

Controlador PI não linear por modelo de referência

Samaherni Dias * Kurios Queiroz * Aldayr Araújo *

* *Laboratório de Automação, Controle e Instrumentação (LACI), UFRN, Natal, RN, Brasil, (<https://laci.ufrn.br>)*

Abstract:

The Proportional-Integral-Derivative controller is the most used control technique in industrial processes due to its simple design, implementation, and understanding. However, it presents degradation in the face of several of the scenarios of these processes, such as uncertainties, time-varying parameters, reference changes, disturbances, and noise existing in the process. All these changes compromise the controller's robustness and require new adjustments routinely. To overcome these limitations, several researchers presented new proposals, generally increasing the complexity of the controller. Thus, in this work, we propose a control technique that unites the Proportional-Integral controller, based on the error between the plant output and the output of a given reference model, to a nonlinear function to ensure that the plant output tracks the desired dynamics. With this, we aim to increase the robustness of the Proportional-Integral controller, keeping the simplicity of the design and preserving its characteristic of an intuitive adjustment of the controller parameters. In addition to the controller proposal, we present stability analysis results for different scenarios and simulations.

Resumo:

O controlador Proporcional-Integral-Derivativo, devido a sua simplicidade tanto no projeto, implementação e compreensão, é a técnica de controle mais utilizada em processos industriais. Porém, a mesma apresenta degradação diante de vários dos cenários cotidianos destes processos, tais como o conhecimento incerto e variações dos parâmetros, mudanças de referência, perturbações e ruídos existentes no processo. Tudo isso compromete a robustez do controlador e exige novos ajustes corriqueiramente. Para superar essas limitações, diversas propostas foram apresentadas, geralmente aumentando a complexidade do controlador. Assim, neste trabalho é proposta uma técnica de controle que une o controlador Proporcional-Integral, baseado no erro entre a saída da planta e a saída de um dado modelo de referência, a uma função não linear para garantir que a saída da planta rastreie uma dinâmica desejada. Com isso, busca-se aumentar a robustez do controlador Proporcional-Integral, mantendo a simplicidade do projeto e preservando a característica de um ajuste intuitivo dos parâmetros do controlador. O trabalho, além da proposta do controlador, apresenta resultados de análise de estabilidade para diversos cenários e simulações.

Keywords: PI controller; reference model; nonlinear systems; industrial processes.

Palavras-chaves: controlador PI; modelo de referência; sistemas não linear; processos industriais.

1. INTRODUÇÃO

O controlador PID (Proporcional-Integral-Derivativo) é uma técnica de controle baseada em realimentação que emprega três modos de algoritmo para obter o desempenho desejado do processo (Borase et al., 2021). Cada um dos modos incorpora uma parcela ao sinal de controle, sendo uma proporcional ao erro entre a saída da planta e uma referência desejada, uma outra proporcional à integral deste erro e, por fim, uma terceira proporcional à taxa de variação do erro.

O controlador PI (Proporcional-Integral) é uma derivação do PID obtido da remoção da parcela do sinal de controle referente à taxa de variação do erro. Os controladores PI e PID, atualmente, ainda continuam sendo os mais

utilizados na indústria em seus mais diversos segmentos, por exemplo, no controle de movimentos, no controle de processos, no controle de dispositivos de eletrônica de potência, no controle de dispositivos hidráulicos, no controle de dispositivos pneumáticos e no controle de manufatura. No controle de processos, mais de 95% dos controladores são PID (Díaz-Rodríguez et al., 2019).

O controlador PID tem dominado as aplicações de estabilização na indústria desde sua introdução, apesar das mais variadas, novas e avançadas teorias de controle propostas ao longo dos anos (Åström e Hägglund, 2006). Os controladores PID fornecem um desempenho bom o suficiente para muitas das plantas industriais, sendo sua maior força a simplicidade (Solgi et al., 2021). Além disso, os controladores PID oferecem um bom desempenho com uma relação

custo/benefício que dificulta a adoção de outras técnicas de controle e, por isso, também são prevalentes em aplicações modernas tais como carros e robôs autônomos e veículos aéreos não tripulados (Díaz-Rodríguez et al., 2019).

As razões para a alta aceitação dos controladores PID no controle de processos são sua fácil implementação e ajustes intuitivos dos parâmetros do controlador (Evald et al., 2022). Adicione a isto o fato de que um grande número de engenheiros de instrumentação e processos estão familiarizados com o PID. Apesar deste cenário, ainda existem muitas melhorias a serem realizadas, pois ainda se encontram na indústria muitas malhas de controle em modo manual e, entre aquelas em modo automático, a ação derivativa é frequentemente desativada por ser considerada de difícil sintonia (Åström e Hägglund, 2006).

Como o controlador PID possui poucos parâmetros, vários métodos empíricos foram desenvolvidos para ajuste direto dos parâmetros do controlador. As primeiras regras de ajuste foram desenvolvidas por Ziegler e Nichols (1942) e tiveram um grande impacto quando foram introduzidas (Åström e Murray, 2021). Embora antigas, as técnicas clássicas como o método de Ziegler-Nichols ainda são amplamente utilizadas (Evald et al., 2022). No entanto, as técnicas clássicas têm severas desvantagens pois utilizam informações insuficientes do processo, o que resulta em malhas de controle com ajustes dos parâmetros do PID com baixa robustez (Åström e Hägglund, 2004).

