

# Modelagem Térmica de Transformadores de Distribuição e Estimação de Parâmetros.

Leandro José Duarte\*. Alan Petrônio Pinheiro\*\*  
Willian Douglas Caixeta Nunes\*\*\*. Daniel de Oliveira Ferreira\*\*\*\*

\* *Universidade Federal de Uberlândia, Uberlândia, (e-mail: leandro.duarte@ufu.br).*

\*\**Universidade Federal de Uberlândia, Uberlândia, (e-mail: alanpetronio@ufu.br).*

\*\*\* *Universidade Federal de Uberlândia, Uberlândia, (e-mail: willian\_douglas\_nunes@outlook.com).*

\*\*\*\**Universidade Federal de Uberlândia, Uberlândia, (e-mail: danieldeoliveira1995@gmail.com).*

**Abstract:** To study the performance and operational conditions of the distribution transformers, this work proposes a simple equivalent circuit to represent the thermal flow equations for distribution transformers using a current source analogy to represent the heat source due to losses. A non-linear resistance represents the effect of the convection currents of the cooling by air or oil and an empirical correction of the oil time constant and the hottest point of the winding based on observations of variations in the thermal properties of oil and copper in relation to temperature. The objective is to create a strategy for estimating the parameters of the proposed model, so that it is not necessary to have the constructive and design information of the transformer. This model can be used to produce simulated data info of a transformer.

**Resumo:** Este artigo tem dois objetivos principais. Propor um circuito equivalente simples para representar as equações de fluxo térmico para transformadores de distribuição usando uma analogia de fonte de corrente para representar a fonte de calor devido as perdas, uma analogia de resistência não linear para representar o efeito das correntes de convecção do resfriamento por ar ou óleo e uma correção empírica da constante de tempo do óleo e do ponto mais quente do enrolamento baseada nas observações das variações das propriedades térmicas do óleo e do cobre em relação a temperatura. O outro objetivo é criar uma estratégia de estimação dos parâmetros do modelo proposto, de modo que não seja necessário ter as informações construtivas e de projeto do transformador.

**Keywords:** Thermal Modeling; Distribution Transformers; Optimizers; Transformers temperature.

**Palavras-chaves:** Modelagem térmica; Transformadores de distribuição; Otimizadores; Temperatura de transformadores.

## 1. INTRODUÇÃO

A temperatura do isolamento no ponto mais quente do enrolamento de um transformador representa o fator limitante mais importante do carregamento de um transformador. A temperatura deve estar abaixo de um valor limite prescrito (IEC 2005, IEEE 2019). O efeito cumulativo do envelhecimento do isolamento, depende da permanência da temperatura do ponto quente em certos patamares (IEEE 2011). É por isso que existe um interesse em conhecer a temperatura do ponto mais quente do enrolamento em todos os momentos da operação real do transformador, isto é, quando submetido a condições variáveis de carga e temperatura do ar ambiente.

Neste contexto, pretende-se aqui reexaminar as equações usadas para os cálculos de transferência de calor em um transformador de distribuição e chegar a um modelo empírico que, além de preciso, seja prático. Em igual relevância, este trabalho tem o objetivo de mostrar uma forma para determinar os parâmetros do modelo térmico dos

transformados de forma a não ser necessário informações construtivas e de projeto do transformador.

## 2. PRINCÍPIOS DA TRANSFERÊNCIA DE CALOR

### 2.1 Analogia entre Processos Térmicos e Elétricos

Para analisar a dinâmica da temperatura do transformador, a analogia entre processos térmicos e elétricos é útil, uma vez que, pode-se entender a resistência térmica e capacitância térmica como a capacidade do material de resistir ao fluxo de calor e armazenar calor, respectivamente (Incropera and DeWitt 1990). A Tabela 1 mostra a correspondente analogia entre as grandezas elétricas e térmicas.

Uma vez estabelecidas as relações entre as grandezas elétricas e térmicas, as leis que governam a dinâmica dos processos térmicos podem ser matematicamente descritas como:

$$\theta = R_{t\acute{e}rmica} \cdot q \quad (1)$$

$$q = C_{t\acute{e}rmica} \cdot \frac{d\theta}{dt} \quad (2)$$

No entanto, os parâmetros térmicos do ar e dos materiais que formam o transformador não são constantes. Eles são sensíveis à temperatura (Susa, Lehtonen and Nordman 2005), portanto a capacitância térmica e a resistência térmica têm um comportamento dinâmico associado à temperatura.

