

# Controle Preditivo EPSAC aplicado ao Controle de Trajetória de um Veículo<sup>\*</sup>

João Luiz de Castro Pereira<sup>\*</sup> Eduardo Balbino de Andrade<sup>\*</sup>  
Luana Albuquerque de Oliveira<sup>\*</sup> Luana Fádua Santos Teodósio<sup>\*</sup>  
Bismark C. Torrico<sup>\*</sup> Fabrício G. Nogueira<sup>\*</sup>

<sup>\*</sup> Departamento de Engenharia Elétrica, Universidade Federal do Ceará, CE, (e-mail: [jluzcp@alu.ufc.br](mailto:jluzcp@alu.ufc.br), [eduardobalbino@alu.ufc.br](mailto:eduardobalbino@alu.ufc.br), [luana.albuquerque@alu.ufc.br](mailto:luana.albuquerque@alu.ufc.br), [luana.teodosio@alu.ufc.br](mailto:luana.teodosio@alu.ufc.br), [bismark@dee.ufc.br](mailto:bismark@dee.ufc.br), [fnoqueira@dee.ufc.br](mailto:fnoqueira@dee.ufc.br)).

**Abstract:** This article implements Extended Prediction Self-Adaptive Control (EPSAC) for minimizing a cost function that quantifies the system's performance in relation to its trajectory, taking into account the desired position, velocity, and constraints for an electric formula vehicle. The approach used for controlling the trajectory of the electric formula vehicle utilizes the bicycle modeling as a simplified mathematical representation of the vehicle's dynamic behavior. The study shows that it is possible to precisely and smoothly follow a desired trajectory while keeping the vehicle stable under different driving conditions. The simulation results demonstrate the effectiveness of the proposed controller and the validity of the bicycle model as an approximation for the electric formula vehicle. This approach has the potential to be applied in autonomous vehicle control systems and also in motorsport competitions.

**Resumo:** Este artigo implementa Controle Adaptativo de Predição Estendida (EPSAC, do inglês Extended Prediction Self-Adaptive Control) para minimização de uma função custo que quantifica o desempenho do sistema em relação a sua trajetória, levando em consideração a posição desejada, velocidade e as restrições para um veículo fórmula elétrico. A abordagem utilizada para o controle de trajetória do veículo fórmula elétrico utiliza a modelagem da bicicleta como uma maneira de representação matemática simplificada do comportamento dinâmico do automóvel. O estudo mostra que é possível seguir uma trajetória desejada de forma precisa e suave, mantendo o veículo estável em diferentes condições de direção. Os resultados de simulação demonstram a eficácia do controlador proposto e também a validade do modelo da bicicleta como uma aproximação para o fórmula elétrico. Esta abordagem tem potencial para ser aplicada em sistemas de controle de veículos autônomos e também em competições de automobilismo.

*Keywords:* Predictive Control; EPSAC; Electrical Vehicle; Formula SAE.

*Palavras-chaves:* Controle Preditivo; EPSAC; Veículo Elétrico; Formula SAE.

## 1. INTRODUÇÃO

Veículos autônomos têm se tornado um tópico cada vez mais relevante no ramo de pesquisa, acompanhado de elevado investimento, sobretudo devido a sua vasta aplicação, abrangendo desde segurança no tráfego à exploração planetária (Tafidis et al., 2022). Assim, para categorizar toda a diversidade, foram estabelecidos seis estágios de autonomia pela Society of Automotive Engineers (SAE), considerando três principais competências (Pendleton et al., 2017):

- Percepção: capacidade de compreender o ambiente ao redor do veículo por meio de sensores, como câmeras, radares e LiDAR;
- Planejamento: habilidade de criar um plano de ação com base nas informações coletadas na percepção;

- Controle: aptidão em executar as ações planejadas de forma precisa e segura.

Nesse sentido, o controle de trajetória de veículos é desafiador pois são, em geral, de natureza não lineares, multivariáveis e apresentam restrições de movimento. Dessa forma, os sistemas de controle se tornam mais complexos pois seus respectivos modelos são não quadrados e geralmente apresentam mais saídas do que entradas. As entradas geralmente são a velocidade linear  $v$  e a angular  $w$ , enquanto as variáveis de saída são a posição no sistema cartesiano "X" e "Y", bem como o ângulo de orientação  $\theta$ .

Considerando o Formula Student (FS) como uma competição propulsora de pesquisas na área de veículos autônomos de corrida, várias estratégias diferentes já foram abordadas em literatura para o controle de trajetória em sistemas não holonômicos. (Tian et al., 2023) utiliza estratégia baseada na teoria dos jogos considerando como objetivo a precisão no rastreamento da trajetória e estabilidade de condução.

