

CONTROLADOR BI-HORMONAL POR MODOS DESLIZANTES APLICADO À REGULAÇÃO DE GLICEMIA EM PACIENTES DIABÉTICOS TIPO 1

MANUCHI MARTINS DANSA* VICTOR HUGO PEREIRA RODRIGUES* TIAGO ROUX OLIVEIRA*

**Departamento de Engenharia Eletrônica e Telecomunicações – Faculdade de Engenharia
Universidade do Estado do Rio de Janeiro (UERJ) – 20559-900*

Email: manuchid@gmail.com, rodrigues.vhp@gmail.com, tiagoroux@uerj.br

Abstract— Control algorithms for a bi-hormonal artificial pancreas are proposed in such a way that insulin and glucagon actions are incorporated, aiming to avoid hypoglycemic and hyperglycemic cases. Such control algorithms are utilized in order to ensure the blood glucose regulation in type 1 diabetic patients. The mathematical model utilized has experimental validation and represents the glucose-insulin-glucagon dynamics. First-Order Sliding Mode Controllers with and without Boundary Layer were utilized. One desires to reach, in finite time, an equilibrium condition of the closed-loop control system, even in the presence of disturbances related to feeding. The stability proof is presented assuming that the state is known. In the simulation results, exact differentiators are used in order to recover the information associated with the unmeasured state variables of the system. At last, the performance of each control strategy is evaluated by means of numerical examples.

Keywords— Uncertain Nonlinear Systems, Biological Mathematics, Bihormonal Control, Diabetes, First-Order Sliding Mode Control.

Resumo— Deseja-se propor algoritmos de controle para um pâncreas artificial bi-hormonal que incorpore a ação da insulina e do glucagon com a finalidade de evitar quadros de hipoglicemia e hiperglicemia. Tais algoritmos são utilizados com o intuito de garantir a regulação da glicemia em pacientes diabéticos tipo 1. O modelo matemático utilizado tem validação experimental e representa a dinâmica glicose-insulina-glucagon. Utilizaram-se Controladores por Modos Deslizantes de Primeira Ordem com e sem *Boundary Layer*. Deseja-se alcançar em tempo finito uma condição de equilíbrio do sistema de controle em malha fechada, mesmo na presença de perturbações ligadas à ingestão de alimento. A prova de estabilidade é apresentada, assumindo que o estado é conhecido. Nas simulações apresentadas, utilizaram-se diferenciadores exatos na tentativa de recuperar a informação das variáveis de estado do sistema que não são mensuradas. Por fim, são apresentados exemplos numéricos para avaliar o desempenho de cada estratégia.

Palavras-chave— Sistemas Não-Lineares Incertos, Matemática Biológica, Controle Bihormonal, Diabetes, Controle por Modos Deslizantes de Primeira Ordem.

1 Introdução

O pâncreas, além de cumprir determinadas funções digestivas, secreta dois hormônios importantes: insulina e glucagon. Estes hormônios são cruciais para a regulação da concentração de glicose no sangue. Esta concentração é comumente chamada de glicemia. Quando a glicemia cresce demais, a insulina é secretada, fazendo com que a glicemia diminua e retorne ao seu valor normal. Por outro lado, quando a glicemia diminui demais, o glucagon é secretado, garantindo que a glicemia aumente e se mantenha regulada.

Em pacientes com diabetes mellitus tipo 1 (DMT1), o pâncreas não produz insulina por conta própria, o que pode trazer uma série de riscos à saúde destes pacientes (Guyton and Hall, 2016). Se a glicemia diminui muito, o paciente desmaia; se ela cresce demais, o paciente corre o risco de ter problemas nos olhos, nervos, e artérias. Então, muitas vezes por dia, o paciente deve furar o dedo para testar a glicemia, fazer um cálculo baseado nas refeições planejadas, se exercitar, e ajustar a injeção de insulina para dar conta disso tudo.

Diante deste cenário, o projeto de um dispositivo eletrônico que fosse capaz de regular a glicemia de pacientes diabéticos tipo 1 tem sido alvo de pesquisas desde meados da década de 1960

(Kadish, 1964). Dispositivos como este atendem pelo nome de pâncreas artificiais (Cobelli et al., 2011), (Bequette, 2012). Um pâncreas artificial é composto por um sensor de glicose, um algoritmo de controle e uma bomba de infusão de insulina.

Ao modelar um sistema de injeção de hormônios no corpo humano, certos requisitos como alcance em tempo finito e robustez a incertezas paramétricas, devem ser atendidos (Kaveh and Shtessel, 2008). Além disso, a dinâmica glicose-insulina não é bem representada matematicamente por modelos lineares. Nesse sentido, deseja-se trabalhar com um controlador que seja capaz de alcançar o objetivo de controle desejado, em tempo finito, mesmo diante de modelagens imprecisas. O Controle por Modos Deslizantes (*Sliding Mode Control* - SMC) é reconhecido como uma ferramenta eficiente para projetar controladores que são robustos a incertezas paramétricas, a perturbações exógenas e a não linearidades da planta (Edwards and Spurgeon, 1998). No entanto, há uma questão que tem causado divergência de opiniões entre pesquisadores deste ramo: saber se é melhor injetar apenas insulina no paciente, ou acrescentar à bomba o hormônio glucagon. Embora uma bomba monohormonal em malha fechada tenha um desempenho muito superior à terapia padrão de insulina

Tabela 1: Descrição dos parâmetros do modelo mínimo estendido.

| Parâmetros | Descrição |
|--|--|
| S_G [min^{-1}] | efetividade da glicose por unidade de distribuição de volume |
| G_B [mg/dl] | concentração basal de glicose |
| $t_{\max G}(t)$ [min] | tempo para máxima absorção de glicose |
| V [dl/kg] | distribuição volumétrica de glicose |
| $p_2(t)$ [min^{-1}] | taxa de eliminação da insulina ativa |
| $S_I(t)$ [min^{-1} por μ U/ml] | sensibilidade de insulina |
| $I_B(t)$ [mU/dl] | concentração basal de insulina |
| $p_3(t)$ [min^{-1}] | taxa que descreve a dinâmica da ação do glucagon |
| $S_N(t)$ [min^{-1} por pg/ml] | sensibilidade ao glucagon |
| $N_B(t)$ [pg/ml] | concentração basal de glucagon |

em malha aberta, o risco de hipoglicemia ainda se mantém um desafio (Bakhtiani et al., 2013), (Kumareswaran et al., 2009).

Por outro lado, o uso de glucagon no pâncreas artificial tem se mostrado uma opção factível para prevenir e tratar a hipoglicemia (El-Khatib et al., 2010), (Castle et al., 2010), e, por isso, será utilizado neste projeto.

O principal objetivo deste artigo é propor algoritmos de controle que sejam capazes de garantir a regulação da glicemia em pacientes portadores de DMT1 através de uma bomba bi-hormonal.

1.1 Detalhes do Projeto

Neste projeto, optou-se por trabalhar com a terapia de infusão subcutânea contínua de insulina e de glucagon na região do abdômen (Pickup et al., 1978). Esta escolha justifica-se pelo fato do modelo utilizado neste projeto, o modelo mínimo estendido (Herrero et al., 2013), considerar este tipo de terapia. Além disso, a infusão subcutânea de insulina é menos invasiva do que a infusão intravenosa ou intramuscular desses hormônios.