**Tabela 1. Analogia entre grandezas elétricas e térmicas.**

Térmico	Elétrico
Taxa de calor, $q$ [W]	Corrente, $i$ [A]
Temperatura, $\theta$ [°C]	Tensão, $v$ [V]
Resistencia térmica, $R_{t\acute{e}rmica}$ [°C/W]	Resistencia elétrica $R_{el\acute{e}trica}$ [Ω]
Capacitância térmica, $C_{t\acute{e}rmica}$ [J/°C]	Capacitância elétrica, $C_{el\acute{e}trica}$ [F]

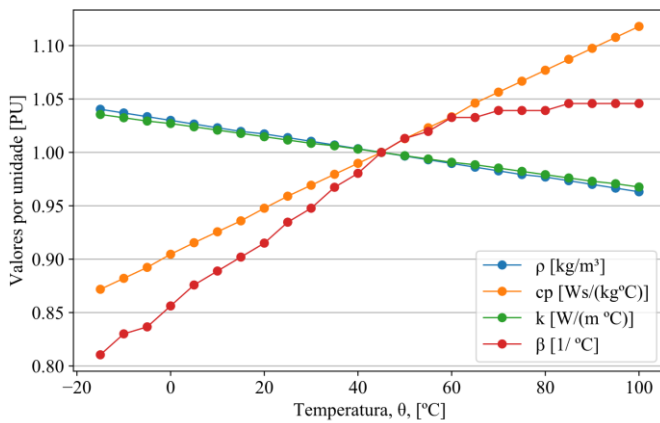


Fig. 1 Características térmicas do óleo de transformador.  $\rho$ : Densidade,  $cp$ : Calor específico,  $k$ : Condutividade térmica,  $\beta$ : Coeficiente térmico de expansão cúbica.

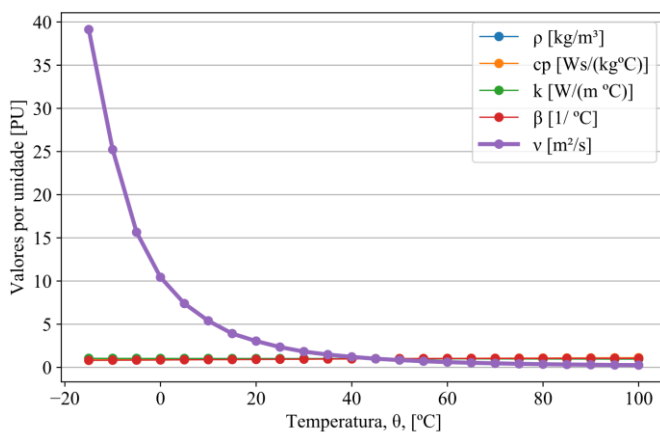


Fig. 2 Variação da viscosidade em relação às outras características térmicas do óleo de transformador.  $\rho$ : Densidade,  $cp$ : Calor específico,  $k$ : Condutividade térmica,  $\beta$ : Coeficiente térmico de expansão cúbica,  $v$ : viscosidade cinemática.

**Tabela 2. Características térmicas do óleo de transformador.**

$\theta$ °C	$\rho$ kg/m <sup>3</sup>	$cp$ Ws/(kg°C)	$k$ W/(m °C)	$\beta$ 1/°C [10 <sup>-4</sup> ]	$v$ m <sup>2</sup> /s [10 <sup>-6</sup> ]
-15	902	1700	0,1341	6,20	450,0
-10	899	1720	0,1337	6,35	290,0
-5	896	1740	0,1333	6,40	180,0
0	893	1764	0,1330	6,5	120,0
5	890	1785	0,1326	6,70	85,0
10	887	1805	0,1322	6,80	62,0
15	884	1825	0,1318	6,90	45,0
20	882	1848	0,1314	7,00	35,0
25	879	1870	0,1310	7,15	20,0
30	876	1890	0,1306	7,25	21,0
35	873	1910	0,1303	7,40	17,0
40	870	1930	0,1299	7,50	14,0
45	867	1950	0,1295	7,65	12,0
50	864	1975	0,1291	7,75	9,7
55	861	1995	0,1287	7,80	8,2
60	858	2015	0,1283	7,90	7,0
65	855	2040	0,1280	7,90	6,1
70	852	2060	0,1276	7,95	5,4
75	849	2080	0,1272	7,95	4,7
80	847	2100	0,1268	7,95	4,2
85	844	2120	0,1264	8,00	3,8
90	841	2140	0,126	8,00	3,5
95	838	2160	0,1257	8,00	3,2
100	835	2180	0,1253	8,00	3,0

## 2.2 Transferência de Calor através de uma Parede com um Fluido em Movimento

Quando analisado o fluxo de calor através de uma parede, como a parede metálica do transformador, nota-se que este é proporcional à diferença de temperatura entre as faces da parede. O mesmo não ocorre quando avaliado o fluxo térmico entre o óleo, a parede do tanque do transformador e o ar. Suponha a situação onde a diferença de temperatura dobre entre o óleo e o ar. O aumento do fluxo de calor provavelmente não vai crescer na mesma proporção direta (dobrar). Espera-se que ele seja maior do que o dobro, uma vez que, com o aumento da temperatura o ar vai ficar mais rápido (Susa, Lehtonen and Nordman 2005). O mesmo ocorre no óleo. Quando ele é aquecido, torna-se mais leve e aumenta a velocidade de convecção.

