

Modelo Analítico Para O Fator De Capacidade De Parques Eólicos A Partir Das Características Do Vento Local

Vinicius de Lira Teixeira*, Annibal Hetem Junior**, Gabriel Rodrigues Bruzanga***, Ahda Pionkoski Grilo Pavani****, Julio Carlos Teixeira*****,

Universidade Federal do ABC, Santo André - SP, Brasil

e-mail: vinicius.teixeira@ufabc.edu.br, annibal.hetem@ufabc.edu.br, bruzingabriel@gmail.com, ahda.pavani@ufabc.edu.br, julio-carlos.teixeira@ufabc.edu.br

Abstract: This paper presents an analytical model to determine the wind turbine capacity factor from wind and turbine characteristics. This model was validated by experimental results. The proposed model was used to identify analytically the effect of the nominal turbine velocity choice on the capacity factor for different wind conditions.

Resumo: Este artigo apresenta um modelo analítico para determinar o fator de capacidade da turbina eólica a partir das características do vento e da turbina. Este modelo foi validado por resultados experimentais. O modelo proposto foi utilizado para identificar analiticamente o efeito da escolha da velocidade nominal da turbina no fator de capacidade para diferentes condições de vento.

Keywords: Wind energy; power curve; Capacity factor; Performance analysis in wind farms; SCADA.

Palavras-chaves: Energia eólica; curva de potência; fator de capacidade; análise de desempenho em parques eólicos; SCADA.

1. INTRODUÇÃO

O desempenho de um parque eólico pode ser avaliado segundo o fator de capacidade F_c . O fator de capacidade é determinado pelo quociente entre a produção de energia elétrica da turbina eólica em um período de tempo, pela energia que seria gerada pela potência nominal da turbina eólica (dos Santos, 2015) no mesmo período.

$$F_c = \frac{\int_0^T Pot(t)dt}{Pot_{nom}T} \quad (1)$$

Fatores de capacidade elevados tendem a reduzir o tempo de retorno do investimento e a reduzir o custo médio da geração da energia. Segundo (dos Santos, 2015) pesquisas apontam que o fator de capacidade médio do Brasil está em torno de 40%, muito maior que a média mundial, conforme Fig. 1. A busca pela evolução do fator de capacidade justifica o aumento no investimento em parques eólicos e o desenvolvimento de novas tecnologias (Silva, 2013).

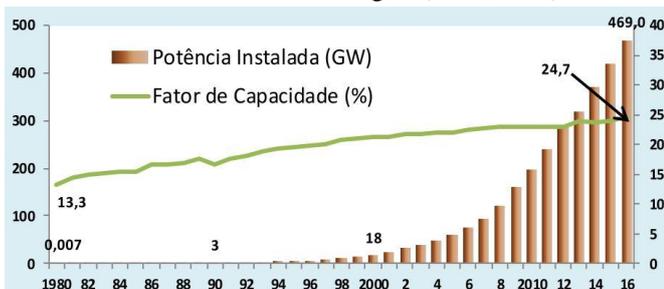


Fig. 1 Potência Instalada Energia Eólica (GW) - 1980 a 2016 no mundo(MME, 2015)

Para facilitar a busca de resultados mais elevados de fator de capacidade, Jangamshetti e Guruprasada (2001) propuseram um modelo analítico e aplicaram em parques eólicos localizados na Índia. Concluíram que o uso de um modelo analítico antes da instalação poderia ter resultado na instalação de modelos de turbina que resultaria em um maior F_c do parque eólico.

A produção anual de parques eólicos depende de diversos fatores, entre eles a velocidade do vento no local e as velocidades características da turbina eólica escolhida: velocidade de corte($v_{cut-out}$), velocidade nominal(v_{nom}), velocidade de partida(v_{cut-in}) (Jangamshetti e Guruprasada Rau, 2001).

Este trabalho tem como finalidade apresentar um novo modelo para determinar o fator de capacidade a partir do vento local, com base na distribuição de Weibull e das velocidades características da turbina eólica escolhida. O modelo foi validado com dados do sistema SCADA do parque eólico de Senandes localizado na região sul do Brasil.

2. CRITÉRIOS PARA ESCOLHER ATURBINA EÓLICA

A escolha da turbina eólica mais adequada para uma determinada região começa pela identificação do comportamento dos ventos. O desafio está em como estimar o comportamento previsto ao longo de toda a vida útil do parque, a partir de um número limitado de medições na região (Caldas, 2010). A distribuição de probabilidades de Weibull ($f(v, c, k)$) é a que melhor descreve o comportamento da velocidade média do vento de um determinado local ao longo do tempo (Saraiva, 2007).

$$f(v, c, k) = \frac{k}{c} \cdot \left(\frac{v}{c}\right)^{k-1} \cdot e^{-\left(\frac{v}{c}\right)^k} \quad (2)$$

A curva característica de potência de uma turbina eólica é dada pela correlação entre a velocidade do vento que incide na altura do eixo do rotor da turbina, e a potência elétrica produzida. As medições da potência elétrica da turbina e a velocidade do vento são efetuadas simultaneamente a cada 1 segundo e suas respectivas médias são armazenadas a cada 10 minutos (IEC, 2017). Na Fig. 2 é representada a curva de potência de três fabricantes distintos para praticamente mesma potência nominal (Moura, 2014) e (Cardoso, 2011).