Um outro ponto sobre as técnicas clássicas de ajuste dos parâmetros do controlador PID é o erro de rastreamento existente devido a fenômenos como não linearidade da planta, sensibilidade ao ruído de medição e amplificação do ruído de medição, pois utilizam ganhos fixos para os parâmetros. Os critérios de análise no domínio do tempo e no domínio da frequência não podem, por si só, garantir a robustez a longo prazo para atender ao rastreamento da referência (Rajesh e Deepa, 2020).

A utilização de ganhos fixos nos parâmetros do controlador implica, também, em limitações em sistemas com parâmetros variáveis no tempo, os quais são muito comuns em aplicações industriais. Os controladores PI e PID operam adequadamente apenas em um determinado ponto de operação para o qual foi projetado (Dias et al., 2022b; Evald et al., 2022; Dias et al., 2022a). Porém, fora do ponto de operação, devido a variações nos parâmetros, mudanças na referência ou perturbações, o desempenho deles se deteriora rapidamente (Short e Selvakumar, 2020; Dias et al., 2021). Buscando superar a limitação dos ganhos fixos nos parâmetros dos controladores PI e PID, ao longo dos anos, foram propostas diversas técnicas de ajuste dos parâmetros que incluem *self-tuning*, *auto-tuning*, *genetic tuning*, ajuste robusto ótimo, entre outras (Borase et al., 2021). Também foram propostas técnicas de controle baseadas no PID, tais como *fuzzy PID*, PID ótimo, controle PID adaptativo, entre outras (Borase et al., 2021).

Técnicas de controle PID utilizando modelos de referência também são encontradas na literatura. Sarhadi et al. (2016) propôs um novo método de adaptação para os parâmetros de um controlador PID baseado em modelo de referência que compensa os efeitos da saturação no sinal de controle. Em Dey et al. (2016), os autores incorporam um

controlador PI no laço de realimentação do controlador MRAC (*Model Reference Adaptive Control*) para que o mesmo atue como um filtro passa baixa e restrinja as oscilações de alta frequência geradas devido às incertezas e atrasos no sinal de entrada da planta. Já em Zhang e Wei (2016) foi proposto um controlador híbrido combinando um controle PID e um MRAC em que o sinal de controle é gerado através de um PID baseado no erro entre a saída da planta e um dado referência multiplicado por um ganho ajustado por uma lei de adaptação. Em Ganapathy Subramanian et al. (2017), os autores propuseram um controlador PID adaptativo robusto, baseado no erro entre a saída da planta e uma dada referência, associado à condição de Erzberger para obter a pseudo-inversa dos parâmetros do sistema e rastrear diferentes trajetórias.

Mais recentemente, outras iniciativas de controle PI e PID baseado em modelo de referência podem ser destacadas. Em Rajesh e Deepa (2020) os autores apresentaram um controlador adaptativo por modelo de referência associado a um controlador PI com derivada dupla em um esquema de múltiplos laços e ajuste dos parâmetros realizados por um algoritmo PSO (*Particle Swarm Optimization*). Já Gai et al. (2021) propôs um controlador com dois laços sendo o externo um PID baseado no erro entre a saída da planta e uma dada referência e um laço interno com controlador MRAC tradicional. Por fim, em Evald et al. (2022) os autores propuseram um PI adaptativo robusto por modelo de referência com a identificação dos ganhos de forma direta sem a necessidade de informações sobre os parâmetros da planta *online*.

O objetivo deste trabalho é propor uma lei de controle que utilize um controlador PI, baseado no erro entre a saída da planta e a saída de um modelo de referência, adicionado de um função não linear para garantir que a saída da planta rastreie a dinâmica de um dado modelo. Com isso, buscase reduzir os picos no sinal de controle, apresentar bom desempenho em diferentes pontos de operação sem a necessidade de um novo ajuste nos parâmetros do controlador, mantendo a simplicidade do projeto de um controlador PI tradicional e preservando a característica de um ajuste intuitivo dos parâmetros do controlador.

2. PROCESSOS A SEREM CONTROLADOS

O processo a ser controlado se trata de uma planta de primeira ordem (1) em diversos arranjos ((2),(3),(4),(5)) para se estudar a robustez do controlador proposto.

Considere uma planta linear descrita por

$$\dot{y} = -a_p y + k_p u, \quad (1)$$

em que a_p , k_p são os parâmetros da planta, y é a saída da planta e u é a entrada da planta.