Embora o modelo estendido não especifique o tipo de insulina a ser utilizado, sugere-se o uso de uma insulina que tenha ação rápida na redução da glicose no sangue. Desejando-se implementar um pâncreas artificial baseado neste modelo, acredita-se que uma boa opção seja o uso da insulina Lispro. Trata-se de um análogo da insulina humana que pode ser administrada imediatamente antes ou durante as refeições (Schmaub et al., 1998).

Em se tratando do glucagon utilizado, deve-se dizer que não há outra opção a não ser o glucagon comercialmente disponível hoje. A injeção subcutânea deste hormônio no abdômen é eficiente no aumento da concentração de glucagon no sangue, e no aumento da concentração de glicose no sangue (Muhlhauser et al., 1985).

2 Modelagem Matemática

Diversos autores (Castle et al., 2010), (El-Khatib et al., 2010), (Russell et al., 2012) acreditam que algoritmos de controle bi-hormonal garantiriam uma regulação segura da glicemia, e reduziriam significativamente o tempo gasto em estados de hipoglicemia em pacientes com DMT1.

A disponibilidade de um modelo que incorpore glucagon como hormônio contra-regulatório à insulina permitiria um projeto mais eficiente de controladores bi-hormonais de glicose (El-Khatib et al., 2010). Nesse sentido, um modelo mínimo estendido foi proposto (Herrero et al., 2013) para incorporar o efeito do glucagon.

A fim de prezar pela simplicidade, assumiremos para o projeto dos controladores, apenas o modelo reduzido (Herrero et al., 2013). Isso é possível, uma vez que algumas das dinâmicas são, em geral, mais rápidas do que a dinâmica da concentração de glicose sanguínea, da ação da insulina na produção de glicose e da ação do glucagon na produção de glicose. Desta forma, a dinâmica apresentada em (Herrero et al., 2013) passa a ser representada por:

$$\dot{x}_1(t) = -(S_G + x_2(t) - x_3(t))x_1(t) + S_G G_B + \frac{1}{t_{\max G} V} d(t), \quad (1)$$

$$\dot{x}_2(t) = -p_2(t)x_2(t) + p_2(t)S_I(t)(u^+ - I_B), \quad (2)$$

$$\dot{x}_3(t) = -p_3(t)x_3(t) + p_3(t)S_N(t)(u^- - N_B), \quad (3)$$

$$y(t) = x_1(t), \quad (4)$$

onde $y(t)$ [mg/dL] é a variável de saída, $x_1(t)$ [mg/dL] é a concentração de glicose sanguínea, $x_2(t)$ [min^{-1}] é a ação da insulina na produção de glicose, $x_3(t)$ [min^{-1}] é a ação do glucagon na produção de glicose, $V = 1.7$ dl/kg é a distribuição volumétrica de glicose, $u^+ \in \mathbb{R}^+$ [μ U/dL] é a ação de controle dada pela concentração de insulina no plasma, $u^- \in \mathbb{R}^+$ [pg/dL] é a concentração de glucagon no plasma, $d(t)$ [mg/kg] é a concentração de glicose ingerida pelo paciente ao longo das refeições diárias e $S_G = 0,014$ [min^{-1}] é a *efetividade da glicose* por unidade de volume. A fim de prezar pela simplicidade, o parâmetro $t_{\max G} = 69,6$ [min] foi feito constante, uma vez que as variações deste parâmetro em geral são muito lentas (Herrero et al., 2013). As demais variáveis e parâmetros estão descritas na Tabela 1, com as respectivas unidades e descrições. Por fim, deve-se ressaltar que se $u^+ \in \mathbb{R}^+$ e $u^- \in \mathbb{R}^+$, significa que os sinais de controle são positivos.

A descrição matemática dos parâmetros vari-

antes no tempo é apresentada a seguir:

$$p_2(t) = 0,012\mathbb{1}(t) - 0,0081\mathbb{1}(t - 300) + 0,0171\mathbb{1}(t - 720) - 0,009\mathbb{1}(t - 1080), \quad (5)$$

$$p_3(t) = 0,017\mathbb{1}(t) - 0,001\mathbb{1}(t - 300) + 0,123\mathbb{1}(t - 720) - 0,122\mathbb{1}(t - 1080), \quad (6)$$

$$S_I(t) = [7,73\mathbb{1}(t) + 0,82\mathbb{1}(t - 300) - 1,73\mathbb{1}(t - 720) + 0,91\mathbb{1}(t - 1080)] \times 10^{-4}, \quad (7)$$

$$S_N(t) = [1,38\mathbb{1}(t) + 0,58\mathbb{1}(t - 300) - 1,15\mathbb{1}(t - 720) + 0,57\mathbb{1}(t - 1080)] \times 10^{-4}, \quad (8)$$

$$I_B(t) = 11,01\mathbb{1}(t) + 8,75\mathbb{1}(t - 300) - 9,73\mathbb{1}(t - 720) + 0,98\mathbb{1}(t - 1080), \quad (9)$$

$$N_B(t) = 46,30\mathbb{1}(t) + 1,83\mathbb{1}(t - 300) + 11,10\mathbb{1}(t - 720) - 12,93\mathbb{1}(t - 1080), \quad (10)$$

onde $\mathbb{1}(t)$ representa a função degrau unitário. O deslocamento na função degrau unitário é medido em minutos. Portanto, as funções $\mathbb{1}(t - 300)$, $\mathbb{1}(t - 720)$ e $\mathbb{1}(t - 1080)$ indicam que os valores dos parâmetros (5)–(10) sofrem alterações às 5:00, às 12:00 e às 18:00, respectivamente. Os valores mínimos e máximos dos parâmetros (5)–(10) são dados por:

$$0,0039 \leq p_2(t) \leq 0,021, \quad (11)$$

$$0,016 \leq p_3(t) \leq 0,139, \quad (12)$$

$$6,82 \times 10^{-4} \leq S_I(t) \leq 8,55 \times 10^{-4}, \quad (13)$$

$$0,81 \times 10^{-4} \leq S_N(t) \leq 1,96 \times 10^{-4}, \quad (14)$$

$$10,03 \leq I_B(t) \leq 19,76, \quad (15)$$

$$46,30 \leq N_B(t) \leq 59,23. \quad (16)$$

Durante o desenvolvimento da análise de estabilidade, os parâmetros do sistema serão considerados incertos tal que, seus limitantes são conhecidos, e descritos por

$$\underline{p}_2 < p_2(t) < \bar{p}_2, \quad \underline{p}_3 < p_3(t) < \bar{p}_3, \quad (17)$$

$$\underline{S}_I < S_I(t) < \bar{S}_I, \quad \underline{S}_N < S_N(t) < \bar{S}_N, \quad (18)$$

$$\underline{I}_B < I_B(t) < \bar{I}_B, \quad \underline{N}_B < N_B(t) < \bar{N}_B, \quad (19)$$

$$\underline{t}_{\max G} < t_{\max G}, \quad G_B < \bar{G}_B, \quad \underline{V} < V, \quad (20)$$

$$\underline{S}_G < S_G < \bar{S}_G. \quad (21)$$

Além disso, assume-se que

$$|d(t)| < \bar{d}, \quad |\dot{d}(t)| < \dot{\bar{d}}, \quad (22)$$

onde \bar{d} e $\dot{\bar{d}}$ são constantes positivas conhecidas para as quais (22) é satisfeita, a menos de um conjunto de medida nula no sentido de Lebesgue.

