

# Controle Nebuloso Adaptativo Direto de Drone Quadrotor

Lucas Jorge Caldeira Carvalho\* Víctor Costa da Silva Campos\*\*

\* Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica - Universidade Federal de Minas Gerais - Av. Antônio Carlos 6627, 31270-901, Belo Horizonte, MG, Brasil (e-mail: lucasjcc@ufmg.br).

\*\* Departamento de Engenharia Eletrônica, Universidade Federal de Minas Gerais, MG, (e-mail: victor@cpdee.ufmg.br).

**Abstract:** The interest in research of Unmanned Aerial Vehicles (UAVs) has increased significantly in recent years. The quadcopter is a type of UAV that has several advantages and applications. The dynamic coupling and the highly nonlinear behavior impose a challenging character to the control of these aircrafts. In this project it is designed direct adaptive fuzzy controllers that can solve the trajectory tracking problems. A new approach using a robust exact differentiator is proposed to estimate an unknown parameter of the adaptation law.

**Resumo:** O interesse em relação às pesquisas sobre Veículos Aéreos Não Tripulados (VANTs) vem aumentando de forma significativa nos últimos anos. O quadrotor é um tipo de VANT que possui diversas vantagens e aplicações. O acoplamento dinâmico e o comportamento altamente não-linear impõem um carácter desafiador ao controle destas aeronaves. Neste trabalho são projetados controladores nebulosos adaptativos diretos capazes de resolver problemas de rastreamento de trajetória. Uma nova abordagem usando diferenciador robusto e exato é proposta para estimar parâmetro não conhecido da lei de adaptação.

*Keywords:* Adaptive control; robust differentiator; quadcopter; fuzzy system.

*Palavras-chaves:* Controle adaptativo; diferenciador robusto; quadrotor; sistema nebuloso.

## 1. INTRODUÇÃO

O interesse em relação às pesquisas sobre Veículos Aéreos não Tripulados (VANTs) vem aumentando de forma significativa nos últimos anos, principalmente devido à vasta gama de aplicações que vão desde o uso para o entretenimento até a utilização no campo civil e militar (Resende *et al.*, 2018). Essa classe de aeronave representa um avanço tecnológico por se tratar de sistemas completamente autônomos, não requerendo intervenção humana para executar uma determinada tarefa ou reduzindo esta intervenção por meio do manuseio de um controle conectado a um rádio (Lisboa, 2014).

O quadrotor, ou quadricóptero, é um tipo de VANT que é elevado e impulsionado por quatro rotores (Rabah *et al.*, 2018). Ele possui a vantagem de locomoção em locais com pouco espaço, capacidade de realizar manobras precisas em baixa e alta velocidade, pode levantar voo vertical, aterrissar em locais de difícil acesso, além de possuir a capacidade de realizar voos pairados (Morais, 2017).

A menor complexidade mecânica destas aeronaves em relação a outros modelos resulta em facilidades de construção e manutenção. Por outro lado, o acoplamento dinâmico e o comportamento altamente não-linear impõem um carácter desafiador ao controle dos quadrotores (Benigno, 2015).

\* O presente trabalho foi realizado com apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior - Brasil (CAPES) - Código de Financiamento 001.

Controladores convencionais deixam de funcionar adequadamente para sistemas que apresentam variações, ou incertezas paramétricas. Além disso, o aparecimento de ruídos, perturbações e inferências de várias naturezas, podem também influenciar no desempenho do controlador e consequentemente do sistema, podendo levá-lo à instabilização. O controle adaptativo foi criado para realizar o controle nesses tipos de sistemas. Nele um controlador pode modificar seu comportamento de acordo com o sistema controlado com parâmetros que variam ou são inicialmente desconhecidos (Jacome, 2013).

A precisão de modelos não lineares pode ser aumentada fazendo o uso de técnicas adaptativas com funções de aproximação (Barros, 2017). Uma determinada função contínua definida em um domínio compacto, sempre se pode projetar um modelo nebuloso para aproximar a função a uma determinada precisão dada (Yuan e Klir, 1997). Ou seja, funções desconhecidas podem ser aproximadas por meio de sistemas nebulosos, que são aproximadores universais (Castro, 1995).

Conforme mencionado na literatura, existem duas abordagens nebulosas adaptativas: a abordagem direta e a abordagem indireta. Dentro da abordagem adaptativa direta, a função do controlador ideal é estimada diretamente por um sistema de inferência nebulosa como um aproximador universal. Na indireta, a princípio, a função do sistema dinâmico é aproximada por alguns modelos nebulosos e então o controlador é calculado com base no sistema es-

timado. A principal vantagem da abordagem direta é que ela evita possíveis singularidades que podem ocorrer na abordagem indireta. Por outro lado, no tipo adaptativo direto é necessário impor um maior número de restrições à planta. Em ambos os casos, a estabilidade robusta na presença de incertezas é uma condição necessária para o sistema em malha fechada (Kalab, 2018).

Neste trabalho são desenvolvidos controladores nebulosos adaptativos diretos capazes de resolver problemas de rastreamento de trajetória. Uma nova abordagem usando diferenciador robusto e exato é proposta para estimar parâmetro desconhecido da lei de adaptação.

