Estimação de Estado Harmônico Para Sistemas de Distribuição de Energia Elétrica Frente a Condições Reais de Monitoramento

Júlia Oliveira Fernandes * João Vitor Gomes de Araújo ** Jáder Fernando Dias Breda *** José Carlos de Melo Vieira Júnior ****

* Instituto De Engenharia, Ciência E Tecnologia, Universidade Federal Dos Vales Do Jequitinhonha E Mucuri, MG, (e-mail: juholiveirafernandes@gmail.com).
** Instituto De Engenharia, Ciência E Tecnologia, Universidade Federal Dos Vales Do Jequitinhonha E Mucuri, MG (e-mail: joao.araujo@ufvjm.edu.br)
*** Instituto De Engenharia, Ciência E Tecnologia, Universidade Federal Dos Vales Do Jequitinhonha E Mucuri, MG, (e-mail: jader.breda@ufvjm.edu.br)
**** Departamento de Engenharia Elétrica e de Computação, Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, SP, (e-mail: jcarlos@sc.usp.br)

Abstract: In view of the increasing technological evolution, disturbances of the most diverse classes and orders affect the distribution systems. Among all the disturbances, the most prominent are the harmonic distortions, due to the increasing insertion of non-linear loads that are added to the electrical power systems. In turn, these disturbances cause changes in the fundamental waveform of currents and voltages causing enormous financial losses. In this scenario, the ideal would be to monitor the harmonic voltages at each point in the system by means of power quality meters, however this procedure is still financially unfeasible. Thus, the purpose of this work is to analyze the performance of a harmonic state estimator that takes into account real situations of monitoring and that is able to estimate the voltage values in all nodes of distribution systems and, therefore, the harmonic distortions present across an IEEE 34-bus test system.

Resumo: Diante da crescente evolução tecnológica, distúrbios das mais diversas classes e ordens acometem os sistemas de distribuição de energia elétrica. Dentre todos os distúrbios o que mais se destaca são as distorções harmônicas, devido à crescente inserção de cargas não lineares que se agregam aos sistemas elétricos de potência. Por sua vez, esses distúrbios provocam alterações na forma de onda fundamental das correntes e tensões ocasionando enormes prejuízos financeiros. Neste cenário, o ideal seria monitorar as tensões harmônicas em cada ponto do sistema por meio de medidores de qualidade da energia elétrica, contudo este procedimento ainda é inviável financeiramente. Assim, a proposta deste trabalho é analisar o desempenho de um estimador de estado harmônico que leve em consideração situações reais de monitoramento e que seja capaz de estimar os valores de tensão em todas as barras de sistemas de distribuição e, portanto, as distorções harmônicas presentes em todo um sistema teste de 34 barras do IEEE.

Keywords: 34 Bus Feeder; Harmonic Distortions; Harmonic State Estimation; Electric Power Quality; Distribution Systems.

Palavras-chaves: Alimentador de 34 Barras; Distorções Harmônicas; Estimação de Estado Harmônico; Qualidade da Energia Elétrica; Sistemas de Distribuição.

1. INTRODUÇÃO

A qualidade de energia elétrica (QEE) estabelece relativamente um fator primordial para a competitividade de todos os setores industriais e seus serviços. Nos últimos anos, consideráveis mudanças ocorreram e, no que tange à energia elétrica, diversos fatores como a alteração da natureza de carga, liberação e desregulamentação em curso a nível mundial, o aparecimento de novas tecnologias de geração e ainda o peso crescente do ambientalismo, provocaram e provocam alterações das mais diversas ordens nos sistemas elétricos de potência (SEPs) (Oleskovicz, 2007).

Desta maneira, as concessionárias a nível de transmissão, geração bem como de distribuição se veem na obrigação de adotarem normas e padrões técnicos relacionados à qualidade de energia elétrica, como o IEEE (1993), IEEE (1996) e ANEEL (2017). Diante de todos os distúrbios causados pela má qualidade de energia elétrica, as distorções harmônicas são as que mais se destacam visto a contínua proliferação de cargas perturbadoras nos setores comerciais, residenciais e, principalmente, nos setores industriais onde estão reunidos os maiores prejuízos. Sendo assim, é importante medir e monitorar o conteúdo harmônico nos SEPs, para que seja possível mitigar os problemas gerados pelas distorções, garantindo que os limites preestabelecidos pelas normas técnicas não sejam desrespeitados.

