

# PSO-BE: Um Eficiente Algoritmo para Alocação e Dimensionamento de Bancos de Capacitores em Redes de Distribuição

Diego José da Silva\* Edmarcio Antonio Belati\*\*  
Eduardo Werley S. Ângelos\*\*\*

\* (e-mail: d.jose@ufabc.edu.br).

\*\* (e-mail: edmarcio.belati@ufabc.edu.br).

\*\*\* (e-mail: eduardo.werley@ufabc.edu.br).

Universidade Federal do ABC, UFABC.

---

**Abstract:** This paper proposes a new hybrid strategy combining a Particle Swarm Optimizer (PSO) and a Exhaustive Search (ES) for the optimal allocation of capacitor banks (CBs) in radial distribution systems, a nonlinear optimization problem with continuous and discrete variables. The work intends to provide both the best place and size of the CBs which minimize the system active power loss. The proposed methodology was tested on a 69-bus and 84-bus radial networks, and has shown good results when compared to other similar techniques.

**Resumo:** Este artigo apresenta uma eficiente metodologia híbrida composta pela meta-heurística *Particle Swarm Optimization* (PSO) e uma Busca Exaustiva (BE) limitada, denominada PSO-BE. A metodologia foi aplicada ao problema de alocação e dimensionamento de banco de capacitores em redes de distribuição de energia, objetivando a minimização das perdas ativas considerando valores discretos de bancos de capacitores, sendo a alocação realizada pelo PSO, e o dimensionamento pela BE. A busca pela solução do problema de forma separada favorece a obtenção da solução ótima, o que foi comprovado em testes em sistemas de distribuição de 69 e 84 barras. A técnica proposta apresentou vantagens em relação a outras metodologias apresentadas na literatura especializada.

**Keywords:** Optimal Capacitor Banks Placement; Particle Swarm Optimization; Limited Exhaustive Search.

**Palavras-chaves:** Alocação de Banco de Capacitores; Otimização por Enxame de Partículas; Algoritmo de Busca Exaustiva Limitada.

---

## 1. INTRODUÇÃO

Estratégias de redução de perdas ativas em redes de distribuição são utilizadas para minimizar custos operacionais e prover uma maior eficiência ao sistema. Neste contexto, para garantir um adequado nível de perdas, a alocação e dimensionamento de banco capacitores (BCs) vem sendo uma das técnicas mais aplicadas (Shefaei et al., 2018). BCs são também empregados para corrigir o fator de potência, melhorar o perfil de tensão e, de forma mais limitada, aumentar a capacidade de transmissão de potência do sistema (Gallego et al., 2001).

O problema de alocação ótima de BCs (AOBC) é do tipo não linear inteiro misto (PNLIM), envolvendo variáveis contínuas e discretas, com característica multimodal, podendo ser resolvido por técnicas exatas ou aproximadas. As primeiras possuem a vantagem de, em tese, fornecerem o ótimo valor global da função objetivo, normalmente não obtendo bom desempenho em problemas de médio e grande porte devido ao alto custo computacional. Já abordagens do tipo aproximadas, quando aplicadas a PNLIMs, tendem a apresentar soluções de boa qualidade e tempo computacional razoável (Ramadan et al., 2017).

Para a solução do problema de AOBC podem ser empregadas meta-heurísticas como Algoritmos Genéticos (Moreti da Rosa et al., 2016), Otimização por Enxame de Partículas (ou PSO) (Lee et al., 2015), ou técnicas como *Cuckoo Search Algorithm* (El-Fergany and Abdelaziz, 2014), *Ant Colony Optimization* (Abou El-Ela et al., 2016), e *Water Cycle Algorithm* (El-Ela et al., 2018), entre outras. Devido à característica estocástica e elevada complexidade, métodos híbridos são propostos em Mandal et al. (2016), que utiliza PSO modificado, e também em Shefaei et al. (2018), que sugere uma combinação de PSO e meta-heurística *Electromagnetic-Like*.

Este trabalho propõe um método que associa a meta-heurística PSO a um algoritmo de busca exaustiva limitada (BE) – estratégia a ser denominada PSO-BE – para efetuar tanto a alocação quanto o dimensionamento de BCs em Sistemas de Distribuição (SDs). O PSO é aplicado na definição das barras candidatas à alocação dos BCs, e a BE na escolha da capacidade ótima dos mesmos. O aspecto combinatório da primeira etapa, associado ao elevado número de barras em SDs e quantidade de bancos que podem ser alocados no sistema, a torna particularmente atrativa ao emprego de meta-heurísticas.

