$$= \sum_{i=1}^k \int_{\mathcal{V}_i} d_g(\mathbf{q}_i, \mathbf{p})^2 \phi(\mathbf{p}) d\mathbf{p}. \quad (6)$$

A lei de controle distribuída que minimiza \mathcal{H} em (6) é dada por (Pimenta et al. 2008)

$$\mathbf{u}_{di} = -k_u \frac{\partial \mathcal{H}}{\partial \mathbf{q}_i} \quad (7)$$

$$= 2k_u \int_{\mathcal{V}_i} d_g(\mathbf{q}_i, \mathbf{p}) \phi(\mathbf{p}) \mathbf{z}_{\mathbf{q}_i, \mathbf{p}} d\mathbf{p}, \quad (8)$$

onde k_u é um ganho escalar positivo e $\mathbf{z}_{\mathbf{q}_i, \mathbf{p}}$ é um vetor unitário tangente à \mathcal{T} , direcionado ao longo do primeiro segmento do menor caminho entre \mathbf{q}_i e \mathbf{p} , cuja definição é dada a seguir.

Definição 4 (Vetor $\mathbf{z}_{\mathbf{q}_i, \mathbf{p}}$) Dada a configuração \mathbf{q}_i do i -ésimo agente e o conjunto

$$\mathcal{T}^* \triangleq \{\mathbf{p} \in \mathcal{T} : d_g(\mathbf{q}_i, \mathbf{p}) \neq 0\},$$

se $\mathbf{p} \in \mathcal{T}^*$ é um ponto onde o gradiente $\nabla_{\mathbf{q}_i} d_g(\mathbf{q}_i, \mathbf{p})$ existe, então $\mathbf{z}_{\mathbf{q}_i, \mathbf{p}}$ é dado por (Pimenta et al. 2008)

$$\mathbf{z}_{\mathbf{q}_i, \mathbf{p}} = -\frac{\partial d_g}{\partial \mathbf{q}_i}. \quad (9)$$

Objetivando formalizar os resultados dos subproblemas definidos até agora, considere um espaço de configurações $\mathcal{C} = \mathbb{R}^3$ e desconsidere a existência de possíveis obstáculos em \mathcal{T} . Assim, os dois primeiros subproblemas podem ser traduzidos em um problema de otimização locacional com restrições:

$$\begin{aligned} \min_{\mathcal{Q}} \quad & \mathcal{H}(\mathcal{Q}, \mathcal{V}) \\ \text{sujeito a} \quad & \mathbf{q}_i \in \mathcal{T}, \forall i. \end{aligned} \quad (10)$$

A partir das leis de controle (3) e (8) que garantem convergência para curva e distribuição do sistema multiagente sobre a mesma, respectivamente, a lei de controle distribuída que minimiza $\mathcal{H}(\mathcal{Q}, \mathcal{V})$ em (10) é dada por

$$\begin{aligned} \mathbf{u}_i &\triangleq \mathbf{u}_{ci} + \mathbf{u}_{di} \\ &= -G_i \nabla F_c + 2k_u \int_{\mathcal{V}_i} d_g(\mathbf{q}_i, \mathbf{p}) \phi(\mathbf{p}) \mathbf{z}_{\mathbf{q}_i, \mathbf{p}} d\mathbf{p}. \end{aligned} \quad (11)$$

Uma vez que a convergência para a curva possui prova de estabilidade assintótica (Goncalves et al. 2010) e o termo de distribuição é dado por uma lei de controle que proporciona um movimento tangente à curva, com convergência garantida desde que as condições de Karush-Kuhn-Tucker de primeira ordem sejam satisfeitas (Pimenta et al. 2008), a lei de controle (11) faz com que o sistema multiagente convirja assintoticamente para a curva e leve o funcional \mathcal{H} para um mínimo local do problema de distribuição. Note que os dois termos em (11) são ortogonais, por definição.

3.3 Desvio de obstáculos

No contexto de sistemas multiagentes, o desvio de obstáculos é um requisito importante para execução de tarefas no mundo real (e.g., aplicações em que ocorre interação com agentes humanos ou quando outros obstáculos não previstos encontram-se sobre a curva a ser coberta). Por este motivo, esta subseção apresenta uma maneira distribuída de fazer com que os agentes desviem de obstáculos conhecidos sobre a curva \mathcal{T} , mantendo sua distribuição ótima.

