

DESENVOLVIMENTO DE UM DISPOSITIVO DIDÁTICO NA FORMA DE ABSORVEDOR DINÂMICO DE VIBRAÇÕES PASSIVO PARA UMA ESTRUTURA COM 2 GDL

ALAN GONÇALVES PAULO E SILVA, WENDELL PEREIRA DE FARIAS, CÍCERO DA ROCHA SOUTO

*Laboratório de Sistemas e Estruturas Ativas (LaSEA), Universidade Federal da Paraíba
CEP 58051-900, João Pessoa, PB, Brasil*

*E-mails: alangps1@gmail.com, wendell.pereira@cear.ufpb.br,
cicerosouto@cear.ufpb.br*

Abstract – This study aims to develop a didactic device in the form of a dynamic vibration absorber (DVA) pendulum type, to demonstrate its influence in reducing displacement amplitudes when incorporated into a structure of the gantry with two degrees of freedom (DOF) subject to free and forced vibration, obtained from analytical and experimental way. The methodology consisted of using a pendulum DVA embedded in the second floor of the structure, in order to reduce the oscillation amplitudes of the first natural frequency of the model. Were made also, calculations to try to predict the actual behavior of the structure, their amplitude values, the natural frequencies and their respective vibration modes. Subsequently, the dynamics analysis of free and forced vibration were conducted using a Shake Table. As a result, we obtained with the incorporation of passive DVA in the structure, a reduction of approximately 90% of its acceleration, compared with the structure without the DVA. Therefore, it was demonstrated that the use of ADVs by passive tuned mass is able to reduce the amplitudes of vibration of a structure, when properly dimensioned.

Keywords – Didactic device, dynamic vibration absorber (DVA), gantry structure.

Resumo – O presente trabalho tem como objetivo o desenvolvimento de um dispositivo didático na forma de um absorvedor dinâmico de vibrações (ADV) passivo do tipo pêndulo, para demonstrar a sua influência na redução das amplitudes de deslocamento quando incorporado a uma estrutura do tipo pórtico com dois graus de liberdade (GDL) submetida à vibração livre e forçada, obtidas de forma analítica e experimental. A metodologia consistiu na utilização de um ADV pendular incorporado no segundo piso da estrutura, com a finalidade de reduzir as amplitudes de oscilação da primeira frequência natural do modelo. Foram feitos também, cálculos para tentar prever o comportamento real da estrutura, seus valores de amplitude, as frequências naturais e os seus respectivos modos de vibrar. Posteriormente, foram realizados os testes dinâmicos de vibração livre e de vibração forçada, utilizando uma *Shake Table*. Como resultado, foram obtidos com a incorporação do ADV passivo na estrutura, uma redução de aproximadamente 90% da sua aceleração, em comparação com a estrutura sem o pêndulo. Portanto, pode-se demonstrar que a utilização de ADVs passivos por massa sintonizada é capaz de reduzir as amplitudes de vibração de uma estrutura, quando dimensionados corretamente.

Palavras-chave – Dispositivo didático, absorvedor dinâmico de vibração (ADV), estrutura tipo pórtico.

1 Introdução

As vibrações mecânicas estão presentes e podem ser desejáveis em determinados sistemas, como no sistema auditivo e nas cordas vocais, nos instrumentos musicais, em sistemas de peneiras vibratórias, alguns tipos de esteiras transportadoras, etc. Ou ainda indesejáveis, como em estruturas de aeronaves que podem sofrer fadiga, bem como no caso de vibrações induzidas pelo vento ou causadas por terremotos em edificações (Rao, 2008).

Quando a excitação imposta ao sistema coincidir com uma das suas frequências naturais, a máquina ou sistema pode experimentar vibrações excessivas. Nesses casos, essas oscilações podem ser atenuadas com a aplicação de absorvedores dinâmicos de vibração, que não é nada mais que outro sistema massa mola incorporado ao sistema primário. Eles podem ser do tipo passivo, ativo, semiativo ou ainda adaptativo.

Neste trabalho será aplicado um absorvedor dinâmico de vibrações (ADV) não amortecido por massa sintonizada do tipo pêndulo. Esse dispositivo será incorporado num sistema tipo pórtico que possui

dois graus de liberdade, onde foi escolhida apenas uma das frequências naturais para os testes de atenuação.