Portanto, a Estimação de Estado Harmônico (EEH) se faz necessária, pois através desta é possível monitorar o sistema com um número reduzido de medidores alocados de maneira precisa e eficiente possibilitando a identificação e observação dos níveis de tensão e corrente das barras do sistema.

No contexto apresentado, grande parte dos trabalhos encontrados na literatura que tratam de EEH refere-se a sistemas de transmissão de energia ((Almeida and Kagan, 2013); (Meliopoulos et al., 1994); (Du et al., 1996); (Du et al., 1999); (Kanao et al., 2005); (Yu et al., 2005); (Liao, 2007)). Poucos trabalhos encontrados são relacionados a sistemas de distribuição, os quais costumam considerar cargas equilibradas ((D'Antona et al., 2009); (Nguyen et al., 2010)). E, ainda assim nenhum ressalta a importância de levar em consideração condições reais de monitoramento, ou seja, cenários de alocação de medidores de QEE encontrados na prática, que estejam instalados ao longo dos alimentadores dos municípios de acordo com algum critério adotado pela própria concessionária de energia local.

Desta forma, como principal contribuição, este trabalho busca realizar uma análise do desempenho do EEH trifásico desenvolvido em Breda (2017) para sistemas de distribuição, porém que leve em consideração condições reais de monitoramento, uma vez que este tipo de cenário é o que de fato se encontra na prática.

2. ESTIMAÇÃO DE ESTADO HARMÔNICO

Segundo a topologia de rede, o equacionamento do estimador de estado harmônico pode ser expresso por meio da matriz admitância do sistema para cada frequência harmônica e do local dos pontos de medição. Logo, os valores estimados das tensões nas barras (v), o vetor de medidas (Z) e o vetor erros (ε) se relacionam da seguinte maneira na Equação (1) ((Madtharad et al., 2003); (Breda, 2017)):

$$\begin{bmatrix} z_v \\ z_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I & 0 \\ Y_{IM} & Y_{IC} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_M \\ v_C \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \varepsilon_v \\ \varepsilon_i \end{bmatrix}$$
(1)

Onde I é a matriz identidade, $z_v \in z_i$ são os vetores de medidas de tensão e injeção de corrente, respectivamente. $Y_{IM} \in Y_{IC}$ são elementos da matriz admitância referentes às barras com tensões medidas e calculadas relacionadas a z_i . $v_M \in v_C$ são vetores de erros das medidas das tensões e das injeções de corrente, respectivamente (Breda, 2017).

Assim, pode-se definir uma matriz de medidas ${\cal H}$ como sendo:

$$H = \begin{bmatrix} I & 0\\ Y_{IM} & Y_{IC} \end{bmatrix}$$
(2)

Devido a H ser numericamente muito próxima a uma matriz singular, o método de solução escolhido neste trabalho é a técnica Decomposição em Valores Singulares (DVS) ((Madtharad et al., 2003); (Breda, 2017)). Esta representa a matriz H ($m \times n$) como o produto de três matrizes, em que m é o número e pontos de medição e n é o número de variáveis de estado:

$$H = UWV^T \tag{3}$$

Na qual, W é uma matriz diagonal $(n \times n)$ com elementos positivos ou nulos, que são os valores singulares de H. As matrizes $U \in V^T$ são ortogonais, sendo que U é uma matriz coluna ortogonal $(m \times n) \in V^T$ é a matriz transposta da matriz ortogonal $(n \times n)$. Contudo, à medida que os sistemas considerados neste trabalho são trifásicos desbalanceados, torna-se necessário adequar esta formulação. Assim, a matriz H terá ordem $\Im m \times \Im n$, a matriz W terá ordem $\Im n \times \Im n$, a matriz U terá ordem $\Im m \times \Im n$ e, por fim, a matriz V^T terá ordem $\Im n \times \Im n$.