Para essas situações onde o fluxo de calor não é linear, as resistências térmicas podem ser descritas como em (3).

$$q = \frac{1}{R_{t\u00e9rmica}} \theta^{\frac{1}{n}} \quad \text{com } \frac{1}{n} > 1.0 \quad (3)$$

Nas equa\u00e7\u00f5es anteriores,  $R_{t\u00e9rmica}$  \u00e9 o valor de resist\u00eancia t\u00e9rmica para um valor conhecido da diferen\u00e7a de temperatura do topo do \u00f3leo em rela\u00e7\u00e3o a temperatura ambiente  $\theta$ , e da constante de n\u00e3o linearidade  $n$ . O expoente que define a n\u00e3o linearidade \u00e9 costumadamente  $n$  se o fluido em movimento \u00e9 o ar e  $m$  se \u00e9 \u00f3leo.

### 3. MODELOS T\u00c9RMICOS DE UM TRANSFORMADOR

#### 3.1 Modelo da Temperatura do Topo do \u00f3leo

A Fig. 3 mostra o modelo t\u00e9rmico da interface \u00f3leo-tanque-ar atrav\u00e9s de uma representa\u00e7\u00e3o usando componentes el\u00e9tricos concentrados. A resist\u00eancia  $R_{\u00f3leo}$  \u00e9 uma combina\u00e7\u00e3o das resist\u00eancias do \u00f3leo e do tanque. As perdas no cobre e no ferro s\u00e3o representadas como fontes de corrente; ou seja: s\u00e3o fontes ideais de calor. A temperatura externa \u00e9 representada como uma fonte de tens\u00e3o, uma vez que, independentemente da quantidade de fluxo de calor que seja escoada para o ar, a temperatura mante-se constante num dado intervalo de tempo de an\u00e1lise.

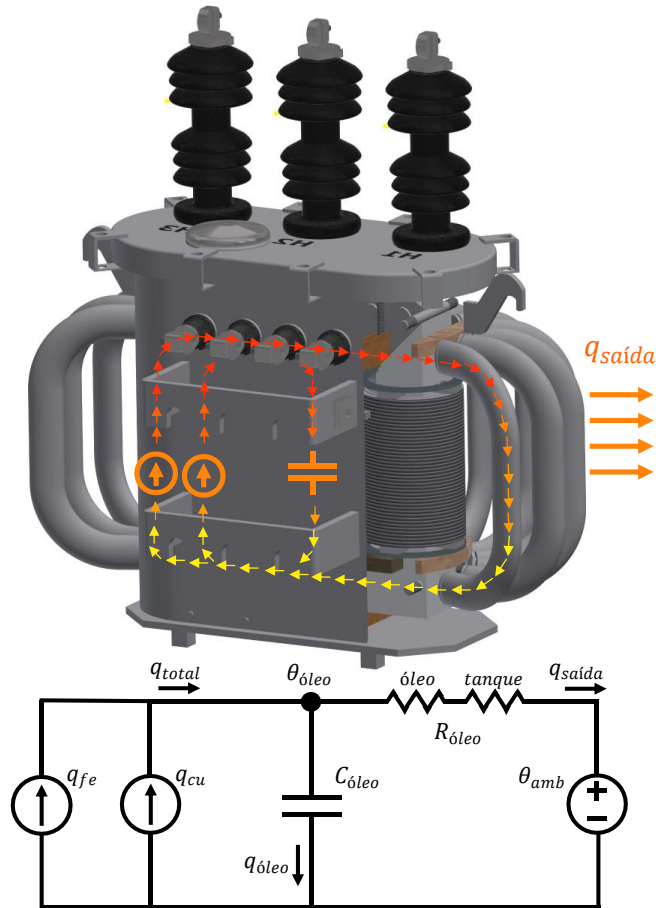


Fig. 3 Modelo t\u00e9rmico da interface \u00f3leo-tanque-ar atrav\u00e9s de uma representa\u00e7\u00e3o com componentes el\u00e9tricos concentrados.