Dado um conjunto de pontos $\mathcal{O} \in \mathcal{T}$ que define uma região proibida que envolve um determinado obstáculo, a ideia chave é fornecer aos robôs a capacidade de criação de campos vetoriais de convergência e circulação, como apresentado por Goncalves et al. (2010), para uma curva auxiliar previamente definida, tal que determinado agente i desvie de \mathcal{O} para alcançar seu objetivo de cobertura, caso esta ação seja necessária.

Para isso, considere uma curva auxiliar \mathcal{T}_{aux} , imersa em \mathcal{C} , invariante no tempo e unidimensional, definida através da interseção de duas superfícies $\beta_1(x, y, z) = 0$ e $\beta_2(x, y, z) = 0$ (Goncalves et al. 2010). As superfícies são definidas de tal maneira que \mathcal{T}_{aux} seja dada pela interseção de um plano genérico (e.g., o plano $\alpha(x, y, z) = z = 0$) e um polinômio apropriado.

O polinômio é obtido a partir de m restrições que garantem que \mathcal{T}_{aux} intercepte \mathcal{T} nos pontos inicial e final da manobra de desvio com, no

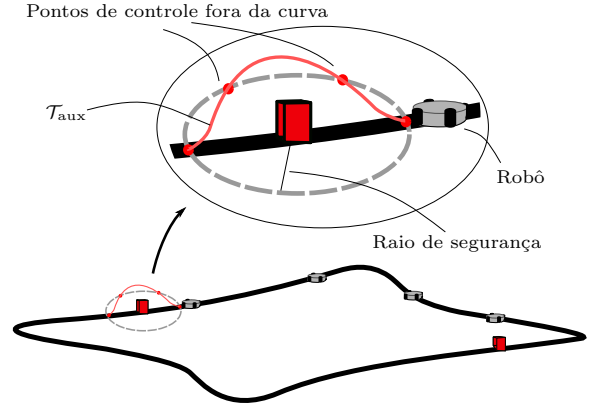


Figura 1: Especificação dos pontos de controle para a curva auxiliar.

mínimo, continuidade C^1 e que forneçam uma rota de desvio do obstáculo. Por exemplo, considere um polinômio de quinta ordem que utiliza as posições dos pontos de saída e de retorno da curva \mathcal{T} , juntamente com suas respectivas derivadas de primeira ordem, como restrições. Escolhendo mais dois pontos de controle apropriados, fora da curva \mathcal{T} , é possível garantir continuidade C^1 e o desvio de um dado obstáculo sobre a curva.

Os pontos de controle são obtidos através da definição de um raio de segurança do obstáculo. A partir do valor do raio é possível traçar um círculo que envolva o obstáculo, do qual são extraídos os pontos de entrada e saída de \mathcal{T} e os dois outros pontos de controle apropriados. Para determinar o valor do raio, é escolhido um valor tal que os pontos de entrada e saída sejam suficientes para definir um polinômio que traça um caminho do ponto de saída ao ponto de retorno de \mathcal{T} , evitando colisões com o obstáculo. A figura 1 ilustra a especificação dos pontos de controle para um polinômio de quinta ordem.

Conhecendo as funções $\beta_1(x, y, z)$ e $\beta_2(x, y, z)$, e seguindo o mesmo procedimento do problema de convergência para a curva \mathcal{T} , define-se dois campos vetoriais: 1) campo vetorial de convergência para a curva \mathcal{T}_{aux} e 2) campo vetorial de circulação da curva \mathcal{T}_{aux} , responsável por guiar o agente ao longo da curva auxiliar. Assim, definindo-se uma função diferenciável e definida-positiva $F_{c_aux} : \mathbb{R} \times \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, tal que $F_{c_aux} \triangleq F_{c_aux}(\beta_1, \beta_2)$, a lei de controle que leva o agente i de um ponto de saída até um ponto de retorno para \mathcal{T} , por uma curva \mathcal{T}_{aux} , é dada por (Goncalves et al. 2010)

$$\mathbf{u}_{ai} = -G_i \nabla F_{c_aux} + \mathbf{R}_{aux}, \quad (12)$$

onde \mathbf{R}_{aux} é o termo de circulação da curva dado por (Goncalves et al. 2010)

$$\mathbf{R}_{aux} = h_i [\nabla \beta_1 \times \nabla \beta_2],$$

em que h_i é um ganho escalar não negativo e $\nabla \beta_1 \times \nabla \beta_2$ é o produto vetorial de $\nabla \beta_1$ com $\nabla \beta_2$.