No contexto deste trabalho, o emprego da DVS para a estimação de estado em sistemas elétricos apresenta a vantagem de não necessitar de uma análise de observabilidade prévia. Assim, para um dado conjunto de medidas disponíveis, sempre haverá uma solução e nos casos em que o sistema elétrico não seja completamente observável, o método baseado em DVS indica pontos não observáveis do sistema (barras cujos valores das tensões trifásicas não podem ser estimados). Isto é feito analisando-se as matrizes da equação (3), conforme explicado a seguir (Breda, 2017):

- Após a execução do algoritmo da DVS, buscam-se os valores singulares nulos, ou seja, os zeros na diagonal principal, presentes na matriz W;
- Caso não exista nenhum valor singular nulo, o sistema é dado como completamente observável, e o processo é finalizado. Caso contrário, as posições em que se encontram os valores singulares nulos das colunas de W são armazenadas;
- Por fim, verificam-se as colunas de V correspondentes às posições armazenadas previamente no passo ante-

rior. Nestas colunas, as linhas que possuem valores não nulos indicam as barras não observáveis que necessitam ser monitoradas para que o sistema se torne completamente observável.

3. METODOLOGIA PROPOSTA

O sistema de distribuição escolhido para a realização dos testes deste trabalho foi o alimentador de 34 barras do IEEE (Figura 1), uma vez que em Breda (2017) o mesmo não foi considerado na etapa de avaliação de EEH.



Figura 1. Diagrama Unifilar do Alimentador de 34 barras. Kersting (2001)

Os dados de todos os componentes deste sistema podem ser encontrados em Kersting (2001). Este sistema foi modelado no programa DIgSILENT PowerFactory (PowerFactory, 2010), que permite simular a medição de tensões e correntes harmônicas por meio de sua ferramenta de fluxo de carga harmônico, que foi empregado para validar os resultados obtidos pelo estimador de estado harmônico.

Neste trabalho, por questão de simplificação, o mesmo perfil harmônico será adotado para cada barra de carga dos sistemas, como mostrado na Tabela 1. Este perfil foi apresentado em Pires (2006) e representa um perfil obtido de medições reais realizadas num sistema de distribuição brasileiro.

Tabela 1. Perfil Harmônico por fase das cargas dos sistemas.

	Fase A		Fase B		Fase C	
Ord.	Amp.(%)	Âng.(°)	Amp.(%)	Âng.(°)	Amp.(%)	Âng.(°)
Harm.						
1	100,00	329,04	100,00	207, 36	100,00	78,90
3	10,77	168, 17	9,74	229,72	8,01	163,46
5	6,45	15,65	5,66	214,73	4,09	270,48
7	2,16	189,58	1,27	226,67	0,85	357,25
9	0,56	326,80	1,02	308,35	0,94	178,79
11	0,62	2,266	0,33	301,55	0,82	216,83

Levando em consideração que este sistema possui 32 linhas de distribuição e um transformador, então existem 34 possíveis posições para alocação dos medidores de tensão (número de barras) e outros 66 possíveis locais para medidores de corrente (o dobro do número de linhas passíveis de instalação, já que o medidor de corrente pode estar alocado em qualquer uma das duas extremidades da linha).

É importante salientar que, as barras monitoradas, ou seja, aquelas que possuem medidores, têm as tensões das três fases e ângulos de fase monitoradas para frequência fundamental de 60Hz, em todas as ordens harmônicas até a $11^{\rm a}$ ($3^{\rm a}$, $5^{\rm a}$, $7^{\rm a}$, $9^{\rm a}$ e $11^{\rm a}$). Bem como, as injeções de corrente também podem ser monitoradas em todas as fases e ordens harmônicas, pelos ramais conectados as barras que possuírem os medidores de acordo a sua alocação.

Para avaliar o desempenho do estimador frente a condições reais de monitoramento, serão considerados cinco cenários de alocação de medidores de tensão e de corrente. Os cenários e seus respectivos critérios de escolha são descritos a seguir:

- Cenário 1 (medidores de tensão alocados nas barras 802, 808, 812, 814, 820, 830, 832, 836 e medidores de corrente alocados no início de todas as linhas conectadas a estas barras): Resultado obtido pelo algoritmo de alocação de medidores de QEE por Gomes (2016), quando este utiliza um limiar de tensão de 0,9 a 0,5 p.u. para a detecção de variações de tensão de curta duração (VTCDs). Apesar do autor apresentar outros resultados com um menor número de medidores, sabe-se que, para se obter os valores das distorções harmônicas o número de equipamentos necessários é maior do que quando é preciso detectar apenas a ocorrência de VTCDs.
- Cenário 2 (medidores de tensão alocados nas barras 808, 816, 824, 854, 832, 858, 834, 836 e medidores de corrente alocados no início de todas as linhas conectadas a estas barras): Ao observar o algoritmo desenvolvido e as conclusões obtidas em Breda (2017) nota-se que há uma tendência em alcançar melhores resultados por parte do estimador quando os medidores são alocados em barras com grande número de ramificações, assim justifica-se este cenário ao alocar medidores em todas as barras do sistema que contenham, no mínimo, três linhas conectadas à barra.
- Cenário 3 (medidores de tensão alocados nas barras 860, 840, 844, 848, 890, 830 e medidores de corrente alocados no início de todas as linhas conectadas a estas barras): Na prática, seguindo a expertise dos profissionais da área de QEE das concessionárias e com o foco da preocupação no cliente, sabe-se da importância em monitorar barras do sistema que possuam cargas conectadas. Desta forma, este cenário busca verificar o resultado do estimador quando todas as barras de carga do sistema de 34 barras do IEEE têm suas tensões monitoradas. Assim, analisar até que ponto dedicar todo o foco no cliente é viável para este sistema em questão de conhecer os valores das tensões nas demais barras do sistema.
- Cenário 4 (medidores de tensão alocados nas barras 800, 810, 826, 856, 890, 864, 848, 840, 838, 822 e medidores de corrente alocados no início de todas as linhas conectadas a estas barras): Analisando os cenários propostos por Gomes (2016) e Breda (2017), optou-se por realizar um teste com um cenário bem diferente, oposto aos demais, alocando os medidores em suas extremidades, diferindo bastante dos cenários 1, 2, 3 e 5 onde os medidores estão alocados mais internamente ao alimentador, afim de se observar os resultados. Além disso, uma vez que no final dos alimentadores a tensão nas barras costuma ter uma queda maior, torna-se interessante verificar se há

alguma influência desta situação no desempenho do estimador.

Cenário 5 (medidores de tensão alocados nas barras 802, 810, 812, 850, 818, 820, 822, 826, 828, 830, 852, 858, 842, 848, 860, 840, 862, 838, 864, 888, 856 e medidores de corrente alocados nos ramais 802-800, 802-806, 810-808, 812-808, 812-814, 826-824, 828-824, 888-832, 852-854, 850-816, 888-890, 860-834, 860-836, 842-844 e 848-846): Resultado da alocação de medidores feita por Breda (2017) e que foi escolhido por levar em consideração os valores das tensões e correntes harmônicas no sistema, ou seja, utilizou de um algoritmo voltado especificamente para o tema tratado neste trabalho.

4. RESULTADOS E DISCUSSÕES

Em todos os cenários propostos, as barras contendo medidores terão sua tensão e ângulo de fase monitorados para a frequência fundamental (60Hz), 3^a, 5^a, 7^a, 9^a e 11^a ordens harmônicas ordens harmônicas, uma vez que as cargas harmônicas inseridas no sistema apresentam apenas estas ordens harmônicas em sua composição.

É importante salientar que as figuras a seguir apresentam uma metodologia simples, utilizando o diagrama unifilar de 34 barras trabalhado. Os círculos amarelos representam as barras que possuem medidores alocados, os círculos em verde representam as barras cujos valores de tensão foram estimados e os círculos em vermelho, as barras que não obtiveram seus valores de tensão estimados pelo algoritmo.

• Cenário 1:

Recordando o cenário 1, em que Gomes (2016) analisou e alocou os medidores onde ocorriam VTCDs em maior quantidade. Foram alocados 8 medidores de tensão, a partir disto obteve-se a estimação de tensão em 7 barras (800, 806, 850, 852, 858, 860 e 840). Analisando a Figura 2, é possível concluir que para uma EEH que garanta uma observabilidade completa do sistema, é necessário que se instalem mais 19 medidores que é o número de barras que não tiveram suas tensões estimadas pelo algoritmo. Uma outra possibilidade seria uma alocação mais adequada dos medidores em outras posições, o que poderia ser realizado por meio de um algoritmo dedicado a esta função e que esteja voltado a distorções harmônicas e não a VTCDs, como em Gomes (2016).