A capacit\u00e2ncia t\u00e9rmica representa a capacidade do \u00f3leo reter calor. Para saber se apenas uma capacit\u00e2ncia concentrada \u00e9

suficientemente discriminativa do fen\u00f4meno de reten\u00e7\u00e3o de calor, deve-se estimar o n\u00famero de Biot (Incropera and DeWitt 1990). Este n\u00famero determina se as temperaturas dentro do transformador variam significativamente no espa\u00e7o, enquanto o transformador se aquece ou arrefece ao longo do tempo, a partir de um gradiente t\u00e9rmico aplicado \u00e0 sua superf\u00edcie. Como calculado por Swift, Molinski and Lehn (2001) o n\u00famero de Biot \u00e9 muito menor que um para transformadores e, portanto, assume-se que uma capacit\u00e2ncia concentrada \u00e9 suficiente para descrever o fen\u00f4meno de reten\u00e7\u00e3o de calor.

A equa\u00e7\u00e3o diferencial do circuito equivalente mostrada na Fig. 3 atendo-se a n\u00e3o linearidade demonstrada pela Equa\u00e7\u00e3o 3 \u00e9

$$q_{fe} + q_{cu} = C_{\u00f3leo} \cdot \frac{d\theta_{\u00f3leo}}{dt} + \frac{1}{R_{\u00f3leo}} \cdot [\theta_{\u00f3leo} - \theta_{amb}]^{\frac{1}{n}} \quad (4)$$

onde  $q_{fe}$  \u00e9 o calor gerado pelas perdas do ferro,  $q_{cu}$  \u00e9 o calor gerado pelas perdas no cobre;  $C_{\u00f3leo}$  \u00e9 a capacit\u00e2ncia t\u00e9rmica do \u00f3leo;  $\theta_{\u00f3leo}$  \u00e9 a temperatura do topo do \u00f3leo;  $R_{\u00f3leo}$  \u00e9 a resist\u00eancia t\u00e9rmica do \u00f3leo em condi\u00e7\u00f5es nominais e  $\theta_{amb}$  \u00e9 a temperatura ambiente.

Definindo que,

$$\beta = \text{raz\u00e3o de } q_{cu} \text{ e } q_{fe} \text{ em condi\u00e7\u00f5es nominais (Ipu} = 1)$$

$$\tau_{\u00f3leo} = R_{\u00f3leo} \cdot C_{\u00f3leo}$$

$$\Delta\theta_{\u00f3leo} = \theta_{\u00f3leo} - \theta_{amb}$$

Ent\u00e3o (4) pode ser derivada como segue

$$\frac{I_{pu}^2 \cdot \beta + 1}{\beta + 1} \cdot [\Delta\theta_{\u00f3leo,N}]^{\frac{1}{n}} = \tau_{\u00f3leo} \cdot \frac{d\theta_{\u00f3leo}}{dt} + [\theta_{\u00f3leo} - \theta_{amb}]^{\frac{1}{n}} \quad (5)$$

onde  $\Delta\theta_{\u00f3leo,N}$  \u00e9 o valor de  $\Delta\theta_{\u00f3leo}$  em temperatura e carga nominal e  $I_{pu}$  \u00e9 o carregamento do transformador.

A constante de tempo do \u00f3leo  $\tau_{\u00f3leo}$  \u00e9 uma grandeza que est\u00e1 relacionada com a forma e a velocidade que o calor atravessa o \u00f3leo. Fundamentalmente \u00e9 dependente da massa, do volume e das caracter\u00edsticas t\u00e9rmicas do \u00f3leo, enquanto a primeira \u00e9 imune ao efeito da temperatura as outras duas, o volume e as caracter\u00edsticas t\u00e9rmicas do \u00f3leo t\u00eam um comportamento altamente vari\u00e1vel com a temperatura do \u00f3leo como evidenciado na Tabela 2, (Karsai, Ker\u00e9nyi and Kiss, 1987). Portanto a constante de tempo do \u00f3leo  $\tau_{\u00f3leo}$  n\u00e3o \u00e9 de fato uma constante e sim uma vari\u00e1vel latente ligada \u00e0 temperatura. As Figs. 1 e 2 s\u00e3o gr\u00e1ficos por unidade das principais caracter\u00edsticas t\u00e9rmicas do \u00f3leo de transformador mostrando que \u00e9 a viscosidade a mais afetada pela temperatura.