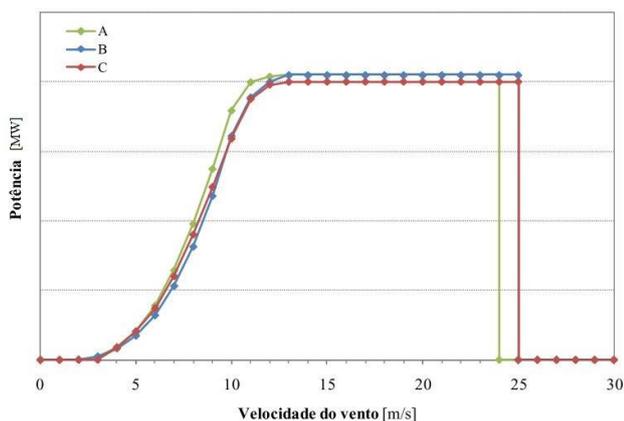


Fig. 2 Exemplo de Curva de Potência Adaptado de (Cardoso, 2011)

3. O EFEITO DA ESCOLHA DA TURBINA EÓLICA NO FATOR DE CAPACIDADE

É de extrema importância construir parques eólicos em locais adequados, para obter altos valores de fator de capacidade. Ofc está diretamente ligado à escolha adequada da turbina eólica para o local. Do ponto de vista econômico quanto maior o fator de capacidade mais rápido será possível obter o retorno do investimento (Silva, 2013).

Para conhecer o fator de capacidade é necessário um bom conhecimento da velocidade do vento, que é estimado pela distribuição de Weibull, e a potência convertida pela turbina.

Segundo (Sohoni, Gupta e Nema, 2016), muitas vezes a velocidade do vento que incide as pás da turbina eólica é insuficiente para fazer com que a turbina entre em funcionamento, estes ventos estão localizados na região 1 da curva exibida na Fig. 3, que vai de 0 até v_{cut-in} . A região 2 é a transição entre v_{cut-in} e v_{nom} , caracterizada pela maximização da conversão da energia cinética retirada do vento. Já a região 3 é limitada por v_{nom} e $v_{cut-out}$. Na região 3 ocorre o aproveitamento da potência nominal P_{nom} da turbina eólica. Ocasionalmente a velocidade do vento é muito alta, sendo necessário que a turbina eólica seja desligada e travada por questões de segurança: essa é a região 4 (Silva, 2018).

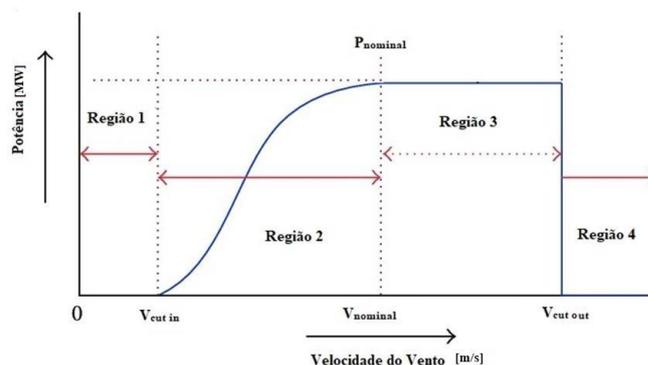


Fig. 3 Curva de potência por regiões de atuação adaptado de: (Sohoni, Gupta e Nema, 2016)

3.1 A função característica de uma turbina eólica genérica

A equação 3 apresenta a relação entre a velocidade do vento (V), a densidade do ar (δ), a área varrida pelas pás (A_R) e a potência convertida nesta velocidade. O coeficiente de potência (C_p) indica que nem toda a energia eólica disponível pode ser convertida por uma turbina.

$$Pot(V) = \frac{1}{2} \delta \cdot C_p \cdot A_R \cdot V^3 \quad (3)$$

A potência máxima é limitada pela Lei de Betz (não pode exceder 59%) (Silva, 2018), e por aspectos de rendimento e disponibilidade da turbina. O ajuste do C_p garante a curva de potência como mostrado na Fig. 2.