A seguir, apresentamos o objetivo de controle e a metodologia utilizada para alcançá-lo. As ferramentas exploradas com este intuito serão devidamente discutidas.

3 Objetivos de Controle e Metodologia

3.1 Objetivo de Controle

O objetivo deste projeto é garantir a regulação da glicemia em um paciente com DMT1. Matematicamente, isto pode ser representado a partir

da estabilização do erro de saída:

$$e(t) = G_B - x_1(t), \quad (23)$$

onde $G_B = 90$ mg/dl representa o valor de referência desejado. Este valor foi escolhido de modo que a glicemia do paciente com DMT1 se mantivesse dentro dos limites considerados seguros pela comunidade médica, 80 e 100 mg/dl (Guyton and Hall, 2016).

3.2 Metodologia

Dentre todas as estratégias de controle não-linear disponíveis, escolheu-se trabalhar com controladores por modos deslizantes (*Sliding Modes Control* - SMC). A principal vantagem do SMC é a não necessidade de se conhecer precisamente o modelo matemático do sistema a ser controlado. Para o projeto do controlador, basta que os limitantes superiores e inferiores dos parâmetros da planta sejam conhecidos. O conhecimento dos majorantes para as perturbações também é exigido. Nesse sentido, pode-se dizer que não há problema em se trabalhar com uma planta que esteja sujeita a incertezas paramétricas e perturbações exógenas.

4 O Atuador Bi-hormonal e Alimentação

4.1 Atuador Bi-hormonal

Controladores por modos deslizantes têm sempre duas ações de controle: uma ação de controle positiva, u^+ , e uma ação de controle negativa, u^- . Neste projeto, a ação de controle positiva é representada pela quantidade de insulina injetada no sangue, enquanto a ação de controle negativa é representada pela quantidade de glucagon injetada no sangue. O algoritmo decide qual hormônio deve ser injetado no paciente a cada momento, e esta decisão satisfaz a seguinte regra:

$$u^+ = \begin{cases} \varrho, & \text{se } u > 0 \text{ (sgn}(\sigma) < 0) \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases}, \quad (24)$$

$$u^- = \begin{cases} \varrho, & \text{se } u < 0 \text{ (sgn}(\sigma) > 0) \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases}, \quad (25)$$

onde ϱ representa a função de modulação do controlador, e σ representa a variável de deslizamento. Observando-se as regras (24)–(25), percebe-se que insulina e glucagon nunca são administrados simultaneamente.

4.2 Perturbação - Alimentação

Neste projeto, deseja-se que a glicemia do paciente seja regulada ao longo de um período de 24 horas, o que equivale a 1.440 minutos. Neste contexto, é necessário que o paciente mantenha uma dieta regular que consiste em três refeições diárias, previstas para os seguintes horários: 5:00, 12:00

e 18:00. A modelagem da ingestão de alimentos foi proposta em (Kaveh and Shtessel, 2008), (Hernandez et al., 2013) como:

$$d(t) = 80e^{-0,5(t-300)} \mathbb{1}(t-300) + 100e^{-0,5(t-720)} \mathbb{1}(t-720) + 70e^{-0,5(t-1080)} \mathbb{1}(t-1080), \quad (26)$$

onde $d(t)$ pode ser encarado como uma perturbação exógena do sistema. Desse modo, assume-se que cada refeição pode representar uma taxa diferente de aparecimento de glicose no sangue. A Figura 1 ilustra o efeito que a alimentação do paciente tem sobre sua glicemia.

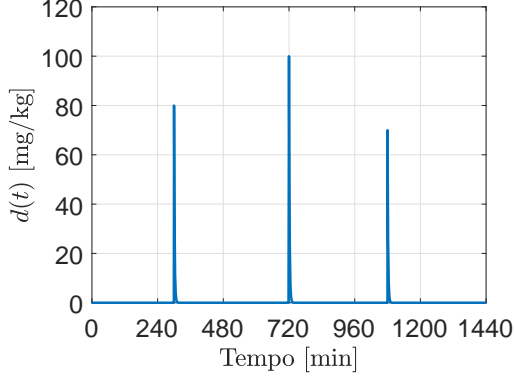


Figura 1: Concentração de glicose ingerida pelo paciente ao longo das refeições diárias.

Assim sendo, observemos o sistema (1)–(3). Nota-se que a perturbação $d(t)$ aparece na equação (1), enquanto as ações positiva, u^+ , e negativa, u^- , de controle aparecem nas equações (2) e (3). Então, diz-se que as perturbações são *descasadas* (Edwards and Spurgeon, 1998). Isto gera uma dificuldade adicional no projeto do controlador, uma vez que o ganho de controle terá que majorar a perturbação e suas derivadas em amplitude.

5 O Diferenciador Exato

Diferenciadores exatos são baseados em controladores por modos deslizantes de alta ordem. Este tipo de ferramenta é capaz de fornecer a derivada exata do erro de saída $e \in \mathbb{R}$ e garantir a atenuação de pequenos ruídos de alta frequência (Levant, 2003). Sua estrutura é dada por:

$$\begin{aligned} \dot{\zeta}_0 &= v_0 = -\lambda_0 C^{\frac{1}{p+1}} |\zeta_0 - e(t)|^{\frac{p}{p+1}} \text{sgn}(\zeta_0 - e(t)) + \zeta_1, \\ &\vdots \\ \dot{\zeta}_i &= v_i = -\lambda_i C^{\frac{1}{p-i+1}} |\zeta_i - v_{i-1}|^{\frac{p-i}{p-i+1}} \text{sgn}(\zeta_i - v_{i-1}) + \zeta_{i+1}, \\ &\vdots \\ \dot{\zeta}_p &= -\lambda_p C \text{sgn}(\zeta_p - v_{p-1}), \end{aligned} \quad (27)$$

onde λ_i são constantes apropriadas, escolhidas de maneira recursiva; C é uma constante apropriada, tal que $C \geq |e^{(\rho)}(t)|$; o estado é dado por $\zeta = [\zeta_0, \dots, \zeta_{p-1}]^T$; e $p = \rho - 1$ representa a ordem do diferenciador. Portanto, as seguintes igualdades

$$\zeta_0 = e(t), \quad \zeta_i = e^{(i)}(t), \quad i = 1, \dots, p, \quad (28)$$

são estabelecidas em tempo finito (Levant, 2003), com a necessidade de que o sinal, $e^{(\rho)}(t)$, seja uniformemente limitado, como assumido no diferenciador por modos deslizantes de ordem superior (*Higher Order Sliding Modes* - HOSM). Como $\rho = 2$, sabendo que a planta tem dinâmica dada por (1)–(4), a partir do erro de regulação (23), é possível mostrar que a seguinte desigualdade é satisfeita:

$$\begin{aligned} |\ddot{e}(t)| &= |(-S_G^2 - p_2 S_I I_B + p_3 S_N N_B) x_1(t) + S_G G_B (x_2(t) - x_3(t)) - (2S_G + p_2) x_1(t) x_2(t) + (2S_G + p_3) x_1(t) x_3(t) - x_1(t) x_2^2(t) - x_1(t) x_3^2(t) + 2x_1(t) x_2(t) x_3(t) + \frac{d(t)}{t_{\max G V}} (S_G + x_2(t) - x_3(t)) - \frac{\dot{d}(t)}{t_{\max G V}} + S_G^2 G_B + p_2 S_I x_1(t) u^+ - p_3 S_N x_1(t) u^-| \\ &\leq (\bar{S}_G^2 + \bar{p}_2 \bar{S}_I \bar{I}_B + \bar{p}_3 \bar{S}_N \bar{N}_B + 2\bar{S}_G \bar{G}_B + \frac{2\bar{d}}{t_{\max G V}} + \max\{\bar{p}_2, \bar{p}_3\} + \max\{\bar{S}_I, \bar{S}_N\} \varrho) \chi \\ &\quad + (4\bar{S}_G + \bar{p}_2 + \bar{p}_3) \chi^2 + 4\chi^3 + \frac{\bar{S}_G \bar{d} + \bar{d}}{t_{\max G V}} + \bar{S}_G^2 \bar{G}_B, \end{aligned} \quad (29)$$

onde os parâmetros são majorados por (17)–(20), a perturbação, $d(t)$, e sua derivada, $\dot{d}(t)$, satisfazem (22) e a norma do estado, por se tratar de um sistema biológico, obviamente é majorada, ao menos localmente, por uma constante tal que, por definição, $|x(t)| < \chi$. Assumindo que estes majorantes são constantes, e estão disponíveis para o projeto, um limitante superior para o módulo da segunda derivada do sinal de erro, $\ddot{e}(t)$, pode ser encontrado por

$$\begin{aligned} C &= \left(\bar{S}_G^2 + \bar{p}_2 \bar{S}_I \bar{I}_B + \bar{p}_3 \bar{S}_N \bar{N}_B + 2\bar{S}_G \bar{G}_B + \frac{2\bar{d}}{t_{\max G V}} + \max\{\bar{p}_2, \bar{p}_3\} \max\{\bar{S}_I, \bar{S}_N\} \varrho \right) \chi + (4\bar{S}_G + \bar{p}_2 + \bar{p}_3) \chi^2 \\ &\quad + 4\chi^3 + \frac{\bar{S}_G \bar{d} + \bar{d}}{t_{\max G V}} + \bar{S}_G^2 \bar{G}_B. \end{aligned} \quad (30)$$

Ao longo deste trabalho, o seguinte diferenciador exato será utilizado:

$$\dot{\zeta}_0 = v_0 = -\lambda_0 C^{\frac{1}{2}} |\zeta_0 - e(t)|^{\frac{1}{2}} \text{sgn}(\zeta_0 - e(t)) + \zeta_1, \quad (31)$$

$$\dot{\zeta}_1 = -\lambda_1 C \text{sgn}(\zeta_1 - v_0), \quad (32)$$

com $\lambda_0 = 5$ e $\lambda_1 = 3$ e ganho C dado em (30).

Para a realização das simulações, os seguintes parâmetros do sistema de controle foram escolhidos: $\underline{p}_2 = 0,003$; $\bar{p}_2 = 0,03$; $\underline{p}_3 = 0,01$; $\bar{p}_3 = 0,14$; $\underline{S}_N = 0,8 \times 10^{-4}$; $\bar{S}_N = 2 \times 10^{-4}$; $\underline{S}_I = 6,8 \times 10^{-4}$; $\bar{S}_I = 8,6 \times 10^{-4}$; $\bar{S}_G = 0,015$; $\bar{N}_B = 60$; $\bar{I}_B = 20$; $\bar{V} = 1,5$; $t_{\max G V} = 65$; $\bar{d} = 110$ e $\bar{d} = 60$ e $\varrho = 100$. Estes valores foram escolhidos a partir valores numéricos dos parâmetros (5)–(10) que, por sua vez, podem ser consultados em (Herrero et al., 2013).

6 Controlador por Modos Deslizantes de Primeira Ordem

O controle por modos deslizantes é uma técnica de controle bem documentada, e seus fundamentos podem ser encontrados em (Edwards and Spurgeon, 1998) e (Utkin, 1993).

A seguir, será apresentada a análise local do controlador por modos deslizantes de primeira ordem, utilizando a variável de deslizamento ideal. Desse modo, assume-se inicialmente que as derivadas do erro estejam disponíveis.

Teorema 1. *Considere o sistema descrito por (1)–(4) e os limitantes (17)–(20). Então, é possível que se encontre uma lei de controle por modos deslizantes, u , dada por:*

$$u = -\varrho \operatorname{sgn}(\sigma(t)), \quad \varrho > 0, \quad (33)$$

$$\sigma(t) = \dot{e}(t) + l_0 e(t), \quad (34)$$

com função de modulação, ϱ , constante suficientemente grande e variável de deslizamento, $\sigma(t)$, tal que, o modo deslizante ideal, $\sigma(t) = 0$, ocorre em tempo finito. Além disto, no deslizamento, a convergência do erro é exponencial ($e(t) = e^{-l_0 t} e(0)$, $\forall t \geq 0$).

Prova 1. *Considere a seguinte candidata à função de Lyapunov*

$$V(t) = \sigma^2(t). \quad (35)$$

que tem como derivada temporal $\dot{V}(t) = 2\sigma(t)\dot{\sigma}(t)$. Então,

$$\dot{V}(t) = 2\sigma(t)(\ddot{e}(t) + l_0 \dot{e}(t)) \quad (36)$$

Derivando a equação do erro (23), chega-se a

$$\begin{aligned} \dot{e}(t) &= -\dot{y}(t) = S_G x_1(t) + x_1(t)x_2(t) - x_1(t)x_3(t) \\ &\quad - S_G G_B - \frac{1}{t_{\max G} V} d(t), \\ \ddot{e}(t) &= (-S_G^2 - p_2(t)S_I(t)I_B(t) + p_3(t)S_N(t)N_B(t))x_1(t) \\ &\quad + S_G G_B(x_2(t) - x_3(t)) - (2S_G + p_2(t))x_1(t)x_2(t) \\ &\quad + (2S_G + p_3(t))x_1(t)x_3(t) - x_1(t)x_2^2(t) - x_1(t)x_3^2(t) \\ &\quad + 2x_1(t)x_2(t)x_3(t) + \frac{1}{t_{\max G} V} (S_G + x_2(t) - x_3(t))d(t) \\ &\quad - \frac{1}{t_{\max G} V} \dot{d}(t) + S_G^2 G_B + p_2(t)S_I(t)x_1(t)u^+ \\ &\quad - p_3(t)S_N(t)x_1(t)u^-. \end{aligned} \quad (37)$$

