

## Despacho de Termoeletricas via Otimização Clássica Considerando Zonas Proibitivas de Operação

E. A Dal'Orto\* E. A. Belati\*\* L. W. Oliveira\*\*\* I. C. Silva Jr.\*\*\*\*

\* *Universidade Federal do ABC, UFABC, CEP: 09210-580 Santo André/SP-Brasil  
e-mail: erasmo.dalorto@ufabc.edu.br*

\*\* *Universidade Federal do ABC, UFABC, CEP: 09210-580 Santo André/SP-Brasil  
e-mail: edmarcio.belati@ufabc.edu.br*

\*\*\* *Universidade Federal de Juiz de Fora, UFJF, CEP: 36036-900 Juiz de Fora/MG-Brasil  
e-mails: leonardo.willer@ufjf.edu.br*

\*\*\*\* *Universidade Federal de Juiz de Fora, UFJF, CEP: 36036-900 Juiz de Fora/MG-Brasil  
e-mail: ivo.junior@ufff.edu.br*

---

**Abstract:** In this paper, an approach addressed in classical optimization techniques is proposed using a Mixed Integer Nonlinear Programming (MINLP) model for economical dispatching of power generators with prohibited zones of operation. The proposed model for the problem was developed in a Mathematical Programming (MP) environment associated with the Knitro solver. The main advantage of the proposed approach is its ability to achieve a solution for the problem without any heuristic direction aid of the solving procedure, with acceptable time and permanent results. The approach is tested on two thermoelectric systems with prohibited operating zones and the solution is compared to other advanced techniques employed in optimizing economic dispatch. The obtained results are in accordance with the best ones found in literature.

**Resumo:** Neste artigo, uma abordagem baseada em técnicas clássicas de otimização é proposta usando um modelo de Programação Não Linear Inteira Mista (PNLIM) para o despacho econômico de geradores de energia elétrica considerando zonas proibidas de operação. A modelagem proposta para o problema foi desenvolvida em um ambiente de Programação Matemática (PM) associada ao solucionador Knitro. A principais vantagens da abordagem proposta é a sua capacidade de obter a solução para o problema sem qualquer necessidade de heurística de direcionamento do processo de resolução, com tempo de processamento razoável e resultados permanentes. A abordagem é testada em dois sistemas termelétricos com zonas de operação proibidas e a solução comparada com outras técnicas amplamente empregadas em otimização de despacho econômico. Os resultados obtidos estão de acordo com os melhores encontrados na literatura especializada.

**Keywords:** Economic Dispatch; Mathematical Programming; Prohibited Operation Zones.

**Palavras-chaves:** Despacho Econômico; Programação Matemática; Zonas de Operação Proibidas.

---

### 1. INTRODUÇÃO

O problema de despacho de potência ativa de Unidades Termoeletricas (UTES) visando à minimização do custo de geração é denominado Despacho Econômico (DE). O DE pode ser modelado como um problema de otimização, em que é realizada a alocação da demanda total entre as unidades geradoras com o objetivo de minimizar o custo de geração, considerando as condições e restrições de operação dos geradores. Estas restrições representam os limites operativos das UTES, formadas pelos limites máximo e mínimo de geração e por sua demanda total. Além do objetivo primário citado, o problema é geralmente estendido de várias maneiras. Os autores do trabalho (Jayabarathi et al. 2005) descrevem as principais extensões ou variações do problema. Um caso específico é a consideração de geradores com Zonas de Operação Proibidas (ZOPs) (Orero and Irving 1996, Lee and Breipohl 1993) apresentam exemplos da amplificação de

vibrações em um rolamento de eixo em alguns regimes operacionais. Essas limitações físicas podem levar a instabilidades na operação para determinadas cargas. Para evitar essas instabilidades, o conceito de ZOPs foi desenvolvido.

As ZOPs introduzem uma descontinuidade na curva de geração de unidade termoeletricas, tornando a busca pela solução um problema de difícil resolução. Para tanto, a literatura especializada apresenta vários métodos, buscando superar a dificuldade imposta pela descontinuidade inerente à restrição de ZOPs. Entre elas, destacam-se os métodos baseados em Inteligência Computacional (IC) (Basu and Chowdhury 2013, Adhinarayanan and Sydulu 2008, Neto, De Andrade Bernert, and Dos Santos Coelho 2011) e os baseados em programação matemática (Papageorgiou and Fraga 2007).