Já a quantidade limitada de valores discretos de BCs na etapa de dimensionamento, normalmente associada ao carregamento do sistema, motiva o uso da BE, que demanda uma quantidade limitada de avaliações das capacidades dos BCs. A estratégia híbrida visa proporcionar soluções de boa qualidade e assertividade ao problema de AOBC.

O artigo está organizado na forma exposta a seguir. Na Seção 2, a formulação matemática do problema de AOBC é apresentada. Na seção 3 são descritos os algoritmos PSO e BE, bem como a metodologia híbrida proposta envolvendo os dois métodos. Já na Seção 4, resultados de testes computacionais do método em SDs de 64 e 89 barras são mostrados. Por fim, na seção 5, as conclusões do trabalho são apresentadas.

## 2. FORMULAÇÃO MATEMÁTICA

O problema de alocação ótima de bancos de capacitores objetiva determinar o local e o tamanho ótimo dos bancos. O problema é comumente formulado com o objetivo de maximizar o ganho monetário em um período, considerando a energia economizada devido à minimização das perdas e o investimento nos BCs. A função objetivo considerada neste estudo é a mesma proposta em Abou El-Ela et al. (2016) e utilizada em vários trabalhos na literatura.

$$C = K_p \sum_{i=1}^{Nl} P_i + K_c \sum_{j=1}^{Nc} Q_{cj} \quad (1)$$

onde:

- $C$  representa o custo total das perdas ativas e o investimento na aquisição dos BCs (\$/ano);
- $K_p$  é o custo anual por unidade (\$/kW-ano);
- $K_c$  é o custo de aquisição e instalação dos BCs (\$/kVAr);
- $P_i$  representa a perda ativa na linha  $i$ ;
- $Q_{cj}$  é a injeção líquida de potência reativa na barra  $j$ ;
- $Nl$  representa o total do número de linhas;
- $Nc$  é o número de BCs alocado.

A função objetivo (1) é sujeita as seguintes restrições:

### Restrições de fluxo de potência:

$$0 = P_k - V_k \sum_{m \in k} V_m (G_{km} \cos \theta_{km} + B_{km} \sin \theta_{km}) \quad (2)$$

$$0 = Q_k - V_k \sum_{m \in k} V_m (G_{km} \sin \theta_{km} - B_{km} \cos \theta_{km}) \quad (3)$$

onde:

- $P_k, Q_k$  representam a potência ativa e reativa injetada na barra  $k$ ;
- $V_k, V_m$  representam a magnitude de tensão nodal na barra  $k$  e  $m$  respectivamente;
- $G_{km}, B_{km}$  representam a parte real e imaginária da matriz admitância nodal relacionadas com as barras  $k$  e  $m$  respectivamente;

- $\theta_{km}$  é a diferença angular entre as barras  $k$  e  $m$ ;

### Restrições de níveis de tensão:

O perfil de tensão em cada barra  $V_i$  deve estar nos níveis estabelecidos entre mínimo e máximo;

$$V_i^{min} \leq V_i \leq V_i^{max} \quad (4)$$

### Restrições de capacidade dos BCs:

A injeção de potência reativa dos BCs deve estar dentro dos limites mínimos e máximos, tal como;

$$Q_{ck}^{min} \leq Q_{ck} \leq Q_{ck}^{max} \quad (5)$$

### Restrições do número de BCs:

Esta restrição visa restringir a quantidade de BCs;

$$N_c \leq N_c^{max} \quad (6)$$

### Restrição de potência reativa total:

A injeção de potência reativa total deve ser menor ou igual à demanda de potência reativa total da carga.

$$Q_c^{Total} \leq Q_L^{Total} \quad (7)$$

## 3. APLICAÇÃO DO PSO-BE À AOBC

### 3.1 Algoritmo de Enxame de Partículas

O PSO é uma metaheurística baseada em Inteligência Computacional (IC) e será responsável, na metodologia híbrida proposta, por identificar as barras a serem alocadas BCs. Originalmente desenvolvido por Kennedy and Eberhart (1995) com base no comportamento social de bandos ou grupos de pássaros e peixes, o algoritmo PSO aplica o conceito de interação social na busca da solução ótima. Consideram-se fatores que influenciam a tomada de decisões dos indivíduos (identificados como partículas), e de grupos de indivíduos – partículas com mesmas características. O comportamento de cada partícula é influenciado por fatores sociais e individuais, que determinam o movimento e direção no espaço de busca, de forma que a melhor solução é mantida.