A derivada temporal de (34) é dada por

$$\begin{aligned} \dot{\sigma}(t) &= \ddot{e}(t) + l_0 \dot{e}(t) \\ &= (-S_G^2 - p_2(t)S_I(t)I_B(t) + p_3(t)S_N(t)N_B(t))x_1(t) \\ &\quad + S_G G_B(x_2(t) - x_3(t)) - (2S_G + p_2(t))x_1(t)x_2(t) \\ &\quad + (2S_G + p_3(t))x_1(t)x_3(t) - x_1(t)x_2^2(t) - x_1(t)x_3^2(t) \\ &\quad + 2x_1(t)x_2(t)x_3(t) + \frac{1}{t_{\max G} V} (S_G + x_2(t) - x_3(t))d(t) \\ &\quad - \frac{1}{t_{\max G} V} \dot{d}(t) + S_G^2 G_B + l_0 S_G x_1(t) + l_0 x_1(t)x_2(t) \\ &\quad - l_0 x_1(t)x_3(t) - l_0 S_G G_B - \frac{l_0}{t_{\max G} V} d(t) \\ &\quad + p_2(t)S_I(t)x_1(t)u^+ - p_3(t)S_N(t)x_1(t)u^-, \end{aligned} \quad (38)$$

logo, a derivada primeira da candidata à função

de Lyapunov é dada por:

$$\begin{aligned} \dot{V}(t) &= 2 \left\{ (-S_G^2 - p_2(t)S_I(t)I_B(t) \right. \\ &\quad + p_3(t)S_N(t)N_B(t))x_1(t)\sigma(t) + S_G G_B(x_2(t) \\ &\quad - x_3(t))\sigma(t) - (2S_G + p_2(t))x_1(t)x_2(t)\sigma(t) \\ &\quad + (2S_G + p_3(t))x_1(t)x_3(t)\sigma(t) - x_1(t)x_2^2(t)\sigma(t) \\ &\quad - x_1(t)x_3^2(t)\sigma(t) + 2x_1(t)x_2(t)x_3(t)\sigma(t) \\ &\quad + \frac{1}{t_{\max G} V} (S_G + x_2(t) - x_3(t))d(t)\sigma(t) \\ &\quad - \frac{1}{t_{\max G} V} \dot{d}(t)\sigma(t) + S_G^2 G_B \sigma(t) + l_0 S_G x_1(t)\sigma(t) \\ &\quad + l_0 x_1(t)x_2(t)\sigma(t) - l_0 x_1(t)x_3(t)\sigma(t) - l_0 S_G G_B \sigma(t) \\ &\quad - \frac{l_0}{t_{\max G} V} d(t)\sigma(t) + p_2(t)S_I(t)x_1(t)u^+ \sigma(t) \\ &\quad \left. - p_3(t)S_N(t)x_1(t)u^- \sigma(t) \right\}. \end{aligned} \quad (39)$$

A equação (39) pode ser majorada por:

$$\begin{aligned} \dot{V}(t) &\leq 2 \left\{ (S_G^2 + p_2(t)S_I(t)I_B(t) \right. \\ &\quad + p_3(t)S_N(t)N_B(t))|x_1(t)||\sigma(t)| \\ &\quad + S_G G_B(|x_2(t)| + |x_3(t)|)|\sigma(t)| \\ &\quad + (2S_G + p_2(t))|x_1(t)||x_2(t)||\sigma(t)| \\ &\quad + (2S_G + p_3(t))|x_1(t)||x_3(t)||\sigma(t)| \\ &\quad + |x_1(t)||x_2^2(t)||\sigma(t)| + |x_1(t)||x_3^2(t)||\sigma(t)| \\ &\quad + 2|x_1(t)||x_2(t)||x_3(t)||\sigma(t)| \\ &\quad + \frac{1}{t_{\max G} V} (S_G + |x_2(t)| + |x_3(t)|)|d(t)||\sigma(t)| \\ &\quad + \frac{1}{t_{\max G} V} |\dot{d}(t)||\sigma(t)| + S_G^2 G_B |\sigma(t)| \\ &\quad + l_0 S_G |x_1(t)||\sigma(t)| + l_0 |x_1(t)||x_2(t)||\sigma(t)| \\ &\quad + l_0 |x_1(t)||x_3(t)||\sigma(t)| + l_0 S_G G_B |\sigma(t)||\sigma(t)| \\ &\quad + \frac{l_0}{t_{\max G} V} |d(t)||\sigma(t)| + p_2(t)S_I(t)x_1(t)u^+ \sigma(t) \\ &\quad \left. - p_3(t)S_N(t)x_1(t)u^- \right\}. \end{aligned} \quad (40)$$

Sabendo-se que os parâmetros do sistema são incertos, com o auxílio dos limitantes (17)–(21), a desigualdade (40) pode ser majorada por:

$$\begin{aligned} \dot{V}(t) &\leq 2 \left\{ [(\bar{S}_G^2 + \bar{p}_2 \bar{S}_I \bar{I}_B + \bar{p}_3 \bar{S}_N \bar{N}_B)|x_1(t)| \right. \\ &\quad + \bar{S}_G \bar{G}_B(|x_2(t)| + |x_3(t)|) \\ &\quad + (2\bar{S}_G + \bar{p}_2)|x_1(t)||x_2(t)| \\ &\quad + (2\bar{S}_G + \bar{p}_3)|x_1(t)||x_3(t)| + |x_1(t)||x_2^2(t) \\ &\quad + |x_1(t)||x_3^2(t) + 2|x_1(t)||x_2(t)||x_3(t)| \\ &\quad + \frac{1}{t_{\max G} V} (\bar{S}_G + |x_2(t)| + |x_3(t)|)|d(t)| \\ &\quad + \frac{1}{t_{\max G} V} |\dot{d}(t)| + \bar{S}_G^2 \bar{G}_B + l_0 \bar{S}_G |x_1(t)| \\ &\quad + l_0 |x_1(t)||x_2(t)| + l_0 |x_1(t)||x_3(t)| + l_0 \bar{S}_G \bar{G}_B \\ &\quad + \frac{l_0}{t_{\max G} V} |d(t)| \left. \right] |\sigma(t)| + p_2(t)S_I(t)x_1(t)u^+ \sigma(t) \\ &\quad - p_3(t)S_N(t)x_1(t)u^- \sigma(t) \left. \right\}. \end{aligned} \quad (41)$$

O paciente receberá insulina ($u^+ = \varrho$) se $u > 0$, neste caso, $\operatorname{sgn}(\sigma) < 0 \rightarrow \sigma = -|\sigma|$ e $u^- = 0$. Então a desigualdade (40) pode ser reescrita

como:

$$\begin{aligned} \dot{V}(t) \leq & 2 \left\{ (\bar{S}_G^2 + \bar{p}_2 \bar{S}_I \bar{I}_B + \bar{p}_3 \bar{S}_N \bar{N}_B) |x_1(t)| \right. \\ & + \bar{S}_G \bar{G}_B (|x_2(t)| + |x_3(t)|) \\ & + (2\bar{S}_G + \bar{p}_2) |x_1(t)| |x_2(t)| \\ & + (2\bar{S}_G + \bar{p}_3) |x_1(t)| |x_3(t)| + |x_1(t)| x_2^2(t) \\ & + |x_1(t)| x_3^2(t) + 2|x_1(t)| |x_2(t)| |x_3(t)| \\ & + \frac{1}{\underline{t}_{\max G} \underline{V}} (\bar{S}_G + |x_2(t)| + |x_3(t)|) |d(t)| \\ & + \frac{1}{\underline{t}_{\max G} \underline{V}} |\dot{d}(t)| + \bar{S}_G^2 \bar{G}_B + l_0 \bar{S}_G |x_1(t)| \\ & + l_0 |x_1(t)| |x_2(t)| + l_0 |x_1(t)| |x_3(t)| + l_0 \bar{S}_G \bar{G}_B \\ & \left. + \frac{l_0}{\underline{t}_{\max G} \underline{V}} |d(t)| - p_2(t) S_I(t) x_1(t) \varrho \right\} |\sigma(t)|. \quad (42) \end{aligned}$$