Considere a planta (1) conhecida com incertezas

$$\dot{y} = -(a_p + \Delta_a)y + (k_p + \Delta_k)u,$$

em que Δ_a , Δ_k são as incertezas nos parâmetros da planta e sua forma simplificada de representação é dada por

$$\dot{y} = -\hat{a}_p y + \hat{k}_p u. \quad (2)$$

Considere a planta (1) adicionada de distúrbio d em sua entrada, o que resulta em

$$\dot{y} = -a_p y + k_p (u + d). \quad (3)$$

Considere a planta (1) conhecida com incertezas e adicionada de distúrbio na entrada definida por

$$\dot{y} = -\hat{a}_p y + \hat{k}_p (u + d). \quad (4)$$

Considere uma planta linear de ordem n descrita por

$$a_n y^{(n)} + \dots + a_2 \ddot{y} + a_1 \dot{y} + a_0 y = k_n u,$$

a qual pode ser reescrita para

$$a_1 \dot{y} = -a_0 y + k_n u - (a_n y^{(n)} + \dots + a_2 \ddot{y}).$$

Considere a planta (1) acrescida de uma dinâmica não modelada de ordem n descrita por

$$\dot{y} = -\hat{a}_p y + \hat{k}_p u - f_n(y^{(n)}, y^{(n-1)}, \dots, \dot{y}). \quad (5)$$

3. CONTROLADOR PROPOSTO

Seja

$$\dot{y}_m = -a_m y_m + k_m r \quad (6)$$

o modelo de referência para a planta em que r é a entrada, y_m a saída e a_m, k_m são os parâmetros do modelo.

O propósito é encontrar uma lei de controle u , utilizando apenas medidas da entrada e saída da planta, tal que o erro entre a saída da planta e a saída do modelo,

$$e_0 = y - y_m, \quad (7)$$

tenda a zero assintoticamente a partir de condições iniciais arbitrárias e sinal de referência r arbitrário contínuo e uniformemente limitado.

Assumindo que o sinal de controle (Figura 1) é dado por

$$u = -k_c e_0 - k_c k_i \int e_0 - k_c f(\dot{e}_0), \quad (8)$$

em que sua primeira derivada é

$$\dot{u} = -k_c \dot{e}_0 - k_c k_i e_0 - k_c f'(\dot{e}_0), \quad (9)$$

com

$$\dot{f}(\dot{e}_0) = \theta \operatorname{sgn}(\dot{e}_0),$$

sendo $k_c \in \mathfrak{R}, k_i \in \mathfrak{R}_+^*$ e $\theta \in \mathfrak{R}_+^*$ os parâmetros do controlador e

$$\operatorname{sgn}(x) = \begin{cases} -1 & : x < 0 \\ 0 & : x = 0 \\ 1 & : x > 0 \end{cases}.$$

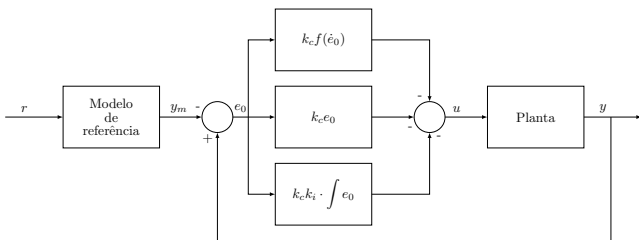


Figura 1. Diagrama de blocos do controlador proposto.

Para a planta rastrear o modelo de referência considere as seguintes hipóteses:

- H1.** somente a entrada e a saída da planta serão utilizadas no cálculo do sinal de controle u ;
- H2.** a planta é completamente controlável e observável;
- H3.** os sinais de k_p, k_c e k_m são assumidos iguais;
- H4.** o modelo de referência é estável, ou seja, $a_m > 0$;

Teorema 1. Considerando a planta (1), o modelo de referência (6) com sinal de referência do tipo degrau, o sinal de controle (8) e as hipóteses H1, H2, H3, H4, pode-se afirmar que o erro entre a saída da planta e a saída do modelo de referência $e_0 \rightarrow 0$ quando $t \rightarrow \infty$.

Prova. Definindo

$$V(\dot{e}_0, e_0) = \frac{\dot{e}_0^2}{2} + \frac{(k_c k_i k_p) e_0^2}{2} \quad (10)$$

como candidata a função de Lyapunov para a equação (7), onde o sinal de k_c é igual ao sinal de k_p e $k_i > 0$, tem-se:

$$\dot{V}(\dot{e}_0, e_0) = \ddot{e}_0 \dot{e}_0 + (k_c k_i k_p) \dot{e}_0 e_0, \quad (11)$$

onde

$$\dot{e}_0 = \dot{y} - \dot{y}_m \quad (12)$$

e

$$\ddot{e}_0 = \ddot{y} - \ddot{y}_m. \quad (13)$$

Substituindo (1) e (6) em (13), tem-se:

$$\ddot{e}_0 = -a_p \dot{y} + k_p \dot{u} - (-a_m \dot{y}_m + k_m \dot{r}),$$

em que $\dot{r} = 0$ ao se considerar r um sinal constante, resultando em

$$\ddot{e}_0 = -a_p \dot{y} + k_p \dot{u} + a_m \dot{y}_m. \quad (14)$$

Substituindo (9) e (12) em (14), tem-se:

$$\ddot{e}_0 = -(a_p + k_p k_c) \dot{e}_0 - k_p k_c (k_i e_0 - \dot{f}(\dot{e}_0)) - \delta_a \dot{y}_m, \quad (15)$$

em que

$$\delta_a = a_p - a_m.$$

Substituindo-se (15) em (11), tem-se:

$$\dot{V}(\dot{e}_0, e_0) = -(a_p + k_c k_p) \dot{e}_0^2 - (k_p k_c \dot{f}(\dot{e}_0) + \delta_a \dot{y}_m) \dot{e}_0,$$

em que, garantindo-se $k_c > -a_p k_p^{-1}$ e $k_p k_c \theta \geq \delta_a \dot{y}_m$, tem-se que $\dot{V}(\dot{e}_0, e_0) \leq 0$.