As concepções e estratégias de atenuação de vibrações vão desde técnicas simples baseadas na introdução de materiais amortecedores, modificação e otimização do projeto estrutural, ou até mesmo o uso de sofisticados sistemas de controle ativo em malha fechada. Assim, desenvolveram-se sistemas auxiliares de absorção de vibrações que são introduzidos diretamente nos componentes estruturais durante a construção, como elementos sanduíche viscoelásticos, sistemas aerodinâmicos ou em forma de sistemas mecânicos acoplados à estrutura, como os do tipo massa-mola sintonizadas e os absorvedores pendulares (Azevedo, 2011).

Os absorvedores pendulares fazem parte dos sistemas de controle passivos (SCP), onde sua atuação está condicionada às respostas do sistema principal que induzem forças inerciais, forças de amortecimento viscoso e forças elásticas que se contrapõem à vibração da estrutura, objetivando a redução de vibrações, sem a introdução de energia mecânica ou elétrica no sistema.

Alguns exemplos de estruturas que utilizam ADVs são os edifícios Taipei 101 em Taiwan, com

um pêndulo em forma de esfera de 662 toneladas. O Crystal Tower, localizado no Japão, que possui também um sistema pendular de 540 toneladas e o Park Tower, localizado nos Estados Unidos, que possui um sistema de absorção pendular de 300 toneladas para reduzir as vibrações causadas pelo vento (Ospina, 2008).

O trabalho realizado por Díaz (2014) demonstra a aplicação e o desenvolvimento numérico de diferentes ADVs passivos multimodais acoplados a uma estrutura, com o intuito de atenuar várias amplitudes, relativas a diferentes frequências naturais.

Já Godoy (2016) apresentou um estudo sobre o projeto e otimização de um ADV não linear. A intenção foi ampliar a faixa de frequências de aplicação dos ADVs e simultaneamente, ser eficiente na redução das amplitudes de vibração do sistema. Sendo capaz de produzir uma faixa de supressão de frequências cerca de 6,5 vezes e uma redução nas amplitudes de vibração de aproximadamente 60% maior do que no melhor caso linear caso linear.

Monteiro (2013) desenvolveu um dispositivo do tipo ADV passivo para mitigação de problemas relacionados à pacientes acometidos pela doença de Parkinson. Foram obtidos resultados analíticos e numéricos para um sistema de dois graus de liberdade. Para os parâmetros ótimos obtidos da simulação foi possível chegar a uma redução de aproximadamente 60% de redução nas amplitudes de frequência.

Também foi visto que uma escolha de parâmetros mal condicionada pode levar a um resultado inexpressivo, fazendo com que os efeitos associados ao ADV possa se tornar irrelevante.

Dessa forma, o objetivo principal deste trabalho é desenvolver um dispositivo didático e implementar num modelo físico de uma estrutura tipo pórtico com dois GDL um sistema pendular, para avaliar a resposta do sistema submetido a impactos ou deslocamentos agindo em seus respectivos pisos, determinando assim suas frequências naturais e os modos de vibrar do sistema do ponto de vista analítico e experimental, bem como analisar a atenuação das respostas da primeira frequência natural da estrutura escolhida para atenuação.

2 Fundamentação Teórica

2.1 Sistemas com Dois Graus de Liberdade

Considerando o sistema do tipo pórtico e sua representação típica apresentada na Figura 1 (a), como sendo um sistema que requer duas coordenadas independentes para descrever seu movimento (Figura 1 (b)), denominados sistemas com dois graus de liberdade.

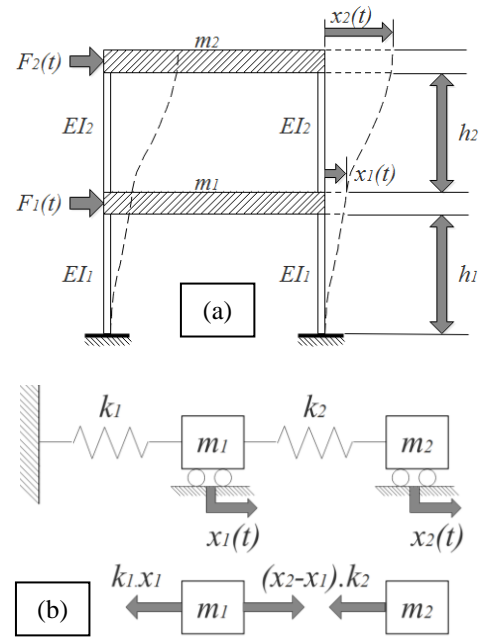


Figura 1. Pórtico com dois graus de liberdade (a) e o seu DCL (b).