A Seção 2 apresenta a modelagem do quadrotor objeto de estudo deste trabalho. A Seção 3 detalha o objetivo de controle, introduzindo a definição de sistema MIMO não-linear e o método de inferência Takagi-Sugeno (TS). O funcionamento do controlador nebulosos projetado, mostrando as leis de controle e adaptação usadas, é detalhado na Seção 4. A Seção 5 mostra uma breve descrição do funcionamento de um diferenciador exato e robusto. A metodologia de estudo seguida neste trabalho é apresentada na Seção 6. Por fim, na Seção 7, o resultado de uma simulação computacional é apresentado.

## 2. MODELAGEM DO QUADROTOR

Na literatura existem duas abordagens clássicas para a modelagem matemática de veículos aéreos: uma baseada no formalismo de Newton-Euler e outra no formalismo de Euler-Lagrange (Morais, 2017). Essa última abordagem é usada neste trabalho.

Além disso, a modelagem foi dividida em dois subsistemas de acordo com o tipo de movimento analisado: rotação e translação.

### 2.1 Princípio de funcionamento de um quadrotor

Embora o quadricóptero possua seis graus de liberdade (GDL), ele é equipado apenas com quatro hélices, não sendo, portanto, possível controlar independentemente todos eles (Bresciani, 2008).

Devido ao seu formato físico, os quatro movimentos controláveis são os de atitude (arfagem  $[\theta]$ , guinada  $[\psi]$  e rolagem  $[\phi]$ ) e altitude. Os movimentos translacionais acabam sendo dependentes desses outros (Paula, 2012).

### 2.2 Cinemática

Cinemática é o ramo da Física que se dedica ao estudo do movimento sem se preocupar com o que o causou.

**Posição e orientação** A posição linear absoluta do quadricóptero é definida, em relação ao referencial fixo E (Figura 1), pelo vetor  $\epsilon$ . A atitude, ou seja, a posição angular, é definida na estrutura inercial com os três ângulos de Euler  $\eta_e$  (Luukkonen, 2011).

$$\epsilon = \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} \quad (1)$$

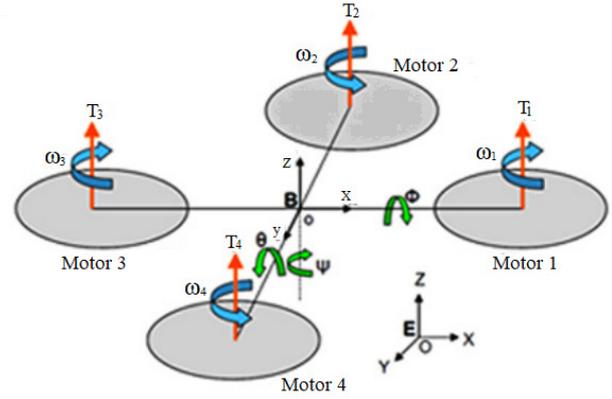


Figura 1. Diagrama de corpo livre de um quadricóptero. (Naidoo *et al.*, 2011)

$$\eta_e = \begin{bmatrix} \phi \\ \theta \\ \psi \end{bmatrix} \quad (2)$$

**Rotação** Para descrever o movimento de uma aeronave é necessário definir um sistema de coordenadas adequado para formulação das equações de movimento (Duarte, 2003). Neste trabalho, utilizaremos dois sistemas de coordenadas: o sistema de coordenadas do quadrotor (B), que tem origem fixa em seu centro de massa, e o sistema de coordenadas da Terra (E), que tem sua origem fixa em um ponto arbitrário da superfície da Terra. Esses dois sistemas são mostrados na Figura 1.

Embora o sistema de coordenadas do corpo seja útil para expressarmos as velocidades de translação e rotação da aeronave, ele não serve para indicar a posição e orientação da mesma (Duarte, 2003). Para isso, utilizaremos o sistema de coordenadas fixo na Terra.

Uma matriz de rotação transforma o conjunto de coordenadas que representa um objeto, em um conjunto cartesiano ortogonal, sem alterar sua forma ou tamanho (Evans, 2001). Essas matrizes são amplamente utilizadas para descrever a orientação de qualquer corpo móvel, devido à facilidade da utilização da álgebra matricial (Benigno, 2015).

A matriz de rotação do sistema de coordenadas do corpo para o sistema de coordenadas fixo é dada por (Luukkonen, 2011):

$$R = \begin{bmatrix} c\psi c\theta & c\psi s\theta s\phi + s\psi c\phi & c\psi s\theta c\phi - s\psi s\phi \\ -s\psi c\theta & -s\psi s\theta s\phi + c\psi c\phi & -s\psi s\theta c\phi - c\psi s\phi \\ -s\theta & c\theta s\phi & c\theta c\phi \end{bmatrix}, \quad (3)$$

em que  $c\theta = \cos\theta$ ,  $s\psi = \sin\psi$ , e assim por diante.

### 2.3 Dinâmica

Dinâmica é o ramo da Física que estuda a relação entre o movimento e as forças que o gerou.