Para o sistema manter a condição $\dot{V}(\dot{e}_0, e_0) = 0$, a trajetória deve estar confinada à linha $\dot{e}_0 = 0$. Desta forma, quando $t \rightarrow \infty$, tem-se que

$$\dot{e}_0 = 0 \implies \ddot{e}_0 = 0$$

e considerando (15), tem-se:

$$\ddot{e}_0 = 0 \implies e_0 = 0,$$

em que, de acordo com o princípio de invariância de La-Salle (Khalil, 2002), a origem é globalmente assintoticamente estável. \square

Observação 1. É importante lembrar que k_c, θ, a_m e \dot{y}_m são parâmetros definidos pelo projetista.

Teorema 2. Considerando a planta (2), o modelo de referência (6) com sinal de referência do tipo degrau, o sinal de controle (8) e as hipóteses H1, H2, H3, H4, pode-se afirmar que o erro entre a saída da planta e a saída do modelo de referência $e_0 \rightarrow 0$ quando $t \rightarrow \infty$.

Prova. Define-se (10) como candidata a função de Lyapunov para a equação (7), onde

$$\ddot{e}_0 = -(\hat{a}_p + \hat{k}_p k_c) \dot{e}_0 - \hat{k}_p k_c (k_i e_0 - \dot{f}(\dot{e}_0)) - \hat{\delta}_a \dot{y}_m, \quad (16)$$

em que

$$\hat{\delta}_a = \hat{a}_p - a_m.$$

Substituindo-se (16) em (11), tem-se:

$$\dot{V}(\dot{e}_0, e_0) = -(\hat{a}_p + k_c \hat{k}_p) \dot{e}_0^2 - (\hat{k}_p k_c \dot{f}(\dot{e}_0) + \hat{\delta}_a \dot{y}_m) \dot{e}_0,$$

em que, garantindo-se $k_c > -\hat{a}_p \hat{k}_p^{-1}$ e $\hat{k}_p k_c \theta \geq \hat{\delta}_a \dot{y}_m$, tem-se que $\dot{V}(\dot{e}_0, e_0) \leq 0$.

Para o sistema manter a condição $\dot{V}(\dot{e}_0, e_0) = 0$, a trajetória deve estar confinada à linha $\dot{e}_0 = 0$. Desta forma, quando $t \rightarrow \infty$, tem-se que

$$\dot{e}_0 = 0 \implies \ddot{e}_0 = 0$$

e considerando (16), tem-se:

$$\ddot{e}_0 = 0 \implies e_0 = 0,$$

em que, de acordo com o princípio de invariância de La-Salle (Khalil, 2002), a origem é globalmente assintoticamente estável quando o distúrbio for constante. \square

Considere a seguinte hipótese adicional:

H5. a derivada do distúrbio de entrada possui um valor limitante superior, ou seja, $\forall t, |\dot{d}(t)| < |\chi_d|$;

Teorema 3. Considerando a planta (3), o modelo de referência (6) com sinal de referência do tipo degrau, o sinal de controle (8) e as hipóteses H1, H2, H3, H4, H5 pode-se afirmar que o erro entre a saída da planta e a saída do modelo de referência $e_0 \rightarrow \epsilon_0$ quando $t \rightarrow \infty$ e $e_0 \rightarrow 0$ quando $t \rightarrow \infty$, no caso de um distúrbio de entrada constante.

Prova. Define-se (10) como candidata a função de Lyapunov para equação (7), onde

$$\ddot{e}_0 = -(a_p + k_p k_c) \dot{e}_0 - k_p k_c (k_i e_0 - \dot{f}(\dot{e}_0)) - \delta_a \dot{y}_m + k_p \dot{d}. \quad (17)$$

Substituindo-se (17) em (11), tem-se:

$$\dot{V}(\dot{e}_0, e_0) = -(a_p + k_x) \dot{e}_0^2 - (k_x \dot{f}(\dot{e}_0) + \delta_a \dot{y}_m + k_p \dot{d}) \dot{e}_0,$$

em que, garantindo-se $a_p + k_c k_p > 0$, $k_p k_c \theta \geq k_p \dot{d}$ e $k_p k_c = k_x$, tem-se que $\dot{V}(\dot{e}_0, e_0) \leq 0$.

Para o sistema manter a condição $\dot{V}(\dot{e}_0, e_0) = 0$, a trajetória deve estar confinada à linha $\dot{e}_0 = 0$. Desta forma, quando $t \rightarrow \infty$ tem-se que

$$\dot{e}_0 = 0 \implies \ddot{e}_0 = 0$$

e considerando (17), tem-se:

$$\ddot{e}_0 = 0 \implies e_0 = \dot{d}(k_c k_i)^{-1},$$

em que, de acordo com o princípio de invariância de La-Salle (Khalil, 2002), a origem é globalmente assintoticamente estável. \square

Corolário 4. Considerando a planta (4), o modelo de referência (6) com sinal de referência do tipo degrau, o sinal de controle (8) e as hipóteses H1, H2, H3, H4, H5 pode-se afirmar que o erro entre a saída da planta e a saída do modelo de referência $e_0 \rightarrow \epsilon_0$ quando $t \rightarrow \infty$ e $e_0 \rightarrow 0$ quando $t \rightarrow \infty$, no caso de um distúrbio de entrada constante.

