

# TRANSFORMAÇÃO DE NATAF E ESTIMAÇÃO NÃO PARAMÉTRICA DE DENSIDADES CONDICIONAIS NA MODELAGEM DA GERAÇÃO EÓLICA NO PROBLEMA DE FLUXO DE POTÊNCIA PROBABILÍSTICO

JOSÉ F. M. PESSANHA<sup>1</sup>, ALBERT C. G. MELO<sup>1</sup>, RICARDO J. BESSA<sup>2</sup>

<sup>1</sup>*Centro de Pesquisas de Energia Elétrica - CEPEL*  
Av. Horácio de Macedo 354, Cidade Universitária, Rio de Janeiro – RJ, CEP 21941-911  
[francisc@cepel.br](mailto:francisc@cepel.br), [albert@cepel.br](mailto:albert@cepel.br)

<sup>2</sup>*Instituto de Engenharia de Sistemas e Computadores, Tecnologia e Ciência - INESC TEC*  
Rua Dr. Roberto Frias, 4200, Porto, Portugal  
[ricardo.j.bessa@inesctec.pt](mailto:ricardo.j.bessa@inesctec.pt)

**Abstract**— The increasing wind power generation requires the updating of the computational tools that support decision making in the operation and planning of electric power systems. This work describes a methodology to model the spatial correlations among wind speeds in the probabilistic power flow problem. The proposed methodology is based on the Nataf transformation and Monte Carlo Simulation. In addition, the stochastic relationship between wind speed and wind power is modelled by conditional kernel density estimator. The proposed methodology is illustrated in case studies with the IEEE 24 bus Modified Test System.

**Keywords**— wind power, probabilistic power flow, Nataf transformation, Kernel Density Estimator, Weibull probability density.

**Resumo**— O aumento da participação da energia eólica requer a atualização das ferramentas computacionais que suportam os processos de tomada de decisão na operação e no planejamento de sistemas elétricos. O presente trabalho descreve uma metodologia para modelar as correlações espaciais entre as velocidades de vento no problema de fluxo de potência probabilístico. A metodologia proposta baseia-se na transformação de Nataf e na Simulação de Monte Carlo. Adicionalmente, a relação estocástica entre a velocidade do vento e a potência gerada é modelada por meio da estimação não paramétrica da densidade de probabilidade condicional. A metodologia proposta é ilustrada por meio de estudos de caso com o Sistema Teste IEEE 24 barras Modificado.

**Palavras-chave**— energia eólica, fluxo de potência probabilístico, transformação de Nataf, estimador não paramétrico de densidade, densidade de probabilidade de Weibull.

## 1 Introdução

Diante da perspectiva de maior participação das fontes eólicas, os estudos para a operação e o planejamento de sistemas elétricos demandam técnicas de análise de redes elétricas que levem em conta as incertezas decorrentes da intermitência da geração eólica (Estanqueiro et al, 2008), por exemplo, a análise de confiabilidade (Daí et al, 2015) e o fluxo de potência probabilístico - FPP (Allan et al, 1981). De forma distinta do fluxo de potência convencional (determinístico), no FPP a carga e a geração são modeladas por meio de densidades de probabilidade e, conseqüentemente, a solução também é expressa por meio de densidades de probabilidade das tensões nas barras e fluxos nas linhas (Borkowska, 1974).

A solução do FPP pode ser alcançada por meio de métodos analíticos (Usaola, 2009) ou por Simulação de Monte Carlo - SMC (Li et al, 2014).

Na abordagem analítica empregam-se técnicas de convolução que permitem obter as densidades de probabilidade de grandezas do sistema, tais como tensões nas barras e dos fluxos nas linhas de transmissão, a partir das densidades de probabilidade das

variáveis aleatórias de entrada, i.e., cargas e injeções de potência nas barras. A não linearidade das equações do fluxo de potência e as correlações entre as variáveis envolvidas dificultam a obtenção de uma solução analítica que, em geral, é alcançada mediante simplificações, por exemplo, a linearização das equações do fluxo de potência, acompanhadas pela premissa de que as variáveis aleatórias são independentes ou linearmente dependentes, e normalmente distribuídas. Contudo, estas simplificações podem produzir soluções imprecisas.

Por sua vez, na SMC considera-se uma amostra aleatória de estados operativos da rede elétrica, formulados a partir de simulações das densidades de probabilidade das variáveis de entrada. O fluxo de potência em cada estado operativo amostrado é resolvido e a coleção dos resultados em todas as amostras fornece estimativas das densidades de probabilidade das variáveis de interesse. Embora seja computacionalmente intensiva, a SMC oferece resultados mais consistentes, pois permite incluir as equações não lineares do fluxo de potência e permite acomodar modelos mais realistas para a dependência estatística entre as variáveis.

A modelagem da geração eólica no FPP envolve a especificação da densidade de probabilidade da velo-

cidade do vento em cada parque eólico e da matriz de correlações espaciais entre as velocidades de vento que incidem nos parques eólicos (Li et al, 2014; Zhang et al, 2016; Pessanha et al 2018). Adicionalmente, algumas características técnicas de cada parque (e.g., curva de potência, altura da nacela e o número de turbinas) devem ser informadas. Na SMC as amostras de velocidade do vento nas barras com geração eólica devem ser compatíveis com as correlações espaciais entre os regimes de vento. Em geral, a densidade de probabilidade da velocidade do vento pode ser descrita pelo modelo de Weibull (Villanueva et al, 2011). Em consequência, a densidade de probabilidade conjunta das velocidades do vento em diferentes parques não é normal multivariada e a geração de cenários de velocidades do vento não pode ser realizada pela decomposição de Cholesky (Chen et al, 2015). A solução para este tipo de problema passa pela consideração de algum modelo de cópula (Chen et al, 2015) ou pela transformação de Nataf (Chen et al, 2013; Pessanha et al, 2018), uma alternativa computacionalmente mais atraente.