As equações foram desenvolvidas utilizando as considerações feitas por Bouabdallah (2007):

- A estrutura é de um corpo rígido.
- A estrutura é simétrica.

- O centro de gravidade coincide com o centro do referencial inercial.
- As hélices são rígidas.

*Dinâmica translacional* A equação de Euler-Lagrange é baseada na energia cinética e na energia potencial (Bouabdallah, 2007).

$$T_i = \frac{d}{dt} \left( \frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i} \right) - \frac{\partial L}{\partial q_i} \quad (4)$$

Em que

- L: função lagrangiana (T-V).
- T: energia cinética total.
- V: energia potencial total.
- $q_i$ : coordenada generalizada.
- $\dot{q}_i$ : primeira derivada da coordenada generalizada em relação ao tempo.
- $T_i$ : conjunto de forças generalizadas que regem o sistema.

A Equação 4 e as considerações feitas em relação ao sistema nos permitem chegar no seguinte modelo dinâmico para o movimento de translação do quadrotor (Benigno, 2015):

$$\begin{aligned} \ddot{x} &= (c\psi s\theta c\phi + s\psi s\theta) \frac{U_1}{m}, \\ \ddot{y} &= (s\psi s\theta c\phi - c\psi s\theta) \frac{U_1}{m}, \\ \ddot{z} &= (-g + c\theta c\phi) \frac{U_1}{m} \end{aligned} \quad (5)$$

Em que  $g$  é a gravidade,  $m$  é a massa do quadricóptero e  $U_1 = \Omega_1 + \Omega_2 + \Omega_3 + \Omega_4$ , com  $\Omega_i$ ,  $i = 1, \dots, 4$  sendo as forças produzidas em cada um dos quatro motores.

*Dinâmica rotacional* Segundo Benigno (2015), a energia rotacional total do sistema é

$$L_{rot} = \frac{1}{2} \dot{\eta}_e^T J(\eta_e) \dot{\eta}_e. \quad (6)$$

$J(\eta_e)$  é a jacobina das coordenadas gerais de E.

Como a estrutura do quadrotor considerada é simétrica, temos a seguinte matriz inercial

$$I = \begin{bmatrix} I_{xx} & 0 & 0 \\ 0 & I_{yy} & 0 \\ 0 & 0 & I_{zz} \end{bmatrix}. \quad (7)$$

Para rotação, a equação Euler-Lagrange fica

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial L_{rot}}{\partial \dot{\eta}_e} \right) - \frac{\partial L_{rot}}{\partial \eta_e} = \tau_{\eta_e}, \quad (8)$$

sendo  $l$  a distância do centro do quadrotor à cada hélice e  $\tau_{\eta_e}$  o vetor de torques, definido como

$$\tau_{\eta_e} = \begin{bmatrix} lU_2 \\ lU_3 \\ U_4 \end{bmatrix}, \quad (9)$$

em que  $U_2 = \Omega_3 - \Omega_1$ ,  $U_3 = \Omega_2 - \Omega_4$  e  $U_4 = \Omega_x + \Omega_z - \Omega_w - \Omega_y$ . A força  $\Omega_e$ , com  $e = (x, z, w, y)$ , é a força que aparece quando as hélices giram. Essa força é ortogonal a  $\Omega_i$ , com  $i = (1, 2, 3, 4)$ .

A equação dinâmica que rege o quadrotor é dada por (Benigno, 2015)

$$J(\eta_e) \ddot{\eta}_e + C(\eta_e, \dot{\eta}_e) \dot{\eta}_e = \tau_{\eta_e}. \quad (10)$$

$C(\eta_e, \dot{\eta}_e) \dot{\eta}_e$  é a matriz de coriolis, que define os efeitos giroscópios e o sistema centrífugo (Luukkonen, 2011).

A partir de (6) a (10) obtém-se as equações da dinâmica rotacional

$$\begin{aligned} \ddot{\phi} &= -\dot{\psi} \dot{\theta} c\phi + \frac{lc\psi}{I_{yy}} U_2 - \frac{ls\psi}{I_{yy}} U_3 + \frac{I_{yy} - I_{zz}}{I_{yy}} (\dot{\psi} - \dot{\theta} s\phi) \dot{\theta} c\phi \\ \ddot{\theta} &= \frac{\dot{\psi} \dot{\phi}}{c\phi} + \dot{\phi} \dot{\theta} t\phi + \frac{ls\psi}{I_{yy} c\phi} U_2 + \frac{lc\psi}{I_{yy} c\phi} U_3 - \frac{I_{yy} - I_{zz}}{I_{yy}} (\dot{\psi} - \dot{\theta} s\phi) \frac{\dot{\phi}}{c\phi} \\ \ddot{\psi} &= \dot{\psi} \dot{\phi} t\phi + \frac{\dot{\phi} \dot{\theta}}{c\phi} + \frac{ls\dot{\psi} t\phi}{I_{yy}} U_2 + \frac{lc\dot{\psi} t\phi}{I_{yy}} U_3 + \frac{1}{I_{zz}} U_4 - \frac{I_{yy} - I_{zz}}{I_{yy}} (\dot{\psi} - \dot{\theta} s\phi) \dot{\phi} t\phi \end{aligned} \quad (11)$$