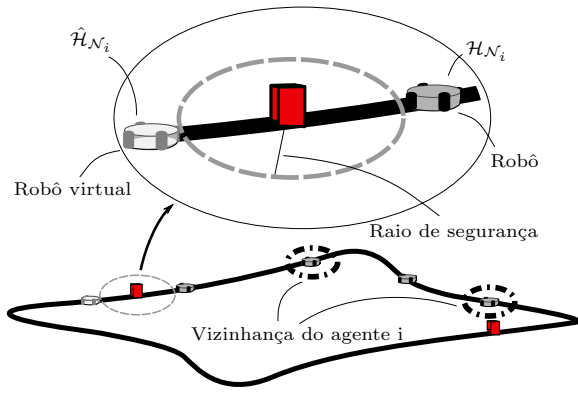


Figura 2: Escolha entre as fronteiras da região proibida.

Goncalves et al. (2010) apresentam a prova de estabilidade assintótica de um sistema dinâmico definido por (1) e (12).

Garantido que um agente i consiga desviar de um determinado obstáculo $\mathcal{O} \in \mathcal{T}$, este artigo propõe uma forma distribuída de cada agente decidir quando é desejável desviar de tal obstáculo, uma vez que podem existir situações onde o funcional $\mathcal{H}(Q, V)$ é minimizado quando um agente fica parado ao invés de desviar de um obstáculo. Para isso, o problema de otimização com restrições (10) é modificado:

$$\begin{aligned} \min_Q \quad & \mathcal{H}(Q, V) \\ \text{sujeito a} \quad & \mathbf{q}_i \in \mathcal{T}, \forall i \\ & \mathbf{q}_i \notin \mathcal{O}, \forall i. \end{aligned} \quad (13)$$

Uma vez que as condições de Karush-Kuhn-Tucker de primeira ordem sejam satisfeitas, é possível que o sistema caia em um mínimo local para casos em que os gradientes das restrições se equilibrem com o gradiente de \mathcal{H} (i.e., o agente pare exatamente na fronteira de \mathcal{O}). Nessas situações, deve-se verificar se $\hat{\mathcal{H}}_{\mathcal{N}_i}(\mathcal{N}_i, V_{\mathcal{N}_i}) < \mathcal{H}_{\mathcal{N}_i}(\mathcal{N}_i, V_{\mathcal{N}_i})$, ou seja, se o custo $\hat{\mathcal{H}}_{\mathcal{N}_i}$, que é a parcela de \mathcal{H} referente ao conjunto de regiões de Voronoi da vizinhança do agente i , $V_{\mathcal{N}_i}$, relacionado a quando ele se encontra na outra fronteira de \mathcal{O} , é menor que a parcela do custo atual de \mathcal{H} referente a $V_{\mathcal{N}_i}$. Se o custo for menor, o agente i pode contornar o obstáculo. Os agentes contidos em \mathcal{N}_i consideram este agente como se ele já estivesse posicionado na outra fronteira de \mathcal{O} , por meio de um agente virtual, até que circulação de \mathcal{T}_{aux} seja concluída, o que pode ser caracterizado como uma predição da posição final do agente que desvia do obstáculo. A figura 2 mostra a situação em que a comparação entre os custos é realizada, onde os agentes que entram diretamente no cálculo (i.e., o conjunto $V_{\mathcal{N}_i}$) estão envolvidos em uma circunferência.

A solução para o problema de otimização com restrições (13) é apresentada na forma de um algoritmo de controle distribuído no Algoritmo 1.

Algoritmo 1 Algoritmo distribuído do agente i .

