

Controle complacente de passo para um robô quadrupede utilizando curvas de Bézier ^{*}

Gabriel Duarte Gonçalves Pedro ^{*} Gustavo Medeiros Freitas ^{*}

^{} Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica
Universidade Federal de Minas Gerais
e-mail: (gabrieldgp,gustavomfreitas)@ufmg.br*

Abstract: Robots with legs have the potential for locomotion on unstructured terrain to perform tasks in industrial, mining, oil and disaster environments. However, to perform this locomotion efficiently in different environments, it is necessary to plan the steps of this robot as well as control its legs. This article considers a quadruped robot, focusing on the control of a single leg with 3 degrees of freedom modeled by means of the Euler-Lagrange equations, during the swing and support phases involved in the robot's movement. For this purpose, it is proposed to use a single 5th degree Bézier curve as a reference trajectory for the leg, containing information on position, velocity and acceleration. The control strategy proposed to command each leg uses a feedback linearization technique and an auxiliary impedance control. The results obtained by simulation demonstrate that the proposed controller is able to track the Bézier curve used as a reference, so that the robot leg behaves as a mass-spring-damper system, compliant to variations in position on the vertical axis according to the application of forces on the robot's foot.

Resumo: Robôs com pernas tem potencial de locomoção em terrenos não estruturados para execução de tarefas em ambientes industriais, de mineração, petrolífero e de desastres. Porém, para executar esta locomoção de forma eficiente em diferentes ambientes, é necessário o planejamento dos passos deste robô assim como o controle das suas pernas. Este artigo considera um robô quadrupede, tendo como foco o controle de uma única perna com 3 graus de liberdade modelada por meio das equações de Euler-Lagrange, durante as fases de balanço e suporte envolvidas na movimentação do robô. Para tal, é proposta a utilização de uma única curva de Bézier de 5^o grau como trajetória de referência da perna, contendo informações de posição, velocidade e aceleração. A estratégia de controle proposta para comandar cada perna utiliza uma técnica de linearização por realimentação e um controle de impedância auxiliar. Os resultados obtidos por simulação demonstram que controlador proposto é capaz de rastrear a curva de Bézier utilizada como referência, de forma que a perna do robô se comporte como um sistema massa-mola-amortecedor, complacente a variações de posição no eixo vertical conforme a aplicação de forças no pé do robô.

Keywords: Bézier Curve; Feedback Linearization; Computed Torque; Impedance control; Quadruped Robot; Step Planning.

Palavras-chaves: Curva Bézier; Linearização por Realimentação; Torque Computado; Controle de Impedância; Robô Quadrupede; Planejamento de Passo.

1. INTRODUÇÃO

Robôs com pernas (Figura 1) tem potencial de locomoção em terrenos não estruturados e irregulares para execução de tarefas sujas, enfadonhas e perigosas (em inglês, *dirty, dull, and dangerous*). Devido este potencial, diferentes pesquisadores e empresas tem se dedicado ao desenvolvimento de robô com pernas. Atualmente empresas como Boston Dynamics, ANYbotics, Unitree, entre outras, tem apresentado versões comerciais destes robôs para serem utilizados em diferentes ambientes como: indústrias, minas, plataformas de petróleo ou qualquer outro ambiente que

necessite de um robô que explore ou patrulhe (Fankhauser and Hutter, 2018; Kolvenbach et al., 2020; Wang et al., 2020), coletando dados relevantes e interagindo com estes ambientes.

Robôs com pernas podem possuir uma perna, como os robôs saltitantes, ou mais pernas. Porém robôs quadrupedes tem se mostrado uma relação interessante de quantidade de pernas considerando equilíbrio e mobilidade do corpo do robô. Com quatro pernas é possível se locomover um passo de cada vez mantendo um polígono de sustentação com as outras três pernas. Também é possível se mover com um padrão de corrida ou trote similar ao de animais.

Para obter este objetivo de movimentação e equilíbrio do robô, é necessário um sistema de controle para o corpo e um controle da posição das suas pernas, porém

^{*} Este trabalho foi financiado pela Universidade Federal de Minas Gerais (UFMG), Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq), e Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES) - Código de Financiamento 001.

a representação por modelos matemáticos destes sistemas mecânicos apresenta não linearidades. Devido a isso, a utilização de técnicas de controle não linear é necessária para atingir o desempenho que se espera de um robô com pernas.

A técnica de controle conhecida como linearização por realimentação (em inglês, *feedback Linearization*) é uma das abordagens de controle não linear utilizada em robôs com pernas conforme vista em (Boaventura et al., 2012; Pandala et al., 2020). Utilizar a dinâmica inversa para projetar um controlador, é uma das abordagens desta técnica, podendo ser aplicada tanto para controle das pernas, como também para controle do robô considerando modelo de corpo completo (em inglês, *Whole-Body Control*) (Liu et al., 2019). Quando a dinâmica inversa computa os torques das juntas do robô, esta abordagem é conhecida como torque computado, sendo utilizando tanto em robôs com atuação hidráulica quanto elétrica (Boaventura et al., 2012; Buchli et al., 2009).