Diferentes variantes do algoritmo PSO foram propostas, sendo a mais conhecida a apresentada em Shi and Eberhart (1999). No PSO, cada partícula é considerada um ponto no espaço dimensional, em que: a  $i$ -ésima partícula é representada pela sua posição atual  $X_i = (X_{i1}, X_{i2}, \dots, X_{in})$ ; a melhor posição para a partícula encontrada no processo iterativo é definida por  $P_i = (P_{i1}, P_{i2}, \dots, P_{in})$ ; a velocidade com que a partícula se move  $V_i = (V_{i1}, V_{i2}, \dots, V_{in})$ ; e,  $P_g = (P_{g1}, P_{g2}, \dots, P_{gn})$ ; a melhor posição de todas as partículas. O movimento de cada partícula é definido pelas equações (8) e (9) respectivamente.

$$V_i^{t+1} = wV_i^t + rand_1 C_1 (P_i - X_i^t) + rand_2 C_2 (P_g - X_i^t) \quad (8)$$

$$X_i^{t+1} = X_i^t + V_i^{t+1} \quad (9)$$

em que:

- $V_i^t$  é a velocidade da partícula  $i$  na iteração  $t$ ;
- $rand_1$  e  $rand_2$  são dois vetores aleatórios no intervalo  $[0;1]$ ;
- $P_i$  é a melhor posição encontrada pela partícula  $i$ ;
- $P_g$  é a melhor posição global representa a posição da partícula com a melhor solução;
- $X_i^t$  é o vector de posição da partícula  $i$  na iteração  $t$ ;
- $C_1$  é a constante de aceleração da parcela de aprendizado cognitivo;
- $C_2$  é a constante de aceleração da parcela de aprendizado social.

Na equação (8) observam-se três termos, frequentemente referidos, em uma analogia social, da seguinte forma:

- O primeiro termo da equação é o vetor de velocidade,  $[V_i^t]$ , associado ao comportamento de memória do algoritmo;
- O segundo termo refere-se à componente cognitiva, indicando que a decisão tomada pela partícula depende de sua própria experiência, o que representa a distância entre a posição atual e a melhor posição conhecida para ela  $[rand_1 C_1 (P_i - X_i^t)]$ ;
- O terceiro termo, a componente social, aponta para a decisão que tomará a partícula baseado na influência de outras partículas que compõem a população, ou seja, representa a distância entre a posição atual e a melhor posição encontrada pela vizinhança  $[rand_2 C_2 (P_g - X_i^t)]$ .

No PSO, existem diferentes propostas para o peso de inércia  $\omega$ , podendo ser um parâmetro constante ou variável. No presente trabalho utilizou-se uma forma variável, onde  $\omega$  reduz-se gradualmente ao longo do tempo, medido em iterações ( $i$ ), segundo a equação (10):

$$\omega = \omega_{max} - \frac{\omega_{max} - \omega_{min}}{iter_{max}} \cdot i \quad (10)$$

em que  $i_{max}$  é o máximo número de iterações.

### 3.2 Algoritmo de Busca Exaustiva

A BE consiste, em si, no teste exaustivo de todas as possibilidades de soluções de um dado espaço de busca processo que, quando aplicado a problemas de grande porte, tende a tornar-se inviável computacionalmente. Neste trabalho, no entanto, a estratégia é empregada no dimensionamento de BCs, aos quais devem ser associados, na prática, valores comerciais. Desta forma, a BE será aplicada a um conjunto predefinido de possibilidades, de forma que a melhor solução seja alcançada sem alto custo computacional.

### 3.3 Metodologia PSO-BE

A interação entre o PSO e a BE limitada pode ser ilustrada na Figura 1, em que se observa uma troca constante de informações entre as duas técnicas.