Prova. Basta seguir os mesmos passos das provas dos Teoremas 2 e 3. \square

Considere a seguinte hipótese adicional:

H6. a derivada da função f_n possui um valor limitante superior $|\dot{f}_n(y^{(n)}, y^{(n-1)}, \dots, \dot{y}, t)| < |\chi_u|$;

Corolário 5. Considerando a planta (5), o modelo de referência (6) com sinal de referência do tipo degrau, o sinal de controle (8) e as hipóteses H1, H2, H3, H4, H6 pode-se

afirmar que o erro entre a saída da planta e a saída do modelo de referência $e_0 \rightarrow \epsilon_0$ quando $t \rightarrow \infty$.

Prova. Basta seguir os mesmos passos das provas dos Teoremas 2 e 3. \square

4. PROJETO DO CONTROLADOR PROPOSTO

O controlador proposto será aplicado a uma planta de primeira ordem sem e com dinâmica não modelada. Desta forma, para o primeiro caso, sem dinâmica não modelada, considere a planta da equação (4), em que \hat{a}_p e \hat{k}_p representam os parâmetros exatos e os parâmetros a_p e k_p são os parâmetros conhecidos desta planta e considere o sinal de controle u da equação (8).

Inicialmente se define um modelo de referência, de primeira ordem semelhante à equação (6), para determinar o desempenho desejado para a saída da planta e com a garantia que $\dot{y}_m \rightarrow 0$ quando $t \rightarrow \infty$ e possui um valor limitante superior, ou seja,

$$\forall t, |\dot{y}_m(t)| < |\chi_m|.$$

O próximo passo é seguir o mesmo projeto de um controlador PI por posicionamento de polos, ou seja, a solução da equação Diofantina do polinômio formado a partir da equação característica da planta mais controlador em malha fechada (Ioannou e Sun, 1996), com o objetivo de apresentar um tempo de assentamento T_s sem *overshoot*. Desta forma, tem-se:

$$\kappa_c = \frac{8 - a_p T_s}{k_p T_s}$$

e

$$\kappa_i = \frac{16}{T_s(8 - a_p T_s)},$$

os quais são acrescidos de um ganho aplicado aos parâmetros $k_c = \psi \kappa_c$ e $k_i = \psi \kappa_i$, por simplicidade, para garantir $k_c > -\hat{a}_p \hat{k}_p^{-1}$.

O último passo é definir

$$\theta > \frac{(\hat{a} - a_m) |\chi_m| + \hat{k}_p |\chi_d|}{k_c \hat{k}_p}.$$

Observação 2. É importante destacar que o T_s é o tempo de assentamento desejado para a saída da planta seguir a saída do modelo. Já o tempo de assentamento desejado para a saída da planta seguir uma dada referência é definido pelo modelo de referência.

Observação 3. Esta sequência de projeto não é a única admissível e serve para plantas de primeira ordem estáveis ou instáveis com incertezas nos parâmetros e distúrbio de entrada.

Para o segundo caso, com dinâmica não modelada, considere o sinal de controle u da equação (8) e a planta

$$\ddot{y} = -(a_u + \hat{a}) \dot{y} - (a_u \hat{a}_p) y + (k_u \hat{k}_p)(u + d), \quad (18)$$

em que \hat{a}_p e \hat{k}_p representam os parâmetros exatos da planta, os parâmetros a_p e k_p são os parâmetros conhecidos desta planta e os parâmetros a_u e k_u representam uma dinâmica não modelada multiplicativa de primeira ordem, sendo a_u o polo e k_u o ganho.

Deve-se seguir o mesmo procedimento para o primeiro caso, apenas ajustando os ganhos do controlador para

$$k_c > -a_u \hat{a}_p (k_u \hat{k}_p)^{-1}$$

e

$$\theta > \frac{(a_u \hat{a}_p - a_m(a_u + \hat{a}_p))|\chi_m| + k_u \hat{k}_p |\chi_d| + |\chi_u|}{k_c k_u \hat{k}_p}.$$

5. RESULTADOS

Para avaliar o desempenho do controlador proposto, o mesmo será comparado a um controlador PI tradicional em quatro diferentes cenários. Além disso, a comparação será realizada para uma planta estável, instável e com dinâmica não modelada.

O controlador PI utilizado será

$$u = -\kappa_c e - \kappa_i \int e, \quad (19)$$

em que seus parâmetros utilizam o mesmo projeto por posicionamento de polos do controlador proposto.

Para adicionar ruídos à medida do sinal de saída da planta, os erros utilizados nos controladores PI e proposto, serão alterados para

$$e = r - (y + w)$$

e

$$e_0 = (y + w) - y_m,$$

respectivamente, em que

$$w \sim N(\mu, \sigma)$$

é um ruído com média μ e desvio padrão σ .