O controle de impedância também é utilizado em robôs tanto com atuadores hidráulicos quanto elétricos (Semini et al., 2015; Park and Park, 2012), e visa mudar a rigidez e amortecimento das pernas. Esta mudança permite absorver forças externas devido à irregularidade do terreno (Park and Park, 2012), e forças de impacto devido a movimentos dinâmicos dos passos (Boaventura et al., 2012) e também evita danos as pernas e atuadores do robô. Além de evitar danos, possuir um comportamento de massa-mola-amortecedor nas pernas é interessante porque modelos de movimentos de animais em corrida podem ter suas pernas caracterizadas como um conjunto massa-mola-amortecedor. Permitindo esta característica ser usada também no modelo de movimento do corpo de robôs, como em um sistema de pêndulo invertido com molas (Park and Park, 2012).

Para o robô andar, os pés precisam se mover dando passos, geralmente executando uma trajetória semi-elíptica. Este passo pode ser dividido em fase de suporte que sustenta o peso do robô, e fase de balanço onde os pés se movem em arco buscando um novo ponto de apoio. O movimento correto pode ser obtido por um controlador dedicado a cada perna do robô, utilizando como referência a trajetória dos passos. Esta deve ser definida preferencialmente utilizando curvas suaves para as fases de balanço e suporte, sendo facilmente alterada conforme novos parâmetros de movimentação do robô. Uma possível solução consiste na utilização de curvas de Bézier, conforme apresentado em (Hou et al., 2020; Jin et al., 2019).

Este artigo considera um robô quadrupede, tendo como foco o controle de uma única perna com 3 graus de liberdade modelada por meio das equações de Euler-Lagrange. Para tal, é proposta a utilização de uma única curva de Bézier de 5º grau como trajetória de referência da perna, contendo informações de posição, velocidade e aceleração. A estratégia de controle proposta para comandar cada perna utiliza uma técnica de linearização por realimentação e um controle de impedância auxiliar. O objetivo consiste em controlar a perna de forma a rastrear a curva de Bézier utilizada como referência, de forma que a perna do robô se comporte como um sistema massa-mola-amortecedor,

complacente a variações de posição no eixo vertical conforme a aplicação de forças no pé do robô.

O artigo está dividido em 5 seções. A Seção 2 explica a origem da Curva de Bézier, o que elas são, sua utilização na robótica, a curva de Bézier proposta para este artigo e a transformação de coordenadas do espaço de trabalho para coordenadas no espaço das juntas. Já a Seção 3 expõe a metodologia de controle proposta para o controle complacente de uma perna, apresentando o modelo dinâmico da perna utilizado, a linearização por realimentação e o controle por impedância. A Seção 4 descreve as simulações realizadas no Simulink e Matlab e análises dos resultados da simulação. Por fim, a Seção 5 discute a conclusão e os trabalhos futuros.



Figura 1. Robô quadrupede A1 da Unitree.

2. CURVA DE BÉZIER

A curva de Bézier $B(u)$ é definida como sendo a curva formada pela interpolação linear de um conjunto de pontos de controle P_0 a P_n , onde n corresponde ao seu grau. A matemática básica para o desenvolvimento desta curva foi estabelecida em 1912, porém estes polinômios só foram amplamente divulgados na década de 1960 pelo engenheiro francês Pierre Bézier, que os utilizou para projetar carrocerias de automóveis na Renault (Farin, 2014).

Na robótica as curvas de Bézier podem ser usadas para planejar trajetórias de um efetuador. Além disso, as trajetórias podem ser diferenciadas com precisão, e consequentemente, suas derivadas são usadas no cálculo da dinâmica e controle de um manipulador ou, conforme apresentado neste artigo, de uma perna robótica. As curvas de Bézier podem ser usadas tanto no espaço das juntas quanto no espaço de trabalho. Neste artigo são utilizadas curvas de Bézier no espaço de trabalho.

2.1 Curva de Bézier para o passo

Curvas de Bézier já foram utilizadas em outros estudos para construir uma trajetória de balanço e suporte dos pés. Por exemplo, como no estudo (Jin et al., 2019) que usa uma curva de Bézier de 6º grau somente para a fase de balanço. Já no estudo (Hou et al., 2020) utiliza duas curvas de Bézier, uma de 8º grau para fase de suporte e uma de 16º grau para fase de balanço.

Neste estudo é proposta uma única curva fechada de 5º grau para as duas fases possuindo 6 pontos de controle, com o objetivo de simplificar a quantidade de pontos de controle necessários para definir as trajetórias de balanço

e suporte dos pés. É escolhido uma curva de 5^o grau por ser este o grau mínimo para obter uma curva de aceleração sem descontinuidade, desta maneira evitando o arranque (em inglês, *jerk*) que causa vibrações e reduz a precisão de movimento de um robô (Spong et al., 2006).