• Cenário 2:

Por meio da análise obtida em Breda (2017), os medidores de qualidade de energia elétrica foram instalados em barras que continham 3 ramificações no sistema de 34 barras do IEEE. A Figura 3 mostra o resultado obtido através da alocação de 8 medidores que possibilitaram a estimação dos valores de tensão em outras 10 barras (806, 812, 850, 828, 830, 852, 888, 842, 860 e 840). Portanto, para se alcançar uma observabilidade total do sistema, ainda seria necessária a adição de 16 medidores nas barras que não tiveram suas tensões estimadas. Outra alternativa seria utilizar um algoritmo de alocação de medidores para alocar de maneira mais adequada estes 10 medidores e que tenha em suas restrições a garantia de observabilidade completa.

• Cenário 3:







Figura 3. Resultado da EEH para a alocação de medidores segundo o cenário 2.

A preocupação com a QEE é a base fundamental deste trabalho, e por isto este cenário foi proposto, alocando os medidores em barras que possuem cargas conectadas no sistema de 34 barras do IEEE. Desta maneira, a Figura 4 ilustra os resultados obtidos através da alocação de 6 medidores de tensão junto às 6 barras (802, 806, 888, 846 e 836) possíveis de monitoramento, logo para uma observabilidade completa do sistema, a adição de 22 medidores nas barras que não tiveram suas tensões estimadas se tornaria necessária. Assim, nota-se que dedicar medidores apenas para barras com cargas conectadas utilizado o estimador desenvolvido por Breda (2017) nem apresenta resultados satisfatório, necessitando então de uma outra alternativa mais eficiente para alocação destes 6 medidores e que esteja mais voltada para distorções harmônicas.

• Cenário 4:

Este cenário proposto tem como finalidade obter resultados distintos aos demais. São apresentados na Figura 5, a alocação de 10 medidores em todas as barras externas do sistema de 34 barras do IEEE, tendo como resultado a estimação de tensão em 5 barras (802, 806, 888 846 e 836). Portanto, para se alcançar uma observabilidade completa do sistema, seria necessária a instalação de 19 medidores nas barras que não tiveram suas tensões estimadas pelo algoritmo. Desta forma, verifica-se que alocar medidores em pontos extremos do sistema em que, geralmente, a tensão da barra é menor também não se mostra eficiente quando o



Figura 4. Resultado da EEH para a alocação de medidores segundo o cenário 3.



Figura 5. Resultado da EEH para a alocação de medidores segundo o cenário 4.

estimador desenvolvido em Breda Breda (2017) é utilizado. Portanto, uma possível alternativa mais adequada para esta situação para utilizar de maneira mais eficiente os 10 medidores instalados seria o uso de um algoritmo de alocação mais voltado para distorções harmônicas que posicionaria estes medidores de modo que pudessem estimar a tensão num maior número de barras.

• Cenário 5:

Para este cenário encontrado pelo algoritmo de alocação de medidores de QEE de Breda (2017), foi realizada a alocação de 21 medidores de QEE que associado aos medidores de corrente forneceram um resultado satisfatório, onde há uma observabilidade total do sistema com 13 barras tendo suas tensões estimadas pelo algoritmo desenvolvido. É possível observar o resultado obtido através da Figura 6. Constata-se, a partir deste cenário, que um algoritmo de alocação voltado para distorções harmônicas proporciona um resultado na estimação muito mais eficiente que nos outros cenários considerados quando se utiliza o estimador desenvolvido por Breda (2017).

5. CONCLUSÕES

No presente trabalho foi realizada uma análise de desempenho do algoritmo de EEH desenvolvido por Breda (2017), levando em consideração cenários reais de monitoramento sugeridos pela literatura ou de acordo com a expertise



Figura 6. Resultado da EEH para a alocação de medidores segundo o cenário 5.

dos responsáveis pela área de QEE das concessionárias de energia.

Assim como apontado em Breda (2017), o cenário 2, que contém medidores de tensão instalados nas barras com um maior número de ramificações, mostrou-se mais eficiente em sua alocação que os demais, devido a análises feitos anteriormente a alocação dos medidores.

Ou seja, utilizando o estimador desenvolvido em Breda (2017), não é recomendável instalar medidores de QEE apenas em barras de carga, focando no cliente final, como feito no Cenário 3, ou nas extremidades dos sistemas onde há possibilidade de maior queda dos níveis de tensão, como feito no Cenário 4, ou até mesmo quando se leva em consideração uma maior probabilidade de ocorrência de VTCDs, como feito no Cenário 1. Sendo que estes cenários considerados, são muitas vezes utilizados na prática por parte das concessionárias de energia no momento de realizar a alocação dos equipamentos.