### 3. DESCRIÇÃO DO PROBLEMA

Neste trabalho, um sistema multivariável (MIMO) não-linear com  $n$  estados é definido como

$$\mathbf{y}^{(r)} = \mathbf{f}(\mathbf{x}) + \mathbf{G}(\mathbf{x})\mathbf{u} \quad (12)$$

$\mathbf{x} = [x_1, \dots, x_n]^T \in \mathbb{R}^n$  é o vetor de estado,  $\mathbf{u} = [u_1, \dots, u_n]^T \in \mathbb{R}^n$  o vetor de entrada de controle,  $\mathbf{y} = [y_1, \dots, y_n]^T \in \mathbb{R}^n$  o vetor de saída, o vetor  $\mathbf{f}(\mathbf{x})$  e a matriz  $\mathbf{G}(\mathbf{x})$  são formados por funções não-lineares desconhecidas, e  $r$  representa o grau da equação diferencial.

O objetivo deste trabalho é desenvolver um controlador nebuloso adaptativo direto que faça com que a saída  $\mathbf{y}(t)$  do sistema controlado em malha fechada siga uma trajetória desejada  $\mathbf{y}_d(t) = [y_{d1}(t), \dots, y_{dn}(t)]^T$ . Para isso, assume-se que cada componente do vetor de entrada de controle ideal  $\mathbf{u}^* = [u_1^*, \dots, u_n^*]$  possa ser aproximado por meio de sistema nebuloso (Labiód e Guerra, 2007).

O ângulo de guinada ( $\psi$ ) será considerado uma entrada não controlada e, por simplificação, a entrada de controle considerada é o vetor de forças, com  $\mathbf{u} = [U_1, U_2, U_3]^T$ . Na prática, este vetor, através das equações que regem os motores, deve ser convertido em sinais de tensão.

O método de inferência Takagi-Sugeno (TS) é usado para determinar  $\mathbf{u}^*$ . Ele mapeia cada uma das  $m$  entradas do vetor  $\mathbf{z} = [z_1, \dots, z_m]^T$ , entrada do sistema nebuloso, em

um escalar de saída  $y_f$ . Sendo  $A_i^k$ ,  $i = 1, \dots, m$ , conjuntos nebulosos, temos, para  $N$  regras ( $R^k$ )

$$R^k : \text{Se } z_1 \text{ é } A_1^k \text{ e } \dots \text{ e } z_m \text{ é } A_m^k \text{ ENTÃO } u_f \text{ é } u_f^k(k = 1, \dots, N) \quad (13)$$

A saída final do sistema, usando a fuzzificação singleton e o operador produto como operador de intersecção, é dada por Labiod e Guerra (2007)

$$u_f(\mathbf{z}) = \frac{\sum_{k=1}^N \mu_k(\mathbf{z}) u_f^k}{\sum_{k=1}^N \mu_k(\mathbf{z})} \quad (14)$$

com

$$\mu_k(\mathbf{z}) = \prod_{i=1}^m \mu_{A_i^k}(z_i) \quad (15)$$

Sendo

$$w_k(\mathbf{z}) = \frac{\mu_k(\mathbf{z})}{\sum_{j=1}^N \mu_j(\mathbf{z})}, \quad k = 1, \dots, N \quad (16)$$

a saída pode ser reescrita de forma compacta

$$u_f(\mathbf{z}) = \mathbf{w}^T(\mathbf{z})\Theta \quad (17)$$

Em que  $\Theta = [u_f^1, \dots, u_f^N]^T$  e  $\mathbf{w}(\mathbf{z}) = [w_1(\mathbf{z}), \dots, w_N(\mathbf{z})]^T$ .

#### 4. CONTROLADOR NEBULOSO ADAPTATIVO DIRETO

Labiod e Guerra (2007) mostraram que para a lei de controle

$$\mathbf{u}(\mathbf{z}) = \mathbf{w}^T(\mathbf{z})\Theta \quad (18)$$

a seguinte lei de adaptação pode ser usada

$$\dot{\Theta} = \eta \mathbf{w}(\mathbf{z}) \left[ \dot{\mathbf{s}} + \mathbf{K}\mathbf{s} + \mathbf{K}_0 \tanh\left(\frac{\mathbf{s}}{\epsilon_0}\right) \right] - \eta \sigma \Theta, \quad (19)$$

em que  $\mathbf{K} = \text{diag}[k_1, \dots, k_n]$ ,  $\mathbf{K}_0 = \text{diag}[k_{0_1}, \dots, k_{0_n}]$ , com  $K_i > 0$  e  $K_{0_i} > 0$ , para  $i = 1, \dots, n$ ,  $\epsilon_0$  e  $\sigma$  são pequenas constantes positivas e  $\eta$  é uma constante positiva.

O termo depois da subtração é chamado de modificação- $\sigma$ . Ele deixa a lei de adaptação robusta aos desvios pelos erros de aproximação.