O paciente receberá glucagon ($u^- = \varrho$) se $u < 0$, neste caso, $\text{sgn}(\sigma) > 0 \rightarrow \sigma = |\sigma|$ e $u^+ = 0$. Então a desigualdade (40) pode ser reescrita como:

$$\begin{aligned} \dot{V}(t) \leq & 2 \left\{ (\bar{S}_G^2 + \bar{p}_2 \bar{S}_I \bar{I}_B + \bar{p}_3 \bar{S}_N \bar{N}_B) |x_1(t)| \right. \\ & + \bar{S}_G \bar{G}_B (|x_2(t)| + |x_3(t)|) + (2\bar{S}_G + \bar{p}_2) |x_1(t)| |x_2(t)| \\ & + (2\bar{S}_G + \bar{p}_3) |x_1(t)| |x_3(t)| + |x_1(t)| x_2^2(t) + |x_1(t)| x_3^2(t) \\ & + 2|x_1(t)| |x_2(t)| |x_3(t)| \\ & + \frac{1}{\underline{t}_{\max G} \underline{V}} (\bar{S}_G + |x_2(t)| + |x_3(t)|) |d(t)| \\ & + \frac{1}{\underline{t}_{\max G} \underline{V}} |\dot{d}(t)| + \bar{S}_G^2 \bar{G}_B + l_0 \bar{S}_G |x_1(t)| \\ & + l_0 |x_1(t)| |x_2(t)| + l_0 |x_1(t)| |x_3(t)| + l_0 \bar{S}_G \bar{G}_B \\ & \left. + \frac{l_0}{\underline{t}_{\max G} \underline{V}} |d(t)| - p_3(t) S_N(t) x_1(t) \varrho \right\} |\sigma(t)|. \quad (43) \end{aligned}$$

Sabendo que x_1 representa a glicose e por isso $x_1 > 1 \quad \forall t$, então as desigualdades (42) e (43) podem ser majoradas por

$$\begin{aligned} \dot{V}(t) \leq & 2 \left\{ (\bar{S}_G^2 + \bar{p}_2 \bar{S}_I \bar{I}_B + \bar{p}_3 \bar{S}_N \bar{N}_B) |x_1(t)| \right. \\ & + \bar{S}_G \bar{G}_B (|x_2(t)| + |x_3(t)|) \\ & + (2\bar{S}_G + \bar{p}_2) |x_1(t)| |x_2(t)| \\ & + (2\bar{S}_G + \bar{p}_3) |x_1(t)| |x_3(t)| + |x_1(t)| x_2^2(t) \\ & + |x_1(t)| x_3^2(t) + 2|x_1(t)| |x_2(t)| |x_3(t)| \\ & + \frac{1}{\underline{t}_{\max G} \underline{V}} (\bar{S}_G + |x_2(t)| + |x_3(t)|) |d(t)| \\ & + \frac{1}{\underline{t}_{\max G} \underline{V}} |\dot{d}(t)| + \bar{S}_G^2 \bar{G}_B + l_0 \bar{S}_G |x_1(t)| \\ & + l_0 |x_1(t)| |x_2(t)| + l_0 |x_1(t)| |x_3(t)| + l_0 \bar{S}_G \bar{G}_B \\ & \left. + \frac{l_0}{\underline{t}_{\max G} \underline{V}} |d(t)| - \min\{\underline{p}_2, \underline{p}_3\} \min\{\underline{S}_I, \underline{S}_N\} \varrho \right\} |\sigma(t)|. \quad (44) \end{aligned}$$

A partir de (44), um limitante superior para derivada temporal da função de Lyapunov pode ser dado por:

$$\begin{aligned} \dot{V}(t) \leq & 2 \left\{ (\bar{S}_G^2 + \bar{p}_2 \bar{S}_I \bar{I}_B + \bar{p}_3 \bar{S}_N \bar{N}_B + 2\bar{S}_G \bar{G}_B + l_0 \bar{S}_G \right. \\ & \left. + \frac{2}{\underline{t}_{\max G} \underline{V}} |d(t)|) |x(t)| + (4\bar{S}_G + \bar{p}_2 + \bar{p}_3 + 2l_0) |x(t)|^2 \right. \\ & + 4|x(t)|^3 + \frac{\bar{S}_G + l_0}{\underline{t}_{\max G} \underline{V}} |d(t)| + \frac{1}{\underline{t}_{\max G} \underline{V}} |\dot{d}(t)| + \bar{S}_G^2 \bar{G}_B \\ & \left. + l_0 \bar{S}_G \bar{G}_B - \min\{\underline{p}_2, \underline{p}_3\} \min\{\underline{S}_I, \underline{S}_N\} \varrho \right\} |\sigma(t)|. \quad (45) \end{aligned}$$

A alimentação do paciente, representada pelas variáveis $d(t)$ e $\dot{d}(t)$, é limitada por majorantes co-

nhecidos em (22), tais que,

$$\begin{aligned} \dot{V}(t) \leq & 2 \left\{ (\bar{S}_G^2 + \bar{p}_2 \bar{S}_I \bar{I}_B + \bar{p}_3 \bar{S}_N \bar{N}_B + 2\bar{S}_G \bar{G}_B + l_0 \bar{S}_G \right. \\ & \left. + \frac{2}{\underline{t}_{\max G} \underline{V}} \bar{d}) |x(t)| + (4\bar{S}_G + \bar{p}_2 + \bar{p}_3 + 2l_0) |x(t)|^2 \right. \\ & + 4|x(t)|^3 + \frac{\bar{S}_G + l_0}{\underline{t}_{\max G} \underline{V}} \bar{d} + \frac{1}{\underline{t}_{\max G} \underline{V}} \bar{d} + \bar{S}_G^2 \bar{G}_B \\ & \left. + l_0 \bar{S}_G \bar{G}_B - \min\{\underline{p}_2, \underline{p}_3\} \min\{\underline{S}_I, \underline{S}_N\} \varrho \right\} |\sigma(t)|. \quad (46) \end{aligned}$$

Definindo-se $k_1 = \bar{S}_G^2 + \bar{p}_2 \bar{S}_I \bar{I}_B + \bar{p}_3 \bar{S}_N \bar{N}_B + 2\bar{S}_G \bar{G}_B + l_0 \bar{S}_G + \frac{2}{\underline{t}_{\max G} \underline{V}} \bar{d}$, $k_2 = 4\bar{S}_G + \bar{p}_2 + \bar{p}_3 + 2l_0$, $k_3 = 4$ e $k_4 = \frac{\bar{S}_G + l_0}{\underline{t}_{\max G} \underline{V}} \bar{d} + \frac{1}{\underline{t}_{\max G} \underline{V}} \bar{d} + \bar{S}_G^2 \bar{G}_B + l_0 \bar{S}_G \bar{G}_B$, tem-se

$$\begin{aligned} \dot{V}(t) \leq & 2 \left\{ k_1 |x(t)| + k_2 |x(t)|^2 + k_3 |x(t)|^3 + k_4 \right. \\ & \left. - \min\{\underline{p}_2, \underline{p}_3\} \min\{\underline{S}_I, \underline{S}_N\} \varrho \right\} |\sigma(t)|. \quad (47) \end{aligned}$$