A construção desta curva é realizada utilizando a equação (1) que define explicitamente uma curva de Bézier de qualquer ordem:

$$B(u) = \sum_{i=0}^n \binom{n}{i} (1-u)^{n-i} u^i P_i, \quad (1)$$

onde $\binom{n}{i}$ é o coeficiente binominal e é calculado como:

$$\binom{n}{i} = \frac{n!}{i!(n-i)!}. \quad (2)$$

Utilizando estas equações é obtida a equação (3) da curva de Bézier proposta abaixo:

$$B(u) = (1-u)^5 P_0 + 5(1-u)^4 u P_1 + 10(1-u)^3 u^2 P_2 + 10(1-u)^2 u^3 P_3 + 5(1-u) u^4 P_4 + u^5 P_5, \quad (3)$$

onde $B(u) \in \mathbb{R}^3$ é a curva de Bézier proposta, P_0 a $P_5 \in \mathbb{R}^3$ são vetores de posição dos pontos de controle na área de trabalho da perna do robô, u é a variável de parametrização da curva de Bézier onde que $\{u \in \mathbb{R} | 0 \leq u \leq 1\}$. Para determinar o tempo do percurso desta curva e sua frequência, é utilizada uma função de repetição onde u varia de 0 a 1 em um período determinado (Figura 7).

A equação $B(u)$ (3) possui as seguintes derivadas 1^o ordem $\dot{B}(u) \in \mathbb{R}^3$ (4) e 2^o ordem $\ddot{B}(u) \in \mathbb{R}^3$ (5):

$$\begin{aligned} \dot{B}(u) = & -5(1-u)^4 P_0 - 20(1-u)^3 u P_1 + 5(1-u)^4 P_1 \\ & - 30(1-u)^2 u^2 P_2 + 20(1-u)^3 u P_2 - 20(1-u) u^3 P_3 \\ & + 30(1-u)^2 u^2 P_3 - 5u^4 P_4 + 20(1-u) u^3 P_4 \\ & + 5u^4 P_5, \end{aligned} \quad (4)$$

$$\begin{aligned} \ddot{B}(u) = & 20(1-u)^3 P_0 + 60(1-u)^2 u P_1 - 40(1-u)^3 P_1 \\ & + 60(1-u) u^2 P_2 - 120(1-u)^2 u P_2 + 20(1-u)^3 P_2 \\ & + 20P_3 u^3 - 120(1-u) u^2 P_3 + 60(1-u)^2 u P_3 \\ & - 40u^3 P_4 + 60(1-u) u^2 P_4 + 20u^3 P_5. \end{aligned} \quad (5)$$

2.2 Pontos de controle

Para este artigo, foi determinado que os pontos inicial e final (P_0 e P_5) sejam coincidentes, para obter uma trajetória fechada. Sendo assim, foi determinado que o início e final do movimento seja na metade da fase de suporte da perna, e com isso foram definidas as variável de distância $d \in \mathbb{R}$ e altura $h \in \mathbb{R}$ do passo, além de uma variável angular $\theta \in \mathbb{R}$ que visa determina o sentido do passo (Figura 2). Com estes termos e definindo o ponto inicial do passo, é possível encontrar os outros cinco pontos de controle com as seguintes equações:

$$d_x = d \cos(\theta), \quad d_y = d \sin(\theta),$$

$$\begin{aligned} P_0 &= [P_{0x}, P_{0y}, P_{0z}]^T, \\ P_1 &= [P_{0x} - 2d_x, P_{0y} - 2d_y, P_{0z} - 0.25h]^T, \\ P_2 &= [P_{0x} + d_x, P_{0y} + d_y, P_{0z} + 1,72h]^T, \\ P_3 &= [P_{0x} - d_x, P_{0y} - d_y, P_{0z} + 1,72h]^T, \\ P_4 &= [P_{0x} + 2d_x, P_{0y} + 2d_y, P_{0z} - 0.25h]^T, \\ P_5 &= P_0. \end{aligned}$$

Neste artigo foram utilizados $P_0 = [0, -0.085, -0.3]^T$, $d = 0.2 \text{ m}$ e $h = 0.15 \text{ m}$. Com estes valores é possível obter a curva de Bézier para a fase de suporte e passo da perna ilustrada nas Figuras 2 e 3.

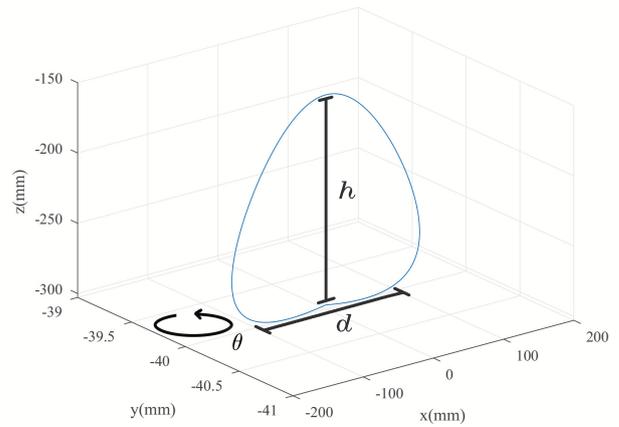


Figura 2. Curva de Bézier para suporte e balanço visualizado em 3D, com ilustração dos parâmetros de distância d , altura h e sentido θ do passo.