Os métodos baseados em IC são capazes de enfrentar problemas com funções objetivo e restrições complexas,

incluindo descontinuidades e não convexidades, e aliados às facilidades relativas de implementação, vêm sendo muito utilizados. As desvantagens destes métodos incluem a falta de garantia de convergência e a necessidade de ajustes de parâmetros específicos, os quais são, muitas vezes, o ponto chave para obter a convergência. Dependendo do problema e da técnica de IC, é necessário um número excessivo de avaliações.

As abordagens de PM são capazes de fornecer garantias sobre a convergência e, normalmente, não necessitam ajustes de parâmetros. No entanto, a PM pode falhar na resolução de problemas com a presença de descontinuidades e não convexidades. Embora o problema de DE com ZOPs tenha um espaço de busca com descontinuidade, não se pode afirmar que este é um impedimento para o uso de PM, visto que esta abordagem pode ser utilizada com uma modelagem adequada do problema.

Diante do problema exposto, o presente trabalho propõe uma abordagem de PM para resolução do problema de DE, que contorna a dificuldade intrínseca relacionada com as ZOPs, sem a necessidade de aproximações heurísticas ou meta-heurísticas apresentadas nas demais técnicas amplamente empregadas, com a vantagem de garantir soluções permanentes com tempos de execução razoáveis, sendo estas as principais contribuições do trabalho. A modelagem foi desenvolvida em AMPL (*A Mathematical Programming Language*) (Fourer, Gay, and Kernighan 1990) e resolvida utilizando o solucionador Knitro (Byrd, Nocedal, and Waltz 2006), através da técnica de *Branch-and-Bound* (B&B). Estudos de caso com sistemas e resultados conhecidos da literatura permitem validar a aplicação proposta.

As demais seções do trabalho estão dispostas conforme a seguir: na seção 2, são apresentados os fundamentos e a modelagem do DE utilizada; na seção 3, estão descritos os conceitos básicos da metodologia proposta para a resolução do problema; na seção 4, são expostos os estudos de caso com análise comparativa, encerrando-se o artigo na seção 5 com suas conclusões.

## 2. MODELAGEM DO DESPACHO ECONÔMICO COM ZONAS PROIBITIVAS DE OPERAÇÃO

O problema DE com ZOPs visa determinar os níveis ótimos de geração de todas as unidades geradoras on-line, a fim de minimizar o custo total de geração, considerando suas restrições operacionais. O problema aqui abordado é formulado matematicamente nas subseções a seguir.

### 2.1 Função objetivo

Para um determinado horizonte de planejamento, o Operador Nacional do Sistema (ONS), com base no preço e na capacidade nominal de potência oferecida pelas unidades geradoras, determina o despacho de potência para cada unidade termoeétrica do Sistema Interligado Nacional (SIN), assumindo que cada gerador ofereça um preço único para todo o seu estoque disponível (Leite, Carneiro, and De Carvalho 2002). A função objetivo utilizada está formulada na equação (1).

$$Z = \text{Minimizar} \sum_{i=1}^{NT} p_i P_i + c_{def} D_{ef} \quad (1)$$

Onde  $Z$  é o custo total de operação,  $NT$  é o número de unidades termoeétricas,  $p_i$  é o preço ofertado pela  $i$ -ésima unidade termoeétrica,  $P_i$  é o despacho da  $i$ -ésima unidade termoeétrica,  $c_{def}$  é o custo de déficit no sistema e  $D_{ef}$  é o déficit de potência no sistema,

### 2.2 Restrição de Demanda

A restrição de demanda, equação (2), pode ser descrita como o somatório do despacho de todas as unidades geradoras igual à demanda ( $D$ ) subtraída do déficit de potência no sistema. O déficit deve ser previsto na modelagem devido à possibilidade de ocorrência de situações adversas, onde é impossível o atendimento à demanda, ou seja, em que a capacidade disponível de geração térmica é menor que a demanda.

$$\sum_{i=1}^{NT} P_i + D_{ef} = D \quad (2)$$

### 2.3 Restrições de Geração

As restrições de geração representam os limites máximo e mínimo de cada gerador, conforme equação (3), em que,  $P_i^{min}$  é a geração mínima permitida para a  $i$ -ésima unidade termoeétrica e  $P_i^{max}$  a capacidade de geração máxima da  $i$ -ésima unidade termoeétrica.