Por fim, a partir dos resultados obtidos, vê-se a importância de um estudo para a metodologia de alocação, pois quando os medidores são instalados de maneira desordenada nos sistemas de alimentadores, os resultados não são satisfatórios e com isto o método de alocação se torna inábil para as condições de operação e monitoramento.

AGRADECIMENTOS

Agradecemos a Universidade Federal dos Vales do Jequitinhonha e Mucuri (UFVJM) por toda estrutura e suporte disponibilizados ao longo da realização deste trabalho.

REFERÊNCIAS

- Almeida, C.F.M. and Kagan, N. (2013). Harmonic state estimation through optimal monitoring systems. *IEEE Transactions on Smart Grid*, 4(1), 467–478.
- ANEEL (2017). Procedimentos de distribuição de energia elétrica no sistema elétrico nacional-prodist/módulo 8qualidade da energia elétrica-rev. 7.
- Breda, J.F.D. (2017). Sistema de monitoramento para estimação de estado harmônico trifásico para sistemas de distribuição utilizando decomposição em valores singulares. Ph.D. thesis, Universidade de São Paulo.
- D'Antona, G., Muscas, C., and Sulis, S. (2009). State estimation for the localization of harmonic sources in

electric distribution systems. *IEEE Transactions on instrumentation and measurement*, 58(5), 1462–1470.

- Du, Z.P., Arrillaga, J., and Watson, N. (1996). Continuous harmonic state estimation of power systems. *IEE Proceedings-Generation, Transmission and Distribution*, 143(4), 329–336.
- Du, Z.P., Arrillaga, J., Watson, N., and Chen, S. (1999). Identification of harmonic sources of power systems using state estimation. *IEE Proceedings-Generation*, *Transmission and Distribution*, 146(1), 7–12.
- Gomes, D.P.S. (2016). Metodologia e simplificação do espaço de busca para a alocação de medidores de qualidade da energia elétrica frente às variações de tensão de curta duração. Ph.D. thesis, Universidade de São Paulo.
- IEEE (1993). Ieee recommended practices and requirements for harmonic control in electrical power systems. *New York, NY, USA*.
- IEEE (1996). Practical definitions for powers in systems with nonsinusoidal waveforms and unbalanced loads: a discussion. *IEEE Transactions on Power Delivery*, 11(1), 79–101.
- Kanao, N., Yamashita, M., Yanagida, H., Mizukami, M., Hayashi, Y., and Matsuki, J. (2005). Power system harmonic analysis using state-estimation method for japanese field data. *IEEE transactions on power delivery*, 20(2), 970–977.
- Kersting, W. (2001). Radial distribution test feeders power engineering society winter meeting, 2001.
- Liao, H. (2007). Power system harmonic state estimation and observability analysis via sparsity maximization. *IEEE Transactions on Power Systems*, 22(1), 15–23.
- Madtharad, C., Premrudeepreechacharn, S., and Watson, N.R. (2003). Power system state estimation using singular value decomposition. *Electric Power Systems Research*, 67(2), 99–107.
- Meliopoulos, A.S., Zhang, F., and Zelingher, S. (1994). Power system harmonic state estimation. *IEEE Transactions on Power Delivery*, 9(3), 1701–1709.
- Nguyen, H., Yang, J., and Choi, S. (2010). On harmonic state estimation and the evaluation of harmonic power contributions from sources. In *IEEE PES General Meeting*, 1–6. IEEE.
- Oleskovicz, M. (2007). Apostila de qualidade da energia elétrica. São Carlos-SP,[sn].
- Pires, I.A. (2006). Caracterização de harmônicos causados por equipamentos eletro-eletrônicos residenciais e comerciais no sistema de distribuição de energia elétrica. Universidade Federal de Minas Gerais, Brasil.
- PowerFactory, D. (2010). Digsilent gmbh.
- Yu, K.K., Watson, N.R., and Arrillaga, J. (2005). Error analysis in static harmonic state estimation: A statistical approach. *IEEE transactions on power delivery*, 20(2), 1045–1050.