Deve-se adicionar \u00e0 constante de tempo do \u00f3leo um fator multiplicativo variante com a temperatura. Empiricamente \u00e9 razo\u00e1vel admitir que esse fator est\u00e1 ligado fortemente \u00e0 viscosidade do \u00f3leo j\u00e1 que esta \u00e9 a propriedade do \u00f3leo mais afetada pela temperatura.

$$\frac{I_{pu}^2 \cdot \beta + 1}{\beta + 1} \cdot [\Delta\theta_{\acute{o}leo,N}]^{\frac{1}{n}} = v_{\acute{o}leo} \cdot \tau_{\acute{o}leo} \cdot \frac{d\theta_{\acute{o}leo}}{dt} + [\theta_{\acute{o}leo} - \theta_{amb}]^{\frac{1}{n}} \quad (6)$$

Onde  $v_{\acute{o}leo}$  é um fator multiplicativo da constante de tempo  $\tau_{\acute{o}leo}$  que copia a dinâmico exponencial da viscosidade, ou seja,

$$v_{\acute{o}leo} = -e^{-\gamma_{\acute{o}leo} \cdot \theta_{\acute{o}leo}} + 1, \quad 0 < v_{\acute{o}leo} < 1 \text{ e } \gamma_{\acute{o}leo} > 0 \quad (7)$$

### 3.2 Modelo da Temperatura do Ponto mais Quente do Enrolamento

Semelhante à teoria apresentada para o modelo de temperatura do topo do óleo, o modelo de temperatura de ponto quente também é representado como um circuito térmico, conforme ilustrado na Fig. 4.

Neste modelo térmico, as perdas do enrolamento geram calor no local do ponto quente. A resistência térmica do isolamento e da camada móvel de óleo é representada por um termo não linear. O expoente que define a não linearidade é  $m$ .

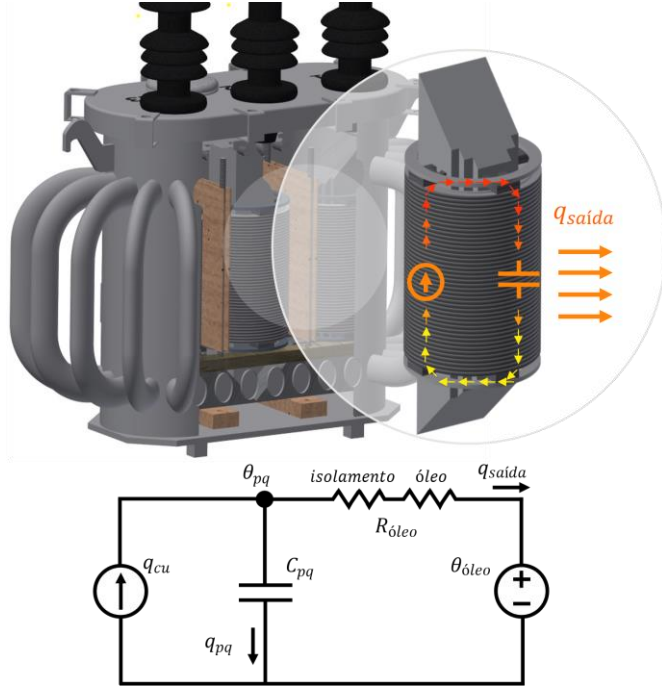


Fig. 4 Modelo térmico da interface enrolamento-óleo através de uma representação com componentes elétricos concentrados.

A equação térmica do ponto quente é baseada no circuito térmico mostrado na Fig. 4. A equação diferencial para o circuito equivalente admitindo a não linearidade da Equação 3 é

$$q_{cu} = C_{pq} \cdot \frac{d\theta_{pq}}{dt} + \frac{1}{R_{pq}} \cdot [\theta_{pq} - \theta_{\acute{o}leo}]^{\frac{1}{m}} \quad (8)$$

Onde  $q_w$  é o calor gerado por perdas no local do ponto quente,  $C_{pq}$  é a capacitância térmica do enrolamento no local do ponto quente,  $R_{pq}$  é a resistência térmica no local do

ponto quente,  $\theta_{pq}$  é a temperatura do ponto quente e  $m$  é o expoente que define a não linearidade.

Então (8) é derivada para:

$$I_{pu}^2 \cdot [\Delta\theta_{pq,N}]^{\frac{1}{m}} = \tau_{pq} \cdot \frac{d\theta_{pq}}{dt} + [\theta_{pq} - \theta_{\acute{o}leo}]^{\frac{1}{m}} \quad (9)$$

Onde  $\tau_{pq}$  é a constante de tempo do enrolamento no local do ponto quente e  $\Delta\theta_{pq,N}$  é o aumento nominal da temperatura do ponto quente em relação a ambiente.