Para estimar o Fc de um parque eólico num ano, ou 8760h, é realizada a média da potência (Pot) retirada para cada uma das " N " velocidades dos ventos (Vi) ponderada pelo número de " $Horas$ " que cada velocidade ocorre:

$$Fc_{anual} \cdot P_{nom} = \frac{\sum_{i=0}^N Pot(Vi) \cdot Horas(Vi)}{8760} \quad (4)$$

A equação (4) pode ser transformada em uma integral, sendo necessário conhecer a função de densidade de probabilidade de Weibull em relação ao número de horas que o vento fica em cada velocidade ($h(v_i)$) e a potência para velocidade ($Pot(v_i)$).

$$Pot(T) = \int_0^T f(v) \cdot Pot(v) dt \quad (5)$$

Onde, $f(v)$ é a distribuição de Weibull, e $Pot(v)$ é a curva de potência característica da turbina eólica.

Neste trabalho serão consideradas as seguintes simplificações:

-Região I: a potência disponível é muito baixa, e o projeto da turbina eólica, incluindo seu controle, faz a potência ser 0;

$$Pot_I = 0 \quad (6)$$

-Região II: o controle, em geral, é feito para maximizar a potência do vento. Isto significa buscar o C_p máximo. No vento nominal, a potência passa a ser a nominal.

$$Pot_{II} = \frac{1}{2} \delta \cdot C_{p\max} \cdot A_R \cdot v^3 \quad (7)$$

-Região III: o controle é feito para manter-se na potência nominal, evitando sobrecargas nos sistemas tanto elétrico como mecânico.

$$Pot_{III} = Pot_{nom} \quad (8)$$

-Região IV: o controle favorece a segurança, travando a turbina eólica para ventos excessivos.

$$Pot_{IV} = 0 \quad (9)$$

Para padronizar os resultados, definimos a potência “p” em valores por unidade (pu), normalizando as potências em (6), (7) e (8) pela potência nominal. O mesmo foi feito para a velocidade do vento ($v = \frac{v}{v_{nom}}$; $v_{cut-in} < v < 1$). No trabalho de Jangamshetti e Guruprasada (2001), a normalização ocorreu para a velocidade característica do local, e não da turbina, como proposto neste trabalho. A Tabela 1 mostra o resultado desta padronização.

Tabela 1 Padronização das regiões em pu

Região	Intervalo	Potência em pu
I	$V < V_{cut-in}$	$p_I = 0$
II	$V_{cut-in} < V < V_{nom}$	$p_{II} = V^3$
III	$V_{nom} < V < V_{cut-out}$	$p_{III} = 1$
IV	$V_{cut-out} < V$	$p_{IV} = 0$

Para calcular o fator de capacidade, basta calcular a integral da multiplicação entre a potência associada à velocidade do vento $v(P(v))$ e sua probabilidade de ocorrência $f(v, c, k)$, dividindo o resultado pela potência nominal da turbina eólica.

$$Fc = \int_0^{\infty} f(v, c, k). P(v) dv \quad (10)$$

Está integral pode ser dividida em quatro partes:

$$Fc = \int_0^{V_{cut-in}} 0. dv + \quad (11)$$

$$\int_{V_{cut-in}}^{V_{nom}} f(v, c, k). P(v) dv +$$

$$\int_{V_{nom}}^{V_{cut-out}} f(v, c, k). P_{nom}. dv + \int_{V_{cut-out}}^{\infty} 0. dv$$

As etapas do cálculo do fator de capacidade podem ser vistas no anexo, nas quais estão incluídas as definições dos seguintes valores em pu:

$$V_{cout} = \frac{V_{cut-out}}{V_{nom}} \quad (12)$$

$$V_{cin} = \frac{V_{cut-in}}{V_{nom}} \quad (13)$$

$$V = \frac{v}{V_{nom}} \quad (14)$$

$$C = \frac{c}{V_{nom}} \quad (15)$$

A escolha destas variáveis facilita a determinação qualitativa e quantitativa do fator de capacidade. Sua utilização é a principal contribuição deste trabalho.

A contribuição da região I e IV é nula no Fc do nosso modelo. Assim o fator de capacidade pode ser calculado por:

$$Fc = \bar{P}_{II} + \bar{P}_{III} \quad (16)$$

Com as contribuições das regiões II e III sendo calculadas abaixo.

Região II

$$\bar{P}_{II} = \frac{C^3}{k} \left\{ \left[k.(V_{cin})^3 . e^{-(V_{cin})^k} + 3\Gamma\left(\frac{3}{k}, (V_{cin})^k\right) \right] - \left[k.(1/c)^3 . e^{-(1/c)^k} + 3\Gamma\left(\frac{3}{k}, (1/c)^k\right) \right] \right\} \quad (17)$$

Região III

$$\bar{P}_{III} = e^{-(1/c)^k} - e^{-(V_{cout}/c)^k} \quad (18)$$

A função gama (Γ) pode ser implementada em qualquer algoritmo de cálculo do fator de capacidade.