$$P_i^{min} \leq P_i \leq P_i^{max} \quad (3)$$

A representação matemática básica da unidade termoeétrica pode ser resumida na interação entre a caldeira, a turbina e o gerador. Portanto, observa-se uma relação não linear entre a entrada do combustível na caldeira, o aumento da pressão do vapor na turbina e a geração de energia elétrica, requerendo uma função de custo não-linear, que pode ser aproximada por uma função quadrática (Zhu 2015), de acordo com a Fig. 1 e equação (4).

$$F_i(P_i) = a_i + b_i P_i + c_i P_i^2 \quad (4)$$

Em que  $a_i$ ,  $b_i$  e  $c_i$  são os coeficientes do custo de operação da UTE  $i$ .

Os coeficientes “ $b$ ” e “ $c$ ” estão diretamente relacionados com a utilização do combustível, tanto no custo do produto quanto

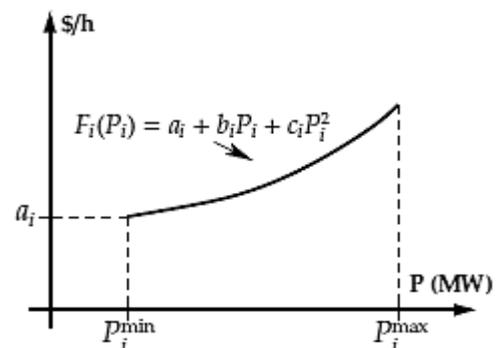


Fig. 1 Curva de entrada-saída característica da termoeétrica

no custo do transporte (Oliveira 2015). Já o coeficiente “a” representa o custo relacionado à mão-de-obra e à manutenção da termoeletrica, visto que mesmo sem geração, o custo reproduzido pela constante “a” deve ser considerado.

#### 2.4 Restrição Realística das Zonas Proibitivas

Em função de restrições mecânicas verificadas por limitações operacionais dos componentes da UTE e sistemas secundários, sobretudo em função de vibrações e instabilidade de funcionamento de componentes auxiliares (caldeiras e bombas), são observados intervalos de descontinuidade da curva de custo de operação. Os patamares de potência associados a estes intervalos não são possíveis de serem alcançados pela UTE, compreendendo uma restrição realística operacional de sistemas de geração termodinâmicos (Oliveira 2015), ou seja, ZPOs. A Fig. 2 ilustra estas restrições.

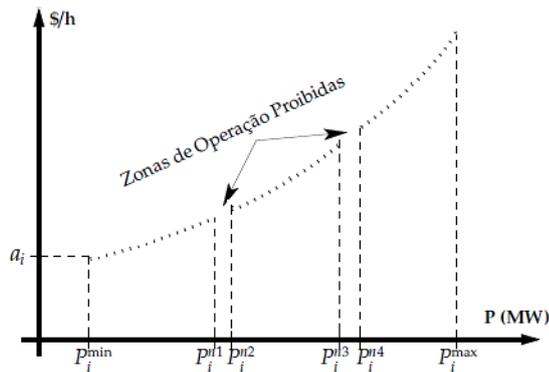


Fig. 2 Curva de entrada-saída considerando restrição realística das zonas de operação proibitivas.

A representação matemática que expressa o comportamento das UTEs considerando as ZPOs, pode ser expressa pela equação (5), considerando a figura 2.

$$P_i \in \begin{cases} p_i^{min} \leq P_i^1 \leq p_i^{n1} \\ p_i^{n2} \leq P_i^2 \leq p_i^{n3} \\ p_i^{n4} \leq P_i^3 \leq p_i^{max} \end{cases} \quad (5)$$

Em que  $P_i^j$  representa a zona não proibida  $j$  da UTE  $i$ .

Esta restrição, equação (5), introduz uma grande dificuldade na resolução do problema, visto que há uma descontinuidade na função custo das UTEs. Assim, métodos clássicos de otimização baseados em derivadas não são indicados, o que leva muitos autores a buscarem uma solução por meio de técnicas aproximadas, como por exemplo, metaheurísticas. O grande problema das metaheurísticas é que não há garantia de convergência, podendo levar a soluções ótimas locais.