Aplicando-se a segunda lei de Newton para descrição, obtêm-se duas equações de movimento para um sistema desse tipo. De modo geral, elas estão na forma de equações diferenciais acopladas, isto é, cada equação envolve todas as coordenadas. Se admitirmos uma solução harmônica para cada coordenada, as equações de movimento resultam em uma equação característica que gera duas frequências naturais. Durante os testes de vibração livre, as amplitudes dos dois graus de liberdade (coordenadas) estão relacionadas de uma maneira específica, e a configuração é denominada como modo normal, modo principal ou modo natural de vibração, assim, um sistema com dois graus de liberdade tem dois modos normais de vibração correspondentes às duas frequências naturais (Rao, 2009).

Se aplicarmos uma excitação inicial arbitrária ao sistema, a vibração livre resultante será uma sobreposição dos dois modos normais de vibração. Contudo, se o sistema vibrar sob a ação de uma força harmônica externa, a vibração harmônica forçada resultante ocorrerá à frequência da força aplicada. Sob excitação harmônica, poderá ocorrer ressonância quando a frequência forçante for igual a uma das frequências naturais do sistema.

Para o caso apresentado na Figura 1 sujeito a vibração livre não amortecida, a dinâmica do sistema é representada pelas seguintes equações de movimento:

$$\begin{aligned} m_1 \ddot{x}_1(t) + (k_1 + k_2) x_1(t) - k_2 x_2(t) &= 0 \\ m_2 \ddot{x}_2(t) - k_2 x_1(t) + k_2 x_2(t) &= 0 \end{aligned} \quad (1)$$

Admitindo que seja possível ter movimento harmônico da estrutura numa dada frequência ω e com o mesmo ângulo de fase φ , tomamos a solução da Equação (1) como sendo:

$$(m_1 m_2) \omega^4 - \{(k_1 + k_2) m_2 + (k_2) m_1\} \omega^2 + \{(k_1 + k_2)(k_2) - k_2^2\} = 0 \quad (2)$$

A Equação (2) é denominada equação de frequência ou equação característica, porque a solução dessa equação dá as frequências ou os valores característicos do sistema. As raízes da Equação (2) são dadas por,

$$\omega_1^2, \omega_2^2 = \frac{1}{2} \left\{ \frac{(k_1 + k_2) m_2 + (k_2) m_1}{m_1 m_2} \right\} \pm \left[\left\{ \frac{(k_1 + k_2) m_2 + (k_2) m_1}{m_1 m_2} \right\}^2 - 4 \left\{ \frac{(k_1 + k_2)(k_2) - k_2^2}{m_1 m_2} \right\} \right]^{1/2} \quad (3)$$

Isso mostra que é possível que o sistema tenha uma solução harmônica não trivial quando ω é igual a ω_1 e ω_2 , dadas pela Equação (3). Denominamos ω_1 e ω_2 como sendo as frequências naturais do sistema.

2.2 Concepção e Projeto do Pêndulo

Para a determinação das características do pêndulo, devem ser feitas algumas considerações: A utilização de um pêndulo para atenuação de vibrações visa reduzir as amplitudes de resposta em uma determinada frequência, levando o sistema que inicialmente possuía duas frequências naturais associadas aos modos de vibração da estrutura a possuir três graus de liberdade, portanto, três frequências naturais, com amplitudes de resposta menores do que as amplitudes anteriormente obtidas quando operado na frequência escolhida.

Dentre as configurações existentes na literatura de pêndulos que poderiam ser utilizados no trabalho foi escolhido o modelo engastado (Figura 2), que foi o tipo que melhor se adequou as necessidades impostas pela estrutura para a redução de amplitudes correspondente à primeira frequência natural.

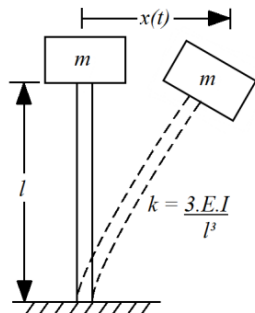


Figura 2. Modelo do pêndulo engastado.