3.2 Análises da variação do fator de capacidade em relação ao fator de escala e a velocidade da turbina

A Fig. 5 mostra o efeito da escolha da turbina no fator de capacidade esperado, para um $v_{cout} = 2,5(pu)$. Por exemplo, o ponto “A” apresenta a escolha de um fator de forma (k) igual a 2, e um Cn de 0,8, ou seja, neste ponto o vento apresenta um fator de forma de 2 e escolheu-se uma turbina eólica com velocidade nominal 20% maior que o fator de escala do vento local. Neste caso o fator de capacidade é de 0,425. Considerando que o valor de Cn seja alterado para 0,95, com a respectiva troca de velocidade nominal da turbina, o valor do fator de capacidade passa a ser 0,54, ocasionando um aumento de 27% no fator de capacidade.

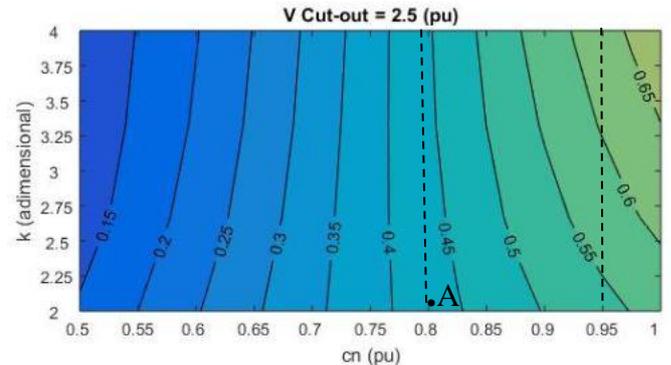


Fig. 4 Curvas de isovalores do Fc, em função das características do vento local, k e c normalizado (cn).

O gráfico mostra que a importância do fator de forma (k) aumenta à medida que a velocidade do vento local se aproxima da velocidade nominal da turbina. Para Cn em torno de 0,8, a variação do fator de forma de 2 para 4 implica num aumento pouco maior que 5% na potência média gerada ao longo do ano. Já para Cn em torno de 0,95, o aumento do Fc é de 54% para 63%, ou seja, mais que 15%.

3.3 Análise de participação região II e III do Fator de Capacidade total

O modelo desenvolvido nas equações (16), (17) e (18) permite estimar a quantidade de energia produzida em cada

região de operação do gerador. Desta forma, permite estimar os esforços dos controles em cada região ao longo do ano.

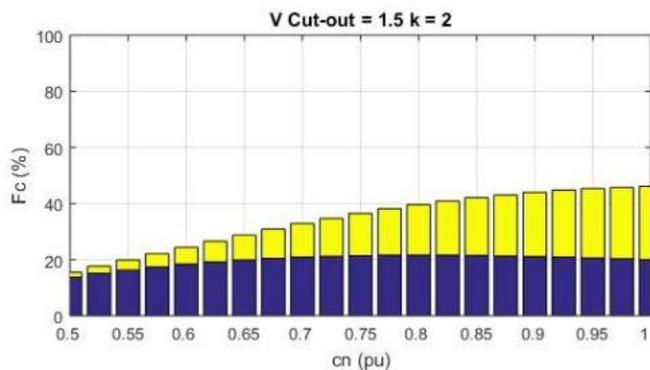


Fig. 5 Energia gerada nas regiões II e III, para ventos típicos ($k = 2$).

No gráfico apresentado na Fig. 5, o azul representa o F_c calculado apenas utilizando a energia gerada na região II, e o amarelo é a gerada apenas na região III. Juntas as barras apresentam o F_c total.

A Fig. 5 mostra o efeito da escolha do fator de escala, c , para o valor do fator de forma de $k = 2$, correspondente à função de distribuição de probabilidades de Rayleigh, no caso do gerador apresentar uma velocidade de cut-out 50% maior que a nominal. Neste caso, observa-se que a contribuição do funcionamento nas regiões II e III é semelhante a partir da velocidade de vento com fator de escala cerca de 80% da velocidade nominal. O fator de capacidade fica limitado a valores inferiores a 50%, para qualquer velocidade média do vento.

Contudo, o nordeste brasileiro apresenta ventos bem mais homogêneos. Segundo Camelo et al. (2008), a região litorânea do Ceará, no período de estação seca, foi registrado um fator de forma de 5,88. Para um fator de forma relativamente elevado, $k = 4$, mostrado na Fig. 6 é mostrado o potencial da aproximação da velocidade nominal do gerador com a velocidade característica do vento. Para um fator de escala da mesma ordem da velocidade nominal ($Cn = 1$), o fator de capacidade ultrapassa os 70%. Uma comparação entre as Fig. 5 e Fig. 6 mostra, quantitativamente, o aumento da importância do conhecimento dos ventos locais para fatores de forma mais elevados.