Todas as simulações utilizam os parâmetros apresentados nas Tabelas (1) e (2), possuem duração de 100s, iniciam com o cenário da planta com parâmetros conhecidos, aos 20s adiciona-se incertezas nos parâmetros, aos 45s acrescenta-se um distúrbio de entrada, aos 70s introduzem um ruído na medição do sinal de saída, identificam o controlador proposto pela sigla **mrPI** e, além disso, para solucionar as Equações Diferenciais Ordinárias (EDO) utilizou-se o método de Euler com um passo de integração $h = 10^{-3}$.

Tabela 1. Parâmetros fixos

T_s (s)	a_p	k_p	a_u	k_u	a_m	k_m	ψ	θ
4	0,7	0,5	7,0	7,0	1,0	1,0	2,5	0,2

Tabela 2. Parâmetros variáveis

t (s)	r	Δ_a	Δ_k	d	w
0	1,0	0	0	0	0
20	1,0	$-0,4a_p$	$+0,3k_p$	0	0
25	0,5	$-0,4a_p$	$+0,3k_p$	0	0
45	0,5	$-0,4a_p$	$+0,3k_p$	0,2	0
50	1,5	$-0,4a_p$	$+0,3k_p$	0,2	0
70	1,5	$-0,4a_p$	$+0,3k_p$	0,2	$N(0, 10^{-2})$
75	0,2	$-0,4a_p$	$+0,3k_p$	0,2	$N(0, 10^{-2})$

As duas primeiras simulações (Figuras 2 e 3) utilizam a planta (4) com os sinais de controle definidos em (8) e (19). A primeira (Figura 2) utiliza a planta estável, já a segunda (Figura 3) utiliza a planta instável apenas modificando o valor do parâmetro a_p para -0,7. A terceira simulação

(Figura 4) envolve a planta com dinâmica não modelada (18), sendo que os controladores possuem o mesmo ajuste para o caso estável. A saída do modelo de referência indica o transitório desejado para a saída da planta.

Uma aplicação do controlador proposto a um conjunto de sistemas de tanques não lineares pode ser observado no trabalho de Dias et al. (2023).

5.1 Discussão

Como é possível observar nas simulações, o controlador proposto apresentou melhor desempenho em comparação ao controlador PI para quase todos os aspectos.

Desempenho transitório: O controlador proposto apresentou um transitório mais rápido que o controlador PI, embora ambos estejam seguindo os mesmos objetivos de desempenho. Para avaliar o desempenho dos controladores em relação ao transitório desejado utilizou-se duas métricas: ISE (*Integral Square Error*) e IAE (*Integral Absolute Error*). A Tabela 3 apresenta o percentual do controlador proposto em relação ao PI de cada métrica.

Tabela 3. Percentual das métricas

Sim.	$\max\{ u \}$ (mrPI/PI)·100%	ISE (mrPI/PI)·100%	IAE (mrPI/PI)·100%
1	70,04%	10,89%	27,11%
2	37,95%	1,24%	13,57%
3	75,69%	15,41%	42,56

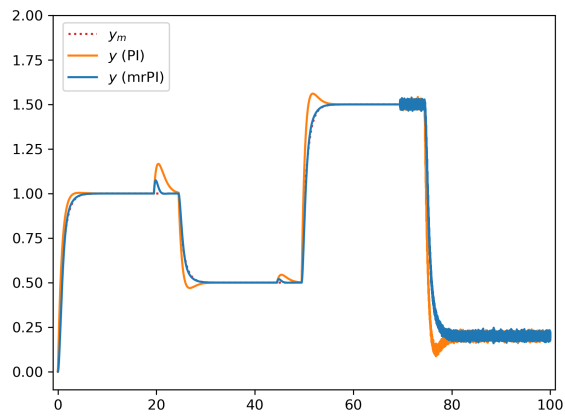
Picos no sinal de controle: Em todas as simulações o controlador proposto apresentou um sinal de controle com pico de menor amplitude (ver Tabela 3), mesmo o controlador proposto atingindo o comportamento desejado mais rápido que o PI.

Pontos de operação: É possível notar que o controlador PI tem seu desempenho piorado à medida que a simulação vai mudando os cenários, mesmo partindo de um desempenho muito próximo ao controlador proposto para o caso da planta com parâmetros conhecidos. Enquanto isso, o controlador proposto sofre poucas alterações em seu desempenho ao longo de toda a simulação. Outra coisa que é perceptível, é a depreciação da qualidade do controlador PI em comparação ao controlador proposto quando a planta é instável.

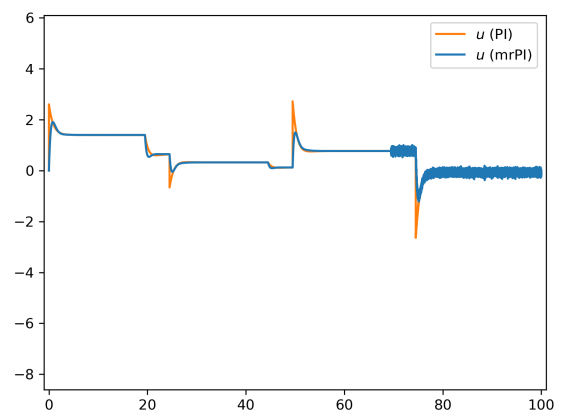
Projeto do controlador: O controlador proposto segue o mesmo projeto do controlador PI, adicionando-se apenas o ajuste de dois ganhos. Apesar da equação para o cálculo de θ parecer complexa para o projetista basta apenas garantir θ em uma faixa de valores, o que pode ser realizado até de forma empírica. Os valores de ψ , χ_m , χ_d e χ_u estão relacionados ao grau de incerteza dos parâmetros de recomenda-se defini-los ligeiramente acima de seus valores mínimos para não produzir picos desnecessários no sinal de controle.