<sup>\*</sup> Os autores agradecem as agências de fomento CAPES, FUNCAP e CNPq pelo apoio financeiro a este projeto.

No trabalho de (Santos et al., 2022), o movimento lateral e longitudinal é analisado independentemente, por meio do controlador de perseguição pura (Pure Pursuit) e LQR (Linear Quadratic Regulator), respectivamente. (Alcalá et al., 2020) utiliza controle Linear com Parâmetros Variantes (LPV) implementada a MPC. Assim, na maioria dos casos, os sinais de controle são obtidos usando uma combinação de ação de feedforward calculada a partir de uma determinada trajetória de referência e controle de feedback.

Nesse contexto, uma estratégia efetiva é a utilização de previsões para o seguimento de referência, a mais comum é o Controle Preditivo Baseado em Modelo (Model Predictive Control ou MPC, na sigla em inglês) (Camacho and Alba, 2013). O MPC apresenta algumas vantagens comparado às leis de controle clássicas como: menor quantidade de parâmetros necessários para ajuste; o caso multivariável (sistema MIMO) pode ser abordado de maneira simplificada; introduz feedforward de forma natural para compensar perturbações mensuráveis; a extensão para o tratamento de restrições é conceitualmente simples (Camacho and Alba, 2013).

Diversas aplicações bem-sucedidas de MPC já foram descritas na literatura a respeito do controle de trajetórias. Em (Klančar and Škrjanc, 2007) e (Raffo et al., 2009) são usadas técnicas de MPC com base em um modelo linearizado em coordenadas locais de um robô e de um veículo, respectivamente, onde uma função de custo quadrático é minimizada de modo que o erro de seguimento e o controle são afetados. (Li et al., 2022) propõem uma abordagem MPC não linear para robôs móveis. Um estudo desenvolvido por (Dai et al., 2021) mostra como é possível melhorar a robustez quando uma estimativa das incertezas é considerada na fase de projeto. No entanto, os resultados obtidos com abordagens não lineares geralmente exigem alto custo computacional, o que pode inviabilizar a aplicação em sistemas embarcados.

A estratégia Controle Adaptativo de Predição Estendida (EPSAC, do inglês Extended Prediction Self-Adaptive Control) descreve um tipo de MPC que usa modelos lineares e não lineares para cálculo de previsões. Apesar da otimização do problema ter a mesma complexidade que a de um MPC com restrições lineares, a solução está mais próxima do MPC não linear, se comparado com o MPC linear (Keyser, 2003). Desse modo, a utilização do EPSAC demonstra uma excelente solução para eficiência computacional em casos que apresentam não linearidades (Ionescu et al., 2020). (Batista et al., 2022) apresenta a viabilidade de aplicação do modelo EPSAC para controle de trajetória de robôs móveis.

Sendo assim, este trabalho propõe como contribuição a aplicação do EPSAC ao controle da trajetória de um veículo elétrico de corrida, que é um sistema multivariável, não linear e não quadrado. De modo a tratar o controle lateral de trajetória de um veículo elétrico de corrida, apoiando-se na formulação do modelo de bicicleta de modo que a lei de controle é baseada em uma dinâmica de erro linearizado, obtido em torno da trajetória de referência.

O foco é minimizar a diferença entre as saídas do modelo e a trajetória planejada para o veículo. Para isso, será

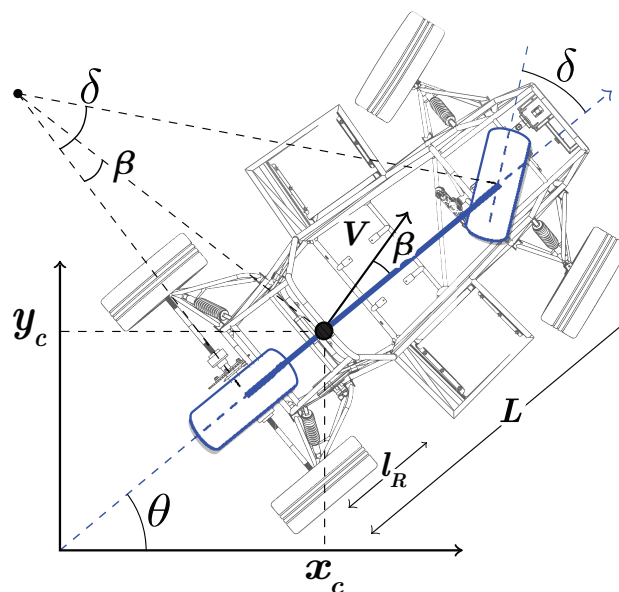


Figura 1. Modelo de Referência no C.G. Cinemático do Veículo.

utilizado o controlador EPSAC, garantindo uma solução computacionalmente eficaz e permitindo implementações em tempo real, como em sistemas embarcados. Para validação do modelo, a trajetória analisada será a *Skidpad*, uma das provas dinâmicas da FS em que o veículo deve completar uma volta em um circuito em formato de oito, realizando curvas em ambos os sentidos.