Na metodologia proposta, a busca pela solução é guiada pelo PSO, que é responsável em determinar as barras

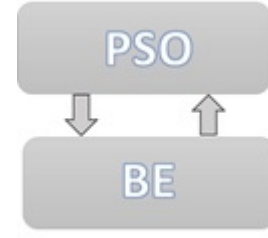


Figura 1. Ilustração da metodologia PSO-BE

para alocação dos BCs no processo iterativo. Para cada proposta de alocação, fornecida por cada uma das partículas do PSO no processo iterativo, a BE é acionada para encontrar a melhor capacidade para cada BCs dentro das possibilidades de tamanho pré-estabelecidas. Nesta etapa, um fluxo de carga (FC) é executado para cada combinação de capacidade dos BCs, retornando para o PSO a capacidade ótima dos BCs.

Como exemplo ilustrativo, considere o problema de alocação de dois BCs com capacidades entre 100 kVAr e 1000 kVAr, variando de 100 em 100 kVAr (totalizando 10 capacidades de BCs disponíveis). Esta combinação leva a  $10^2$  possibilidades de dimensionamento de BCs, exigindo a execução de 100 FCs. O tempo despendido na execução de FCs pode ser reduzido utilizando-se algoritmos dedicados a sistemas de distribuição, como é o caso do método *Backward-Forward-Sweep* (BFS) Rupa and Ganesh (2014), aplicado neste trabalho. O BFS foi condicionado para resolver rapidamente cada FC, devido a um pré-processamento realizado inicialmente uma única vez, que verifica o caminho das barras terminais do sistema até a subestação, ponto importante no BFS.

Na Figura 2 é apresentado o fluxograma da metodologia. O algoritmo PSO inicia o enxame de partículas com as posições e velocidades aleatórias para fornecer as barras candidatas a alocação. Em seguida, a BE realiza uma busca combinando todas as possibilidades de BCs com objetivo de encontrar a melhor proposta de alocação para as barras indicadas pelo PSO. O critério de parada é o número de iterações. Caso o número de iterações for maior que um valor  $K$  predefinido, o processo é interrompido, caso contrario, realiza-se mais uma iteração.

## 4. SIMULAÇÕES E RESULTADOS

A metodologia proposta foi aplicada em dois sistemas de distribuição, contendo 69 e 84 barras. Os dados dos sistemas podem ser obtidos em Baran and Wu (1989) e Das et al. (1995). Objetiva-se determinar a localização e capacidade dos BCs visando a redução de custos no período de um ano. Para os testes, a constante  $K_p$  considerada foi 168 \$(kW-ano) e  $K_c$  5 \$(kVAr). Custos relativos a manutenção e funcionamento dos BCs não foram considerados, tal qual Abou El-Ela et al. (2016). Neste trabalho, somente bancos fixos de capacitores foram considerados para análise. A capacidade dos BCs foi modelada com valores discretos, variando de 100 em 100 kVAr, permitindo o uso de valores próximos a BCs comerciais. A metodologia proposta foi implementada em MATLAB® usando computador com processor Intel® Core™ i3-3110M CPU @ 2.40 GHz,