6. CONCLUSÕES

Neste trabalho foi proposto um controlador não linear baseado em um controlador PI para garantir que a saída

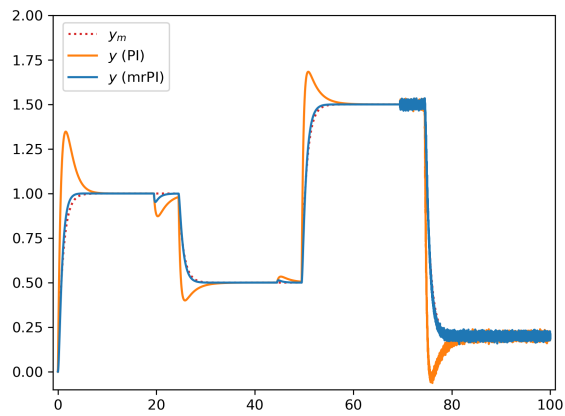


(a) Saída da planta

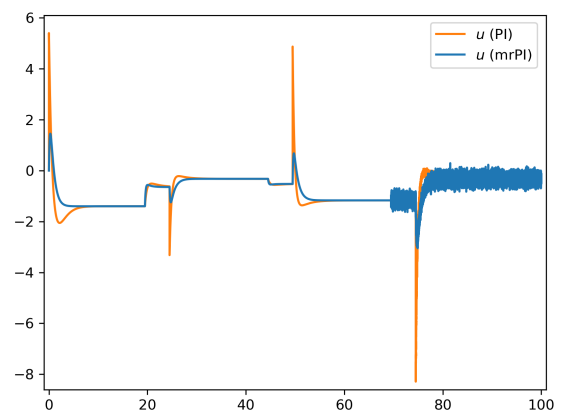


(b) Sinal de controle

Figura 2. Simulação da planta estável sem dinâmica não modelada e com os controladores.

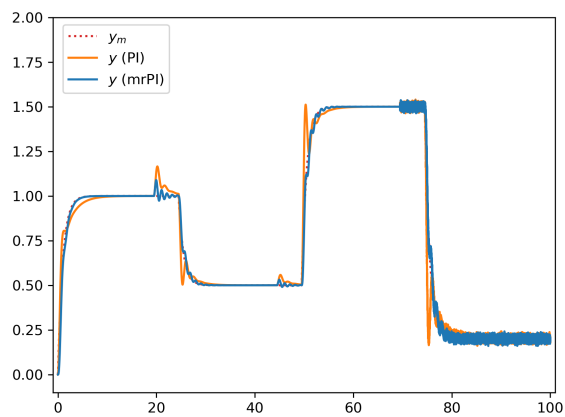


(a) Saída da planta

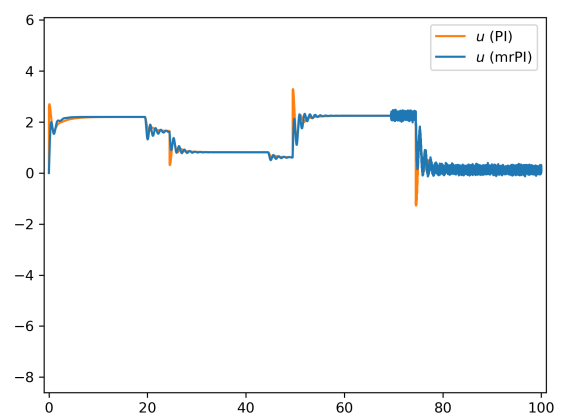


(b) Sinal de controle

Figura 3. Simulação da planta instável sem dinâmica não modelada e com os controladores.



(a) Saída da planta



(b) Sinal de controle

Figura 4. Simulação da planta estável com dinâmica não modelada e os controladores.

da planta rastreie a saída de um dado modelo de referência com dinâmica definida pelo projetista. Demonstrou-se que o controlador proposto é robusto às incertezas nos parâmetros, distúrbios externos na entrada da planta e um conjunto específico de dinâmicas não modeladas. Além disso, o controlador proposto apresentou um projeto simples e possibilidade de ajuste fino de forma intuitiva, mantendo uma das características mais importantes para a popularidade dos controladores PID.

Foram realizadas três simulações, cada uma com quatro cenários distintos, explorando o comportamento do controlador proposto mediante cada nova circunstância. Já para comparação, utilizou-se um controlador PI projetado para garantir o mesmo desempenho transitório utilizado no projeto do controlador proposto. Em todas as simulações o controlador proposto apresentou desempenho superior ao controlador PI.

Em trabalhos futuros, o controlador proposto será aplicado a plantas reais e a técnica utilizada aqui será adaptada para se obter um controlador PID não linear que possua as mesmas características do controlador proposto, desta forma, expandindo os resultados para um conjunto maior de plantas.