O restante do artigo está organizado da seguinte forma: Na Seção 2, é apresentada a modelagem cinemática utilizada para descrever o comportamento do veículo. A Seção 3 aborda a formulação do controle baseado em MPC. Na Seção 4, é descrita a teoria de controle EPSAC utilizada neste trabalho, juntamente com o algoritmo utilizado na simulação do movimento do carro. Por fim, na Seção 5, são discutidos os resultados obtidos por meio de simulações.

## 2. MODELAGEM DO VEÍCULO

Deste ponto em diante o sistema a ser estudado será aproximado por um modelo cinemático de bicicleta, em que se encontra um ponto de singularidade ao se aproximar da velocidade zero, uma vez que o termo de estimativa do ângulo de deslizamento do pneu tem a velocidade do veículo no denominador. Como resultado, um modelo cinemático é quase a abordagem padrão para tarefas de baixa velocidade. No entanto, o erro de modelagem inevitavelmente aumentará com a velocidade de condução, à medida que o ângulo de derrapagem do pneu se torna mais relevante, entretanto, tal simplificação é amplamente usada na literatura (e.g. (Freire and Xu, 2022), (Polack et al., 2018), (Ceyhun and Goren, 2022)) para o controle da dinâmica lateral do veículo. Diversas considerações podem ser feitas, (Rajamani, 2011). Neste caso, consideraremos o movimento planar, a suspensão fixa (corpo rígido) e nenhuma rotação da roda traseira.

O modelo, neste caso, pode também ser considerado uma modificação do modelo de movimento de robôs autônomos

(WMR), onde  $\omega = \dot{\theta}$ , utilizado em (Batista et al., 2022), que explora esta estratégia de controle.

As variáveis utilizadas ao longo do equacionamento desenvolvido nessa seção são descritas na Tabela 1 e a dinâmica é ilustrada na Figura 1, obtida a partir do veículo apresentado na Figura 2, o qual foi desenvolvido com base nas regras da competição de Fórmula SAE Elétrica.

Tabela 1. Simbologia.

Variável	Descrição
$x_c, y_c$	Coordenadas do Centro de Gravidade(C.G)
$V$	Velocidade no C.G
$l_R$	Distâncias entre o eixo traseiro e o C.G
$L$	Distâncias entre os eixos do veículo
$\delta$	Ângulo da direção
$\theta$	Ângulo de guinada do veículo

Assim, temos o seguinte equacionamento do movimento lateral do veículo:

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= v(t) \cos(\theta(t) + \beta(\delta(t))), \\ \dot{y}(t) &= v(t) \sin(\theta(t) + \beta(\delta(t))), \\ \dot{\theta}(t) &= v(t) \cdot \frac{\tan(\delta(t)) \cos(\beta(\delta(t)))}{L} \\ \beta(\delta(t)) &= \tan^{-1} \left( l_R \frac{\tan(\delta(t))}{L} \right) \end{aligned} \quad (1)$$

onde  $y(t) = [x(t) \ y(t) \ \theta(t)]^T$  é a atual orientação do veículo no espaço e  $u(t) = [v(t) \ \delta(t)]^T$  são as ações de controle.

### 3. EPSAC APLICADO AO SEGUIMENTO DE TRAJETÓRIA

Na década de 1980 em (De Keyser and Van Cauwenberghe, 1985) foram propostas algumas técnicas de MPC lineares de grande impacto à época. A relevância das técnicas propostas foi reduzida pelo interesse crescente no controle de sistemas não lineares. Desta forma, muitos trabalhos importantes surgiram no que diz respeito a sua estabilidade, entretanto, estes apresentavam alto grau de complexidade em relação à implementação prática. Assim nasceu o NEPSAC para controle de sistemas não lineares e vários



Figura 2. Carro Formula Elétrico

estudos que obtiveram sucesso na implementação prática, especialmente em processos cuja constante de tempo era relativamente alta. No entanto, em alguns casos como em veículos autônomos, o tempo de amostragem utilizado é um fator crítico. Logo, este artigo propõe o EPSAC baseado em alguns princípios do NEPSAC.