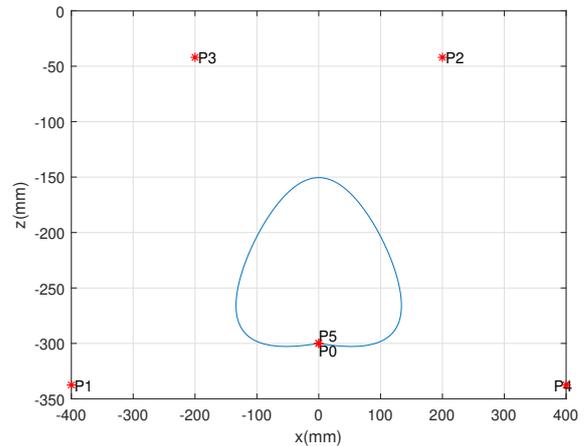


Figura 3. Curva de Bézier para suporte e balanço no plano XZ, com visualização dos pontos de controle P_0 a P_5 .

2.3 Transformação de coordenadas

A curva de Bézier foi planejada no espaço de trabalho da perna do robô, porém o controle de impedância utilizado é realizado no espaço das juntas; para isso as posições

fornechas pela curva de Bézier e suas derivadas para a velocidade e aceleração devem ser transformadas em posição, velocidade e aceleração das juntas. Isso é possível utilizando as equações da cinemática inversa e diferencial da perna. Diferentes soluções podem ser empregadas para o cálculo da cinemática inversa, incluindo métodos geométricos, algébricos e de otimização. Neste artigo a cinemática inversa é resolvida utilizando um método algébrico para encontrar um conjunto de equações cinemáticas com variáveis e parâmetros desejados (Santos, 2004; Siciliano et al., 2010), permitindo encontrar uma equação algébrica para calcular de forma rápida a posição das juntas. Este conjunto de equações cinemáticas são solucionadas usando métodos de otimização numérico resultando em quatro soluções, onde dentro destas soluções foi escolhida a que possui a configuração da terceira junta na mesma posição da perna frontal do robô A1 (Figura 1). Em trabalhos futuros está previsto o cálculo da cinemática inversa utilizando os subproblemas de Paden-Kahan, fornecendo uma solução geométrica e numericamente estável (Murray et al., 2017). Já as equações da cinemática diferencial para a velocidade (6) e aceleração (7) são calculadas por:

$$\dot{q} = J(q)^{-1}\dot{X}, \quad (6)$$

$$\ddot{q} = J(q)^{-1}[\ddot{X} - \dot{J}(q, \dot{q})\dot{q}], \quad (7)$$

onde $J(q) \in \mathbb{R}^{6 \times 3}$ é a Jacobiana da perna robótica e $\dot{J}(q, \dot{q}) \in \mathbb{R}^{6 \times 3}$ é a derivada desta Jacobiana no tempo, \dot{q} e $\ddot{q} \in \mathbb{R}^3$ são o vetor de velocidade e aceleração no espaço da junta respectivamente, e \dot{X} e $\ddot{X} \in \mathbb{R}^6$ são os vetores de velocidades e acelerações linear e angular no espaço de trabalho respectivamente, em outros termos, do pé do robô. Como o interesse de controle é apenas na posição do pé, os vetores \dot{X} e \ddot{X} correspondentes a velocidade e a aceleração angular são iguais a zero, obtendo a solução equivalente da jacobina reduzida para as velocidades lineares.

3. METODOLOGIA DE CONTROLE

As seções 3.1 a 3.3 apresentam a metodologia proposta para a modelagem dinâmica, linearização por realimentação e controle de impedância de uma perna de robô quadrúpede.

3.1 Modelo Dinâmico

O modelo dinâmico da perna pode ser obtido com base no esquemático apresentado na Figura 4.

A equação dinâmica da perna é calculada utilizando as equações de Euler-Lagrange, onde L_1 , L_2 e L_3 são o comprimento dos elos 1, 2 e 3. As massas dos elos L_1 e L_2 são m_1 e m_2 respectivamente. Para este artigo foi utilizada a posição das massas m_1 e m_2 como $L_{m1} = L_2/2$ e $L_{m2} = L_3/2$. As posições angulares das juntas são q_1 , q_2 e q_3 . A força externa aplicada na ponta do pé é F_e .

Por meio da modelagem dinâmica da perna foi encontrada a seguinte equação não Linear:

$$M(q)\ddot{q} + C(q, \dot{q})\dot{q} + g(q) + J^T(q)F_e = \tau \quad (8)$$

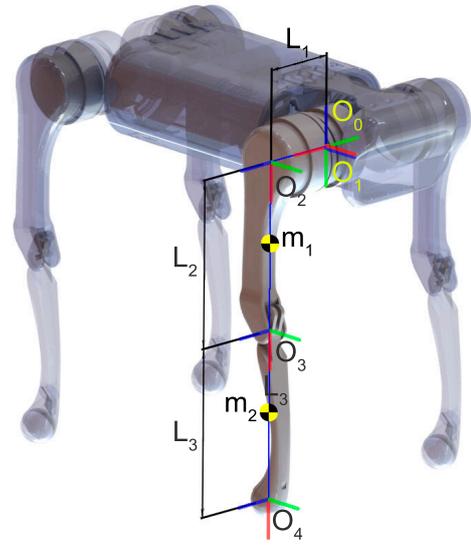


Figura 4. Esquemático das juntas, centro de massa e sistemas de coordenadas de uma perna do robô A1 da Unitree.

onde $M(q) \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$ é a matriz de inércia, $C(q, \dot{q}) \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$ é a matriz de forças de Coriolis, $g(q) \in \mathbb{R}^3$ é o vetor de forças gravitacionais, $J^T(q) \in \mathbb{R}^{6 \times 3}$ é a matriz jacobiana, $F_e \in \mathbb{R}^6$ é o vetor de forças e torques aplicados na ponta da perna, $\tau \in \mathbb{R}^3$ é o vetor de torques das juntas, q , \dot{q} e $\ddot{q} \in \mathbb{R}^3$ são a posição, velocidade e aceleração das juntas da perna.