Entrada: $\mathbf{p}_i, \mathbf{p}_i^v, \alpha_1, \alpha_2, \mathcal{O}, \phi, \mathcal{T}, \mathcal{N}_i$

```

1:  $\mathbf{p}_i^v \leftarrow \text{null}$ 
2: enquanto ativo faça
3:   se  $\mathbf{p}_i^v \neq \text{null}$  então /* Indica que o agente recorre a
      uma curva auxiliar para desviar de um obstáculo */
4:      $\mathbf{p}_i^v, \mathbf{u}_i \leftarrow \text{curva\_auxiliar}(\mathbf{p}_i, \mathbf{p}_i^v)$ 
5:   senão
6:      $\mathbf{u}_{ci} \leftarrow -G_i \nabla F_c$  /* Eq. (3) */
7:      $\mathcal{P}_i \leftarrow$  informação de localização dos vizinhos
8:      $\mathbf{u}_{di} \leftarrow 2k_u \int_{V_i} d_g(\mathbf{q}_i, \mathbf{p}) \phi(\mathbf{p}) \mathbf{z}_{\mathbf{q}_i, \mathbf{p}} d\mathbf{p}$  /* Eq. (8) */
9:     se  $\mathbf{p}_i =$  fronteira de  $\mathcal{O}$  então
10:       $\mathbf{p}_i^v, \mathbf{u}_{ai} \leftarrow \text{verifica\_fronteiras}(\mathbf{p}_i, \mathbf{p}_i^v, \mathcal{O}, \mathcal{T}, \mathcal{P}_i, \mathcal{N}_i)$ 
11:       $\mathbf{u}_i \leftarrow \mathbf{u}_{ai}$ 
12:    senão
13:       $\mathbf{u}_i \leftarrow \mathbf{u}_{ci} + \mathbf{u}_{di}$ 
14:    fim se
15:  fim se
16:   $\dot{\mathbf{q}}_i = \mathbf{u}_i$  /* Envia sinal de controle para os controladores
      de baixo nível do robô */
17: fim enquanto

```

Algoritmo 2 verifica_fronteiras

Entrada: $\mathbf{p}_i, \mathbf{p}_i^v, \mathcal{O}, \mathcal{T}, \mathcal{P}_i, \mathcal{N}_i$

Saída: $\mathbf{p}_i^v, \mathbf{u}_{ai}$

```

1:  $\mathbf{p}_i^v \leftarrow$  recebe as coordenadas da outra fronteira de  $\mathcal{O}$ 
2:  $\mathcal{H}_{\mathcal{N}_i} \leftarrow$  recebe valor da parcela do funcional com  $\mathbf{p}_i$ 
3:  $\hat{\mathcal{H}}_{\mathcal{N}_i} \leftarrow$  recebe valor da parcela do funcional com  $\mathbf{p}_i^v$ 
4: se  $\hat{\mathcal{H}}_{\mathcal{N}_i} < \mathcal{H}_{\mathcal{N}_i}$  então
5:    $\mathbf{u}_{ai} \leftarrow -G_i \nabla F_{c\_aux} + R_{aux}$  /* Eq. (12) */
6: senão
7:    $\mathbf{u}_{ai} \leftarrow \mathbf{0}$ 
8:    $\mathbf{p}_i^v \leftarrow \text{null}$ 
9: fim se

```

Algoritmo 3 curva_auxiliar

Entrada: $\mathbf{p}_i, \mathbf{p}_i^v$

Saída: $\mathbf{p}_i^v, \mathbf{u}_{ai}$

```

1: se  $\mathbf{p}_i^v = \mathbf{p}_i$  então
2:    $\mathbf{p}_i^v \leftarrow \text{null}$ 
3: senão
4:    $\mathbf{u}_{ai} \leftarrow -G_i \nabla F_{c\_aux} + R_{aux}$  /* Eq. (12) */
5: fim se

```

O Algoritmo 1 recebe a posição atual do robô \mathbf{p}_i , a posição virtual \mathbf{p}_i^v , que indica que o robô está em uma curva auxiliar de desvio de obstáculos, as superfícies α_1 e α_2 , a região proibida \mathcal{O} , a função densidade de distribuição ϕ , o conjunto de pontos da curva \mathcal{T} e a informação dos robôs vizinhos \mathcal{N}_i . Além disso, o Algoritmo 1 é executado enquanto o robô estiver ativo, indicado pela variável **ativo** (linha 2).

Uma vez que esteja se movendo em uma curva auxiliar, o robô permanecerá nela até que seja alcançado o ponto de retorno para a curva principal, ou seja, $\mathbf{p}_i = \mathbf{p}_i^v$. Se o robô não se encontra em nenhuma curva auxiliar, são calculados: o campo

vetorial de convergência para a curva \mathbf{u}_{ci} (linha 6), as informações de localização dos vizinhos \mathcal{P}_i (linha 7), a lei de controle de distribuição na curva \mathbf{u}_{di} (linha 8) e a velocidade do robô que minimiza o problema de otimização $\dot{\mathbf{q}}_i$ (linha 16).