Buscando uma metodologia que garanta maior assertividade e solução permanente, propõem-se neste trabalho utilizar uma técnica clássica de otimização na resolução do problema usando um algoritmo dedicado, associado a uma modelagem específica. O objetivo é superar a dificuldade de descontinuidade da função custo imposta pelas ZPOs. Assim, foram introduzidas no problema variáveis binárias, especificamente na equação (5), ou seja, cada faixa de operação passa a ter sua potência associada a uma destas variáveis. De acordo com o apresentado na figura 2, a

modelagem proposta para ZOPs é descrita matematicamente usando as equações (6) e (7).

$$P_i = b_i^1 P_i^1 + b_i^2 P_i^2 + b_i^3 P_i^3 \quad (6)$$

$$b_i^1 + b_i^2 + b_i^3 = 1 \quad (7)$$

Em que  $b_i^j$  representa a variável binária da ZOP  $j$  da  $i$ -ésima UTE. A equação (7) faz com que a operação de uma UTE ocorra em único intervalo de operação. Esta restrição adicional faz com que o problema seja considerado como de programação não linear inteira mista

### 3.0 METODOLOGIA DE SOLUÇÃO

Para obter a solução do problema formulado anteriormente, é realizada a modelagem em AMPL e utilizada a técnica de B&B (técnica exata) disponível no solucionador Knitro. Aspectos relacionados ao AMPL e ao Knitro são apresentados a seguir.

#### 3.1 A Mathematical Programming Language - AMPL

O ambiente de programação AMPL (Fourer, Gay, and Kernighan 1990) tem interligação com diversos tipos de solucionadores, ou seja, algoritmos para resolução de equações. A modelagem do problema se torna mais produtiva por eliminar a necessidade de implementação de códigos específicos para resolução do problema e ganhar tempo de processamento, pois esses solucionadores são desenvolvidos justamente para utilizar o máximo de recursos computacionais. Assim, obtém-se alta eficiência mesmo para modelos extremamente complexos.

#### 3.2 Algoritmo de Branch and Bound

A técnica de B&B foi desenvolvida na década de 60 (Land and Doig 1960) para aplicação em problemas de otimização combinatória e discreta, sendo muito usada em Programação Linear Inteira (PLI). O problema tratado no presente artigo é um problema de PNLIM e, portanto, com potencial para aplicação de B&B, conforme proposto.

A prerrogativa do B&B é explorar um espaço de busca através de uma busca em árvore até a obtenção da solução ótima do problema. O desempenho deste algoritmo está relacionado à estratégia de busca utilizada. Em (Morrison et al. 2016), são apresentadas várias estratégias, tais como Busca em Profundidade (BP), Busca em Amplitude ou largura (BA), Busca pelo Melhor Limite (BML), Busca do Primeiro Melhor (BPM) e a Busca Cíclica do Primeiro Melhor (BCPM). Outro ponto fundamental em um algoritmo de B&B é a definição da estratégia de ramificação, que determina a maneira como os subproblemas serão divididos. Existem várias estratégias, como por exemplo, a Ramificação Binária (RB) (Morrison et al. 2016), Ramificação em Amplitude (RA) (Morrison et al. 2016), Ramificação pelo Pseudo Custo (RPC) (Benichou et al. 1971), Ramificação pelo Mais Fracionado (RMF) (Achterberg, Koch, and Martin 2005) e a Ramificação *Strong Branching* (RSB) (Applegate et al., n.d.). Todas as estratégias mencionadas podem ser utilizadas e ajustadas no solucionador Knitro. Em alguns problemas, uma determinada estratégia pode levar a um número excessivo de iterações. A escolha das estratégias, tanto de busca quanto de ramificação, é definida

automaticamente pelo solucionador, que analisa a dimensão do problema e o número de variáveis inteiras para esta escolha.

#### 4. ESTUDOS DE CASO E ANÁLISES COMPARATIVAS

Para os resultados obtidos nos estudos de caso apresentados neste artigo, foram realizadas modelagens para o DE de UTEs, empregando o modelo matemático apresentado anteriormente, que considera o efeito de restrição realística das ZOPs, sendo empregada a otimização do tipo PNLIM com o método B&B.

A fim de avaliar o desempenho da otimização, os resultados obtidos são expostos e comparados com alguns resultados encontrados por outras metodologias referenciadas na literatura especializada.