$$u(k+j|k) = \mathbf{u}_b(k+j|k) + \mathbf{u}_o(k+j|k) \quad (2)$$

sendo  $u_b(k+j|k)$  uma constante chamada base de entrada e  $u_o(k+j|k)$  a variável a ser manipulada. Além disso, a sequência de saída futura pode ser escrita como:

$$\mathbf{y}(k+j|k) = \mathbf{y}_b(k+j|k) + \mathbf{y}_o(k+j|k) \quad (3)$$

onde  $\mathbf{y}_b(k+j|k)$  resulta de  $\mathbf{u}_b(k+j|k)$  e  $\mathbf{y}_o(k+j|k)$  é devido a  $\mathbf{u}_o(k+j|k)$ .  $\mathbf{u}_b(k+j|k)$  é escolhido a priori e  $\mathbf{u}_o(k+j|k)$  é a variável de decisão da otimização da função custo, que pode ser representada como um problema quadrático com restrições lineares. Desta forma, o cálculo do custo é menor em comparação ao MPC não linear tradicional e equivalente ao MPC linear. Isso torna o EPSAC atraente para aplicações práticas. Vale ressaltar que a escolha de  $\mathbf{u}_b(k+j|k)$  é bastante importante no EPSAC. A melhora da resposta pode ser obtido caso  $\mathbf{u}_b(k+j|k)$  esteja mais próximo do MPC não linear  $\mathbf{u}_o(k+j|k)$  (Keyser, 2003). Assim, este trabalho propõe um método para melhorar a escolha de  $\mathbf{u}_b(k+j|k)$  em cada período de amostragem. O EPSAC aplicado ao veículo é apresentado a seguir.

#### 3.1 Cálculo das previsões

Para calcular as previsões, a cinemática discreta modelo do carro é usado, que é obtido através da simplificação do modelo da bicicleta, obtendo o seguinte equacionamento discreto do sistema:

$$\begin{cases} x(k+1) = x(k) + Tv(k) \cos(\theta(k) + \beta(k)) \\ y(k+1) = x(k) + Tv(k)(\theta(k) + \beta(k)) \\ \theta(k+1) = \theta(k) + Tv(k) \tan(\delta(k)) \cos(\beta(k))L^{-1} \end{cases} \quad (4)$$

De forma compacta:

$$\mathbf{y}(k+1) = f_d(\mathbf{y}(k), \mathbf{u}(k)) \quad (5)$$

Usando EPSAC a saída do sistema pode ser representada como:

$$\mathbf{y}(k) = f_d(\mathbf{x}(k) + \mathbf{n}(k)), \quad (6)$$

sendo  $\mathbf{x}(k)$  a saída do modelo quando a entrada  $\mathbf{u}(k)$  é aplicada e  $\mathbf{n}(k)$  representa o efeito dos distúrbios e dos erros de modelagem. Portanto, as expressões a seguir tornam-se válidas para o carro:

$$\mathbf{y}(k) = \begin{bmatrix} x(k) \\ y(k) \\ \theta(k) \end{bmatrix}, \mathbf{u}(k) = \begin{bmatrix} v(k) \\ \delta(k) \end{bmatrix}, e$$

$$\mathbf{x}(k) = \begin{bmatrix} x(k-1) + Tv(k-1) \cos(\theta(k-1)) \\ y(k-1) + Tv(k-1) \sin(\theta(k-1)) \\ \theta(k-1) + Tv(k-1) \tan(\delta(k-1)) \cos(\beta(k-1))L^{-1} \end{bmatrix}.$$

O parâmetro  $\mathbf{x}(k)$  pode ser representado em forma de matriz como:

$$\mathbf{x}(k) = f[\mathbf{y}(k-1), \mathbf{u}(k-1)]. \quad (7)$$

Ademais, o distúrbio  $\mathbf{n}(k)$  pode ser modelado como:

$$\mathbf{n}(k) = \frac{1}{\Delta(q^{-1})} \mathbf{T}(q^{-1}) \mathbf{e}(k), \quad (8)$$

sendo  $\mathbf{e}(k)$  um vetor de ruídos de dimensão  $3 \times 1$  de ruído branco com média nula, sendo  $\mathbf{T}(q^{-1})$  e  $\Delta(q^{-1})$  descritos da seguinte maneira:

$$\begin{aligned} \mathbf{T}(q^{-1}) &= I_{3 \times 3} + T_1 q^{-1} + T_2 q^{-2} + \dots + T_{nt} q^{-nt}, \\ \Delta(q^{-1}) &= 1 - q^{-1}. \end{aligned}$$