Se o robô alcança alguma fronteira da região proibida, calcula-se o valor do funcional para as duas fronteiras de \mathcal{O} . Caso a fronteira que o robô não se encontra minimize o problema, a lei de controle de convergência e circulação da curva auxiliar (\mathbf{u}_{ai}) é calculada através das funções `verifica_fronteras` (linha 5 do Algoritmo 2) e `curva_auxiliar` (linha 4 do Algoritmo 3), sendo aplicada ao robô até ele alcançar a próxima fronteira de \mathcal{O} . Por fim, se a outra fronteira não minimiza o problema ou a nova posição não é uma fronteira de \mathcal{O} , o robô se move com velocidade $\dot{\mathbf{q}}_i$ (linha 16), minimizando o problema de otimização com restrições (13).

É importante ressaltar que as regiões de Voronoi são atualizadas cada vez que a lei de controle de distribuição na curva é calculada (linha 8) e todos os cálculos podem ser realizados apenas com informações de localização dos vizinhos de cada agente.

4 Simulação e discussão dos resultados

Nesta seção, o Algoritmo 1 é validado mediante simulação de um sistema formado por quatro robôs móveis.

Dadas as funções

$$\alpha_1(x, y, z) = x^4 - 1.5x^2y^2 + y^4 - 1, \quad (14)$$

$$\alpha_2(x, y, z) = z, \quad (15)$$

cujas interseções define a curva \mathcal{T} , que é paralela ao plano xy , e escolhendo $F_c = \alpha_1^2 + \alpha_2^2$, obtém-se

$$\nabla F_c = \sum_{i=1}^2 \frac{\partial F_c}{\partial \alpha_i} \nabla \alpha_i = 2\alpha_1 \nabla \alpha_1 + 2\alpha_2 \nabla \alpha_2,$$

onde $\nabla \alpha_i$ é o gradiente de α_i com respeito a \mathbf{q} . Evidentemente, $\nabla F_c = \mathbf{0}$ apenas quando $\alpha_1 = \alpha_2 = 0$.

Seja $\mathbf{a} = [a_0 \ a_1 \ a_2 \ a_3 \ a_4 \ a_5]^T$, um vetor de coeficientes escalares de um polinômio de quinta ordem, obtido com a utilização de cinco pontos de controle baseados no conjunto \mathcal{O} e, dadas as funções

$$\begin{aligned} \beta_1(x, y, z) &= a_0 + a_1x + a_2x^2 + a_3x^3 \\ &\quad + a_4x^4 + a_5x^5 - y, \\ \beta_2(x, y, z) &= z, \end{aligned}$$

\mathcal{T}_{aux} é definida a partir da interseção de $\beta_1(x, y, z) = 0$ e $\beta_2(x, y, z) = 0$. Nesta simulação, os pontos de controle foram escolhidos de maneira que a curva \mathcal{T}_{aux} seja paralela ao plano xy (mais

especificamente, com $z = 0$), com garantia de continuidade C^1 nos pontos de saída e retorno para a curva \mathcal{T} e de passar por pontos que garantem um caminho seguro, evitando o conjunto região proibida \mathcal{O} . A partir de $\beta_1(x, y, z) = 0$, tem-se que $y(x) = \sum_{i=0}^5 a_i x^i$ e $y'(x) \triangleq dy/dx = \sum_{i=1}^5 i a_i x^{i-1}$. Logo, é possível encontrar a relação

$$\underbrace{\begin{bmatrix} 1 & x_s & x_s^2 & x_s^3 & x_s^4 & x_s^5 \\ 0 & 1 & 2x_s & 3x_s^2 & 4x_s^3 & 5x_s^4 \\ 1 & x_r & x_r^2 & x_r^3 & x_r^4 & x_r^5 \\ 0 & 1 & 2x_r & 3x_r^2 & 4x_r^3 & 5x_r^4 \\ 1 & x_u & x_u^2 & x_u^3 & x_u^4 & x_u^5 \\ 1 & x_d & x_d^2 & x_d^3 & x_d^4 & x_d^5 \end{bmatrix}}_M \mathbf{a} = \underbrace{\begin{bmatrix} y(x_s) \\ y'(x_s) \\ y(x_r) \\ y'(x_r) \\ y(x_u) \\ y(x_d) \end{bmatrix}}_\rho, \quad (16)$$

onde os subscritos s, r, u e d se referem aos pontos de saída da curva (primeira fronteira de \mathcal{O}), retorno para a curva (segunda fronteira de \mathcal{O}) e os dois pontos de controle fora da curva \mathcal{T} (mostrados na figura 1), respectivamente. Assim, o vetor de coeficientes escalares \mathbf{a} é dado por

$$\mathbf{a} = M^{-1} \rho.$$

Similarmente a ∇V_c , o gradiente $\nabla V_{c_{\text{aux}}}$ é zero apenas para $\beta_1 = \beta_2 = 0$.