O vetor  $\mathbf{s}$  é chamado por Labiod e Guerra (2007) de erro de rastreamento filtrado.

$$s_i(t) = \left( \frac{d}{dt} + \lambda_i \right)^{r_i-1} e_1(t), \quad \lambda_i > 0, \quad i = 1, \dots, n \quad (20)$$

$\lambda_i$  são constantes positivas e  $e_i(t)$  são os erros de rastreamento de trajetória.

$$e_i(t) = y_{d_i}(t) - y_i(t), \quad i = 1, \dots, n \quad (21)$$

O erro de rastreamento filtrado representa uma equação diferencial cuja solução implica que o erro de trajetória converge para zero com uma constante de tempo igual a  $(r_i - 1)/\lambda_i$ . Usando o erro filtrado, o objetivo de controle torna-se manter o escalar  $s_i(t)$  igual a zero, ao invés do problema original de estabilização do vetor  $[e_1, \dots, e_n]^{r_i-1}$  de  $r_i - \text{dimensões}$  (Labiod e Guerra, 2007).

A derivada temporal do erro rastreamento de trajetória é dada por

$$\dot{\mathbf{s}} = \mathbf{K}\mathbf{s} - \mathbf{K}_0 \tanh\left(\frac{\mathbf{s}}{\epsilon_0}\right) + \mathbf{G}(\mathbf{x})(u^* - u) \quad (22)$$

Como assume-se  $\mathbf{u}^*$ ,  $\mathbf{G}(\mathbf{x})$  e  $\mathbf{f}(\mathbf{x})$  desconhecidos, não é possível o cálculo do valor de  $\dot{\mathbf{s}}$ . Labiod e Guerra (2007) propõem uma implementação digital de (22). Neste trabalho, propomos estimar o valor de  $\dot{\mathbf{s}}$  com o uso de um diferenciador robusto e exato.

#### 5. DIFERENCIADOR ROBUSTO E EXATO (RED)

A diferenciação de sinais em tempo real é uma questão que enfrenta problemas de ordem prática. A tarefa de gerar uma estimativa da derivada temporal de um sinal base é dificultada quando o sinal de entrada do diferenciador é corrompido por ruído de alta frequência, uma vez que esta classe de ruídos possui derivada com amplitudes elevadas (Vidal, 2014).

A maioria dos diferenciadores conhecidos é capaz de gerar estimativas próximas da derivada do sinal base, além de rejeitar razoavelmente ruídos de alta frequência. Para isso, eles utilizam uma largura de banda finita, de modo a filtrar as componentes de alta frequência do sinal de entrada. Deste modo, eles não conseguem fornecer uma resposta exata na ausência de ruído, sendo, portanto, diferenciadores robustos, mas não exatos (Vidal, 2014).

Este trabalho utiliza o diferenciador baseado em modos deslizantes proposto por Levant (1998). Seu objetivo é que dado um sinal de entrada mensurável e localmente limitado  $f(t)$  a saída  $u_{RED}$  do RED deve ser tal que  $u_{RED} - \dot{f}(t) = 0$ , ou seja, que sua saída convirja para a derivada temporal do sinal de entrada.

$$\dot{x}_{RED} = u_{RED} \quad (23)$$

$$\begin{aligned} u_{RED} &= u_{RED_1} - \kappa |x_{RED} - f(t)|^{\frac{1}{2}} \text{sign}(x_{RED} - f(t)) \\ \dot{u}_{RED_1} &= -\alpha \text{sign}(x_{RED} - f(t)), \quad \kappa, \alpha > 0. \end{aligned} \quad (24)$$

Seja  $f(t)$  um sinal cuja derivada possua constante de Lipschitz  $C > 0$ , a observância da seguinte expressão é condição suficiente para a convergência de  $u_{RED}(t)$  para  $\dot{f}(t)$  (Levant, 1998):

$$\alpha > C, \quad \kappa^2 \geq 4C \frac{\alpha + C}{\alpha - C} \quad (25)$$

Este diferenciador pode fornecer, na ausência de ruído, a derivada exata. Na presença de ruído o RED possui acurácia proporcional a raiz quadrada da magnitude do ruído. Deve-se destacar, ainda, que o estado do RED não pode escapar em tempo finito, dado que o sinal de entrada possui derivada segunda limitada (Nunes *et al.*, 2004).

## 6. SIMULAÇÃO COMPUTACIONAL

As análises dos controladores propostos foram feitas por meio de simulação computacional usando o *Simulink*, ferramenta para modelagem, simulação e análise de sistemas dinâmicos.

Dois controladores nebulosos adaptativos diretos foram projetados, um para a malha da altitude e outro para as malhas dos ângulos de rolagem e arfagem.

O ângulo de guinada foi tratado como uma entrada não controlada com valor definido pela função  $\psi = \text{sen}(0, 1t)$ .

A gravidade considerada foi  $g = 9,78 \text{ m/s}^2$  e os parâmetros do quadrotor foram retirados do trabalho de Benigno (2015), com  $m = 1,2 \text{ kg}$ ,  $l = 0,31 \text{ m}$ ,  $I_{yy} = 9,8 \cdot 10^{-3} \text{ Nms}^2$  e  $I_{zz} = 16,3 \cdot 10^{-3} \text{ Nms}^2$ .