**Tabela 1 – Dados das UTEs do sistema de 15 geradores**

UTE	$a$ [\$/h]	$b$ [\$/MWh]	$c$ [\$/MW <sup>2</sup> h]	$p_{min}$ [MW]	$p_{max}$ [MW]
1	671,03	10,07	0,000299	150	455
2	574,54	10,22	0,000183	150	185
3	374,59	08,80	0,001126	20	130
4	374,59	08,80	0,001126	20	130
5	461,37	10,40	0,000205	420	470
6	630,14	10,10	0,000301	455	460
7	548,20	09,87	0,000364	135	465
8	227,09	11,50	0,000338	60	300
9	173,72	11,21	0,000807	25	162
10	175,95	10,72	0,001203	20	160
11	186,86	11,21	0,003586	20	80
12	230,27	09,90	0,005513	20	30
13	225,28	13,12	0,000371	25	85
14	309,03	12,12	0,001929	15	55
15	323,79	12,41	0,004447	15	55

**Tabela 2 – Dados das ZPOs do sistema de 15 geradores**

UTE	# Zonas	ZOP 1	ZOP 2	ZOP 3
2	3	[185;225]	[305;335]	[420;450]
5	3	[180;200]	[260;335]	[390;420]
6	3	[230;255]	[365;295]	[430;455]
12	2	[30;55]	[65;75]	

As simulações realizadas utilizaram um computador com processador Intel® Core™ i7 CPU @ 1.8 GHz, com memória RAM de 4 GB e Sistema Operacional Windows 10 Home - 64 bits, usando a linguagem de modelagem algébrica AMPL e o solucionador Knitro, versão 12.

Foram realizados dois estudos de caso, o primeiro para um sistema de 15 UTEs, e o segundo para um sistema de 45 UTEs adaptado do primeiro. Os dados do sistema de 15 UTEs, assim como seus custos e zonas proibidas foram obtidos de (Papageorgiou and Fraga 2007) e estão nas Tabelas 1 e 2.

#### 4.1 Estudo de Caso 1: 15 UTEs

O DE deste estudo de caso deve considerar um sistema termelétrico que apresenta restrições de zonas de operação proibidas, cuja demanda é de 2.650 MW.

A Tabela 3 apresenta os resultados e aspectos do processo de convergência. Com o objetivo de avaliar o desempenho da proposta, os resultados foram comparados com outros da literatura especializada, Tabela 4.

**Tabela 3. Resumo de convergência do sistema de 15 UTEs**

UTE	Zona de Operação	Geração (MW)	Custo da Geração (\$/h)
1	1	450	5263,078
2	4	450	5210,598
3	1	130	1537,619
4	1	130	1537,619
5	3	335	3968,376
6	4	455	5287,955
7	1	465	5216,456
8	1	60	918,307
9	1	25	454,474
10	1	20	390,831
11	1	20	412,494
12	2	55	791,447
13	1	25	553,512
14	1	15	491,264
15	1	15	510,941
Total		2650	32544,9704
Número de nós processados (B&B)			197
Número de subproblemas resolvidos (B&B)			201
Tempo total de processamento (s)			1,141

O sistema convergiu em 1,141s com a necessidade de resolver apenas 201 subproblemas. O resultado encontrado é equivalente as melhores soluções encontradas literatura pesquisada.

**Tabela 4. Comparativo do Estudo de Caso 1**

Metodologias	Custo de Operação(\$/h)
<i>Mixed integer quadratic programming</i> (Papageorgiou and Fraga 2007)	32.544,97
<i>Directional Search Genetic Algorithm</i> (DSGA) (Adhinarayanan and Sydulu 2008)	32.545,00
<i>Quantum-inspired evolutionary</i> (QEA) (Neto, De Andrade Bernert, and Dos Santos Coelho 2011)	32.548,4839
<i>Improved Quantum-inspired evolutionary</i> (IQEA) (Neto, De Andrade Bernert, and Dos Santos Coelho 2011)	32.544,97
<i>Trelea</i> – PSO (Oliveira 2015)	32.544,9704
<i>Bat Algorithm</i> - BA (Oliveira 2015)	32.544,9704
Metodologia AMPL-Knitro Proposta	32.544,9704

#### 4.2 Estudo de Caso 2: 45 UTEs

O sistema de 45 UTEs foi obtido a partir do sistema de 15 UTEs (replicando 3 vezes os dados do sistema de 15 UTEs) e apresenta uma demanda de 7.950 MW. A Tabela 5 apresenta os resultados e aspectos do processo de convergência.