Uma distinção importante, do ponto de vista de implementação, entre as abordagens de planejamento de movimentos de robôs refere-se a como o espaço de configurações do robô é armazenado na memória do computador e como isso faz correspondência com o mundo real. Este artigo utilizou a representação baseada em grade (Latombe 1991), pois o espaço de configurações é de baixa dimensionalidade e de topologia Euclidiana. A ideia é discretizar o espaço de configurações em uma grade regular, de onde são extraídas as informações de localização para as simulações. Essa abordagem requer atenção na escolha da resolução da grade, uma vez que os custos computacionais e de armazenamento crescem exponencialmente de acordo com a resolução da mesma (Kuffner 2004).

As figuras 3 e 4 mostram a simulação para $G_i = h_i = 1$, $\forall i$ e condições iniciais $\mathbf{q}_1 = [0 \ 0.5 \ 0]^T$, $\mathbf{q}_2 = [0.65 \ 0.65 \ 0]^T$, $\mathbf{q}_3 = [0.7 \ 0.3 \ 0]^T$ e $\mathbf{q}_4 = [1 \ -1.5 \ 0]^T$, e as trajetórias percorridas pelos robôs. Além disso, dois obstáculos foram definidos em posições estratégicas, tais que seja necessário recorrências às manobras de desvio de obstáculos. A função densidade de distribuição ϕ escolhida é a função escalar uniforme $\phi = 1$.

A figura 3a mostra o sistema em sua configuração inicial. Enquanto o sistema evolui para um mínimo de \mathcal{H} , um dos agentes encontra um mínimo local na fronteira de um obstáculo, como mostrado na figura 3b. Esse robô verifica a necessidade de alcançar a outra fronteira da região \mathcal{O} e converge para a curva auxiliar \mathcal{T}_{aux} , representada

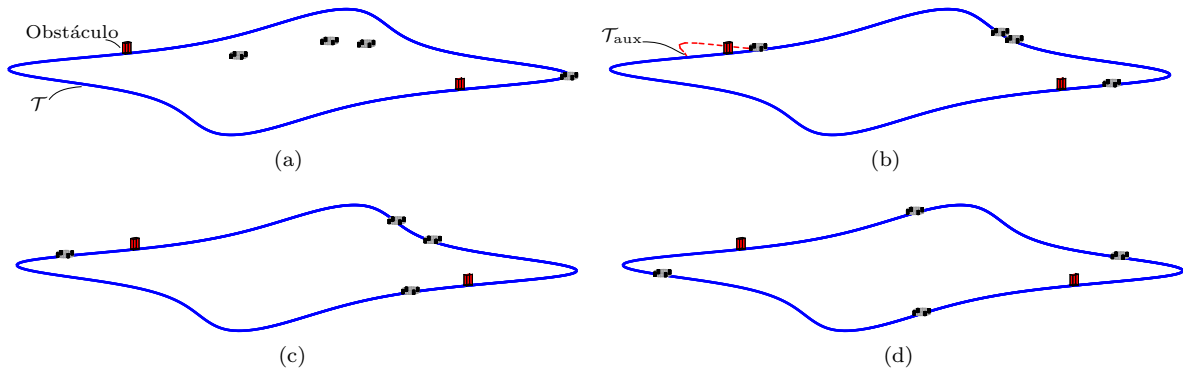


Figura 3: Evolução da simulação de convergência e distribuição de quatro robôs móveis sobre a curva definida a partir da interseção das superfícies (14) e (15).

pela curva pontilhada. Na figura 3c, os robôs que realizaram a manobra de desvio de obstáculos retornam para a curva \mathcal{T} e o sistema converge para um mínimo de \mathcal{H} , conforme mostrado na figura 3d. A figura 4 mostra a vista de topo da curva e as trajetórias percorridas pelos robôs.

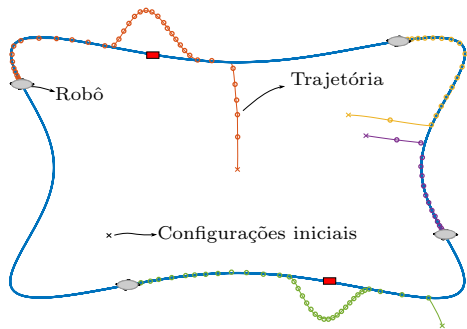


Figura 4: Trajetórias percorridas pelos robôs.