Adicionalmente, embora a relação entre a velocidade do vento e a geração eólica seja determinada, em grande parte, pela curva de potência, a relação entre estas variáveis não é determinística, i.e., para uma mesma velocidade de vento, a geração eólica pode apresentar diferentes valores segundo uma distribuição de probabilidade. Assim, ao invés de considerar uma curva de potência, propõe-se substituí-la por densidades de probabilidade condicionais estimadas por métodos não paramétricos (Bessa et al, 2012) a partir de dados verificados de geração e velocidade do vento.

O presente trabalho tem por objetivo introduzir a transformação de Nataf e a estimação não paramétrica de densidades condicionais em um esquema de SMC, para a obtenção de amostras de geração eólica no problema de FPP, compatíveis com dados verificados de geração e velocidade do vento e com as correlações espaciais entre os regimes de vento. A metodologia proposta é ilustrada por meio de sua aplicação ao Sistema Teste IEEE 24 barras Modificado (Ourdoudis et al, 2016).

## 2 Metodologia Proposta para a Formulação de Cenários Conjuntos de Geração Eólica

### 2.1 Densidade de Probabilidade de Weibull

A densidade de probabilidade da velocidade do vento  $V$  pode ser descrita pelo modelo de Weibull:

$$f(V) = \left(\frac{k}{c}\right) \left(\frac{V}{c}\right)^{k-1} \exp\left[-\left(\frac{V}{c}\right)^k\right] \quad (1)$$

em que  $c$  é o fator de escala (m/s), relacionado ao valor esperado da velocidade do vento, e  $k$  é o fator de forma (adimensional), relacionado com a variabili-

dade da velocidade (um valor de  $k$  próximo de 1 indica um regime de vento altamente variável, enquanto que  $k > 3$  indica um regime estável de vento). Estimativas dos fatores de forma  $k$  e de escala  $c$  para diferentes localidades do Brasil são fornecidas pelo Atlas Eólico Brasileiro (Amarante et al, 2001). Os parâmetros  $c$  e  $k$  também podem ser estimados a partir de medições de velocidade de vento por meio dos métodos da máxima verossimilhança e dos momentos (Pessanha et al, 2015).

### 2.2 Curva de potência

A relação entre a potência elétrica gerada  $P$  por uma turbina eólica e a velocidade do vento  $v$  é descrita pela curva de potência  $P(v)$  na Fig. 1, cuja formulação matemática é descrita em (2) (Pessanha et al, 2015), na qual  $C_p$  denota o coeficiente de performance,  $\eta_m$  é a eficiência do gerador,  $\eta_g$  é a eficiência da caixa de transmissão,  $\rho$  é a densidade do ar ( $\text{kg/m}^3$ ),  $A$  é a área varrida pelo rotor ( $\text{m}^2$ ) e  $v_{in}$ ,  $v_r$  e  $v_{out}$  representam níveis de velocidade do vento (m/s), respectivamente, *cut-in wind speed*, *rated wind speed* e *cut-out wind speed*.

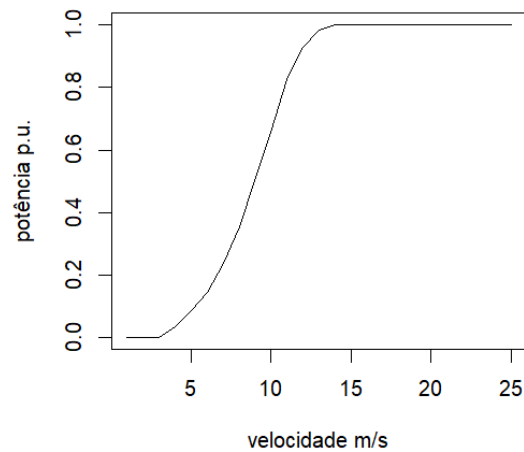


Figura 1. Curva de potência

$$P(v) = \begin{cases} 0, & v \leq v_{in} \\ 0,5C_p\eta_m\eta_g\rho Av^3, & v_{in} \leq v \leq v_r \\ 0,5C_p\eta_m\eta_g\rho Av_r^3, & v_r \leq v \leq v_{out} \\ 0, & v > v_{out} \end{cases} \quad (2)$$

A conversão de energia eólica em energia elétrica se dá a partir da velocidade de partida (*cut-in wind speed*), usualmente valores de velocidade da ordem de 2,5 – 3,0 m/s; abaixo desses valores o conteúdo energético do vento não justifica aproveitamento. A potência da turbina é limitada ao valor nominal, à velocidade nominal  $v_r$  (*rated wind speed*), tipicamente velocidades entre 12 e 15 m/s. Para velocidades entre  $v_{in}$  e  $v_r$  a potência elétrica gerada pela turbina eólica cresce com o cubo da velocidade. A partir da velocidade nominal o controle de velocidade da turbina

mantém a potência nominal até que para velocidades superiores à velocidade de corte (*cut-out wind speed*), em geral 25 m/s, a turbina é retirada de operação com a finalidade de preservá-la de esforços mecânicos excessivos (Custódio, 2009).