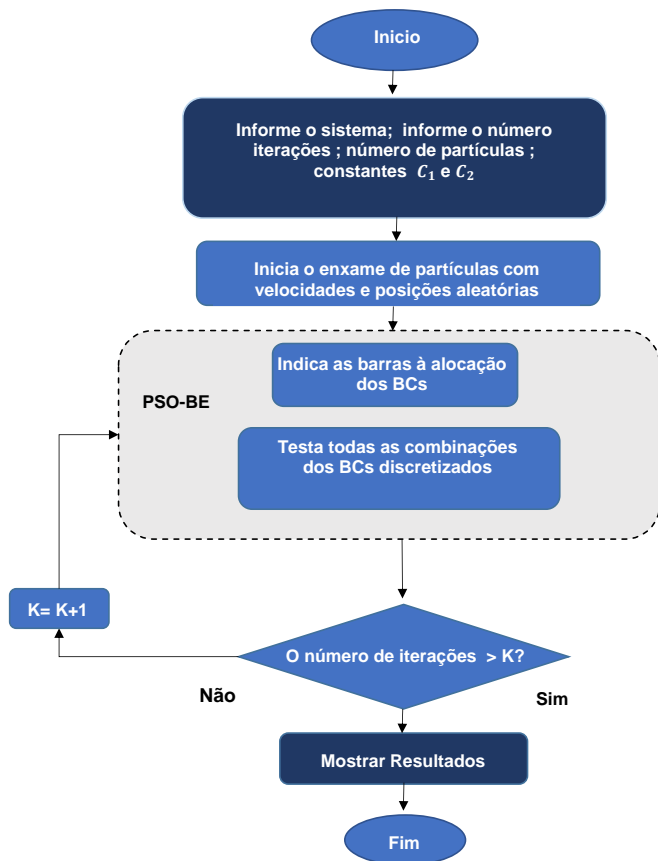


Figura 2. Fluxograma PSO-BE

4GB de memória RAM, e sistema operacional Windows 10 Home - 64 Bits.

Para cada sistema, a metodologia foi executada 50 vezes, sendo que 70% dos casos encontrou o mesmo valor de perdas ativas. Os parâmetros comuns aos sistemas foram obtidos através de uma série de testes, onde o melhor desempenho do algoritmo foi conquistado com os valores presente na Tabela 1. Já na Tabela 2 são apresentados os BCs disponíveis para alocação, variando de 100 em 100 kVAr.

Tabela 1. Constantes utilizadas.

Partículas	Iterações	$\omega$	$C_1$	$C_2$
30	100	0,4; 0,9	1	1,2

Tabela 2. BCs Trifásicos.

BCs	100	200	300	400	500	
	600	700	800	900	1000	1100

#### 4.1 Sistema de distribuição radial de 69 barras

O sistema de 69 barras possui carga ativa total de 3.802,19 kW e carga reativa total igual a 2.694,60 kVAr, com tensão de base igual 12,66 kV. Nesse sistema considerou-se a alocação máxima de três BCs, conforme encontrado na literatura, para fins de comparação dos resultados. Ao final da execução, o PSO-BE alocou os BCs às barras 17, 62 e 66,

com 400 kVAr, 1.000 kVAr e 200 kVAr, respectivamente totalizando 1600 kVAr. Os resultados foram comparados com as técnicas (PSO) (Prakash and Lakshminarayana, 2017) e (CSA) (El-fergany and Abdelaziz, 2014), onde o custo das perdas ativas sem compensação é da ordem de 37345 \$(kW-ano). A técnica proposta obteve o valor de 24622 \$(kW-ano), sendo o melhor resultado dentre as técnicas comparadas.

A metodologia proposta obteve também bons resultados com relação à economia de energia, ordem de 12723 \$(kW/ano). A menor tensão para esse sistema encontra-se na barra (66) 0.90 (p.u.), onde houve melhora após alocação dos BCs para 0.93 (p.u.). Os resultados encontram-se na Tabela 3.

Tabela 3. Resultados – Sistema 69 barras.

	Sem BCs	Com BCs		
		PSO	CSA	PSO-BE
Perdas (kW)	225,01	152,48	147,95	146,56
Perdas (%)		67,77	65,76	65,14
Custo Perdas	37345	25617	24856	24622
Barra/kVAr		46 (241)	21 (250)	17 (400)
		47 (365)	62 (1200)	62 (1000)
		50 (1015)		66 (200)
Custo BCs \$ (kVAr)		8105	7250	8000
Tensão sub. (p.u.)	1,0	1,0	1,0	1,0
Tensão bar. 66 (p.u.)	0,90	0,93	0,93	0,93

Na Figura 3 é apresentado o perfil de tensão com e sem a alocação dos BCs. É possível observar a melhora no perfil de tensão com aplicação do PSO-BE.