Assim como na discussão anterior sobre a constante de tempo do óleo, sabe-se que o cobre também tem propriedades térmicas que variam com a temperatura (Incropera and DeWitt 1990) e em analogia a análise feita para a constante de tempo do óleo deve-se adicionar um fator que possibilite o comportamento dinâmico em relação a temperatura. Ou seja,

$$I_{pu}^2 \cdot [\Delta\theta_{pq,N}]^{\frac{1}{m}} = v_{pq} \tau_{pq} \cdot \frac{d\theta_{pq}}{dt} + [\theta_{pq} - \theta_{\acute{o}leo}]^{\frac{1}{m}} \quad (10)$$

Onde  $v_{pq}$  é um fator multiplicativo da constante de tempo  $\tau_{pq}$ . Formalmente definida como,

$$v_{pq} = -e^{-\gamma_{pq} \cdot \theta_{pq}} + 1, \quad 0 < v_{pq} < 1 \text{ e } \gamma_{pq} > 0 \quad (11)$$

## 4. ESTIMAÇÃO DE PARÂMETROS

O procedimento de estimativa de parâmetros baseia-se em uma função de erro quadrático não linear (Swift et al., 2001), definida por

$$\text{Mínimo} : \sum_{i=1}^{1440} [\theta_{modelo}(n \text{ ou } m, \tau, \gamma)_i - \theta_{medida}]^2 \quad (12)$$

O objetivo é, portanto, encontrar o conjunto de parâmetros  $n$  ou  $m$ ,  $\tau$  e  $\gamma$  que minimize a Equação 8.

São analisados 3 métodos de minimização ou otimização global para encontrar os parâmetros  $n$  ou  $m$ ,  $\tau$  e  $\gamma$ . O otimizador *simplicial homology global optimization*, SHGO (Endres, Sandrock and Focke 2018), frequentemente utilizado em problemas gerais de otimização de caixa-preta para otimizar globalmente problemas de baixa dimensão. O otimizador Basin-hopping que é um método de duas fases que combina um algoritmo de escalada global com minimização local em cada etapa, projetado para imitar o processo natural de minimização de energia de aglomerados de átomos (Wales and Doye 1997). E por fim o otimizador Simulated annealing (Xiang et al., 1997), uma meta-heurística para otimização que consiste numa técnica de busca local probabilística, e se fundamenta numa analogia com a termodinâmica.

## 5. MEDIÇÕES E RESULTADOS

O conjunto de dados usado nos experimentos é o mesmo usado em Galdi et al. (2000). O conjunto de dados foi coletado das medições realizadas em um transformador de potência experimental. Suas características estão resumidas na Tabela 3. O transformador possui sensores de fibra óptica instalados em vários pontos para medir a temperatura. Para medir a carga, foi utilizado um sensor de efeito Hall.

Os dados foram obtidos a partir de três curvas de carga de 24 horas, totalizando 72 horas de aquisição de dados, estes foram coletados em cada sensor em intervalos de 1 minuto e em diferentes perfis de corrente de carga. As curvas de carga excedem a potência nominal do transformador. Mais informações sobre o sistema de medição podem ser obtidas em Galdi et al. (2000).

Os dados são organizados em três conjuntos diferentes, com características de carregamento distintas. Um desses conjuntos é usado para a estimação dos parâmetros térmicos do transformador e os outros dois para a verificação da aderência ao modelo.

**Tabela 3. Características do transformador.**

Classificação da placa de identificação	25 kVA
$V_{\text{primário}}/V_{\text{secundário}}$	10 kV/380 kV
Perdas no ferro	195 W
Perdas no cobre	776 W
Elevação nominal da temperatura do óleo	73,1 °C
Dimensões do tanque	64 x 16 x 80 cm
Tipo de refrigeração	ONAM
Ano de fabricação	MACE/87
Peso da parte ativa	136 kg
Peso do óleo	62 kg

### 5.1 Parâmetros Térmicos do transformador

A aderência dos modelos é quantificada usando o erro percentual médio das sucessivas amostras de temperatura, medida e estimada. São usados os dois conjuntos de medições que não foram utilizados na estimação dos parâmetros para a criação da métrica de aderência.

As Tabelas 4 e 5 mostram os parâmetros térmicos dos modelos do transformador calculados pelos otimizadores e o percentual de aderência aos valores medidos.

**Tabela 4. Parâmetros do modelo da temperatura do topo do óleo**

Otimizador	$\tau_{\text{óleo}}$	$n$	$\gamma_{\text{óleo}}$	Aderência
SHGO	97,73	1,28	3,21	97,061%
Basin-hopping	65,28	1,45	4,95	95,729%
Annealing	95,18	1,15	2,57	93,427%

**Tabela 5. Parâmetros do modelo do ponto mais quente do enrolamento**

Otimizador	$\tau_{\text{pq}}$	$m$	$\gamma_{\text{pq}}$	Aderência
SHGO	2,28	1,03	5,14	98,556%
Basin-hopping	3,17	1,12	6,20	98,540%
Annealing	24,258	1,81	4,31	97,924%

### 5.2 Desempenho do Modelo da Temperatura do Topo do Óleo

As Figs. 5 e 6 mostram de forma gráfica o carregamento do transformador durante um dia e como a temperatura do topo do óleo se comporta, bem como a predição do modelo da temperatura do topo do óleo para os diferentes parâmetros calculados pelos três otimizadores.