### 2.3 Transformação de Nataf

Seja  $X=(x_1, \dots, x_p)$  um vetor aleatório com densidades marginais  $f_{x_i}(x_i) \forall i=1, p$  e matriz de correlações  $R$  conhecidas, porém com densidade de probabilidade conjunta não conhecida. Por exemplo, o vetor aleatório  $X$  corresponde ao vetor de velocidades de vento nas  $p$  barras com geração eólica, em que cada velocidade é modelada por uma densidade Weibull  $(c_i, k_i) \forall i=1, p$ . A transformação de variáveis aleatórias em (3) faz o mapeamento do espaço de variáveis aleatórias  $X$  no espaço de variáveis aleatórias normais  $Y$ :

$$y_i = \Phi^{-1}[F_{X_i}(x_i)] \forall i = 1, p \quad (3)$$

em que  $F_{X_i}(x_i)$  é a densidade de probabilidade Weibull acumulada e  $\Phi$  é a densidade acumulada da distribuição normal padrão.

A densidade de probabilidade conjunta do vetor aleatório  $Y=(y_1, \dots, y_p)$ , é normal multivariada com matriz de correlações  $R^*$ , cujos elementos  $r_{ij}^*$  (correlação entre  $y_i$  e  $y_j$ ) são funções dos elementos  $r_{ij}$  (correlação entre  $x_i$  e  $x_j$ ) da matriz de correlação  $R$ . Os coeficientes  $r_{ij}^*$  e  $r_{ij}$  guardam a seguinte relação quando as densidades marginais das variáveis em  $X$  seguem o modelo de Weibull (Der Kiureghian e Liu, 1986), em que  $\mu_i$  e  $\sigma_i$  denotam, respectivamente, a média e o desvio padrão da variável aleatória  $x_i$ .

$$\begin{aligned} r_{ij}^* = r_{ij} \cdot & \left[ 1,063 - 0,004r_{ij} - 0,2 \left( \frac{\sigma_i}{\mu_i} + \frac{\sigma_j}{\mu_j} \right) - 0,001r_{ij}^2 \right. \\ & + 0,337 \left[ \left( \frac{\sigma_i}{\mu_i} \right)^2 + \left( \frac{\sigma_j}{\mu_j} \right)^2 \right] + 0,007r_{ij} \left( \frac{\sigma_i}{\mu_i} + \frac{\sigma_j}{\mu_j} \right) \\ & \left. - 0,007 \frac{\sigma_i \sigma_j}{\mu_i \mu_j} \right] \end{aligned} \quad (4)$$

Aplicando a decomposição de Cholesky na matriz de correlações  $R^*$  obtém-se:

$$R^* = LL^T \quad (5)$$

Dado que o vetor aleatório  $Y$  tem distribuição normal multivariada, amostras do vetor  $Y$  podem ser obtidas por meio de simulações de um vetor aleatório  $Z$ , formado por  $p$  variáveis aleatórias normais  $N(0,1)$  e independentes:

$$Y = LZ \quad (6)$$

Assim, aplicando o inverso da transformação em (3) obtém-se amostras para o vetor aleatório  $X$  que são compatíveis com a matriz de correlações  $R$ :

$$x_i = F_{X_i}^{-1}[\Phi(y_i)] \forall i = 1, p \quad (7)$$

### 2.4 Estimação não paramétrica de densidades

Dada uma amostra aleatória contendo  $n$  observações  $X_1, \dots, X_n$ , a função densidade de probabilidade associada pode ser estimada empiricamente por meio de uma versão suavizada do seu histograma, denominada função núcleo ou *kernel* (Ahamada e Flachaire, 2010), dada por:

$$\hat{f}(x) = \frac{1}{N \cdot h} \sum_{i=1}^N K\left(\frac{x - X_i}{h}\right) \quad (8)$$

em que  $h$  representa a largura de banda, um parâmetro previamente definido e que controla a dispersão do *kernel*  $K(x)$ .

A função *kernel*  $K(x)$  pode assumir diferentes especificações em função da variável modelada, mas em todos os casos  $\int K(x) dx = 1$ . Por exemplo, para a temperatura, uma variável ilimitada,  $K(x)$  pode ser uma gaussiana, enquanto para a potência, uma variável limitada, pode-se considerar o núcleo da função beta.

A estimação não paramétrica de densidades (*Kernel Density Estimation* – KDE) também é aplicável na estimação de densidades condicionais, por exemplo, a densidade de probabilidade da geração eólica  $Y$  condicionada à velocidade do vento  $X$ . Seja  $F_{x,y}(x,y)$  a distribuição de probabilidade conjunta com duas distribuições marginais de probabilidade  $F_x(x)$  e  $F_y(y)$ . Então há uma cópula  $C$  tal que:

$$F_{x,y}(x, y) = C(F_x(x), F_y(y)) \quad (9)$$

Adicionalmente, se  $F_x(x)$  e  $F_y(y)$  são contínuas então  $C$  é única (Bessa et al, 2012). Derivando (9) obtém-se a densidade de probabilidade conjunta  $f(x,y)$ :

$$f_{x,y}(x, y) = \frac{\partial^2}{\partial x \cdot \partial y} F_{x,y}(x,y) = f_x(x) f_y(y) \cdot c(z, w) \quad (10)$$

em que  $z=F_x(x)$  e  $w=F_y(y)$  e  $c(z,w)$  é a função densidade da cópula.