Sabendo-se que o estado é limitado e que seu majorante é conhecido, tal que a inequação $|x(t)| < \chi$ seja satisfeita, pode-se escrever

$$\begin{aligned} \dot{V}(t) \leq & 2 \left\{ k_1 \chi + k_2 \chi^2 + k_3 \chi^3 + k_4 \right. \\ & \left. - \min\{\underline{p}_2, \underline{p}_3\} \min\{\underline{S}_I, \underline{S}_N\} \varrho \right\} |\sigma(t)|, \quad (48) \end{aligned}$$

definindo-se a função de modulação como

$$\varrho = \frac{k_1 \chi + k_2 \chi^2 + k_3 \chi^3 + k_4 + \delta}{\min\{\underline{p}_2, \underline{p}_3\} \min\{\underline{S}_I, \underline{S}_N\}}, \quad \delta > 0, \quad (49)$$

sua substituição em (48) leva a

$$\dot{V}(t) \leq -2\delta |\sigma(t)|, \quad t \geq 0. \quad (50)$$

Definindo-se a variável auxiliar $\tilde{\sigma}(t) := |\sigma(t)| = \sqrt{V(t)}$, tem-se $\dot{\tilde{\sigma}}(t) = \frac{\dot{V}(t)}{2\sqrt{V(t)}}$. Dividindo ambos os lados de (50) por $2\sqrt{V(t)}$, tem-se

$$\frac{\dot{V}(t)}{2\sqrt{V(t)}} \leq -2\delta \frac{|\sigma(t)|}{2\sqrt{V(t)}}, \quad (51)$$

que é idêntica a

$$\dot{\tilde{\sigma}}(t) \leq -\delta, \quad t \geq 0. \quad (52)$$

Usando o teorema da comparação, existe um limitante superior $\bar{\sigma}(t)$ de $\tilde{\sigma}(t)$ satisfazendo a equação diferencial

$$\dot{\bar{\sigma}}(t) = -\delta, \quad \bar{\sigma}(0) = \tilde{\sigma}(0) \geq 0, \quad t \geq 0. \quad (53)$$

Integrando-se os dois lados da equação (53), temos como solução

$$\bar{\sigma}(t) - \bar{\sigma}(0) = -\delta t \quad t \geq 0. \quad (54)$$

Dessa forma, a seguinte igualdade é válida:

$$\bar{\sigma}(t) = -\delta t + \bar{\sigma}(0), \quad t \geq 0. \quad (55)$$

Sabendo que $\bar{\sigma} \geq 0$ é contínuo, então $\sigma(t)$ torna-se idênticamente nulo $\forall t \geq t_1 = \delta^{-1} \bar{\sigma}(0)$. Com isso, pode-se concluir que existe um tempo finito $0 < t_s \leq t_1$, onde o modo deslizante inicia tal que $\sigma(t) = 0, \forall t \geq t_s$. De (34), conclui-se que $\dot{e} = -l_0 e$ e o erro $e(t)$ converge exponencialmente para zero. \square

7 Resultados de Simulação

Nesta seção, será apresentada a análise do controlador por modos deslizantes de primeira ordem nos casos em que diferenciadores exatos são utilizados para calcular as derivadas do erro. São avaliados os desempenhos de duas estratégias: o Controlador por Modos Deslizantes tradicional, que tem uma ação de controle descontínua, e o Controlador por Modos Deslizantes com *boundary layer*, cuja ação de controle é suave.

7.1 Controlador por Modos Deslizantes Descontínuo com Estimativa da Variável de Deslizamento Usando Diferenciador Exato

Apesar do Teorema 1 mostrar que é possível encontrar ρ constante que garanta localmente o deslizamento, a lei de controle (33)–(34) não pode ser implementada uma vez que o sinal $\dot{\sigma}$ não está disponível. Então, lembrando-se de (28), a lei de controle é adaptada e torna-se:

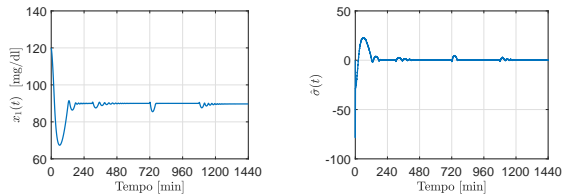
$$u = -\rho \operatorname{sgn}(\hat{\sigma}(t)), \quad \rho > 0, \quad (56)$$

$$\hat{\sigma}(t) = \zeta_1(t) + l_0 \zeta_0(t), \quad (57)$$

onde $\hat{\sigma}(t)$ é uma estimativa para $\sigma(t)$, utilizando-se (31) e (32).

Nas simulações, o controlador (56)–(57) foi implementado com $\rho = 100$, $l_0 = 1$ [min^{-1}] e com variáveis estimadas ζ_0 e ζ_1 dados por (31)–(32). Quanto à unidade de ρ , deve-se dizer que esta constante é medida em [$\mu\text{Umin}/\text{mg}$] durante a ação positiva de controle; e é medida em [$n \text{ min}$] durante a ação negativa de controle.

A seguir, serão apresentados os resultados de simulação para o controlador por modos deslizantes de primeira ordem.



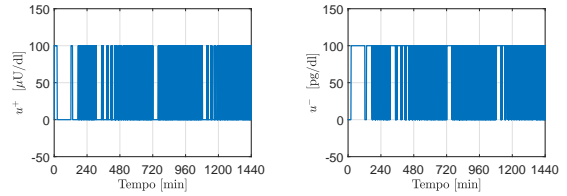
(a) Curva glicêmica.

(b) Estimativa da variável de deslizamento $\hat{\sigma}$.

Figura 2: Superfície de Deslizamento e Glicemia.

A partir da Figura 2(a), observa-se que o desempenho do controlador é aceitável. Nenhum caso de hipoglicemia ou de hiperglicemia é evidenciado ao longo do período avaliado.

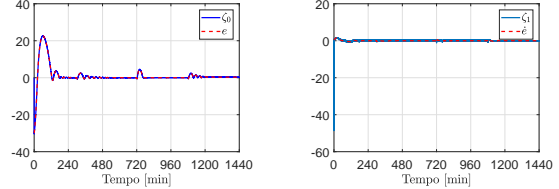
As Figuras 3(a) e 3(b) demonstram o papel do atuador bi-hormonal, no qual u^+ é a insulina e u^- o glucagon. As Figuras 4(a) e 4(b) atestam a favor da brevidade do transitório das variáveis ζ_0 e ζ_1 . Desse modo, a variável ideal de deslizamento σ pode ser construída a partir de $\hat{\sigma}$, garantindo que o deslizamento ideal $\sigma = 0$ seja alcançado. Cabe



(a) Curva da Insulina.

(b) Curva do Glucagon.

Figura 3: Insulina e Glucagon.



(a) Comparando ζ_0 com e .

(b) Comparando ζ_1 com e .

Figura 4: Diferenciador Exato.

dizer que as grandezas ilustradas na Figura 4(a) são medidas em [mg/dl], enquanto que as grandezas representadas na Figura 4(b) são medidas em [$\text{mg dl}^{-1} \text{ min}^{-1}$].