As figuras 5 e 6 mostram a convergência de F_c e o decaimento do funcional \mathcal{H} , respectivamente. O resultado mostrado na figura 5 indica que $F_c \rightarrow 0$ quando $t \rightarrow \infty$, evidenciando que o sistema converge para \mathcal{T} . No mesmo contexto, o resultado mostrado na figura 6 aponta que o sistema alcança o mínimo da função objetivo dada por (13). É importante ressaltar que o decaimento do funcional \mathcal{H} depende diretamente da resolução da grade utilizada e neste caso a lei de controle (6) não garante convergência assintótica. Além disso, a taxa de convergência dos agentes para a curva desejada é dada por suas respectivas funções escalares G_i , onde altos valores são indesejáveis para aplicações práticas por resultarem em convergências mais abruptas (Goncalves et al. 2010).

5 Conclusão

Este artigo resolve um problema de formação de padrões utilizando curvas implícitas, campos vetoriais artificiais e métodos baseados em otimização locacional. Foram tratados os subproblemas de convergência para a curva, de cobertura da mesma

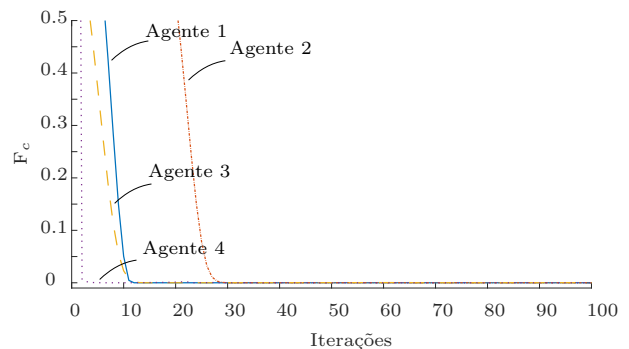


Figura 5: Evolução da função potencial da simulação.

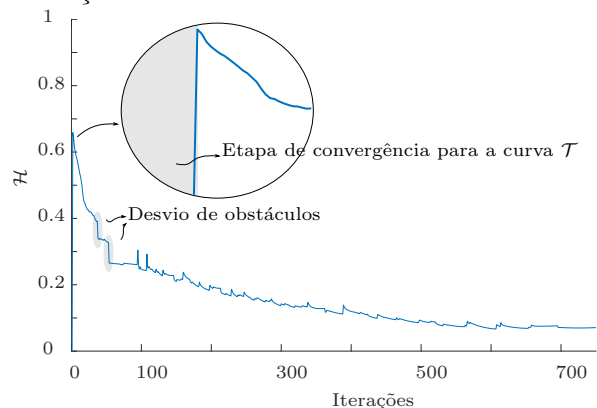


Figura 6: Evolução do funcional \mathcal{H} da simulação.

e desvio de obstáculos que eventualmente podem se encontrar sobre ela.

O primeiro subproblema foi resolvido utilizando o arcabouço desenvolvido por Goncalves et al. (2010), que trata da convergência para uma curva embutida em um espaço de dimensão n utilizando campos vetoriais artificiais que guiam os robôs até o padrão. Neste artigo, o problema foi especializado para um espaço de configurações de três dimensões e o controlador desenvolvido possui prova de convergência assintótica dos agentes para a curva unidimensional desejada.

O subproblema de cobertura da curva foi resolvido utilizando uma abordagem baseada em otimização locacional, no sentido de cobertura ótima de regiões por múltiplos sensores móveis,

desenvolvida por Cortés et al. (2004) e Pimenta et al. (2008). Neste contexto, o problema de otimização deste artigo é resolvido utilizando diagramas de Voronoi em uma lei de controle que garante o decaimento de um funcional, que por sua vez define uma medida de desempenho da distribuição, garantindo convergência para um mínimo do problema de otimização desde que as condições de Karush-Kuhn-Tucker de primeira ordem sejam satisfeitas.

Foi apresentado também um algoritmo que resolve o problema completo, que inclui o subproblema de desvio de obstáculos. Neste sentido, além do campo vetorial de convergência e a lei de controle de distribuição na curva, cada agente i é capaz de utilizar campos vetoriais normal (para convergência à curva) e tangente (para circulação da curva) relacionados a uma curva auxiliar invariante no tempo, unidimensional e contida no espaço de configurações \mathcal{C} , que guia o agente, evitando colisões, até um ponto de cobertura ótima da curva original, caso tal manobra seja necessária.