Da teoria das probabilidades sabe-se que a densidade de probabilidade condicionada  $f(y|x)$  é igual a:

$$f(y|x) = \frac{f_{x,y}(x, y)}{f_x(x)} \quad (11)$$

Substituindo (10) em (11) obtém-se:

$$f(y|x) = f_y(y) \cdot c(z,w) \quad (12)$$

Seguindo a mesma estratégia adotada no estimador de densidade (KDE) obtém-se o seguinte estimador não paramétrico para a densidade da cópula  $c(z,w)$ :

$$\hat{c}(z,w) = \frac{1}{N \cdot h_z \cdot h_w} \sum_{i=1}^n K_z \left( \frac{z - Z_i}{h_z} \right) K_w \left( \frac{w - W_i}{h_w} \right) \quad (13)$$

em que  $Z_i$  e  $W_i$  são obtidos a partir das distribuições de probabilidades acumuladas empíricas:

$$Z_i = \hat{F}_X(X_i) = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n I(X_j \leq X_i) \quad \forall i=1,n \quad (14)$$

$$W_i = \hat{F}_Y(Y_i) = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n I(Y_j \leq Y_i) \quad \forall i=1,n \quad (15)$$

Em (14) e (15) tem-se que  $I(x \leq t)$  é uma função indicadora para o evento  $x \leq t$ .

Por fim, substituindo  $f_y(y)$  em (12) pelo seu correspondente estimador não paramétrico em (8) e  $c(z,w)$  pelo resultado em (13) tem-se o *quantile-copula conditional KDE* para  $f(y|x)$  (Bessa et al, 2012):

$$\hat{f}(y|x) = \frac{1}{n \cdot h_y} \left[ \sum_{i=1}^n K_y \left( \frac{y - Y_i}{h_y} \right) \right] \cdot \frac{1}{n \cdot h_z \cdot h_w} \sum_{i=1}^n K_z \left( \frac{F_X(x) - \hat{F}_X(X_i)}{h_z} \right) \cdot K_w \left( \frac{F_Y(y) - \hat{F}_Y(Y_i)}{h_w} \right) \quad (16)$$

### 2.5 Algoritmo para a elaboração de cenários de geração eólica correlacionados espacialmente

A obtenção de amostras de geração eólica inicia-se com a estimação dos parâmetros  $c$  e  $k$  da densidade de Weibull que define a distribuição de probabilidade da velocidade do vento em cada aproveitamento eólico. Adicionalmente, devem ser informadas as correlações entre as velocidades de vento nos aproveitamentos eólicos (matriz de correlações  $R$ ). A partir destas informações aplica-se a transformação de Nataf para obter amostras de velocidades de vento em cada barra, compatíveis com as correlações contidas na matriz  $R$  previamente informada.

Concomitantemente, aplica-se o método *quantile-copula conditional KDE*, tendo a função beta como *kernel*, ao conjunto de observações de geração e velocidade do vento (Fig. 2), previamente normalizados para o intervalo  $[0,1]$ , para obter as estimativas não paramétricas das densidades de probabilidade da geração eólica condicionadas à velocidade do vento (Fig. 3).

Encerrando o procedimento, as densidades condicionais previamente estimadas são aplicadas em cada amostra de velocidade do vento para obter a amostra da geração eólica correspondente.

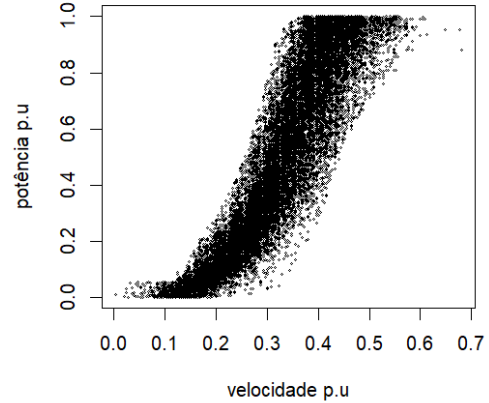


Figura 2. Medições de velocidade do vento e geração eólica

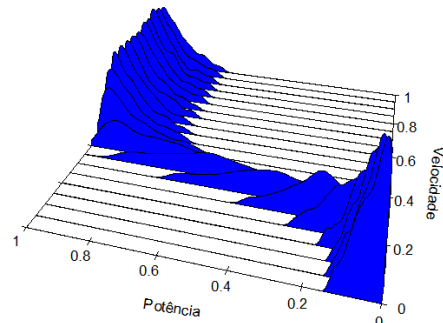


Figura 3. Densidades de probabilidade da geração eólica condicionadas à velocidade do vento

### 3 Fluxo de Potência Probabilístico

A operação de sistemas de potência tem uma natureza estocástica, uma vez que o sistema está sujeito a flutuações na oferta e na demanda, bem como a contingências casuais decorrentes da saída forçada de equipamentos de geração e transmissão. Em geral, torna-se impraticável enumerar todos os estados operativos em um sistema de potência real. A alternativa consiste em considerar uma amostra representativa de estados operativos, obtida por meio da SMC.

O algoritmo conceitual do FPP é constituído por três passos básicos: (i) utilizar a SMC para sortear os estados operativos da demanda, das unidades geradoras e das linhas de transmissão, com base nas suas respectivas distribuições conjuntas de probabilidade; (ii) para cada conjunto de estados sorteados (amostrados) resolver o problema de fluxo de potência ótimo (FPO), por exemplo minimizando o custo total de geração, para obter grandezas referentes ao estado operativo do sistema, associadas ao estado sorteado; e (iii) obter estimativas pontuais e as distribuições de probabilidade de variáveis de interesse, e.g., tensões nas barras e fluxos nas linhas.