### 3.2 Função Custo

O conceito usado pelo controlador equivale a calcular a lei de controle de modo a minimizar a função custo do sistema que é definida por:

$$\begin{aligned} J(k) &= \sum_{j=1}^N \tilde{\mathbf{y}}^\top(k+j|k) \mathbf{Q} \tilde{\mathbf{y}}(k+j|k) \\ &+ \sum_{j=0}^{N-1} \tilde{\mathbf{u}}(k+j|k)^\top \mathbf{R} \tilde{\mathbf{u}}(k+j|k)^2 \end{aligned} \quad (9)$$

sendo  $\tilde{\mathbf{u}}$  o sinal de controle e  $\tilde{\mathbf{y}}$  a saída do sistema, sujeita à condição:

$$\mathbf{u}_{\min} \leq \mathbf{u}(k+j|k) \leq \mathbf{u}_{\max} \quad \forall j = 0, \dots, N-1,$$

sendo  $N$  o horizonte de predição,  $\mathbf{Q}$  e  $\mathbf{R}$  são o sinal de saída e a variável de ponderação, respectivamente, e  $\mathbf{u}_{\min}$  e  $\mathbf{u}_{\max}$  são os limites mínimo e máximo do sinal de controle, respectivamente. A solução ótima, bem como o custo computacional são elementos críticos nos algoritmos de MPC, pois assim a sua implementação em sistemas práticos se torna viável.

Para uso do algoritmo, a função custo deve ser representada como função das variáveis de decisão do sistema  $\tilde{\mathbf{U}}(k)$  na forma quadrática

$$J(k) = \frac{1}{2} \tilde{\mathbf{U}}^\top(k) \tilde{\mathbf{H}}(k) \tilde{\mathbf{U}}(k) + \tilde{\mathbf{f}}^\top(k) \tilde{\mathbf{U}}(k) + \tilde{\mathbf{k}}(k), \quad (10)$$

sujeita a:  $\mathbf{G}(k) \tilde{\mathbf{U}}(k) \leq \mathbf{M}(k)$

sendo:

$$\begin{aligned} \tilde{\mathbf{H}}(k) &= 2 \left( \tilde{\mathbf{B}}^\top(k) \tilde{\mathbf{Q}} \tilde{\mathbf{B}}(k) + \tilde{\mathbf{R}} \right), \\ \tilde{\mathbf{f}}(k) &= 2 \tilde{\mathbf{B}}^\top(k) \tilde{\mathbf{Q}} \tilde{\mathbf{A}}(k) \tilde{\mathbf{y}}(k), \\ \tilde{\mathbf{k}}(k) &= \tilde{\mathbf{y}}^\top(k) \mathbf{A}^\top(k) \tilde{\mathbf{Q}} \tilde{\mathbf{A}}(k) \tilde{\mathbf{y}}(k), \\ \tilde{\mathbf{Q}} &= \text{diag}(\mathbf{Q}; \dots; \mathbf{Q}) \text{ e } \tilde{\mathbf{R}} = \text{diag}(\mathbf{R}; \dots; \mathbf{R}). \end{aligned}$$

Visando a redução do custo computacional na prática é comum realizar a solução analítica de (10) sem levar em consideração as restrições práticas, bem como a saturação da ação de controle utilizando  $\mathbf{u}_{\min}$  e  $\mathbf{u}_{\max}$ .

### 3.3 Algoritmo EPSAC aplicado ao veículo

O método proposto é explicitado a seguir:

**Passo 1.** Inicializações.

- (1) Definição dos parâmetros relevantes:
  - (a) Trajetória de referência  $\mathbf{Y}_r(k)$ .
  - (b) Restrições de entrada:  $v_{\min}$ ,  $v_{\max}$ ,  $\delta_{\min}$  e  $\delta_{\max}$ .
  - (c) Definição dos parâmetros do controlador:  $N$ ,  $\mathbf{Q}$  and  $\mathbf{R}$ .
- (2) Estimativa (ou medida) da posição do veículo  $\mathbf{y}(k) = [x(k), y(k), \theta(k)]$ .

**Passo 2.** Cálculo das predições.

- (1) se  $k = 1$ 

$\mathbf{U}_b(k) = [v_i \delta_i v_i \delta_i \dots v_i \delta_i]^\top$ , sendo  $v_i$  e  $w_i$  são os valores iniciais desejados da velocidade linear e angular, respectivamente. De maneira simplificada foram escolhidos  $v_i = v_r$  e  $\delta_i = 0$  nesse trabalho.

**então**

Use o sinal otimizado obtido no período de amostragem anterior, ou seja  $\mathbf{U}_b(k) = [\mathbf{u}(k|k-1)^\top, \dots, \mathbf{u}(N-2|k-1)^\top, \mathbf{u}(N-1|k-1)^\top]^\top$ . É possível perceber que o último elemento de  $\mathbf{U}_b(k)$  é  $\mathbf{u}(N-2|k-1)$  em vez de  $\mathbf{u}(N-1|k-1)$  porque  $\mathbf{u}(N-1|k-1)$  não é calculado no instante  $k-1$ .
- (2) Cálculo de  $\mathbf{Y}_b(k)$ .
- (3) A matriz dinâmica  $\mathbf{G}(k)$  é calculada com perturbações aplicadas ao modelo em torno de  $\mathbf{U}_b(k)$ , de modo a simular um ruído de 20%.