A metodologia apresentada foi validada mediante simulação, utilizando um sistema composto por robôs móveis holonômicos e obstáculos conhecidos sobre o padrão de formação. Trabalhos futuros envolvem aplicações em agentes com modelos cinemáticos mais complexos (e.g., robôs móveis não holonômicos), a interação de agentes humanos e a não necessidade do conhecimento prévio dos obstáculos sobre a curva.

Agradecimentos

Este trabalho foi apoiado pelas agências brasileiras CAPES, CNPq e FAPEMIG, e pelo programa INCT por meio do financiamento CNPq 465755/2014-3.

Referências

- Alitappeh, R. J. & Pimenta, L. C. A. (2016), Distributed Safe Deployment of Networked Robots, in 'The 12th International Symposium on Distributed Autonomous Robotic Systems', number Dars, pp. 65–77.
- Cortés, J., Martínez, S., Karatas, T., Bullo, F. & Member, S. (2004), 'Coverage Control for Mobile Sensing Networks', *IEEE Transactions on Robotics and Automation* **20**(2), 243–255.
- Durham, J. W., Carli, R., Frasca, P. & Bullo, F. (2012), 'Discrete partitioning and coverage control for gossiping robots', *IEEE Transactions on Robotics* **28**(2), 364–378.
- Esin, Y. H., Unel, M. & Yildiz, M. (2008), Formation Control of Multiple Robots Using Parametric and Implicit Representations, in D.-S. Huang, D. C. Wunsch, D. S. Levine & K.-H. Jo, eds, 'Advanced Intelligent Computing Theories and Applications. With Aspects of Artificial Intelligence', Vol. 5227 of *Lecture Notes in Computer Science*, Springer Berlin Heidelberg, Berlin, Heidelberg, pp. 558–565.
- Goncalves, V. M., Pimenta, L. C. A., Maia, C. A., Dutra, B. C. O. & Pereira, G. A. S. (2010), 'Vector fields for robot navigation along time-varying curves in n-dimensions', *IEEE Transactions on Robotics* **26**(4), 647–659.
- Javanmard Alitappeh, R., A. S. Pereira, G., R. Araújo, A. & C. A. Pimenta, L. (2017), 'Multi-robot Deployment using Topological Maps', *Journal of Intelligent & Robotic Systems* **86**(3-4), 641–661.
- Kuffner, J. J. (2004), 'Efficient optimal search of uniform-cost grids and lattices', *2004 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems (IROS)* **2**, 1946–1951.
- Latombe, J.-C. (1991), *Robot Motion Planning*, Kluwer Academic Publishers, Boston.
- Lawton, J. R. T., Beard, R. W. & Young, B. J. (2003), 'A decentralized approach to formation maneuvers', *IEEE Transactions on Robotics and Automation* **19**(6), 933–941.
- Lili Wang, Zhimin Han, Lin, Z. & Yan, G. (2012), Complex Laplacian and pattern formation in multi-agent systems, in '2012 24th Chinese Control and Decision Conference (CCDC)', IEEE, pp. 628–633.
- Liu, Y., Passino, K. M. & Polycarpou, M. (2003), 'Stability analysis of one-dimensional asynchronous swarms', *IEEE Transactions on Automatic Control* **48**(10), 1848–1854.
- Mong-ying A. Hsieh & Kumar, V. (2006), Pattern generation with multiple robots, in 'Proceedings 2006 IEEE International Conference on Robotics and Automation, 2006. ICRA 2006.', IEEE, pp. 2442–2447.
- Olfati-Saber, R. (2006), 'Flocking for multi-agent dynamic systems: Algorithms and theory', *IEEE Transactions on Automatic Control* **51**(3), 401–420.
- Pimenta, L. C. a., Kumar, V., Mesquita, R. C. & Pereira, G. a. S. (2008), 'Sensing and coverage for a network of heterogeneous robots', *Proceedings of the IEEE Conference on Decision and Control* (2), 3947–3952.
- Tang, Z.-J., Huang, T.-Z., Hu, J.-P. & Shao, J.-L. (2012), 'Leader-Following Consensus in Networks of Agents with Nonuniform Time-Varying Delays', *Mathematical Problems in Engineering* **2012**, 1–14.