O objetivo principal do presente trabalho reside na modelagem da geração eólica no problema de FPP;

para atender esta finalidade, os estados amostrados por SMC se restringiram ao montante de geração em cada barra com aproveitamento eólico. Neste trabalho é utilizado um FPO CA (Gómez-Expósito et al, 2011) para a minimização do custo de geração, cuja formulação matemática é descrita a seguir:

$$\begin{aligned} \text{Min}_x f(x) &= \sum_{i=1}^{n_g} c_i P_{G_i} \\ \text{s.a.} \quad & g(x) = 0 \\ & h(x) \leq 0 \\ & x_{\text{mínimo}} \leq x \leq x_{\text{máximo}} \end{aligned} \quad (17)$$

O problema de programação matemática em (17) é não linear e as variáveis de decisão em  $x$  incluem os ângulos  $\theta$  e as magnitudes  $V$  das tensões nas  $n_b$  barras da rede elétrica, os *taps*  $t$  dos transformadores e as injeções de potência ativa ( $P_{G_i}$ ) e reativa ( $Q_{G_i}$ ) nas  $n_g$  barras com geração, cujos custos de geração são denotados por  $c_i$ ,  $\forall i=1, n_g$ . Adicionalmente, a solução ótima deve satisfazer os limites operacionais das variáveis de decisão ( $x_{\text{mínimo}} \leq x \leq x_{\text{máximo}}$ ) em (18, 19, 20 e 21), atender as restrições de igualdade  $g(x)=0$ , formadas pelas  $2n_b$  equações de balanço do fluxo de potência ativa (22) e reativa (23)  $\forall i=1, n_b$  barras, e satisfazer os limites de carregamentos  $S^{\text{máx}}$  nas linhas de transmissão que formam o conjunto de restrições de desigualdade  $h(x) \leq 0$  em (24).

$$P_{G_i}^{\text{min}} \leq P_{G_i} \leq P_{G_i}^{\text{máx}} \quad (18)$$

$$Q_{G_i}^{\text{min}} \leq Q_{G_i} \leq Q_{G_i}^{\text{máx}} \quad (19)$$

$$V_i^{\text{min}} \leq V_i \leq V_i^{\text{máx}} \quad (20)$$

$$t_i^{\text{min}} \leq t_i \leq t_i^{\text{máx}} \quad (21)$$

$$V_i \sum_{j \in \Omega_i} V_j (G_{ij} \cos \theta_{ij} + B_{ij} \sin \theta_{ij}) = P_{G_i} - P_{L_i} \quad (22)$$

$$V_i \sum_{j \in \Omega_i} V_j (G_{ij} \sin \theta_{ij} + B_{ij} \cos \theta_{ij}) = Q_{G_i} - Q_{L_i} \quad (23)$$

$$|S_{ij}| \leq \sqrt{P_{ij}^2 + Q_{ij}^2} \leq S_{ij}^{\text{máx}} \quad (24)$$

Nas equações (22) e (23)  $\theta_{ij} = \theta_i - \theta_j$  e  $\Omega_i$  denota todas as barras  $j$  conectadas diretamente com a barra  $i$ , por meio de circuitos com susceptância  $B_{ij}$  e condutância  $G_{ij}$ . Nas equações (22) e (23)  $P_L$  ( $Q_L$ ) e  $P_G$  ( $Q_G$ ) denotam, respectivamente, as componentes ativas (reativas) da carga e da injeção de potência na barra  $i$ . Nas restrições de carregamentos nas linhas em (24) tem-se os fluxos de potência ativa e reativa no circuito  $ij$ :

$$P_{ij} = G_{ij} V_{ij}^2 - V_i V_j (G_{ij} \cos \theta_{ij} + B_{ij} \sin \theta_{ij}) \quad (25)$$

$$Q_{ij} = -V_i^2 (B_{ij} + B_{ij}^{\text{shunt}}) + V_i V_j (-G_{ij} \sin \theta_{ij} + B_{ij} \cos \theta_{ij}) \quad (26)$$

## 4 Aplicação da Metodologia Proposta

Para ilustrar a aplicação da metodologia proposta considerou-se o Sistema Teste IEEE 24 barras, modificado (Fig. 4) com a introdução de parques eólicos nas barras 3 (138 kV), 5 (138 kV), 7 (138 kV), 16 (230 kV), 21 (230 kV) e 23 (230 kV) e redução das capacidades das linhas (15-21), (14-16) e (13-23) para 400 MW, 250 MW e 250 MW respectivamente (Ourdoudis et al, 2016).

Todos os parques eólicos têm a mesma capacidade instalada de 200 MW e, para garantir o despacho prioritário devido à falta de capacidade de armazenamento, os seus custos de geração foram fixados em zero. Assim, a geração eólica corresponde à cerca de 26% dos 4.605 MW de capacidade instalada e 42% da carga de 2.850 MW. As usinas eólicas foram modeladas como barras PQ com P negativo (a eólica injeta potência na rede) e Q igual a zero (fator de potência unitário).

Adicionalmente, foi assumido que as velocidades de vento que atingem os todos os parques eólicos seguem distribuição de Weibull com parâmetros  $c=8,9$  m/s e  $k=3,73$ .