**Passo 3.** Cálculo da ação de controle.

- (1) A ação de controle pode ser determinada usando duas abordagens. No primeiro caso, a solução é obtida através da resolução da função custo sujeita às suas restrições usando métodos de programação quadrática. No segundo, visando reduzir o custo computacional, a lei de controle é computada sem restrições, resolvendo a otimização analiticamente, ou seja:

$$\mathbf{U}_o(k) = -(\mathbf{H}(k))^{-1} \mathbf{b}(k)$$

Em seguida,  $\mathbf{U}_o(k)$  é limitado utilizando as restrições do veículo.

- (2) Calcular  $\mathbf{U}(k) = \mathbf{U}_b(k) + \mathbf{U}_o(k)$ . É válido mencionar que apenas o primeiro elemento de  $\mathbf{U}(k)$  é aplicado ao veículo. No próximo período de amostragem o algoritmo deve retornar ao Passo 1.

**Observação.** A abordagem proposta utiliza conceitos de EPSAC não linear (NEPSAC), ocorrendo iterações nos passos 2 e 3 com o mesmo período de amostragem até que  $\mathbf{U}_o(k)$  convirja a um valor próximo a zero, caso isso não ocorra, os parâmetros de simulação devem ser ajustados. Logo, o valor calculado para  $\mathbf{U}(k)$  deve ser próximo o suficiente do valor ótimo do MPC não linear (Keyser, 2003). Os passos 2 e 3 são executados uma vez a cada período de amostragem na abordagem proposta, embora a solução ótima do tempo de amostragem anterior  $\mathbf{U}(k-1)$  seja usada para melhorar a "estimativa" inicial de  $\mathbf{U}_b(k)$ . Assim, o valor calculado de  $\mathbf{U}(k)$  pode estar mais próximo do MPC não linear ótimo.

#### 4. RESULTADOS DE SIMULAÇÃO

Esta subseção apresenta os resultados da simulação de operação do veículo e o seguimento de trajetória usando o algoritmo EPSAC aplicado. A primeira referência de trajetória foi baseada no skidpad da SAE elétrica Brasil. Além disso, alguns dados de simulação foram definidos conforme a Tabela (2), referente ao veículo apresentado na Figura 2.

##### 4.1 Resultados

A primeira simulação realizada utiliza a posição inicial  $x_0 = [-5; -5; 0]$ . A Figura (3) apresenta a posição estimada do carro no plano cartesiano XY e a Figura 4 mostra o comportamento temporal das variáveis manipuladas pelo algoritmo utilizado para a simulação, de modo a permitir a observação da rápida convergência apresentada. Como pode ser visto, os resultados apresentam consistência e demonstraram o bom desempenho do controlador, que foi capaz de controlar a trajetória, realizando a simulação em um tempo total de 11.36 segundos. Ademais, o comportamento da velocidade, bem como o ângulo da direção do veículo, são apresentados na Figura (5).

Tabela 2. Parâmetros.

Parâmetro	Valor	Descrição
$Q$	diag(1; 1; 0.5)	Variável de ponderação
$R$	diag(0.5; 0.5; 0.5)	Variável de ponderação
$l_R$	0.45 (m)	Distância do eixo traseiro ao C.G.
$L$	1.5 (m)	Distância entre eixos

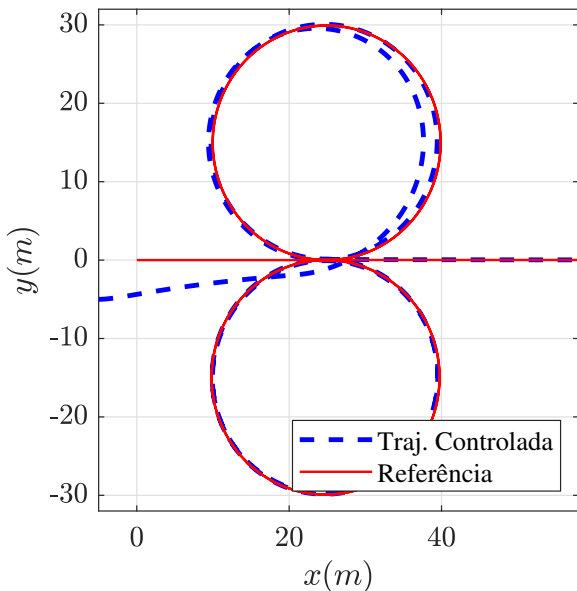


Figura 3. Simulação do sistema com trajetória "8"

Outrossim, outra simulação realizada apresenta a trajetória de referência em formato de "U", como é possível observar na Figura 6. As variáveis manipuladas do sistema podem ser vistas na Figura 7 e a velocidade e a variação no ângulo da direção do veículo na Figura 8 e o tempo de execução da simulação foi de 9.68 segundos.