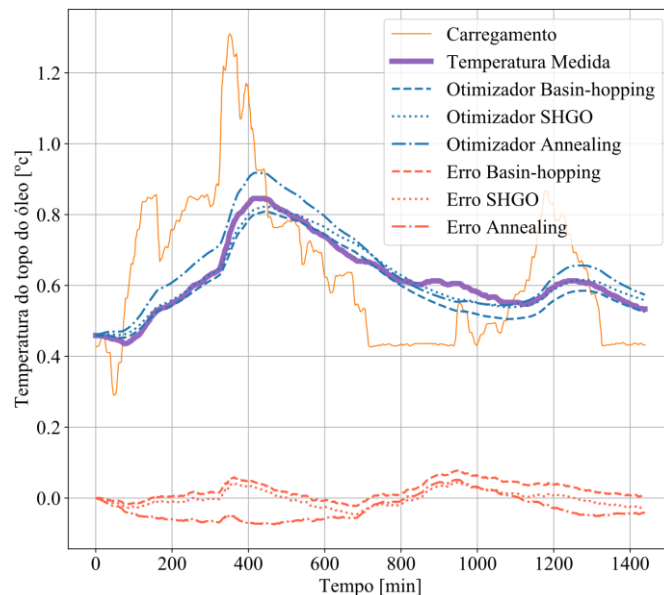


Fig. 5 Resposta da temperatura do topo do óleo à variação de carga e a predição dada pelo modelo usando os três otimizadores.

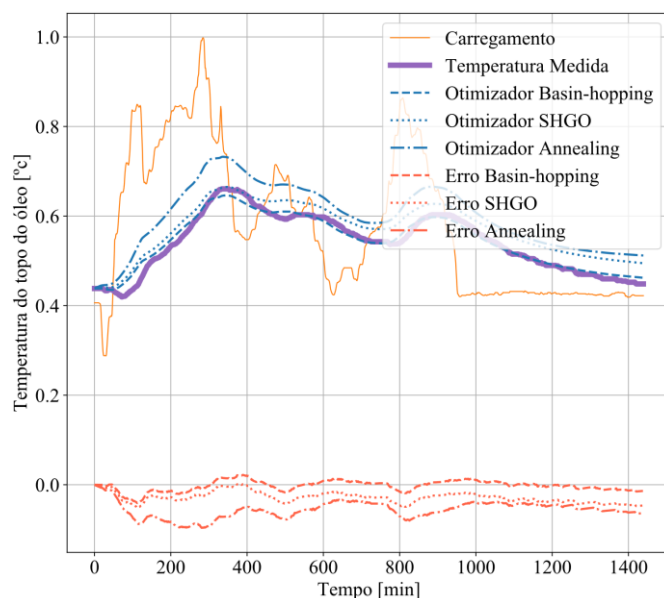


Fig. 6 Resposta da temperatura do topo do óleo à variação de carga e a predição dada pelo modelo usando os três otimizadores.

### 5.2 Desempenho do Modelo da Temperatura do Ponto Quente do Enrolamento

As Figs. 7 e 8 mostram como a temperatura do ponto mais quente do enrolamento se comporta durante um dia de monitoramento ininterrupto. Também é mostrado como o modelo estima as temperaturas e as curvas de erro para cada um dos otimizadores.

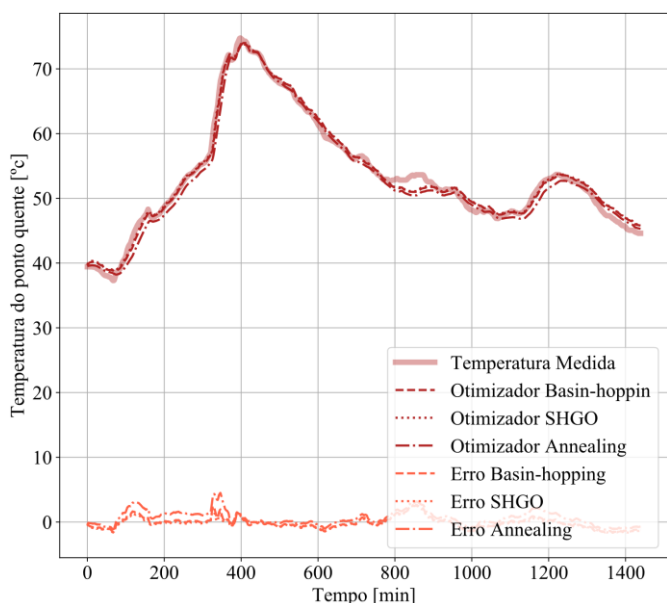


Fig. 7 Resposta da temperatura do ponto quente do enrolamento à variação de carga e a predição dada pelo modelo usando os três otimizadores.