Para o cálculo da frequência natural teórica do pêndulo engastado, tem-se a seguinte equação:

$$\omega_n = \sqrt{\frac{3.E.I}{l^3 \cdot m_p}} \quad (4)$$

Onde m_p é a massa do pêndulo (kg), l é o comprimento da viga (m), E é o módulo de elasticidade da viga (Pa) e I é o momento de inércia da seção transversal da haste (m^4).

Como foi adotada a primeira frequência natural do pórtico $\omega_1 = \omega_n$, onde ω_1 é a frequência natural (rad/s) a qual se deseja sintonizar o pêndulo, podemos obter o comprimento da haste através dos valores medidos experimentalmente e da variação de um de seus parâmetros, nesse caso, a massa m_p . Após algumas operações matemáticas temos:

$$l = \sqrt[3]{\frac{3.E.I}{\omega_1^2 \cdot m_p}} \quad (5)$$

2.3 Modelo Matemático de Referência

Para resolver analiticamente o problema, foram inicialmente considerados: (1) as massas das colunas são desprezíveis em relação às massas dos pisos; (2) a resistência à flexão das colunas é dada pelo produto do módulo de elasticidade pelo momento de inércia $E.I$; (3) a estrutura possui comportamento linear elástico e (4) o amortecimento estrutural é desprezível.

Considerando ainda que os pisos não sofrem qualquer deformação, e que a rigidez equivalente para as colunas que sustentam cada piso estão associadas em paralelo, denomina-se k_1 como a rigidez equivalente das colunas do 1º piso e k_2 como a rigidez equivalente das colunas que sustentam o 2º piso, logo obtém de (Chopra, 1995):

$$k_i = \frac{24.E.I_i}{h_i^3}, \quad i = 1, 2. \quad (6)$$

A partir da equação geral que rege o problema físico, a solução do problema de autovalores e autovetores é dada pela resolução da equação característica do sistema, que foi realizada utilizando o *Matlab*® a fim de obter as frequências naturais do sistema e os modos de vibrar. Os valores de frequências naturais obtidos no *Matlab*® foram comparados com os obtidos experimentalmente.

3 Metodologia

3.1 Concepção do Modelo Físico e Especificações

A estrutura do tipo pórtico mostrada na Figura 3 foi desenvolvida em um Trabalho de Conclusão de Curso (Silva, 2013), onde sua concepção e montagem

foram realizadas na oficina mecânica e no Laboratório de Vibrações e Instrumentação (LVI) da Unidade Acadêmica de Engenharia Mecânica da UFCG.



Figura 3. Protótipo (2 GDL) com pêndulo acoplado.

As colunas são constituídas de lâminas de aço inoxidável e os pisos de chapas de aço 1020, com cantoneiras em L. Para fixar os pisos as colunas foram utilizados parafusos como elementos de fixação. A haste do pêndulo é feita de aço inoxidável e o pêndulo é feito de bronze, pesando cerca de 260 g. Assumindo-se que o modelo físico do pórtico possa ser simplificado para um modelo de massas concentradas como já mostrado na Figura 1, os parâmetros adotados para tal configuração estão resumidos na Tabela 1.

Tabela 1. Parâmetros físicos do protótipo.

Parâmetros	Valores
m_1 (kg)	1,46
m_2 (kg)	1,20
k_1 (N/m)	1987,2
k_2 (N/m)	1843,6
L_1 (m)	0,395
L_2 (m)	0,405
E (GPa)	230

A Figura 4 mostra o modelo computacional da estrutura finalizada sem e com o pêndulo e seus respectivos modos de vibrar. Esse desenho foi realizado no SolidWorks© apenas para demonstração dos modos de vibrar.