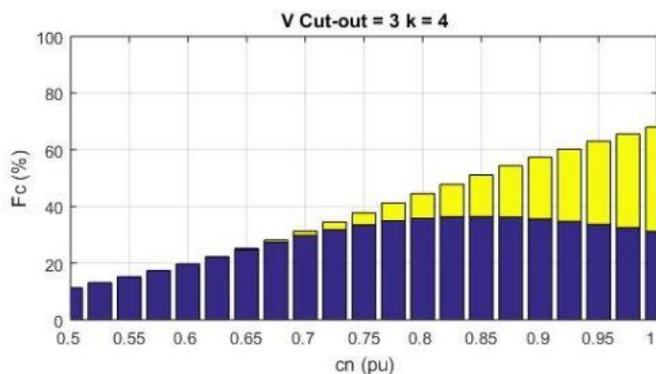


Fig. 6 Energia gerada nas regiões II e III, para ventos homogêneos ($k = 4$).

O modelo permite também identificar, analiticamente, a divisão dos tempos em cada região de operação, permitindo avaliar os ajustes dos controladores e dos tempos para manutenção.

Para uma velocidade de entrada relativamente alta, $v_{cut-in} = 50\%$ do v_{nom} , $v_{cut-out}$ relativamente baixa, 150% da nominal, e para um fator de forma típico, $k = 2$ o gráfico está exibido na Fig. 7. Observa-se que uma aproximação da velocidade nominal do gerador à velocidade característica do vento ($Cn \sim 1$) leva a pouco tempo de funcionamento do gerador na sua máxima potência, região III, com consequente baixo desempenho da conversão de energia.

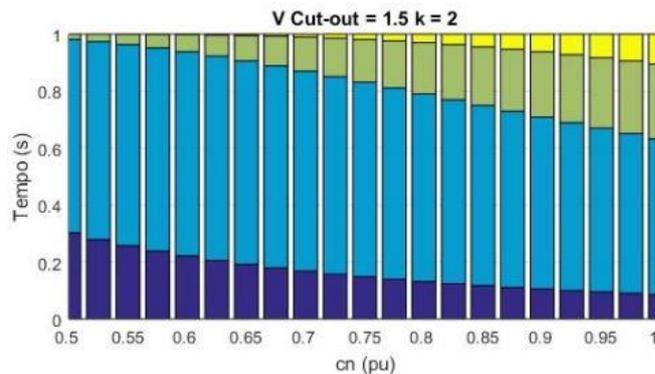


Fig. 7 Energia produzida por região da curva

4. VALIDAÇÃO DO MODELO PARA OS DADOS DO PARQUE EÓLICO DE SENANDES

Segundo (Sohoni, Gupta e Nema, 2016) os dados SCADA de um parque eólico são um recurso extremamente valioso que pode ser explorado de diversas maneiras, pois a quantidade de informações coletadas é extensa. Neste caso utilizamos os dados SCADA do parque eólico de Senandes III para modelar o fator de capacidade, aplicando-os em (16) para calcular o fator de capacidade.

4.1 Dados Parque Eólico de Senandes III

O parque eólico usado para aplicar o modelo proposto já possui turbinas eólicas instaladas, com suas respectivas características de projeto, como a velocidade de partida (v_{cut-in}), velocidade nominal (v_{nom}), e velocidade de corte ($v_{cut-out}$).

As turbinas eólicas instaladas são da Alstom modelo 2.7 MW ECO-122, com potência nominal de 2,7 MW. Os dados levantados através de catálogos do fabricante foram velocidade de partida, velocidade nominal e velocidade de corte exibidos na (16).

Tabela 2 Informações da Turbina (Alstom, 2014)

Dados		
$P_{nominal}$	2,7 MW	1 pu
v_{cut-in}	3 m/s	0,333 pu
$v_{nominal}$	10 m/s	1 pu
$v_{cut-out}$	25 m/s	2,5 pu

Para a validação do modelo, foram escolhidos três períodos de um mês cada: de 19/05/2016 à 19/06/2016 (período 1),

19/06/2016 à 19/07/2016 (período 2) e 19/07/2016 à 14/08/2016 (período 3).

Os dados da velocidade média dos ventos disponíveis no SCADA, coletados em intervalos de 10 minutos, foram usados para determinar os fatores de forma e escala para cada um dos períodos. Os resultados estão exibidos na Tabela 3 sendo estes os parâmetros utilizados na equação (2).