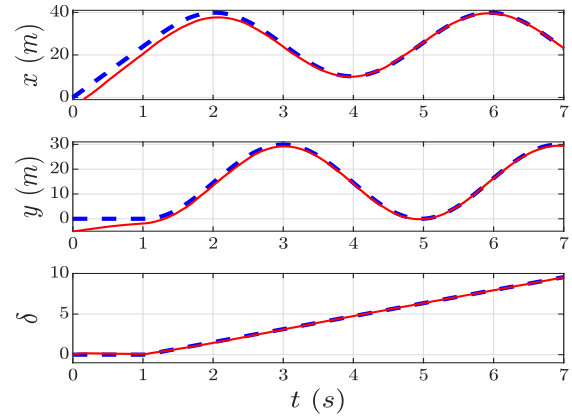


Figura 4. Variáveis manipuladas - Simulação 1

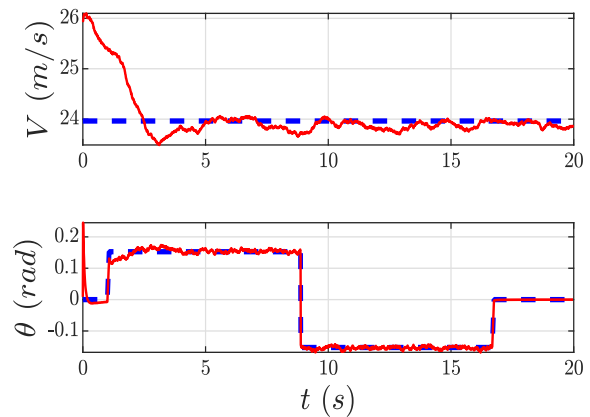


Figura 5. Velocidades do Sistema - Simulação 1

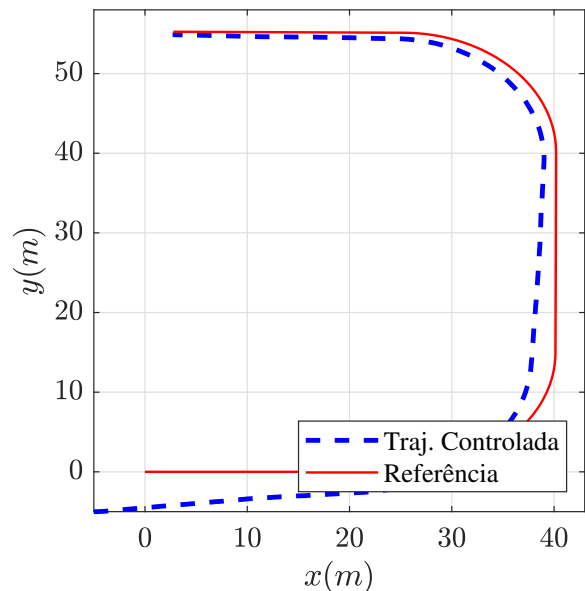


Figura 6. Simulação do Sistema com trajetória "U"

#### 5. CONCLUSÃO

Este trabalho apresentou a aplicação de Controle preditivo EPSAC para seguimento de trajetória de um veículo formula elétrico. Os resultados da simulação mostraram um

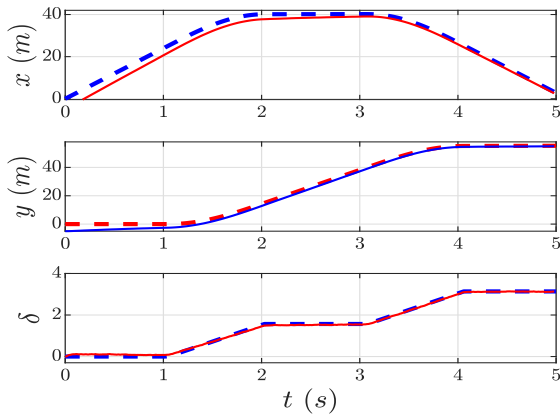


Figura 7. Variáveis manipuladas - Simulação 2

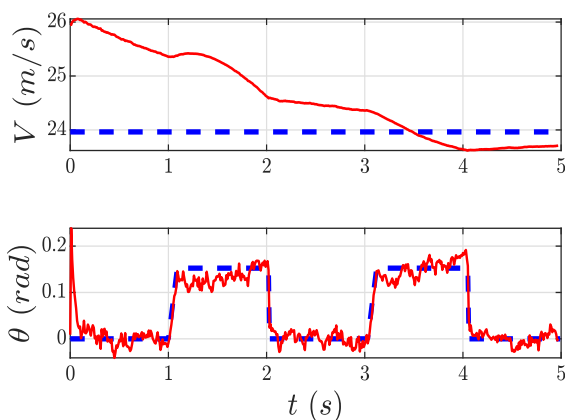


Figura 8. Velocidades do Sistema - Simulação 2

bom desempenho do controlador. A implementação exitosa do EPSAC demonstra a sua capacidade de aplicação como método de controle de um veículo.