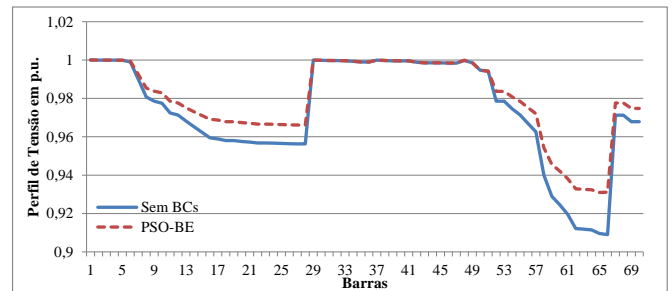


Figura 3. Comparativo Perfil de Tensão 69 barras

#### 4.2 Sistema de distribuição radial de 84 barras

Para o sistema de 84 barras foram alocados BCs nas barras 10, 28, 49 e 67, com capacidades 700 kVAr, 500 kVAr, 400 kVAr e 600 kVAr, respectivamente, totalizando um montante de 2200 kVAr de reativos injetado pela metodologia. Os resultados foram comparados às técnicas PSO (Prakash and Lakshminarayana, 2017) e PGS (Rao et al., 2011), onde o custo anual com as perdas ativas sem compensação de reativos é da ordem de 53039 \$(kW/ano). Após a aplicação da metodologia, houve redução expressiva das perdas, que ficaram na ordem de 24622 \$(kW/ano), sendo o melhor valor dentre os métodos comparados. Devido à metodologia ter injetado menos reativos do que as outras

técnicas, o investimento na aquisição dos BCs foi a menor, 11000 \$(kVAr). Adicionalmente verificou-se que a economia de energia por ano com a metodologia proposta foi da ordem de 27984 \$(kW/ano). Um resumo dos resultados está na Tabela 4.

Tabela 4. Resultados – Sistema 84 barras.

	Sem BCs	Com BCs		
		PSO	PGS	PSO-BE
Perdas (kW)	315,71	163,32	161,40	149,14
Perdas (%)		51,73	51,12	47,24
Custo Perdas	53039	27438	27115	25055
Barra/kVAr		8 (796)	8 (1200)	10 (700)
		58 (453)	58 (908)	28 (500)
		7 (324)	7 (200)	49 (400)
		27 (901)		67 (600)
Custo BCs \$ (kVAr)		12370	11540	11000
Tensão sub. (p.u.)	1,0	1,0	1,0	1,0
Tensão bar. 54 (p.u.)	0,87	0,91	0,90	0,92

Na Figura 4 é apresentado o perfil de tensão com e sem a alocação de BCs. É possível observar a melhora no perfil de tensão com aplicação do PSO-BE.

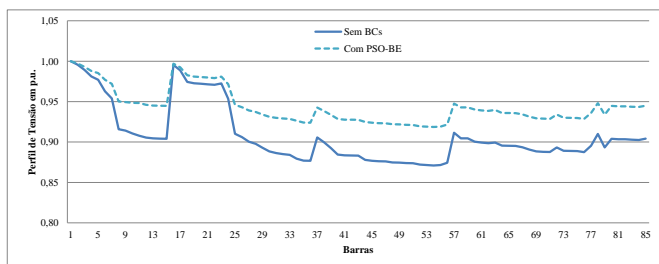


Figura 4. Comparativo Perfil de Tensão 84 barras

## 5. CONCLUSÃO

Este artigo apresentou uma proposta de alocação de BCs com a utilização de um algoritmo híbrido PSO-BE. A metodologia considera a meta-heurística PSO para alocação dos BCs e a BE para dimensionar os BCs. A divisão do problema favorece a obtenção de bons resultados com pouca dispersão. A função objetivo considerou a minimização das perdas ativas e o investimento na aquisição de BCs em redes de distribuição, buscando salvar custos no período de um ano.

Foi demonstrado que a alocação de BCs com a abordagem proposta reduziu as perdas ativas, apresentou reduzido custo anual com as perdas, proporcionou maior economia de energia e melhorou o perfil de tensão nos dois sistemas simulados. Os resultados foram comparados com outras técnicas aproximadas da literatura como o PSO, CSA e PGSA, e apresentou vantagens.

Como contribuição adicional, esta metodologia pode ser aplicada em outros problemas de otimização, como alocação e dimensionamento ótimo de geradores distribuídos.

## AGRADECIMENTOS

Os autores agradecem: à Universidade Federal do ABC, à CAPES, pela bolsa de estudo de Diego José da Silva, e à FAPESP (Projeto 2018/03015-2).