Tabela 3 Fator de forma (c) e fator de escala (k) parque eólico de Senandes III

	Período 1	Período 2	Período 3
c(m/s)	7,66	7,12	7,44
Cn	0,766	0,712	0,744
k	2,08	2,21	1,86

Com base na potência média gerada do parque eólico de Senandes III, coletada também pelo SCADA, foram calculados os fatores de capacidade para os respectivos períodos estudados apresentados na Tabela 4 com o título "SCADA".

4.2 Resultados

O modelo foi executado após a normalização as grandezas utilizadas no cálculo, resultando em um gráfico onde se pode determinar o fator de capacidade através dos dados da velocidade de vento.

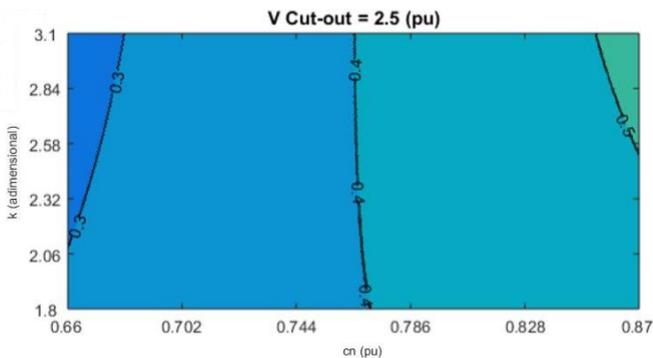


Fig. 8 Curvas de Isovalores do Fator de Capacidade, para o parque eólico de Senandes III

O gráfico gerado pelo modelo analítico exibido em Fig. 8, permitiu determinar o fator de capacidade para cada um dos períodos estudados.

Tabela 4 Fator de Capacidade Senandes III

	Período 1	Período 2	Período 3
SCADA	43%	37%	37%
Modelo	40,7%	34,7%	37,8%

Os valores do fator de capacidade encontrados pelo modelo matemático desenvolvido têm proximidade numérica e alta correlação com o fator de capacidade calculado com dados fornecidos. Em seguida, são apresentadas considerações sobre as diferenças obtidas pelo modelo.

4.3 Considerações finais

O modelo proposto mostrou-se eficaz para determinar o fator de capacidade a partir dos dados do fator de forma e escala,

tornando-o um modelo analítico útil para a avaliação do comportamento de um parque eólico.

Contudo este modelo não contempla todas as condições de funcionamento do parque. Salientam-se os efeitos desprezados da disponibilidade das turbinas e eventuais efeitos na potência gerada ligados à turbulência. A Fig. 9 mostra registros de funcionamento de uma das turbinas do parque. Observa-se que há pontos no qual a potência fornecida é zero, provavelmente devido a paradas da turbina, ou falhas do sistema de aquisição do sistema SCADA. Na região II, observa-se o efeito da turbulência. Como os valores registrados da velocidade do vento e da potência são médias de 10 minutos, o efeito cúbico da velocidade do vento torna a curva não determinística, diferentemente da hipótese do modelo proposto.

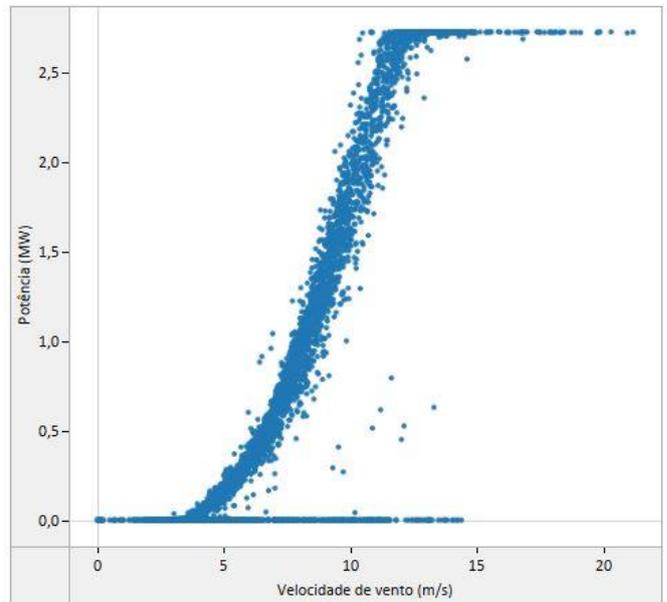


Fig. 9 Curva de potência turbina 01 complexo Senandes III

5. CONCLUSÕES

A modelagem apresentada nesse trabalho pode ser uma alternativa aos métodos tradicionais de escolha de fornecedor, ou apenas contribuir para a decisão.

O modelo analítico desenvolvido permite avaliar de forma quantitativa o efeito da escolha da velocidade de vento base da turbina eólica ($V_{nominal}$, e V entre a região II e III) em função do k da região, c e do $V_{cut-out}$. Como essa equação foi resolvida com valores em pu, o F_c pode ser calculado.