3.2 Controle de Torque com Linearização por Realimentação

Para o sistema apresentado é proposta uma linearização por realimentação. A aplicação desta estratégia para o controle de sistemas mecânicos conforme apresentado na equação (8) também é conhecida como torque computado ou controle de torque. O controle de torque é versátil, permitindo varias formas de controle auxiliar incluindo: controle de impedância, controle de forças de contato, controle de modelo virtual, controles baseados em modelo, controle baseado em dinâmica de corpo rígido e controle de espaço operacional (Boaventura et al., 2012).

Para este artigo é escolhida uma equação de controle por dinâmica inversa modificada apresentada abaixo:

$$\tau = M(q)a_q + C(q, \dot{q})\dot{q} + g(q) + J^T(q)a_f, \quad (9)$$

onde $a_q \in \mathbb{R}^3$ e $a_f \in \mathbb{R}^6$ são entradas de controle auxiliar de aceleração e força respectivamente. Substituindo a equação (9) em (8) é possível obter a seguinte equação:

$$\ddot{q} = a_q + M^{-1}(q)J^T(q)(F_e - a_f), \quad (10)$$

Existe uma vantagem conceitual em separar os termos de controle de posição a_q e força a_f , utilizando funções de controle separadas para posição e força. No entanto, por motivos de simplificação, é assumido $a_f = F_e$ para cancelar a força do ambiente F_e , e recuperar o sistema integrador duplo do espaço de trabalho (Spong et al.,

2006). Com esta simplificação e assumindo que quaisquer termos adicionais de realimentação de força estão incluídos no termo de controle a_q , é obtido:

$$\ddot{q} = a_q, \quad (11)$$

Isso não acarreta perda de generalidade, desde que a jacobiana seja invertível (Spong et al., 2006).

3.3 Controle de Impedância

O controle de impedância tem como ideia regular a impedância mecânica, a inércia aparente, o amortecimento e a rigidez, por meio da realimentação de força (Spong et al., 2006). Para este artigo é proposta a seguinte lei de controle de impedância:

$$a_q = \ddot{q}_d - M_d^{-1} [B_d (\dot{q} - \dot{q}_d) + K_d (q - q_d) + J^T(q) F_e], \quad (12)$$

onde $M_d \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$ é uma matriz de inércia desejada, $B_d \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$ é uma matriz de amortecimento desejado, $K_d \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$ é uma matriz de rigidez desejada, e q_d , \dot{q}_d e $\ddot{q}_d \in \mathbb{R}^3$ são a posição, velocidade e aceleração desejadas da trajetória da curva de Bézier de 5º grau. Substituindo a equação (12) na equação (11), e assumindo os erros de aceleração, velocidade e posição como, $\ddot{e} = (\ddot{q} - \ddot{q}_d)$, $\dot{e} = (\dot{q} - \dot{q}_d)$ e $e = (q - q_d)$, é obtida a seguinte equação de dinâmica do erro:

$$M_d \ddot{e} + B_d \dot{e} + K_d e = -J^T(q) F_e, \quad (13)$$

o que resulta nas propriedades de impedância desejadas da perna. Observe que, para $F_e = 0$, o rastreamento da trajetória de referência $q_d(t)$ é alcançado; já no caso de forças externas sendo aplicadas ao sistema, o rastreamento não é necessariamente alcançado.

4. RESULTADOS DE SIMULAÇÃO

A simulação da perna do robô é feita usando o Simulink e o Matlab. Os modelos matemáticos apresentados foram utilizados como base na implementação de funções da dinâmica da perna, da dinâmica inversa, do controle de impedância, da transformação de coordenadas, da curva de Bézier de 5º grau e disposto conforme o diagrama de controle da Figura 5.

Nesta simulação a curva de Bézier de 5º grau no espaço de trabalho do pé, traça as curvas de referência da posição, velocidade e aceleração, que em seguida são transformadas para posição, velocidade e aceleração no espaço das juntas. Também foi aplicada durante a fase de suporte do robô, uma força externa resultante das forças na direção dos eixos coordenados X e Z (Figura 6). Estas forças são: a força de atrito aplicada no eixo X; e no eixo Z é a força sustentada pela perna, sendo o peso do corpo do robô dividido por dois, mais a força de impacto. A magnitude da força de impacto de um ser humano correndo, segundo o artigo (Lieberman et al., 2010), pode ser de 1.5 a 3.0 vezes maior que o peso do corpo nos primeiros 50 milissegundos da fase de suporte. Com esta informação,

neste artigo, como estimativa da força de impacto da perna do robô, é considerado o valor desta força igual a uma vez e meia a força peso sustentada pela perna nos primeiros 50 milissegundos. Nesta simulação a perna realiza a trajetória da curva de Bézier proposta cinco vezes utilizando uma função de repetição (Figura 7), que repete uma sequência de variação de 0 a 1 em um período de dois segundos, assumindo dois segundos como um tempo médio de um passo do robô, com aproximadamente 0.5 segundos para a fase de suporte e 1.5 segundos para a fase de balanço.