**Tabela 5. Resumo de convergência do sistema de 45 UTEs**

UTE	Zona de Operação	Geração (MW)	Custo da Geração (\$/h)
1	1	455	5314,7805
2	4	455	5262,5256
3	1	130	1537,6194
4	1	130	1537,6194
5	3	345,2233	4076,1245
6	4	460	5339,8316
7	1	465	5216,4559
8	1	60	918,3068 -
9	1	25	454,4744 -
10	1	20	390,8312 -
11	1	20	412,4944 -
12	2	58,1844	824,9598 -
13	1	25	553,5119 -
14	1	15	491,2640 -
15	1	15	510,9406 -
16	1	455	5314,7805
17	4	455	5262,5256
18	1	130	1537,6194
19	1	130	1537,6194
20	2	260	3179,2280
21	4	460	5339,8316
22	1	456	5216,4559
23	1	60	918,3068 -
24	1	25	454,4744 -
25	1	20	390,8312 -
26	1	20	412,4944 -
27	2	58,1844	824,9598 -
28	1	25	553,5119 -
29	1	15	491,2640 -
30	1	15	510,9406 -
31	1	455	5314,7805
32	4	455	5262,5256
33	1	130	1537,6194
34	1	130	1537,6194
35	3	345,2233	4076,1246
36	4	460	5339,8316
37	1	565	5216,4559
38	1	60	918,3068 -
39	1	25	454,4744 -
40	1	20	390,8312 -
41	1	20	412,4944 -
42	2	58,1844	824,9598 -
43	1	25	553,5119 -
44	1	15	491,2640 -
45	1	15	510,9406
<b>Total</b>		<b>2650</b>	<b>97628,3232</b>
Número de nós processados (B&B)			851
Número de subproblemas resolvidos (B&B)			854

Tempo total de processamento (s) 8,547

Buscando avaliar o desempenho da metodologia, os resultados obtidos são expostos e comparados com alguns resultados encontrados na literatura especializada, conforme Tabela 6.

**Tabela 6. Comparativo do Estudo de Caso 2**

Metodologias	Custo de Operação(\$/h)
<i>Trelea</i> – PSO (Oliveira 2015)	97.692,7342
<i>Bat Algorithm</i> - BA (Oliveira 2015)	97.628,3220
Metodologia AMPL-Knitro Proposta	97.628,3232

O sistema convergiu em 8,547 s, e o algoritmo proposto necessitou resolver 854 problemas, apresentando resultado equivalente ao BA (Oliveira 2015). Analisando os parâmetros utilizados BA, verifica-se que a metaheurística foi ajustada com 25 indivíduos e 100 iterações, ou seja, avaliou 2500 vezes a função objetivo no processo de busca.

Assim, é possível afirmar que a metodologia AMPL-Knitro converge com um número razoável de avaliações da função objetivo e ainda apresenta soluções permanentes, característica intrínseca das técnicas exatas.

#### 5. CONCLUSÕES

A partir dos resultados obtidos com a aplicação da metodologia AMPL-Knitro proposta, diante dos encontrados na literatura especializada, é possível afirmar que a presente proposta obteve sucesso na resolução do problema de DE com ZPOs para os estudos de casos propostos. Nota-se que, para o Estudo de Caso 1, houve uma convergência mais rápida em função da quantidade menor de geradores, comparativamente ao Estudo de Caso 2. No entanto, em ambos os casos, os tempos de convergência foram satisfatórios de acordo com os requisitos do problema. Assim, é possível assegurar que a modelagem proposta aliada ao AMPL-Knitro tem potencial para utilização em problemas de despacho econômico de usinas termoeletricas com representação de zonas proibidas de operação, sujeito à complexidade decorrente desta representação. Para continuação deste trabalho pretende-se analisar casos de despacho de termoeletricas envolvendo múltiplos combustíveis, ponto de válvula e a representação da rede de transmissão.