### 4.1 Simulação Determinística

Inicialmente adotou-se um conjunto de três estudos de caso para avaliar o efeito da geração eólica no fluxo de potência, conforme descrito a seguir:

- Caso 1: despacho eólico igual zero.
- Caso 2: despacho eólico fixado em 97 MW, i.e., geração à velocidade média de 8,04 m/s.
- Caso 3: despacho eólico fixado em 200 MW, i.e., na capacidade máxima.

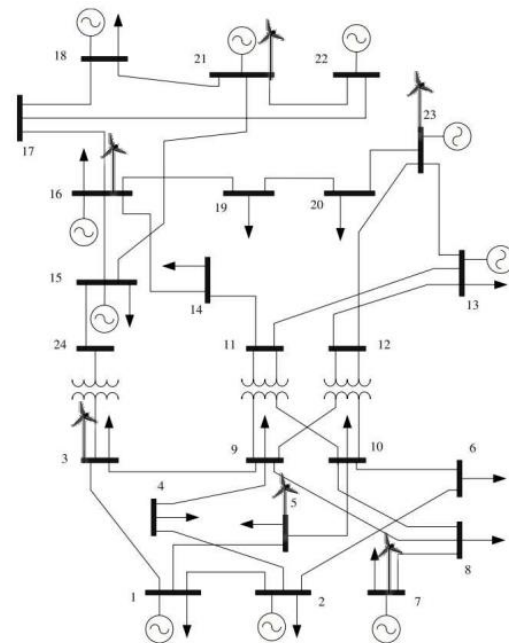


Figura 4. Sistema teste IEEE 24 barras modificado

A Tabela 1 apresenta os fluxos de potência (MW) para um conjunto selecionado de linhas de transmissão e o mínimo custo total de geração em cada caso. Observa-se a natureza diversa do efeito da geração eólica sobre a distribuição dos fluxos de potência nas linhas.

Por exemplo, o aumento da geração eólica contribui para um maior carregamento nas linhas (5-10), mas reduz os fluxos nas linhas (3-24) e (15-21). Já o fluxo na linha (14-16) é praticamente invariável em relação ao montante de geração eólica e assume valor quase igual à capacidade desta linha, um gargalo do sistema, enquanto nas linhas (7-8), (13-23) e (16-17) o carregamento não responde de forma monótona ao aumento da geração eólica no sistema. Ainda na Tabela 1 observa-se a redução do mínimo custo total de geração (\$/h) com o aumento da geração eólica.

Tabela 1. Fluxos (MW) nas linhas selecionadas e mínimo custo total de geração (\$/h).

Barras		Caso sem eólicas	Despacho eólico em 97 MW	Despacho eólico em 200 MW	Capacidades das linhas (MW)
De	Para				
3	24	155,57	100,87	54,06	400
5	10	13,55	56,00	131,71	175
7	8	136,13	156,98	150,00	175
13	23	145,57	209,77	133,86	250
14	16	249,98	249,89	249,99	250
15	21	399,88	352,66	344,82	400
16	17	269,91	172,54	182,94	500
Mínimo custo total de geração \$/h		73.592	56.379	44.693	

#### 4.2 Simulação Estocástica

Neste caso, assumiu-se que as velocidades são positivamente correlacionadas de acordo com as correlações espaciais apresentados na Tabela 2 (Usaola, 2009).

Tabela 2. Correlações espaciais entre as velocidades de vento.

Barras	3	5	7	16	21	23
3	1	0,85	0,86	0,83	0,82	0,91
5	0,85	1	0,88	0,83	0,89	0,92
7	0,86	0,88	1	0,85	0,95	0,87
16	0,83	0,83	0,85	1	0,89	0,91
21	0,82	0,89	0,95	0,89	1	0,82
23	0,91	0,92	0,87	0,91	0,82	1

Em todos os parques eólicos considerou-se a mesma relação entre potência e velocidade do vento implícita no diagrama de dispersão na Fig. 2, formado por 20.000 observações da velocidade do vento e da potência eólica. Em consequência, foram consideradas as mesmas densidades condicionadas ilustradas na Fig. 3, obtidas com largura de banda  $h=0,05$ .

A aplicação da metodologia proposta iniciou-se com a aplicação da transformada de Nataf para gerar 10.000 amostras de velocidade do vento em cada uma das seis barras com usinas eólicas, compatíveis com

as correlações espaciais informadas na Tabela 2 e com os modelos probabilísticos de Weibull ( $c=8,9$  m/s e  $k=3,73$ ).

Na sequência, as densidades de probabilidades da geração eólica condicionadas à velocidade (Fig.3) foram aplicadas às 10.000 velocidades amostradas para obter 10.000 amostras de geração eólica nas barras 3, 5, 7, 16, 21 e 23. As 10.000 amostras de velocidade e geração nas seis barras supracitadas podem ser visualizadas na Fig. 5.

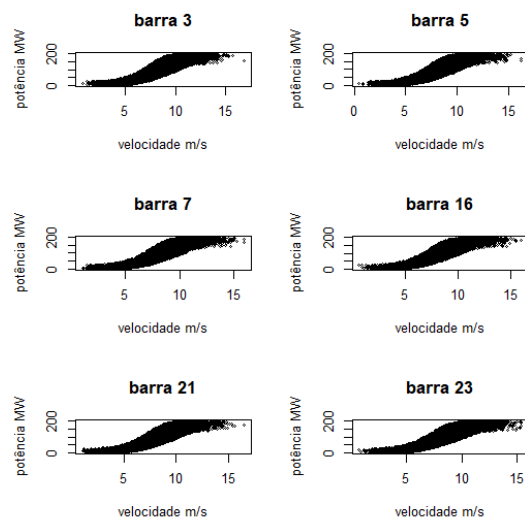


Figura 5. Amostras de velocidade e geração eólica em cada barra

Na Tabela 3, as correlações entre as velocidades amostradas são semelhantes aos valores dados na Tabela 2 para as correlações entre os regimes de vento nas seis barras com usinas eólicas. Tal resultado deve-se à utilização da transformação de Nataf. Na Tabela 4 tem-se a matriz de correlações entre as 10.000 amostras de geração eólica em cada barra. Pode-se observar que existe correlação linear entre as gerações eólicas das distintas barras, embora em grau menor que as correlações entre as velocidades do vento.