As massas, tensores de inércia e comprimentos dos elos que foram utilizados na simulação são os da perna do robô A1 da Unitre (Figura 1) e estão apresentados na Tabela 1. Neste modelo foi desconsiderada a massa do elo L_1 , por uma questão de simplificação, por ser a massa com menor amplitude de movimento.

Tabela 1. Valores utilizados no modelo dinâmico da perna do robô.

m_1	1.013 (kg)
m_2	0.230 (kg)
I_{m1xx}	0.00553 (kg.m ²)
I_{m1yy}	0.00514 (kg.m ²)
I_{m1zz}	0.00137 (kg.m ²)
I_{m2xx}	0.00300 (kg.m ²)
I_{m2yy}	0.00301 (kg.m ²)
I_{m2zz}	0.00003 (kg.m ²)
L_1	0.085 (m)
L_2	0.200 (m)
L_3	0.200 (m)
L_{m1}	L2/2 (m)
L_{m2}	L3/2 (m)
g	9.81 (m/s ²)

Os ganhos M_d , B_d e K_d foram ajustados para a perna ter o efeito massa-mola-amortecedor quando é aplicada a força na ponta do pé. Os ganhos que obtiveram o melhor resposta com o este efeito foram $M_d = 0.7 I$, $B_d = 8 I$ e $K_d = 50 I$. Com os ganhos ajustados, a simulação obteve o resultado ilustrado na Figura 8, comparando a trajetória da curva de Bézier $B(u)$ com o resultado da posição final alcançado pelo pé da perna robótica. A posição final segue a trajetória determinada saindo da posição -400 mm , que é a pose com todas as juntas iguais a zero, e converge para a trajetória da curva de Bézier. Quando a força é aplicada no início da fase de suporte do pé, é verificado o efeito de massa-mola-amortecedor desejado, com diferenças entre posição final e desejada no eixo Z de 43 mm no início e 28 mm no final da fase de suporte. Verificando a saída de controle τ (Figura 9), é possível notar que as saídas de controle respondem às forças aplicadas, sendo menor que o torque máximo de 33.5 N.m dos motores do robô A1.

É possível verificar também que no erro de posição no espaço de trabalho do pé do robô, possui uma perturbação da força aplicada nos períodos de dois segundos, e que o erro não é zero, pois a velocidade do gerador de trajetória sempre mantém a posição desejada a frente da posição final (Figura 10).

Cabe destacar que, alterando os ganhos M_d , B_d e K_d , é possível regular a impedância mecânica, a inércia aparente, o amortecimento e a rigidez da perna, alterando também a reação de controle nos motores conforme a força aplicada na ponta do pé do robô.

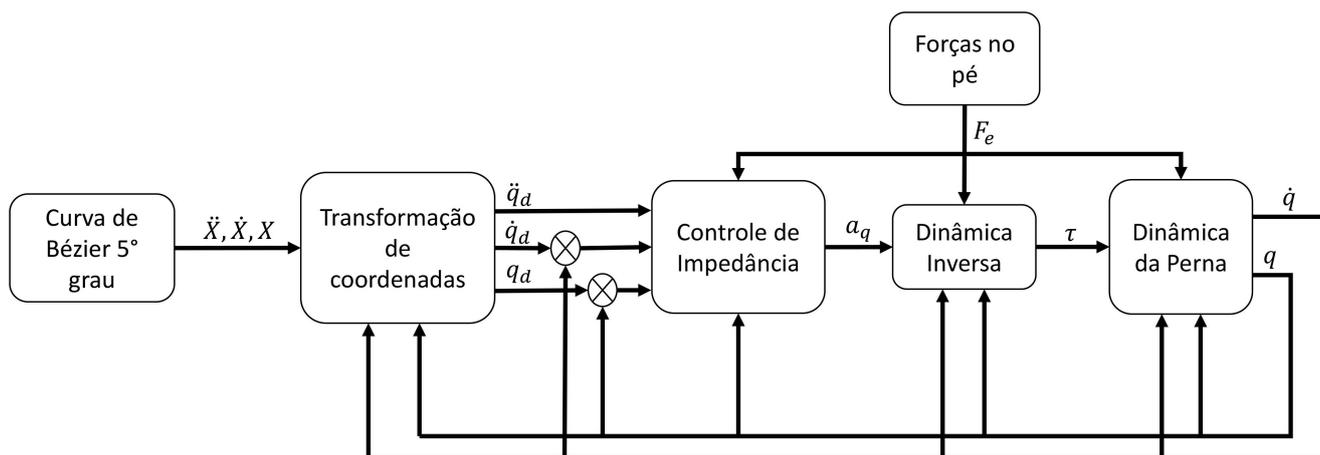


Figura 5. Diagrama do controle de impedância utilizando a curva de Bézier de 5º grau como referência.