Em ambos os controladores, os valores dos parâmetros para o derivador robusto e exato, usado para estimar o valor de  $\dot{\mathbf{s}}$ , são  $\kappa = \sqrt{10}$  e  $\alpha = 11$ . As funções de pertinência escolhidas para o sistema nebuloso também são iguais em ambos os casos. Para cada variável de entrada  $z_i$ ,  $i = 1, \dots, 4$ , três funções de pertinência gaussianas são usadas:

$$\begin{aligned} \mu_{A_1^1}(z_i) &= \exp\left(-\frac{1}{2}\left(\frac{z_i + 1,25}{0,6}\right)^2\right) \\ \mu_{A_1^2}(z_i) &= \exp\left(-\frac{1}{2}\left(\frac{z_i}{0,6}\right)^2\right) \\ \mu_{A_1^3}(z_i) &= \exp\left(-\frac{1}{2}\left(\frac{z_i - 1,25}{0,6}\right)^2\right) \end{aligned}$$

As equações diferenciais que regem a saída  $\mathbf{y}$  são de segunda ordem. Portanto, os elementos do vetor  $\mathbf{r}$  são iguais 2.

Os desempenhos dos controladores nebulosos foram comparados aos de controladores PIDs, amplamente usados em aplicações industriais, sintonizados manualmente.

### 6.1 Arfagem e Rolagem

Para as malhas de arfagem e rolagem,  $\mathbf{y} = [\ddot{\phi}, \ddot{\theta}]^T$ ,  $\mathbf{u} = [U_2, U_3]^T$  e  $\mathbf{x} = [\phi, \dot{\phi}, \theta, \dot{\theta}]^T$ , com condições iniciais iguais a  $\mathbf{x} = [0 \ 0 \ 0 \ 0]^T$ .

Dois sistemas nebulosos na forma (18) são usados para gerar os sinais de controle  $U_2$  e  $U_3$ , e cada sistema possui como entrada o vetor  $\mathbf{z} = [e_\phi(t), \dot{e}_\phi(t), e_\theta(t), \dot{e}_\theta(t)]^T$ .

Os valores iniciais dos parâmetros estimados  $\Theta_1(0)$  e  $\Theta_2(0)$  são iguais a zero. Os parâmetros de projeto do controlador usados são  $\lambda_1 = 14$ ,  $\lambda_2 = 14$ ,  $\mathbf{K} = \text{diag}[12, 12]$ ,  $\mathbf{K}_0 = \text{diag}[40, 40]$ ,  $\epsilon_0 = 0,5$ ,  $\eta = 50$  e  $\sigma = 0,1$ .

O objetivo de controle é fazer com que as saídas  $\phi$  e  $\theta$  sigam as trajetórias descritas pelos sinais  $y_{d_\phi}$  e  $y_{d_\theta}$ , respectivamente. Esses sinais possuem parte senoidal e parte rampas com inclinações elevadas.

Nos intervalos de tempo  $8 \text{ s} \leq t \leq 12 \text{ s}$  e  $18 \text{ s} \leq t \leq 22 \text{ s}$  inseriu-se ruídos de processo e medição, respectivamente, ambos brancos e com amplitude de aproximadamente  $0,16 \text{ rad}$ .

Os ganhos do controlador PID usado no controle da atitude são  $K_P = 6$ ,  $K_I = 4$  e  $K_D = 1,2$ .

### 6.2 Altitude

Para a malha de altitude,  $y = \ddot{z}$ ,  $u = U_1$ ,  $\mathbf{x} = [z, \dot{z}]^T$ , com condições iniciais iguais a  $\mathbf{x} = [0 \ 0]^T$ .

Um sistema nebuloso na forma (18) é usado para gerar o sinal de controle  $U_1$ , e como entrada do sistema temos o vetor  $\mathbf{z} = [e_z(t), \dot{e}_z(t), \phi(t), \theta(t)]^T$ .

O valor inicial do parâmetro estimado  $\Theta$  é zero. Os parâmetros de projeto do controlador usados são  $\lambda = 20$ ,  $K = 80$ ,  $K_0 = 60$ ,  $\epsilon_0 = 0,01$ ,  $\eta = 130$  e  $\sigma = 0,001$ .

O objetivo de controle é fazer com que  $z$  siga a trajetória descrita pelo sinal  $y_{d_z}(t)$ , que, assim como os demais sinais de referência, possui parte senoidal e parte rampas com inclinações elevadas.

Os ganhos do controlador PID usado no controle da altitude são  $K_P = 40$ ,  $K_I = 30$  e  $K_D = 70$ .

## 7. RESULTADOS

O controlador nebuloso foi mais eficiente que o controlador PID para o rastreamento de trajetória da atitude (Figuras 2 e 3), apresentando um sinal de saída mais suave e próximo à referência.

Assim como qualquer controlador adaptativo, existe um primeiro momento de aprendizado do controlador no qual o erro é maior. Posteriormente, notamos que o controlador projetado consegue fazer com que os sinais de saída da planta converjam para os sinais de referência. Nesse momento, os erros são praticamente nulos.

Nota-se que o controlador nebuloso apresentou robustez ao ruído de processo, mas apresentou sensibilidade ao ruído de medição, vista pela diminuição da suavidade dos sinais de saída no intervalo de tempo  $18 \text{ s} \leq t \leq 20 \text{ s}$ .