Outro fato evidenciado neste trabalho é a necessidade de conhecer a curva de potência da turbina, inclusive em condições de turbulência, particularmente para região II de funcionamento da turbina. Como trabalho futuro será avaliado o efeito da turbulência no fator de capacidade esperado. Uma análise dos tempos de funcionamento em cada região e o número de falhas do parque pode ampliar a utilização do modelo proposto.

AGRADECIMENTOS

Gostaríamos de agradecer ao Engenheiro Thadeu Carneiro Da Silva, por fornecer os dados do parque eólico de Senandes III para validação do modelo.

REFERÊNCIAS

Alstom (2014) *ECO 100 Platform & POWEROF3 - Alstom - Page - PDF Catalogs / Documentation / Brochures*. disponível em: https://pdf.archiexpo.com/pdf/alstom/eco-100-platform-powerof3/88574-142463-_4.html (Acessado: 21 de dezembro de 2019).

Caldas, D. M. (2010) *Estudo do Potencial Eólico e Estimativa de Geração de Energia de um Projeto Eólico na cidade do Rio de Janeiro utilizando o WindPro e o WASP*. Universidade Federal do Rio de Janeiro - (UFRJ).

Camelo, H. do N. et al. (2008) “Análise estatística da velocidade de vento do estado do Ceará”, *Revista de Tecnologia*, 29(2), p. 211–223. doi: 10.5020/23180730.ano.pi.

Cardoso, N. F. L. (2011) *Metodologia de Avaliação do Desempenho de Parques Eólicos*. Faculdade de Engenharia Universidade do Porto - (FEUP). Disponível em: <https://repositorio-aberto.up.pt/bitstream/10216/61592/1/000148258.pdf>.

IEC, I. E. C. (2017) *IEC 61400-12-1 Wind energy generation systems – Part 1 2-1 : Power performance measurements of electricity producing wind turbines*.

Jangamshetti, S. H. e Guruprasada Rau, V. (2001) “Normalized power curves as a tool for identification of optimum wind turbine generator parameters”, *IEEE Transactions on Energy Conversion*, 16(3), p. 283–288. doi: 10.1109/60.937209.

MME, S. de P. e D. E. (2015) “Energia Eólica no Brasil e Mundo O Homem e a Energia do Vento Entraves e Soluções Inclusão Social nos Parques”, *Boletim Mensal de Energia*, (55 61), p. 8–11. Disponível em: <http://www.mme.gov.br/documents/10584/3580498/15+-+Energia+Eólica+-+Brasil+e+Mundo+-+ano+ref.+2016+%28PDF%29+-+NOVO/f63a15ea-9d2c-4d27-9400-5d7c3fd97b22?version=1.4>.

Moura, J. T. da S. (2014) *Medição da Curva de Potência de um Aerogerador Segundo a Revisão da Norma*. Faculdade de Engenharia Universidade do Porto (FEUP). Disponível em: <https://repositorio-aberto.up.pt/bitstream/10216/73613/2/32020.pdf>.

dos Santos, P. M. D. (2015) *Procedimento para prospecção de potencial eólico com auxílio de sistemas de informação geográfica*. UNIVERSIDADE FEDERAL DE ITAJUBÁ (UNIFEI). Disponível em: <https://repositorio.unifei.edu.br/xmlui/handle/123456789/332>

Saraiva, R. V. (2007) *Localização óptima dos conversores de um parque eólico para minimização de custos totais*. Universidade Técnica de Lisboa.

Silva, H. B. (2018) *Técnicas para redução de dimensionalidade de séries temporais e detecção de velocidades extremas do vento para geração eólica*. Universidade Federal de Pernambuco (UFPE).

Silva, J. A. da (2013) *Análise de Risco da Entrega da Energia Eólica Contratada através de Leilões de Energia no*

Brasil. Universidade Federal de Itajubá (UNIFEI).

Sohoni, V., Gupta, S. C. e Nema, R. K. (2016) “A Critical Review on Wind Turbine Power Curve Modelling Techniques and Their Applications in Wind Based Energy Systems”, *Journal of Energy*, 2016(region 4), p. 1–18. doi: 10.1155/2016/8519785.

Apêndice A.