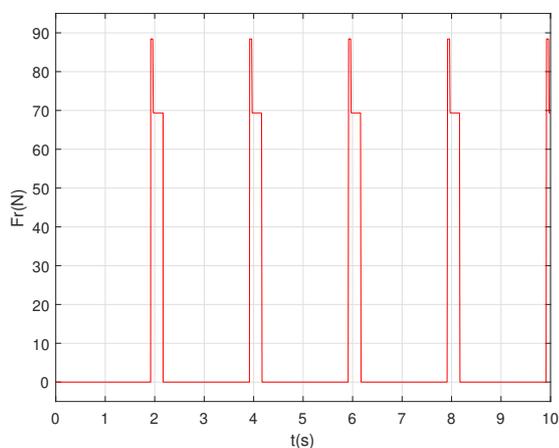


Figura 6. Força externa resultante do peso, atrito, e impacto aplicada no pé do robô.

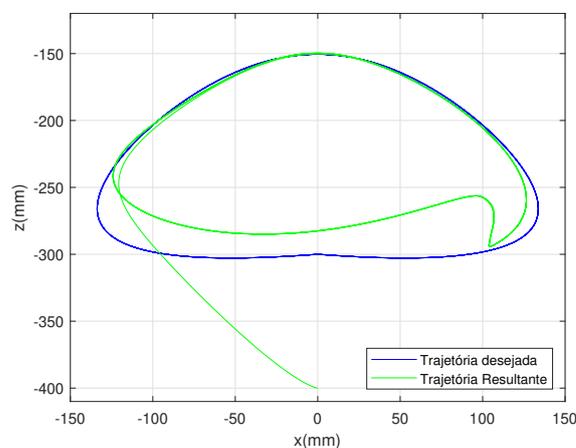


Figura 8. Trajetória desejada e trajetória final da curva de Bézier, com efeito de complacência a força aplicada no pé.

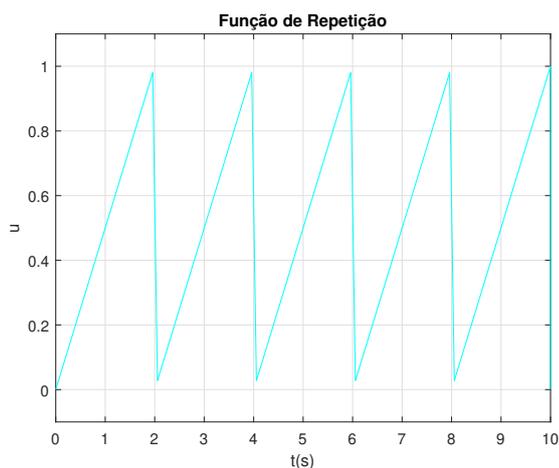


Figura 7. Função de repetição aplicada na curva de Bézier para execução de 5 passos.

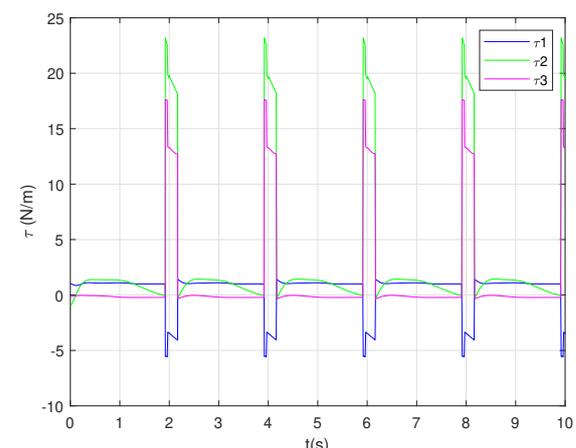


Figura 9. Saída de controle τ do torque computado aplicado às juntas da perna.

5. CONCLUSÃO E TRABALHOS FUTUROS

Este artigo apresentou o controle de uma perna de 3 graus de liberdade de um robô quadrúpede, para rastrear uma

curva de Bézier utilizada como referência de passo, de forma que a perna do robô se comporte como um sistema massa-mola-amortecedor, complacente a variações de po-

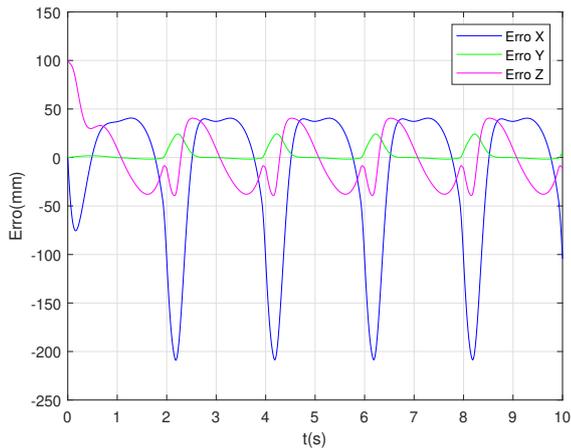


Figura 10. Erro de posição no espaço de trabalho do pé do robô com picos nos períodos de dois segundos devido à força resultante aplicada no pé.

sição no eixo vertical conforme a aplicação de forças no pé do robô. Para tal, foi proposta a utilização de uma única curva de Bézier de 5^o grau como trajetória de referência da perna, contendo informações de posição, velocidade e aceleração. Como estratégia de controle proposto para comandar cada perna, foi utilizada uma técnica de linearização por realimentação e um controle de impedância auxiliar.