AGRADECIMENTOS

O presente trabalho foi realizado com apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior - Brasil (CAPES) - Código de Financiamento 001.

REFERÊNCIAS

- Åström, K. e Hägglund, T. (2006). *Advanced PID Control*. ISA-The Instrumentation, Systems, and Automation Society.
- Åström, K. e Murray, R. (2021). *Feedback Systems: An Introduction for Scientists and Engineers, Second Edition*. Princeton University Press.
- Borase, R.P., Maghade, D.K., Sondkar, S.Y., e Pawar, S.N. (2021). A review of PID control, tuning methods and applications. *International Journal of Dynamics and Control*, 9(2), 818–827. doi:10.1007/s40435-020-00665-4.
- Dey, R., Jain, S.K., e Padhy, P.K. (2016). Robust closed loop reference MRAC with pi compensator. *IET Control Theory & Applications*, 10(18), 2378–2386. doi:10.1049/iet-cta.2016.0430.
- Dias, S., Queiroz, K., e Araujo, A. (2021). Controlador adaptativo robusto para o processo de tanque quádruplo. In *Anais do XV Simpósio Brasileiro de Automação Inteligente - SBAI 2021*. doi:10.20906/sbai.v1i1.2749.
- Dias, S., Queiroz, K., e Araujo, A. (2022a). New switched adaptive controller for the industrial tanks. In *2022 16th International Workshop on Variable Structure Systems (VSS)*, 284–289. doi:10.1109/VSS57184.2022.9901549.
- Dias, S., Queiroz, K., e Araujo, A. (2022b). Proposta de controlador robusto por modelo de referência para controle de nível de líquido em tanque. In *Anais do XXIV Congresso Brasileiro de Automática*.
- Dias, S., Queiroz, K., e Araujo, A. (2023). Controlador proporcional-integral não linear por modelo de referência aplicado a sistemas não lineares de primeira ordem. In *Anais do XVI Simpósio Brasileiro de Automação Inteligente - SBAI 2023*.
- Díaz-Rodríguez, I.D., Han, S., e Bhattacharyya, S.P. (2019). *Analytical Design of PID Controllers*. Springer International Publishing.
- Evald, P.J.D., Hollweg, G.V., Tambara, R.V., e Gründling, H.A. (2022). Lyapunov stability analysis of a robust model reference adaptive PI controller for systems with matched and unmatched dynamics. *Journal of the Franklin Institute*, 359(13), 6659–6689. doi:10.1016/j.jfranklin.2022.07.014.
- Gai, H., Li, X., Jiao, F., Cheng, X., Yang, X., e Zheng, G. (2021). Application of a new model reference adaptive control based on PID control in CNC machine tools. *Machines*, 9(11). doi:10.3390/machines9110274.
- Ganapathy Subramanian, R., Elumalai, V.K., Karuppasamy, S., e Canchi, V.K. (2017). Uniform ultimate bounded robust model reference adaptive PID control scheme for visual servoing. *Journal of the Franklin Institute*, 354(4), 1741–1758. doi:10.1016/j.jfranklin.2016.12.001.
- Ioannou, P. e Sun, J. (1996). *Robust Adaptive Control*. Number v. 1 in Robust Adaptive Control. PTR Prentice-Hall.
- Khalil, H. (2002). *Nonlinear Systems*. Pearson Education. Prentice Hall.
- Rajesh, R. e Deepa, S. (2020). Design of direct MRAC augmented with 2 DoF PID controller: An application to speed control of a servo plant. *Journal of King Saud University - Engineering Sciences*, 32(5), 310–320. doi:10.1016/j.jksues.2019.02.005.
- Sarhadi, P., Noei, A.R., e Khosravi, A. (2016). Model reference adaptive PID control with anti-windup compensator for an autonomous underwater vehicle. *Robotics and Autonomous Systems*, 83, 87–93. doi:10.1016/j.robot.2016.05.016.
- Short, M. e Selvakumar, A.A. (2020). Non-linear tank level control for industrial applications. *Applied Mathematics*, 11, 876–889. doi:10.4236/am.2020.119057.
- Solgi, Y., Fatehi, A., Nikoofard, A., e Shariati, A. (2021). Design of optimal PID controller for multivariable time-varying delay discrete-time systems using non-monotonic lyapunov-krasovskii approach. *Journal of the Franklin Institute*, 358(13), 6634–6665. doi:10.1016/j.jfranklin.2021.06.026.
- Zhang, D. e Wei, B. (2016). Convergence performance comparisons of PID, MRAC, and PID + MRAC hybrid controller. *Frontiers of Mechanical Engineering*, 11(2), 213–217. doi:10.1007/s11465-016-0386-x.
- Ziegler, J.G. e Nichols, N.B. (1942). Optimum Settings for Automatic Controllers. *Transactions of the American Society of Mechanical Engineers*, 64(8), 759–765. doi:10.1115/1.4019264.
- Åström, K. e Hägglund, T. (2004). Revisiting the Ziegler–Nichols step response method for PID control. *Journal of Process Control*, 14(6), 635–650. doi:10.1016/j.jprocont.2004.01.002.