Para calcular o fator de capacidade, basta calcular a integral da multiplicação entre a potência associada à velocidade do vento $v(P(v))$ e sua probabilidade de ocorrência $f(v, c, k)$, dividindo o resultado pela potência nominal da turbina eólica.

$$Fc = \int_0^{\infty} f(v, c, k) \cdot P(v) dv$$

Esta integral pode ser dividida em quatro partes:

$$Fc = \int_0^{V_{cut-in}} 0 \cdot dv +$$

$$\int_{V_{cut-in}}^{V_{nom}} f(v, c, k) \cdot P(v) dv +$$

$$\int_{V_{nom}}^{V_{cut-out}} f(v, c, k) \cdot P_{nom} \cdot dv + \int_{V_{cut-out}}^{\infty} 0 \cdot dv$$

Como sendo a função densidade de probabilidade de Weibull, a integral que determina Fc transforma-se em:

$$Fc = \int_{V_{cut-in}}^{V_{nom}} f(v, c, k) \cdot P(v) dv + \int_{V_{nom}}^{V_{cut-out}} f(v, c, k) \cdot P_{nom} \cdot dv$$

$$Fc = P_{II} + P_{III}$$

Nomeando:

$$P_{II} = \int_{V_{cut-in}}^{V_{nom}} f(v, c, k) \cdot P(v) dv$$

$$P_{III} = \int_{V_{nom}}^{V_{cut-out}} f(v, c, k) \cdot P_{nom} \cdot dv$$

Portanto:

$$P_{II} = \int_{V_{cut-in}}^{V_{nom}} \left[\frac{k}{c} \cdot \left(\frac{v}{c}\right)^{k-1} \cdot e^{-\left(\frac{v}{c}\right)^k} \right] \left[\left(\frac{v}{V_{nom}}\right)^3 \cdot Pot_{nom} \right] dv$$

$$P_{III} = \int_{V_{nom}}^{V_{cut-out}} \left[\frac{k}{c} \cdot \left(\frac{v}{c}\right)^{k-1} \cdot e^{-\left(\frac{v}{c}\right)^k} \right] [Pot_{nom}] dv$$

Definindo os valores de vento em pu, e as potências em pu

$$V_{cout} = \frac{V_{cut-out}}{V_{nom}}$$

$$V_{cin} = \frac{V_{cut-in}}{V_{nom}}$$

$$V = \frac{v}{V_{nom}}$$

$$C = \frac{c}{V_{nom}}$$

$$\overline{P_{III}} = \left[1 - e^{-(V/c)^k} \right]_{V=1}^{V=V_{cout}} = e^{-(1/c)^k} - e^{-(V_{cout}/c)^k}$$

$$\overline{P_{II}} = \int_{V_{cin}}^1 \left[\frac{k}{C} \cdot \left(\frac{V}{C} \right)^{k-1} \cdot e^{-\left(\frac{V}{C} \right)^k} \right] [V^3] dV$$

$$\overline{P_{II}} = \int_{V_{cin}}^1 \left[k \cdot C^2 \left(\frac{V}{C} \right)^{k+2} \cdot e^{-\left(\frac{V}{C} \right)^k} \right] dV$$

$$\overline{P_{III}} = \int_1^{V_{cout}} \left[\frac{k}{C} \cdot \left(\frac{V}{C} \right)^{k-1} \cdot e^{-\left(\frac{V}{C} \right)^k} \right] dV$$

Fazendo a integração nas regiões II e III de forma separada temos:

REGIÃO II

$$\overline{P_{II}} = k \cdot C^2 \int_{V_{cin}}^1 \left[\left(\frac{V}{C} \right)^{k+2} \cdot e^{-\left(\frac{V}{C} \right)^k} \right] dV$$

Fazendo a mudança de variável

$$\frac{V}{C} = x$$

$$\overline{P_{II}} = k \cdot C^3 \int_{\frac{V_{cin}}{C}}^{1/C} \left[(x)^{k+2} \cdot e^{-(x)^k} \right] dx$$

a primitiva, apenas da integral, é

$$-\frac{1}{k^2} \left[k \cdot x^3 \cdot e^{-x^k} + 3\Gamma\left(\frac{3}{k}, x^k\right) \right]$$

Sendo a função gama incompleta

$$\Gamma(a, z) = \int_z^{\infty} t^{a-1} \cdot e^{-t} \cdot dt$$

Portanto

$$\overline{P_{II}} = \frac{C^3}{k} \left\{ \begin{array}{l} \left[k \cdot (V_{cin})^3 \cdot e^{-(V_{cin})^k} + \right. \\ \left. 3\Gamma\left(\frac{3}{k}, (V_{cin})^k\right) \right] \\ - \left[k \cdot (1/C)^3 \cdot e^{-(1/C)^k} + \right. \\ \left. 3\Gamma\left(\frac{3}{k}, (1/C)^k\right) \right] \end{array} \right\}$$

REGIÃO III

Na região III, a integral é mais simples, pois é apenas a integral da função de Weibull.

$$\overline{P_{III}} = \int_1^{V_{cout}} \left[\frac{k}{C} \cdot \left(\frac{V}{C} \right)^{k-1} \cdot e^{-\left(\frac{V}{C} \right)^k} \right] dV$$

Portanto