Na Tabela 5 apresentam-se estatísticas resultantes da simulação estocástica para o conjunto de linhas de transmissão selecionadas. Os carregamentos apresentados na Tabela 1 para o caso com geração eólica igual a 97 MW (geração na velocidade média) são significativamente diferentes das médias apresentadas na Tabela 5.

Tabela 3. Correlações entre as velocidades amostradas.

Barras	3	5	7	16	21	23
3	1	0,85	0,86	0,83	0,82	0,91
5	0,85	1	0,88	0,84	0,89	0,92
7	0,86	0,88	1	0,85	0,95	0,87
16	0,83	0,84	0,85	1	0,89	0,91
21	0,82	0,89	0,95	0,89	1	0,82
23	0,91	0,92	0,87	0,91	0,82	1

Tabela 4. Correlações entre as amostras de geração eólica.

Barras	3	5	7	16	21	23
3	1	0,71	0,72	0,70	0,69	0,76
5	0,71	1	0,74	0,70	0,75	0,78
7	0,72	0,74	1	0,71	0,81	0,73
16	0,70	0,70	0,71	1	0,75	0,77
21	0,69	0,75	0,81	0,75	1	0,68
23	0,76	0,78	0,73	0,77	0,68	1

Tabela 5. Estatísticas dos fluxos nas linhas selecionadas.

Barras		Média (MW)	Desvio padrão (MW)	Coeficiente de variação (%)
De	Para			
3	24	104,73	27,90	26,64
5	10	56,19	40,21	71,55
7	8	131,52	27,63	21,05
13	23	186,87	22,54	12,06
14	16	249,95	0,03	0,01
15	21	358,22	36,52	10,19
16	17	192,04	42,10	21,92

Os *boxplots* na Fig. 6 indicam a grande variabilidade dos carregamentos das linhas em função da geração eólica, com exceção do fluxo na linha (14-16), e apontam para a assimetria das distribuições dos carregamentos nas linhas (5-10), (7-8) e (15-21).

A distribuição de probabilidade do mínimo custo total de geração é ilustrada na Fig. 7, cujo valor médio é da ordem de 57.532,61 \$/h e o desvio padrão é igual a 8.080,31 \$/h. Adicionalmente, uma SMC sem considerar as correlações espaciais entre os regimes de vento resultou em uma estimativa de 56.914,33 \$/h para o valor esperado e 4.679,32 \$/h para o desvio padrão do mínimo custo total de geração. Conforme ilustrado na Fig. 8, as correlações espaciais entre os regimes de vento contribuem para aumentar a volatilidade do mínimo custo total de geração.

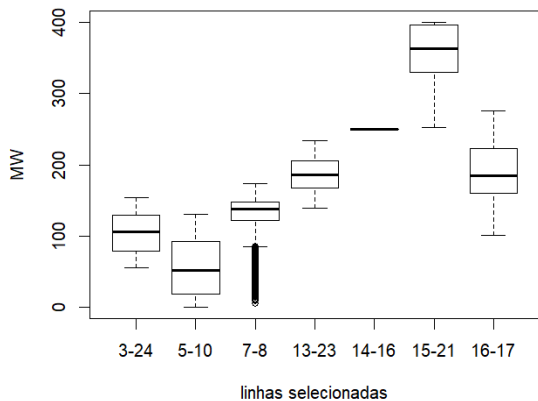


Figura 6. *Boxplots* dos fluxos nas linhas selecionadas

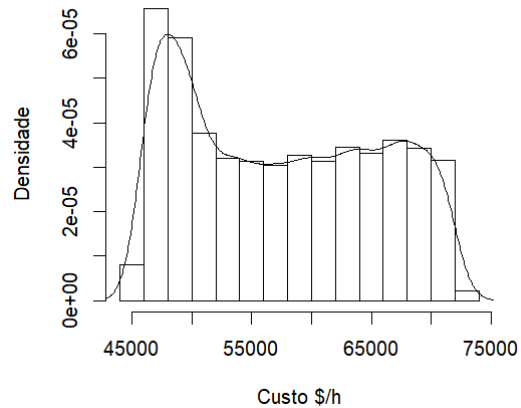


Figura 7. Distribuição do mínimo custo total de geração

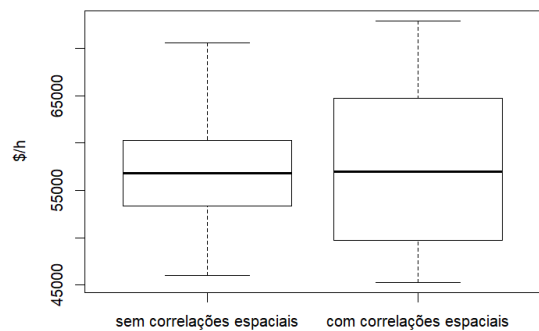


Figura 8. *Boxplots* do mínimo custo total de geração nas SMC com e sem as correlações espaciais entre os regimes de vento

## 5 Conclusão

A metodologia proposta possibilita incorporar as incertezas e as correlações espaciais dos regimes de vento ao fluxo de potência probabilístico, bem como a relação estocástica entre a velocidade do vento e a geração eólica. As incertezas são modeladas por meio da Simulação de Monte Carlo, a modelagem das correlações espaciais baseia-se na transformação de Nataf e a relação estocástica entre a geração eólica e a velocidade do vento é modelada por meio de densidades condicionais estimadas por métodos não paramétricos.