O esforço de controle,  $U_2$ , para a malha  $\phi$  foi maior no controle nebuloso (Figura 4.A). O mesmo não aconteceu para o controle da malha  $\theta$  ( $U_3$ ), cujo esforço de controle inicial do controlador PID foi consideravelmente mais alto (Figura 4.B).

O controlador nebuloso foi significativamente mais eficiente no controle da altitude (Figura 5). Porém, o esforço de controle,  $U_1$ , foi maior que o mostrado pelo PID (Figura 6).

## 8. CONCLUSÃO

A simulação mostrou que os controladores nebulosos projetados são capazes de lidar com o problema de rastreamento

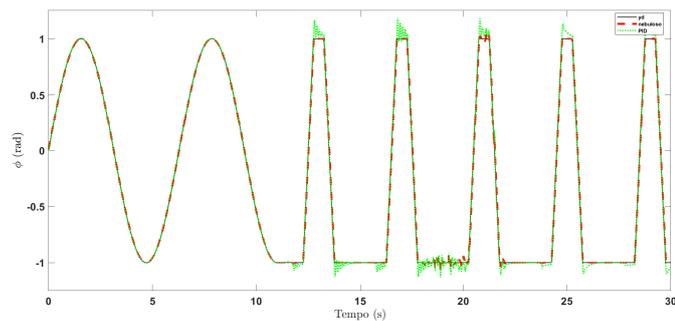


Figura 2. Rastreamento de trajetória do ângulo  $\phi$  ao longo do tempo;  $y_{d_\phi}(t)$  (preto), saída do sistema no controle nebuloso (vermelho) e saída do sistema no controle PID (verde).

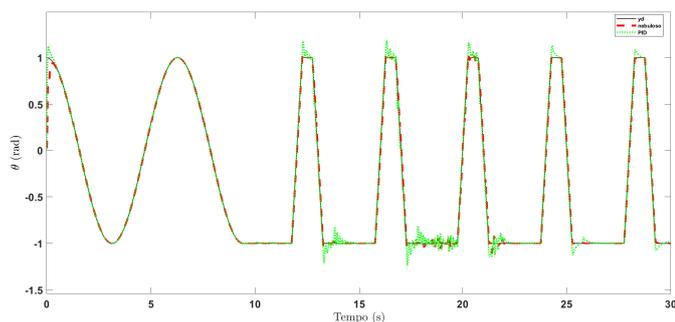


Figura 3. Rastreamento de trajetória do ângulo  $\theta$  ao longo do tempo;  $y_{d_\theta}(t)$  (preto), saída do sistema no controle nebuloso (vermelho) e saída do sistema no controle PID (verde).

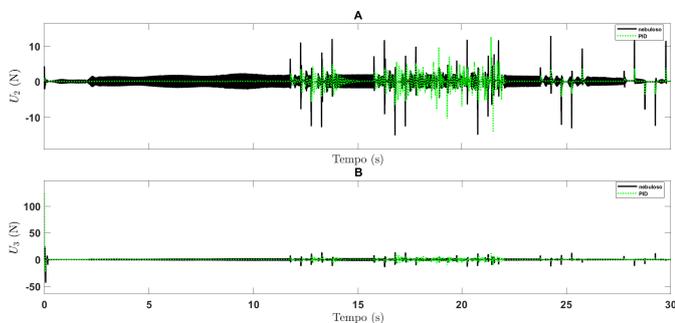


Figura 4. Sinais de controle  $U_2$  (A) e  $U_3$  (B); controlador nebuloso (preto) e controlador PID (verde).

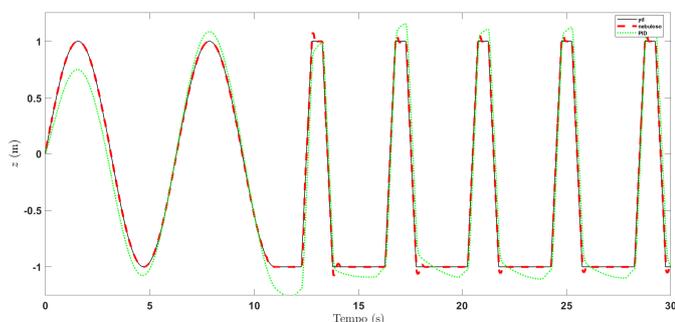


Figura 5. Rastreamento de trajetória do ângulo  $z$  ao longo do tempo;  $y_{d_z}(t)$  (preto), saída do sistema no controle nebuloso (vermelho) e saída do sistema no controle PID (verde).

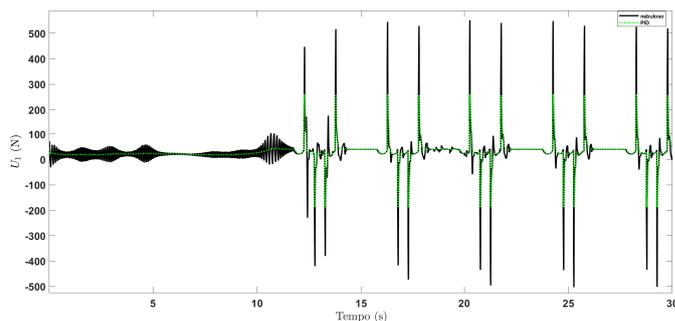


Figura 6. Sinal de controle  $U_1$ ; controlador nebuloso (preto) e controlador PID (verde).

de trajetória de um quadrotor, sistema altamente não-linear e com grande acoplamento dinâmico.