7.2 Controlador por Modos Deslizantes com Estimativa da Variável de Deslizamento Usando Diferenciador Exato e Boundary Layer

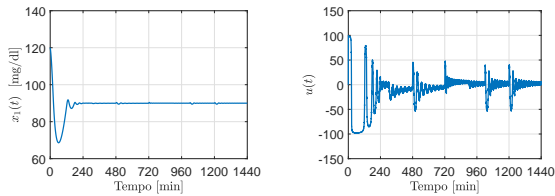
Há alguns problemas que são intrínsecos ao controlador por modos deslizantes tradicional como: ação de controle descontínua e o efeito *chattering*. Para atenuar estes efeitos, a seguir, utiliza-se a técnica denominada *boundary layer* (Slotine and Li, 1991).

A implementação da *boundary layer* se dá através do projeto da lei de controle. Nesse sentido, ao invés de usarmos o relé, usaremos uma ação de controle dada pela lei:

$$u = -\rho \frac{\hat{\sigma}}{|\hat{\sigma}| + \delta}, \quad (58)$$

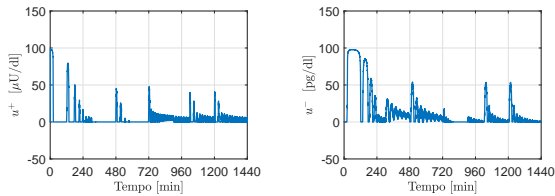
onde $0 < \delta < 1$. Desse modo, espera-se que a atenuação do efeito *chattering* seja alcançada.

A partir das Figuras 5(a) e 5(b), observa-se que o desempenho do controlador é aceitável e que o efeito *chattering* foi eliminado da ação de controle. Nos demais aspectos, destaca-se o mesmo que foi comentado no caso anterior.



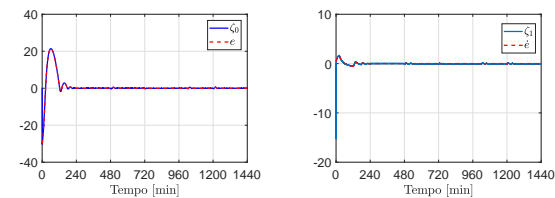
(a) Curva glicêmica. (b) Ação do controlador.

Figura 5: Glicemia e Ação de controle.



(a) Curva da Insulina. (b) Curva do Glucagon.

Figura 6: Insulina e Glucagon.



(a) Comparando ζ_0 com e . (b) Comparando ζ_1 com \dot{e} .

Figura 7: Diferenciador Exato.

8 Conclusão

Neste projeto, duas estratégias baseadas na teoria de controle por modos deslizantes foram utilizadas com o intuito de garantir a regulação glicêmica em um paciente diabético tipo 1. Do ponto de vista de controle, este é um problema desafiador, tendo em vista que o processo é representado por uma planta não-linear, variante no tempo, onde os parâmetros foram considerados incertos. Trata-se de um caso onde se faz presente uma perturbação descasada, representada por $d(t)$. Além disso, a saída do sistema possui grau relativo $\rho = 2$ no que diz respeito à ação de controle, e por se tratar de um sistema biológico, o problema de controle deve ser tratado como uma estratégia estritamente positiva.

Estes problemas foram contornados utilizando-se majorantes paramétricos e limitantes superiores para as perturbações, um atuador bi-hormonal e a teoria de controle por modos deslizantes. Os resultados de simulação demonstram que as estratégias de controle utilizadas se mostraram eficientes no processo de regulação glicêmica.

Agradecimentos

Este trabalho foi financiado pelas agências de fomento brasileiras CAPES, CNPq e FAPERJ.

Referências

- Bakhtiani, P., Zhao, L., Youssef, J. E. and Ward, J. C. W. (2013). A review of artificial pancreas technologies with an emphasis on bi-hormonal therapy, *Diabetes, Obesity and Metabolism* **15**.
- Bequette, B. (2012). Challenges and recent progress in the development of a closed-loop artificial pancreas, *Annual Reviews in Control* **36**.
- Castle, J., Engle, J., Youssef, J. E., Massoud, R., Yuen, K., Kagan, R. and Ward, W. (2010). Novel use of glucagon in a closed-loop system for prevention of hypoglycemia in type 1 diabetes, *Diabetes Care* (6): 1282–1287.
- Cobelli, C., Renard, E. and Kovatchev, B. (2011). Artificial pancreas: Past, present, future, *Diabetes* **60**.
- Edwards, C. and Spurgeon, S. (1998). *Sliding Mode Control: Theory and Applications*, CRC Press.
- El-Khatib, F., Russell, S., Nathan, D., Sutherlin, R. and Damiano, E. (2010). A bihormonal closed-loop artificial pancreas for type 1 diabetes, *Sci Transl Med* (27): 27.
- Guyton, A. and Hall, J. (2016). *Textbook of Medical Physiology*, 13 edn, Elsevier.
- Hernandez, A., Fridman, L. and Levant, A. (2013). High-order sliding-mode control for blood glucose: Practical relative degree approach, *Control Engineering Practice* **21**(5): 747–758.
- Herrero, P., Georgiou, P. and Oliver, N. (2013). A composite model of glucagon-glucose dynamics for in silico testing of bihormonal glucose controllers, *Journal of Diabetes Science and Technology* (7).
- Kadish, A. (1964). Automation control of blood sugar. servomechanism for glucose monitoring and control., *Am. J. Med Electron* (3): 82–86.
- Kaveh, P. and Shtessel, Y. (2008). Blood glucose regulation using higher-order sliding mode control, *International Journal of Robust and Nonlinear Control* **18**(4-5): 557–569.
- Kumareswaran, K., Evans, M. and Hovorka, R. (2009). Artificial pancreas: an emerging approach to treat type 1 diabetes, *Expert Review of Medical Devices* **6**.
- Levant, A. (2003). Higher order sliding modes, differentiation and output-feedback control, *International Journal of Control* **76**(9–10): 924–941.
- Muhlhauser, I., Koch, J. and Berger, M. (1985). Pharmacokinetics and bioavailability of injected glucagon: Differences between intramuscular, subcutaneous, and intravenous administration, *Diabetes Care* **8**.
- Pickup, J., Keen, H., Parsons, J. and Alberti, K. (1978). Continuous subcutaneous insulin infusion: an approach to achieving normoglycaemia., *Br Med J* **1**(6107): 204–207.
- Russell, S., El-Khatib, F., Nathan, D., Magyar, K., Jiang, J. and Damiano, E. (2012). Blood glucose control in type 1 diabetes with a bihormonal bionic endocrine pancreas, *Diabetes Care* (11): 2148–2155.
- Schmaub, S., König, A. and Landgraf, R. (1998). Human insulin analogue [lys(b28), pro(b29)]: the ideal pump insulin?, *Diabetic Medicine* **15**.
- Slotine, J.-J. E. and Li, W. (1991). *Applied nonlinear control*, Vol. 199, Prentice-Hall Englewood Cliffs, NJ.
- Utkin, V. I. (1993). Sliding mode control design principles and applications to electric drives, *IEEE Trans. Ind. Electron.* (40): 23–36.