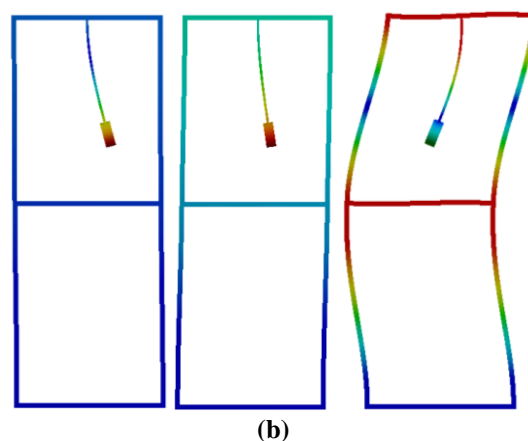
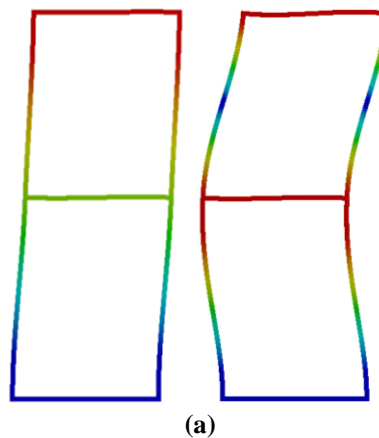


Figura 4. Modelo da estrutura e seus respectivos modos de vibrar: sem o pêndulo (a) e com o pêndulo (b).

3.2 Abordagem Experimental

Com o objetivo de determinar as frequências naturais da estrutura sem e com o pêndulo absorvedor, foram realizados ensaios de vibração livre utilizando um analisador de sinal dinâmico da Agilent (modelo 35670A), dois acelerômetros (PCB 353B31 e 352C68) e um martelo de impacto (PCB 086C01). Para garantir melhores resultados, os ensaios de vibração livre foram realizados sobre uma mesa inercial. Enfatizando que a massa utilizada no pêndulo representa aproximadamente 13,5% da massa do segundo piso e 5,5% da massa total da estrutura.

Foram realizados também, ensaios de vibração forçada com excitação pela base com o auxílio de uma mesa vibratória, tipo *Shake Table II* do fabricante *Quanser*®. Foi feita uma varredura em frequência visando observar a redução das amplitudes de deslocamento da estrutura, antes e depois da incorporação do pêndulo ao pórtico - sintonizado na frequência de interesse. O software utilizado para tratamento dos dados e plotagem dos resultados foi o *Matlab*®.

3.3 Abordagem Analítica

Para determinar as frequências naturais da estrutura, iremos utilizar a Equação (3) apresentada anteriormente. Após essa etapa, iremos encontrar as frequências de ressonância da estrutura para podermos

sintonizar o pêndulo adequadamente, isto é, equalizar a frequência natural do pêndulo com a frequência natural da estrutura escolhida para ser atenuada. E então poderemos ajustar os parâmetros físicos do pêndulo através da Equação (5). Foi desenvolvida uma rotina no ambiente *Matlab*® para se obter as frequências e modos de vibrar do sistema em estudo.

4 Resultados e Discussões

4.1 Frequências Naturais (Resultados Analíticos e Experimentais)

Depois de feitos os cálculos das frequências naturais da estrutura sem o pêndulo (ADV), foram encontrados os valores para as duas primeiras frequências naturais, utilizando os parâmetros apresentados na Tabela 1. Em seguida, após a incorporação do pêndulo ajustado, conforme a Figura (4) (b) obteve-se como resultados os valores expostos nas Tabelas 2 e 3.

Tabela 2. Frequências naturais – resultados analíticos (referência).

	Sem o ADV	Com o ADV
1ª Frequência	3,612 Hz	2,956 Hz
2ª Frequência	9,738 Hz	4,340 Hz
3ª Frequência	-	9,564 Hz

Tabela 3. Frequências naturais – resultados experimentais.

	Sem o ADV	Com o ADV
1ª Frequência	3,438 Hz	2,938 Hz
2ª Frequência	10,000 Hz	4,063 Hz
3ª Frequência	-	9,938 Hz

Deve-se observar que para o dispositivo pendular, assumindo os valores de $E = 193 \text{ GPa}$, $b = 25 \cdot 10^{-3} \text{ m}$, $h = 1.10^{-3} \text{ m}$, $m_p = 0,262 \text{ kg}$ e $\omega_n = 3,438 \text{ Hz}$ (correspondente a primeira frequência natural do pórtico obtida experimentalmente), tem-se que o comprimento do pêndulo $l \approx 21,4 \text{ cm}$, que será chamado de “pêndulo ideal”.