O controle adaptativo proposto não necessita do conhecimento matemático da planta. Porém, existem muitos parâmetros de projeto, dificultando sua sintonização.

Os controladores nebulosos apresentaram robustez ao ruído de processo adotado. Mesmo apresentando sensibilidade ao ruído de medição, os controladores mostraram-se mais eficiente que os controladores PIDs nos rastreamentos de trajetórias.

O uso do diferenciador robusto e exato mostrou-se uma excelente alternativa à proposta de Labiod e Guerra (2007) para lidar com a limitação da impossibilidade de se calcular o valor de  $\dot{s}$ . Além de fácil sintonização, já que possui poucos parâmetros, seu uso torna possível a implementação do controlador em tempo contínuo.

## REFERÊNCIAS

- Barros, H. (2017). Um estudo de diferentes metodologias de controle nebuloso. *Trabalho de Conclusão de Curso apresentado à Universidade Federal de Ouro Preto*.
- Benigno, T. (2015). Modelagem matemática e controle de atitude e posição do quadrotor. *Dissertação de mestrado acadêmico apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Sistemas de Comunicação e Automação*.
- Bouabdallah, S. (2007). Design and control of quadrotors with application to autonomous flying. *Tese de doutorado apresentada à École Polytechnique Fédérale de Lausanne*.
- Bresciani, T. (2008). Modelling, identification and control of a quadrotor helicopter. *Department of Automatic Control*.
- Castro, J. (1995). Fuzzy logic controllers are univesal approximators. *IEEE Transaction On Systems, Man, And Cybernetics*, 25(4), 629–635.
- Duarte, C. (2003). Modelagem e controle de um míssil de cruzeiro com propulsão foguete. *Trabalho de Conclusão de Curso – Instituto Tecnológico da Aeronáutica*.
- Evans, P. (2001). Rotations and rotation matrices. *Acta Crystallographica*, 1355–1359.
- Jacome, I. (2013). Controle adaptativo por modelo de referência e estrutura variável discreto no tempo. *Dissertação de Mestrado apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica e de Computação da UFRN*.

- Kalab, A. (2018). A robust direct adaptive fuzzy control for a class of uncertain nonlinear mimo systems. *Soft Comput.*
- Labioud, S. e Guerra, T. (2007). Direct adaptive fuzzy control for a class of mimo nonlinear systems. *International Journal of Systems Science*, 38(8), 665–675.
- Levant, A. (1998). Robust exact differentiation via sliding-mode technique. *Automatica*, 34, 379–384.
- Lisboa, L. (2014). Controlador não-linear para veículo aéreo não tripulado. *Dissertação de mestrado apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica da Pontifícia Universidade do Rio Grande do Sul.*
- Luukkonen, T. (2011). Modelling and control of quadcopter. *School of Science.*
- Morais, E. (2017). Desenvolvimento de um controlador híbrido fuzzy-pid para estabilização de um vant do tipo quadricóptero na realização de um voo autônomo vertical. *Dissertação de mestrado acadêmico apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Sistemas de Comunicação e Automação.*
- Naidoo, Y., Stopforth, R., e Bright, G. (2011). Quad-rotor unmanned aerial vehicle helicopter modelling & control. *Int J Adv Robotic Sy*, 8(4), 139–149.
- Nunes, E., Hsu, L., e Lizarralde, F. (2004). Controle por realimentação de saídas para rastreamento exato de sistemas incertos. *Brazilian Conference on Automatic Control.*
- Paula, J. (2012). Desenvolvimento de um vant do tipo quadricóptero para obtenção de imagens aéreas em alta definição. *Dissertação de mestrado acadêmico apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica – PPGEE, Departamento de Engenharia Elétrica, Setor de Tecnologia, Universidade Federal do Paraná.*
- Rabah, M., Rohan, A., Han, Y., e Kim, S. (2018). Design of fuzzy-pid controller for quadcopter trajectory-tracking. *International Journal of Fuzzy Logic and Intelligent Systems*, 18(3), 204–2013.
- Resende, D., Silva, A., Lima, E., e de Sena, A. (2018). Desenvolvimento de um controlador híbrido fuzzy-pid e supervisor para estabilização de drone quadricóptero. *II Congresso Internacional de Gestão e Tecnologias.*
- Vidal, P. (2014). Rastreamento global e exato de sistemas incertos usando diferenciadores exatos não-lineares. *Projeto de graduação apresentado ao Curso de Engenharia Eletrônica e de Computação da Escola Politécnica, Universidade Federal do Rio de Janeiro.*
- Yuan, B. e Klir, G. (1997). Universal approximation of mamdani fuzzy controllers and fuzzy logical controllers. *NASA University Research Centers Technical*, 1, 835–841.