Na metodologia proposta, a modelagem dos aproveitamentos eólicos baseia-se exclusivamente em medições de velocidade do vento e geração eólica a partir das quais podem ser estimados os parâmetros das densidades de probabilidade de Weibull para a velocidade do vento e as densidades condicionais da geração eólica em função da velocidade. Portanto, a metodologia proposta prescinde da necessidade de especificar curvas de potência para cada parque eólico.

A aplicação da metodologia foi ilustrada por meio do Sistema Teste IEEE 24 barras modificado e os resultados obtidos apontam para a necessidade de considerar a aleatoriedade e as correlações espaciais dos regimes de vento no planejamento e na operação de

sistemas elétricos com significativa participação de geração eólica.

### Referências Bibliográficas

- Ahamada, I. e Flachaire, E. (2010) Non-parametric econometrics, Oxford University Press, New York.
- Allan, R.N.; Silva, A.M.L.; Burchett, R.C. (1981) Evaluation methods and accuracy in probabilistic load flow solutions, *IEEE Trans. Power Appl. Syst.*, PAS-100, pp. 2539-2546.
- Amarante, A.C.; Brower, M.; Zack, J.; Sá, A.L. (2001) Brazilian Wind Energy Potential Atlas.
- Bessa, R.J.; Miranda, V.; Botterud, A.; Zhou, Z.; Wang, J. (2012) Time adaptive quantile-copula for wind power forecasting, *Renewable Energy*, 40 probabilistic, pp. 29-39.
- Borkowska, B. (1974) Probabilistic load flow, *IEEE Trans. Power Appl. Syst.*, PAS-93, pp. 752-759, 1974.
- Chen, Y.; Wen, J.; Cheng, S. (2013) Probabilistic load flow method based on Nataf transformation and Latin Hypercube Sampling, *IEEE Transactions on Sustainable Energy*, v. 4, n. 2, April.
- Chen, F.; Liu, H.; Li, J.; Zhang, X. (2015) Comparison of simulation methods on spatially correlated wind speeds, 5th International conference on electric utility deregulation and restructuring and power technologies, November 26-29, Changsha, China.
- Custódio, R.S. (2009) Energia eólica para produção de energia elétrica. Rio de Janeiro: Eletrobrás.
- Dai, Q.; Zeng, P.; Zhou, Q.; Li, B. Li; Zhao, F. (2015) Reliability assessment of a power system with high penetration of wind and cascade hydropower plant considering wind correlation, *IEEE Power & Energy Society General Meeting*, Denver, 26-30, July.
- Der Kiureghian, A. and Liu, P.L. (1986) Structural reliability under incomplete probability information, *Journal of Engineering Mechanics*, 112(1), pp. 85-104, January.
- Estanqueiro, A.; Castro, R.; Flores, P.; Ricardo, J.; Pinto, M.; Rodrigues, R.; Peças Lopes, J. (2008) How to prepare a power system for 15% wind energy penetration: the Portuguese case study, *Wind Energy*, vol. 11, pp. 75-84.
- Gómez-Expósito, A.; Conejo, A.J.; Cañizares, C. (2011) *Sistemas de Energia Elétrica: Análise e Operação*, Rio de Janeiro: LTC.
- Li, Y.; Li, W.; Yan, W.; Yu, J.; Zhao, X. (2014) Probabilistic optimal power flow considering correlations of wind speeds following different distributions, *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 29, n. 4, pp.1847-1854, July.
- Ordoudis, C.; Pinson, P.; Morales, J.M.; Zugno, M. (2016) An updated version of the IEEE RTS 24-bus system for electricity market and power system operation studies, Technical Report, Technical University of Denmark.
- Pessanha, J.F.M.; Oliveira, F.L.C.; Souza, R.C. (2015), Teaching statistical methods in engineering courses through wind power data. *Revista de Ensino de Engenharia*, v. 34, p. 85-92.
- Pessanha, J.F.M.; Melo, A.C.G.; Almeida, V.A. (2018), Impact of Wind Speed Correlations on Probabilistic Power Flow by Using the Nataf Transformation, *International Conference on Probabilistic Methods Applied to Power Systems (PMAPS)*, Boise, Idaho.
- Usaola, J. (2009) Probabilistic load flow in systems with wind generation, *IET Generation, Transmission & Distribution*, v. 3, n. 12, pp. 1031-1041, May.
- Villanueva, D.; Pazos, J.J.; Feijoo, A. (2011) Probabilistic load flow including wind power generation, *IEEE Transactions on Power Systems*, vol 26, no 3, pp. 1659-1667, Aug. 2011.
- Zhang, Y.; Wang, X.; Vu, X.; Jiaotong, X.; Zeng, P.; Shi, H. (2016) Transmission planning considering spatial correlation of wind power, *IEEE PES 13th International Conference on Transmission & Distribution Construction, Operation & Live-Line Maintenance*, Columbus, September.