A curva de Bézier se mostrou uma ferramenta matemática poderosa para traçar trajetórias que podem ser alteradas facilmente mudando a posição dos pontos de controle. Pelos resultados apresentados, o comportamento de massa-mola-amortecedor desejado no controle por impedância foi obtido, apresentando complacência a forças externas aplicadas no pé do robô. Isto é possível de verificar dadas as diferenças entre posições final e desejada no eixo Z de 43 mm no início e 28 mm no final da fase de suporte. Esses valores podem mudar conforme os parâmetros de controle utilizados, alterando a rigidez e o amortecimento da perna.

Em trabalhos futuros serão testados passos rápidos com períodos menores que dois segundos, com o objetivo de verificar que o controle alcança as velocidades de referência garantindo a complacência às forças aplicadas no pé. Além disso, serão investigadas outras curvas de Bézier para definir trajetórias fechadas como *splines* de Bézier Racionais (em inglês, *Rational B-Splines*).

Também é proposta uma simulação completa de um robô quadrúpede usando o controle de impedância em cada uma das suas pernas, com um planejador de marcha utilizando curvas de Bézier, sincronizando os passos das pernas para manter o corpo do robô em equilíbrio e obtendo o contato dos pés com o solo por meio de um motor de física, por exemplo o Vortex integrado ao simulador CoopeliaSim.

O objetivo final consiste em implementar e validar toda a estratégia em um robô quadrúpede real.

REFERÊNCIAS

Boaventura, T., Semini, C., Buchli, J., Frigerio, M., Focchi, M., and Caldwell, D.G. (2012). Dynamic torque control of a hydraulic quadruped robot. In *2012 IEEE*

International Conference on Robotics and Automation. IEEE.

Buchli, J., Kalakrishnan, M., Mistry, M., Pastor, P., and Schaal, S. (2009). Compliant quadruped locomotion over rough terrain. In *2009 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems*. IEEE.

Fankhauser, P. and Hutter, M. (2018). Anymal: A unique quadruped robot conquering harsh environments.

Farin, G. (2014). *Curves and surfaces for computer-aided geometric design: a practical guide*. Elsevier.

Hou, W., Ma, L., Wang, J., and Zhao, J. (2020). Walking decision of hydraulic quadruped robot in complex environment. In *2020 Chinese Control And Decision Conference (CCDC)*. IEEE.

Jin, B., Sun, C., Zhang, A., Ding, N., Lin, J., Deng, G., Zhu, Z., and Sun, Z. (2019). Joint torque estimation toward dynamic and compliant control for gear-driven torque sensorless quadruped robot. In *2019 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems (IROS)*. IEEE.

Kolvenbach, H., Wisth, D., Buchanan, R., Valsecchi, G., Grandia, R., Fallon, M., and Hutter, M. (2020). Towards autonomous inspection of concrete deterioration in sewers with legged robots. *Journal of Field Robotics*, 37(8), 1314–1327.

Lieberman, D.E., Venkadesan, M., Werbel, W.A., Daoud, A.I., D’Andrea, S., Davis, I.S., Mang’eni, R.O., and Pitsiladis, Y. (2010). Foot strike patterns and collision forces in habitually barefoot versus shod runners. *Nature*, 463(7280), 531–535.

Liu, M., Qu, D., Xu, F., Zou, F., Di, P., and Tang, C. (2019). Quadrupedal robots whole-body motion control based on centroidal momentum dynamics. *Applied Sciences*, 9(7), 1335.

Murray, R.M., Li, Z., and Sastry, S.S. (2017). *A Mathematical Introduction to Robotic Manipulation*. CRC Press.

Pandala, A., Kamidi, V.R., and Hamed, K.A. (2020). Decentralized control schemes for stable quadrupedal locomotion: A decomposition approach from centralized controllers. In *2020 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems (IROS)*. IEEE.

Park, J. and Park, J.H. (2012). Impedance control of quadruped robot and its impedance characteristic modulation for trotting on irregular terrain. In *2012 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems*. IEEE.

Santos, V.M. (2004). Robótica industrial. *Universidade de Aveiro-Departamento de Engenharia Mecânica*.

Semini, C., Barasuol, V., Boaventura, T., Frigerio, M., Focchi, M., Caldwell, D.G., and Buchli, J. (2015). Towards versatile legged robots through active impedance control. *The International Journal of Robotics Research*, 34(7), 1003–1020.

Siciliano, B., Sciavicco, L., Villani, L., and Oriolo, G. (2010). *Robotics: modelling, planning and control*. Springer Science & Business Media.

Spong, M.W., Hutchinson, S., Vidyasagar, M., et al. (2006). *Robot modeling and control*.

Wang, Y., Ramezani, M., and Fallon, M. (2020). Actively mapping industrial structures with information gain-based planning on a quadruped robot. In *2020 IEEE International Conference on Robotics and Automation (ICRA)*. IEEE.