#### AGRADECIMENTOS

Os autores agradecem imensamente à FAPESP (processo 18/03015-2), ao CNPq (processos: 142049/2018-2 e 432423/2016-8) e ao INERGE – Instituto Nacional de Energia Elétrica

#### REFERÊNCIAS

- Achterberg, Tobias, Thorsten Koch, and Alexander Martin. 2005. "Branching Rules Revisited." *Operations Research Letters* 33 (1): 42–54. <https://doi.org/10.1016/j.orl.2004.04.002>.
- Adhinarayanan, T., and M. Sydulu. 2008. "A Directional Search Genetic Algorithm to the Economic Dispatch Problem with Prohibited Operating Zones." *Transmission and Distribution Exposition Conference: 2008 IEEE PES Powering Toward the Future, PIMS*

- 2008, no. 3. <https://doi.org/10.1109/TDC.2008.4517076>.
- Applegate, D, R Bixby, V Chvatal, and B Cook. n.d. "Finding Cuts in the TSP (A Preliminary Report)."
- Basu, M., and A. Chowdhury. 2013. "Cuckoo Search Algorithm for Economic Dispatch." *Energy* 60: 99–108. <https://doi.org/10.1016/j.energy.2013.07.011>.
- Benichou, M, JM Gauthier, P Girodet, G Hentges, G Ribière, and O Vincent. 1971. "Experiments in Mixed-Integer Linear Programming." *Mathematical Programming* 1 (1): 76–94.
- Byrd, Richard H., Jorge Nocedal, and Richard A. Waltz. 2006. "Knitro: An Integrated Package for Nonlinear Optimization," 35–59. [https://doi.org/10.1007/0-387-30065-1\\_4](https://doi.org/10.1007/0-387-30065-1_4).
- Fourer, Robert, David M. Gay, and Brian W. Kernighan. 1990. "A Modeling Language for Mathematical Programming." *Management Science* 36 (5): 519–54. <https://doi.org/10.1287/mnsc.36.5.519>.
- Jayabarathi, T., K. Jayaprakash, D. N. Jeyakumar, and T. Raghunathan. 2005. "Evolutionary Programming Techniques for Different Kinds of Economic Dispatch Problems." *Electric Power Systems Research* 73 (2): 169–76. <https://doi.org/10.1016/j.epsr.2004.08.001>.
- Land, A H, and A G Doig. 1960. "An Automatic Method of Solving Discrete Programming Problems." *Econometrica* 28 (3): 497–520. <https://doi.org/10.2307/1910129>.
- Lee, Fred N., and Arthur M. Breipohl. 1993. "Reserve Constrained Economic Dispatch With Prohibited Operating Zones." *IEEE Transactions on Power Systems* 8 (1): 246–54. <https://doi.org/10.1017/CBO9781107415324.004>.
- Leite, Patricia Teixeira, Adriano Alber De França Mendes Carneiro, and André Carlos Ponce Leon Ferreira De De Carvalho. 2002. "Energetic Operation Planning Using Genetic Algorithms." *IEEE Transactions on Power Systems* 17 (1): 173–79. <https://doi.org/10.1109/59.982210>.
- Morrison, David R., Sheldon H. Jacobson, Jason J. Sauppe, and Edward C. Sewell. 2016. "Branch-and-Bound Algorithms: A Survey of Recent Advances in Searching, Branching, and Pruning." *Discrete Optimization* 19: 79–102. <https://doi.org/10.1016/j.disopt.2016.01.005>.
- Neto, Júlio Xavier Vianna, Diego Luis De Andrade Bernert, and Leandro Dos Santos Coelho. 2011. "Improved Quantum-Inspired Evolutionary Algorithm with Diversity Information Applied to Economic Dispatch Problem with Prohibited Operating Zones." *Energy Conversion and Management* 52 (1): 8–14. <https://doi.org/10.1016/j.enconman.2010.05.023>.
- Oliveira, Silva. 2015. "Metaheurísticas Aplicadas Ao Problema Do Despacho Econômico de Energia Elétrica." Universidade Federal de Juiz de Fora.
- Orero, S. O., and M. R. Irving. 1996. "Economic Dispatch of Generators with Prohibited Operating Zones: A Genetic Algorithm Approach." *IEE Proceedings: Generation, Transmission and Distribution* 143 (6): 533–34. <https://doi.org/10.1049/ip-gtd:19960626>.
- Papageorgiou, Lazaros G., and Eric S. Fraga. 2007. "A Mixed Integer Quadratic Programming Formulation for the Economic Dispatch of Generators with Prohibited Operating Zones." *Electric Power Systems Research* 77 (10): 1292–96. <https://doi.org/10.1016/j.epsr.2006.09.020>.
- Zhu, Jizhong. 2015. *Optimization of Power System Operation*. 2nd Editio. Wiley-IEEE Press.