4.2 Resultados Experimentais

Utilizando-se de um acelerômetro piezelétrico posicionado na lateral da coluna do primeiro piso e excitando a estrutura através de um martelo de impacto, foi possível evidenciar as frequências naturais do sistema sem e com o pêndulo através da *FRF* do sinal de aceleração em vibração livre.

As Figuras 5 e 6 apresentadas abaixo representam os resultados das magnitudes de aceleração em escala linear e em *dB* obtidos sem o pêndulo (linha vermelha) e com o pêndulo (linha azul).

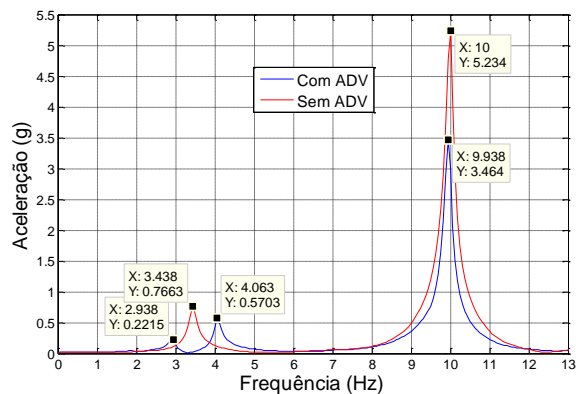


Figura 5. Resposta no domínio da frequência com o pêndulo ideal (linear).

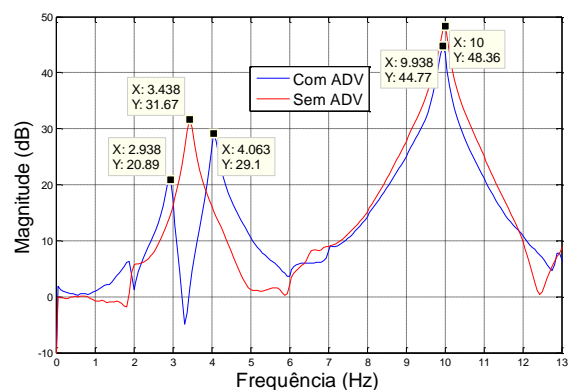


Figura 6. Resposta em frequência com o pêndulo absorvedor (dB).

Pelos gráficos acima, fica evidente que a incorporação do pêndulo ideal mostra o efeito de absorção de vibração. Como o pêndulo foi “sintonizado” para reduzir a primeira frequência natural da estrutura (3,44 Hz), vemos que nessa região ocorreu uma antirressonância e surgiram duas novas frequências de 2,94 e 4,06 Hz, o que demonstrou o efeito desejado de redução da amplitude apenas na frequência escolhida. Embora as amplitudes de resposta tenham apresentado uma redução de 3,59 dB para o segundo pico de ressonância, que representa cerca da 33% de aceleração *g*.

Quando o sistema foi excitado harmonicamente pela base, na frequência sintonizada, tivemos também a redução das amplitudes em cerca de 90% com o uso do dispositivo, como apresentado na Figura 7. A linha vermelha representa a oscilação sem o pêndulo e a linha azul com o pêndulo.

Para esse ensaio, o pórtico foi excitado pela base com uma amplitude de 2 mm de pico a pico e uma frequência de 3.5 Hz, ou seja, aproximadamente a frequência a qual se deseja atenuar, com o objetivo de observar o seu comportamento quando em ressonância e a eficácia do dispositivo atenuador.

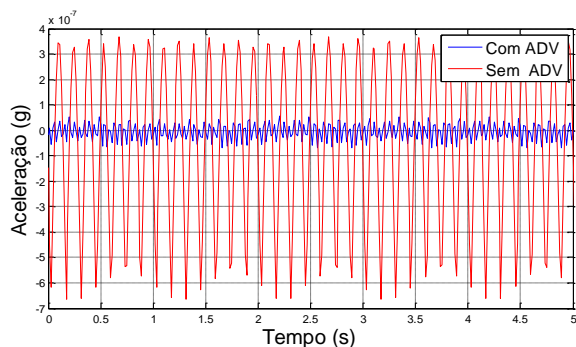


Figura 7. Comparativo das amplitudes de ressonância do pórtico na frequência de 3,5 Hz.

4.3 Análise e Discussões

Comparando-se os resultados apresentados nas Tabelas 2 e 3, podemos observar previamente, que os valores obtidos de forma analítica e experimental estão muito próximos. O cálculo dos erros percentuais obtidos entre as frequências naturais, tomando como referência os resultados obtidos analiticamente através do *Matlab*® estão expostos na Tabela 4.

