## Desenvolvimento de um controlador baseado em realimentação de estados utilizando estimadores de ordem reduzida para geração distribuída

Yasmine Neves Maia \* André Lage Almeida Dias \* Igor Dias Neto de Souza \*\* Víctor Costa da Silva Campos \* Gabriel Azevedo Fogli \*

\* Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica, Universidade Federal de Minas Gerais, MG, (e-mail: yasminemaia@ufmq.br).

\*\* Departamento de Engenharia Elétrica, Universidade Federal de Ouro

Preto. MG

**Abstract:** This paper presents a distributed generation system using a power static converter connected to mains through an LCL filter. The control law is based on state feedback. The system is modelled in synchronous reference allowing the use of integral actions for eliminating state-steady errors for active and reactive powers and DC voltage controls. The feedback gains are calculated using the Linear Quadratic Regulator methodology and starting from Bryson's rule a procedure to tune the control gains are shown based on the dynamic response of the system. Besides that, a reduced-order observer is included to reduce the required number of sensors in the output filter. Simulation results are presented to verify the control law and the estimated states in this work.

**Resumo**: Este artigo apresenta um sistema de geração distribuída trifásico que utiliza um conversor eletrônico de potência conectado à rede elétrica através de um filtro LCL, cuja a estratégia de controle é desenvolvida via realimentação de estados. O sistema é modelado no referencial síncrono com o propósito de viabilizar a utilização de ações do tipo integral para a eliminação de erros em regime permanente durante o controle das potências ativa e reativa e da regulação da tensão no elo c.c.. Para obtenção dos ganhos de realimentação de estados, utiliza-se da metodologia do Regulador Linear Quadrático, em que, a partir da regra de Bryson, procedimentos para sintonia e ajustes do controlador são propostos e analisados com base na resposta dinâmica do sistema. Além disso, é implementado um estimador de estados de ordem reduzida com o propósito de diminuir o número de sensores necessários no filtro de conexão. Resultados de simulação são apresentados com o intuito de avaliar a estratégia de controle desenvolvida, bem como, verificar a eficácia da estimação de estados utilizada neste trabalho.

*Keywords:* Grid-tie VSC, LQR, reduced-order state estimator, LCL filter. *Palavras-chaves:* VSC conectado a rede, LQR, estimador de estado de ordem reduzida, filtro LCL.

### 1. INTRODUÇÃO

Muitos esforços têm sido dedicados ao desenvolvimento e utilização de fontes de energia renováveis, como eólica e fotovoltaica (Huang et al., 2021), justificado pelo menor impacto ambiental causado e a escassez de combustíveis utilizados pela geração de energia tradicional (Ghosh et al., 2015). No contexto da conexão de fontes alternativas na rede elétrica, os conversores estáticos de potência são elementos importantes, tendo como função controlar o fluxo de potência, fornecer serviços ancilares, além de garantir que as correntes injetadas na rede atendam aos requisitos de qualidade de energia (IEE, 2014), (Osório et al., 2020). Para esta conexão é necessária a presença de um estágio de filtragem, a fim de reduzir a distorção harmônica na corrente injetada, proveniente da estratégia de comutação dos inversores. Os filtros L e LCL são as principais alternativas.

O emprego de um filtro de primeira ordem do tipo L é a opção mais simples, porém, normalmente necessita de um valor elevado de indutância, que para aplicações superiores à algumas dezenas de quilowatts gera um aumento significativo no preço, custo e volume, além de diminuir a resposta dinâmica do sistema. Por outro lado, os filtros LCL se tornam uma alternativa interessante para essas aplicações, pois possuem maior capacidade de atenuação, por se tratar de um filtro de terceira ordem, e menores elementos reativos em relação ao filtro L, permitindo redução do custo, peso, frequência de comutação e potência reativa no filtro (Teodorescu et al., 2011).

Os inversores eletrônicos de potência admitem a utilização de diferentes estratégias de controle. De acordo com Rodríguez-Cabero et al. (2018), controladores de corrente baseados em técnicas de única entrada e única saída (SISO), são as estratégias mais populares. Controladores do tipo Proporcional-Integral (PI) e ProporcionalRessonante (PR) são comumente empregados a fim de atingir os seus objetivos de controle, principalmente relacionados a especificações transitórias e de mitigação de erros em regime permanente (Hasanzadeh et al., 2011).