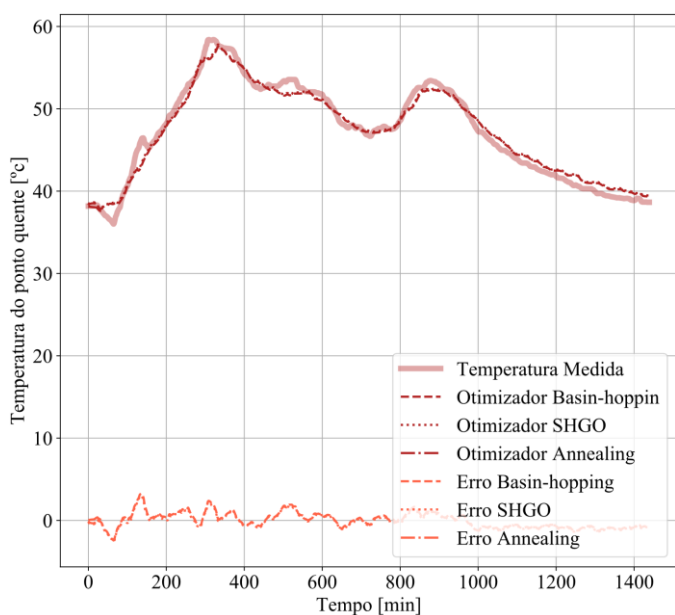


Fig. 8 Resposta da temperatura do ponto quente do enrolamento à variação de carga e a predição dada pelo modelo usando os três otimizadores.

## 6. CONCLUSÕES

Os modelos de temperatura do topo do óleo e do ponto mais quente do enrolamento propostos mostraram-se precisos em alguma medida, reproduzindo parte do comportamento térmico para o transformador analisado. Ambos os modelos

tiveram um bom grau de aderência aos dados ensaiados como mostrado nas Tabelas 4 e 5. Os otimizadores convergiram para valores de parâmetros próximos entre si e que também são comparáveis aos valores sugeridos por IEC (2005).

## AGRADECIMENTOS

Este trabalho foi financiado pela Companhia Energética de Brasília (CEB) por meio do projeto de P&D ANEEL nº 05160-1805/2018. Além da CEB, os autores agradecem à STMicroelectronics pelo suporte técnico do programa universitário. Ao Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq) e à Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES) - Código de Financiamento 001.

## REFERÊNCIAS

- Daponte, P., Grimaldi, D., Piccolo, A. and Villacci, D. (1996). A neural diagnostic system for the monitoring of transformer heating. *Measurement*, 18(1), pp.35-46.
- Endres, S., Sandrock, C. and Focke, W. (2018). A simplicial homology algorithm for Lipschitz optimisation. *Journal of Global Optimization*, 72(2), pp.181-217.
- Galdi, V., Ippolito, L., Piccolo, A. and Vaccaro, A. (2000). Neural diagnostic system for transformer thermal overload protection. *IEEE Proceedings - Electric Power Applications*, 147(5), p.415.
- IEC Std 60076-7 (2005). *Loading guide for oil-immersed power transformers*.
- IEEE Std PC57.169 (2019). *Guide for Determination of Maximum Winding Temperature Rise in Liquid-Filled Transformers*.
- IEEE Std C57.91 (2011). *Guide for Determination of Maximum Winding Temperature Rise in Liquid-Filled Transformers*.
- Incropera, F. and DeWitt, D. (1990). *Fundamentals of heat and mass transfer*. New York: Wiley.
- Karsai, K., Kerényi, D. and Kiss, L. (1987). *Large Power Transformers*. Amsterdam: Elsevier.
- Susa, D., Lehtonen, M. and Nordman, H. (2005). Dynamic Thermal Modeling of Distribution Transformers. *IEEE Transactions on Power Delivery*, 20(3), pp.1919-1929.
- Swift, G., Molinski, T. and Lehn, W. (2001). A fundamental approach to transformer thermal modeling. I. Theory and equivalent circuit. *IEEE Transactions on Power Delivery*, 16(2), pp.171-175.
- Swift, G., Molinski, T., Bray, R. and Menzies, R. (2001). A fundamental approach to transformer thermal modeling. II. Field verification. *IEEE Transactions on Power Delivery*, 16(2), pp.176-180.
- Wales, D. and Doye, J. (1997). Global Optimization by Basin-Hopping and the Lowest Energy Structures of Lennard-Jones Clusters Containing up to 110 Atoms. *The Journal of Physical Chemistry A*, 101(28), pp.5111-5116.
- Xiang, Y., Sun, D., Fan, W. and Gong, X. (1997). Generalized simulated annealing algorithm and its application to the Thomson model. *Physics Letters A*, 233(3), pp.216-220.