Tabela 4. Erro percentual das frequências naturais obtidas (analítico x experimental).

	<i>Sem o Pêndulo</i>	<i>Com o Pêndulo</i>
<i>1ª Frequência</i>	4,817%	0,947%
<i>2ª Frequência</i>	2,691%	6,382%
<i>3ª Frequência</i>	-	3,911%

Observa-se que os erros obtidos são admissíveis, variando de 0,9% até 6,4%. O que demonstra que os resultados estão de acordo com a abordagem matemática utilizada e representam de forma realística o comportamento da estrutura. Essas pequenas variações podem ter se dado devido à adoção de módulos de elasticidade aproximados e da não consideração do amortecimento nos cálculos efetuados.

5 Conclusões

Os resultados obtidos demonstram que a análise do problema realizado analiticamente foi elaborada corretamente e encontra-se de acordo com os resultados experimentais, validando o nosso modelo. Esses valores de erro também estão de acordo com os dados encontrados na literatura e segundo as teorias apresentadas acerca dos absorvedores dinâmicos de vibração passivos, dando assim, maior confiabilidade ao nosso estudo. Levando-se em consideração os valores obtidos, conseguimos atingir o resultado desejado, que era a de observar a redução das amplitudes de resposta numa das frequências naturais do sistema, fazendo uso de dispositivos de atuação passiva do tipo pêndulo para demonstração acadêmica. Com esse dispositivo, chegou-se a reduzir em até

90% os valores de aceleração da estrutura na primeira frequência natural. Portanto podemos afirmar que o experimento didático realizado utilizando o pêndulo “engastado”, com o comprimento de haste ideal, atingiu os resultados esperados com boa precisão (erros médios na ordem de até 5%). Sugerimos para trabalhos futuros uma nova abordagem do trabalho com a adoção de absorvedores dinâmicos ativos ou adaptativos, o que poderia fazer com que o dispositivo possa atuar no controle da passagem pelas duas frequências naturais da estrutura.

Agradecimentos

Ao Laboratório de Vibrações e Instrumentação (LVI) da Unidade Acadêmica de Engenharia Mecânica (UAEM) da UFCG. As agências de fomento da CAPES pelo financiamento concedido na forma de bolsa de estudos e investimento em pesquisas científicas, e ao CNPq através dos projetos PQ 306732/2012-2 e Universal 444039/2014-7.

Referências

- Azevedo, F. C. F. “Análise numérica experimental de sistemas passivos de amortecimento de vibração em estruturas”. Trabalho de Conclusão de Curso. UFJF, Brasil, 2011.
- Chopra, A. K. “Dynamics of Structures”. 2ª Edição. New Jersey: Prentice Hall, 1995.
- Díaz, Y. A. M. “Um Estudo dos Absorvedores Dinâmicos de Vibrações Multimodais”. Trabalho de Dissertação. UFI, Brasil, 2014.
- Godoy, W. R. A. “Projeto, Análise e Otimização de um Absorvedor Dinâmico de Vibrações Não Linear”. Trabalho de Tese. USP, Brasil, 2016.
- Monteiro, V. L. “Uso de Absorvedor Dinâmico de Vibrações Para Mitigação de Dificuldades Causadas Pela Doença de Parkinson”. Trabalho de Conclusão de Curso. UFRJ, Brasil, 2013.
- Ospina, C. S. “Otimização de amortecedores de massa sintonizados, múltiplos e interligados, para controle de vibrações em edifícios altos”. Dissertação de Mestrado. UnB. Departamento de Engenharia Civil e Ambiental. Brasília – DF, 2008.
- Rao, S. “Vibrações Mecânicas”. 4ª Edição. São Paulo: Pearson – Prentice Hall, 2008.
- Silva, A. G. P. “Sistema de controle ativo de vibrações em estrutura do tipo pórtico”. Trabalho de Conclusão de Curso. UFCG, 2013.
- Silva, A. G. P.; Silva, A. A.; Fernandes, E. M. “Sistema de controle ativo de vibrações livres em estrutura do tipo pórtico com 2 GDL”. Congresso Nacional de Engenharia Mecânica, 2014.