Logo, surgem como trabalhos futuros a comparação do controlador EPSAC implementado com outros métodos de controle e a observação da eficiência deles. Ademais, a implementação prática no carro e a comparação com a simulação apresentada também pode ser realizada.

#### AGRADECIMENTOS

Agradecemos o apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES) – DS e PDPG 1402/2022”, Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq), Edital CNPq 18/2021 projeto 422633/2021-6 e Fundação Cearense de Apoio ao Desenvolvimento Científico e Tecnológico (FUNCAP), Edital 06/2021, projeto 09779122/2021.

#### REFERÊNCIAS

- Alcalá, E., Puig, V., Quevedo, J., and Rosolia, U. (2020). Autonomous racing using linear parameter varying-model predictive control (lpv-mpc). *Control Engineering Practice*, 95, 104270.
- Batista, I., Torrico, B.C., Nogueira, F.G., and Normey-Rico, J.E. (2022). Epsac predictive control applied to path tracking of wheeled mobile robots. In *Anais do CBA2022*, volume 1. Fortaleza.

- Camacho, E.F. and Alba, C.B. (2013). *Model predictive control*. Springer science & business media.
- Ceyhun, H.E. and Goren, A. (2022). Trajectory tracking performance comparison of kinematic bicycle model with lqr and lyapunov-based controllers on a circular trajectory. *Uluslararası Teknolojik Bilimler Dergisi*, 14(3), 153 – 162.
- Dai, L., Lu, Y., Xie, H., Sun, Z., and Xia, Y. (2021). Robust tracking model predictive control with quadratic robustness constraint for mobile robots with incremental input constraints. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 68(10), 9789–9799.
- De Keyser, R. and Van Cauwenberghe, A. (1985). Extended prediction self-adaptive control. *IFAC Proceedings Volumes*, 18(5), 1255–1260. 7th IFAC/IFORS Symposium on Identification and System Parameter Estimation, York, UK, 3-7 July.
- Freire, V. and Xu, X. (2022). Optimal control for kinematic bicycle model with continuous-time safety guarantees: A sequential second-order cone programming approach. *IEEE Robotics and Automation Letters*, 7(4), 11681–11688.
- Ionescu, C., Alfredo Cajo Diaz, R., Zhao, S., Ghita, M., Ghita, M., and Copot, D. (2020). A low computational cost, prioritized, multi-objective optimization procedure for predictive control towards cyber physical systems. *IEEE Access*, 8, 128152–128166.
- Klančar, G. and Škrjanc, I. (2007). Tracking-error model-based predictive control for mobile robots in real time. *Robotics and autonomous systems*, 55(6), 460–469.
- Li, P., Yang, H., Li, H., and Liang, S. (2022). Nonlinear eso-based tracking control for warehouse mobile robots with detachable loads. *Robotics and Autonomous Systems*, 149, 103965.
- Pendleton, S.D., Andersen, H., Du, X., Shen, X., Megh-jani, M., Eng, Y.H., Rus, D., and Ang, M.H. (2017). Perception, planning, control, and coordination for autonomous vehicles. *Machines*, 5(1).
- Polack, P., Althé, F., D’Andrea-Novell, B., and de La Fortelle, A. (2018). Guaranteeing consistency in a motion planning and control architecture using a kinematic bicycle model. In *2018 Annual American Control Conference (ACC)*, 3981–3987.
- Raffo, G.V., Gomes, G.K., Normey-Rico, J.E., Kelber, C.R., and Becker, L.B. (2009). A predictive controller for autonomous vehicle path tracking. *IEEE transactions on intelligent transportation systems*, 10(1), 92–102.
- Rajamani, R. (2011). *Vehicle Dynamics and Control*. Mechanical Engineering Series. Springer US.
- Santos, S.D.R., Azinheira, J.R., Botto, M.A., and Valério, D. (2022). Path planning and guidance laws of a formula student driverless car. *World Electric Vehicle Journal*, 13(6).
- Tafdis, P., Farah, H., Brijs, T., and Pirdavani, A. (2022). Safety implications of higher levels of automated vehicles: a scoping review. *Transport Reviews*, 42(2), 245–267.
- Tian, T., Li, G., Li, N., and Bai, H. (2023). Research on trajectory tracking control of driverless electric formula racing car based on game theory. *World Electric Vehicle Journal*, 14(4).