## REFERÊNCIAS

- Abou El-Ela, A.A., El-Sehiemy, R.A., Kinawy, A., and Mouwafi, M.T. (2016). Optimal capacitor placement in distribution systems for power loss reduction and voltage profile improvement. *IET Generation, Transmission Distribution*, 10(5), 1209–1221. doi:10.1049/iet-gtd.2015.0799.
- Baran, M.E. and Wu, F.F. (1989). Optimal capacitor placement on radial distribution systems. *IEEE Transactions on Power Delivery*, 4(1), 725–734. doi:10.1109/61.19265.
- Das, D., Kothari, D., and Kalam, A. (1995). Simple and efficient method for load flow solution of radial distribution networks. *International Journal of Electrical Power & Energy Systems*, 17(5), 335 – 346. doi:doi.org/10.1016/0142-0615(95)00050-0.
- El-Ela, A.A.A., El-Sehiemy, R.A., and Abbas, A.S. (2018). Optimal placement and sizing of distributed generation and capacitor banks in distribution systems using water cycle algorithm. *IEEE Systems Journal*, 12(4), 3629–3636. doi:10.1109/JSYST.2018.2796847.
- El-fergany, A.A. and Abdelaziz, A.Y. (2014). Capacitor allocations in radial distribution networks using cuckoo search algorithm. *IET Generation, Transmission Distribution*, 8(2), 223–232. doi:10.1049/iet-gtd.2013.0290.
- El-Fergany, A. and Abdelaziz, A. (2014). Reactive power compensation in distribution networks using cuckoo search algorithm. *International Journal of Bio-Inspired Computation*, 6, 230–238. doi:10.1504/IJBIC.2014.064989.
- Galleo, R.A., Monticelli, A.J., and Romero, R. (2001). Optimal capacitor placement in radial distribution networks. *IEEE Transactions on Power Systems*, 16(4), 630–637. doi:10.1109/59.962407.
- Kennedy, J. and Eberhart, R. (1995). Optimization of the occlusion strategy in visual tracking. In *Proceedings of ICNN'95 - International Conference on Neural Networks*, 1942–1948. doi:10.1109/TST.2016.7442504.
- Lee, C.S., Ayala, H.V.H., and dos Santos Coelho, L. (2015). Capacitor placement of distribution systems using particle swarm optimization approaches. *International Journal of Electrical Power & Energy Systems*, 64, 839 – 851. doi:https://doi.org/10.1016/j.ijepes.2014.07.069.
- Mandal, S., Mandal, K.K., and Tudu, B. (2016). A new hybrid particle swarm optimization technique for optimal capacitor placement in radial distribution systems. In *2016 2nd International Conference on Control, Instrumentation, Energy Communication (CIEC)*, 536–540. doi:10.1109/CIEC.2016.7513744.
- Moreti da Rosa, W., Rossoni, P., Teixeira, J.C., Belati, E.A., and Teixeira Leite Asano, P. (2016). Optimal allocation of capacitor banks using genetic algorithm and sensitivity analysis. *IEEE Latin America Transactions*, 14(8), 3702–3707. doi:10.1109/TLA.2016.7786353.
- Prakash, D. and Lakshminarayana, C. (2017). Optimal siting of capacitors in radial distribution network using

- whale optimization algorithm. *Alexandria Engineering Journal*, 56(4), 499 – 509. doi:doi.org/10.1016/j.aej.2016.10.002.
- Ramadan, H., Bendary, A., and Nagy, S. (2017). Particle swarm optimization algorithm for capacitor allocation problem in distribution systems with wind turbine generators. *International Journal of Electrical Power & Energy Systems*, 84, 143 – 152. doi:doi.org/10.1016/j.ijepes.2016.04.041.
- Rao, R.S., Narasimham, S., and Ramalingaraju, M. (2011). Optimal capacitor placement in a radial distribution system using plant growth simulation algorithm. *International Journal of Electrical Power & Energy Systems*, 33(5), 1133 – 1139. doi:doi.org/10.1016/j.ijepes.2010.11.021.
- Rupa, J.A.M. and Ganesh, S. (2014). Power flow analysis for radial distribution system using backward/forward sweep method. *International Journal of Electrical and Computer Engineering*, 8(10), 1628 – 1632.
- Shefaei, A., Vahid-Pakdel, M.J., and Mohammadi-Ivatloo, B. (2018). Application of a hybrid evolutionary algorithm on reactive power compensation problem of distribution network. *Computers & Electrical Engineering*, 72, 125–136. doi:10.1016/j.compeleceng.2018.09.012.
- Shi, Y. and Eberhart, R.C. (1999). Empirical study of particle swarm optimization. In *Proceedings of the 1999 Congress on Evolutionary Computation-CEC99 (Cat. No. 99TH8406)*, volume 3, 1945–1950 Vol. 3. doi:10.1109/CEC.1999.785511.