Contudo, os PIs não são capazes de rastrear referências senoidais com erro nulo em regime permanente e apresentam uma fraca rejeição de distúrbios. Para isso, um conjunto de controladores PRs podem ser utilizados. Embora este método facilite a conexão paralela de vários módulos ressonantes, toda vez que um compensador ressonante é incluído, as margens de fase e de ganho do controle devem ser verificadas e, às vezes, todo o sistema precisa ser reprojetado (Souza, 2021).

A metodologia convencional de projeto de controladores é baseada em uma malha interna para a corrente e uma malha externa, com dinâmica consideravelmente mais lenta, para a tensão no barramento c.c.. Essa abordagem apresenta algumas limitações, especialmente quando as constantes de tempo das duas malhas não são suficientemente distanciadas entre si ou quando variações paramétricas não permitem o desacoplamento eficaz entre as variáveis de estado do sistema (Rodríguez-Cabero et al., 2016).

Ao contrário das estratégias de controle baseadas em funções de transferência que lidam apenas com as variáveis de entrada e saída, os métodos baseados em espaço de estados podem utilizar dos estados do sistema, agregando benefícios no controle. Além disso, a sistematização no projeto de controladores e a facilidade em modelar sistemas de múltiplas entradas e múltiplas saídas (MIMO) são algumas de suas principais vantagens. Neste contexto, os controladores via realimentação de estados são uma opção interessante, pois permitem o desenvolvimento de diferentes metodologias para a obtenção de seus ganhos de realimentação baseados em diferentes abordagens, tais como: alocação de polos, limitação de normas do sistema, controle ótimo e controle robusto (Maccari Junior et al., 2015).

A estrutura do controle por realimentação de estados é simples e eficaz. Neste método, todos os estados são conhecidos e multiplicados por ganhos de forma a garantir estabilidade, rastreamento e rejeição assintóticos, robustez e boa resposta transitória do sistema em malha fechada (Åström and Wittenmark, 2013). Dentre os métodos existentes para calcular os ganhos de realimentação, a alocação de polos é o método mais simples (Liu and Yao, 2016). Por outro lado, o Regulador Linear Quadrático (LQR) tem a capacidade de buscar uma alocação ótima dos polos através da minimização de uma função custo, garantindo margens de fase superiores a 60 (Franklin et al., 2013). A sintonia do controle é realizada através das matrizes Q e R que ponderam a importância e interferência das variáveis de estado no controle.

Visto que todos os estados carecem de ser conhecidos para que seja possível utilizar a realimentação de estados, para sistemas de elevada ordem o emprego de observadores de estados pode trazer benefícios referente a redução de sensores e filtragem de sinais Franklin et al. (2013). No contexto de conversores estáticos conectados à rede elétrica através de filtros de elevada ordem, o emprego de estimadores de estados pode contribuir com a redução de custos do sistema. E ainda, para reduzir o esforço computacional requerido pela estimação de estados, pode-se aplicar a abordagem de ordem reduzida, em que apenas alguns estados do sistema são estimados Luenberger (1964).

Diante disso, este artigo apresenta o desenvolvimento de um controlador, via realimentação de estados, para um inversor trifásico conectado à rede elétrica através de um filtro LCL, utilizando observadores de estado de ordem reduzida. Detalhes sobre a modelagem do sistema no referencial síncrono e a adição de ações do tipo integral para controle da tensão no elo c.c. e da potência reativa são apresentados. A injeção de potência ativa na rede elétrica será proveniente do excedente de energia no elo c.c. do conversor estático. Os ganhos de realimentação do controle e do estimador são obtidos a partir da metodologia LQR, em que para o projeto dos controladores o tempo de assentamento e sobressinal são utilizados como critérios de ajustes dos ganhos. Resultados de simulação são apresentados com o intuito de verificar a eficácia da estratégia de controle apresentada diante de variações nas entradas de referências e distúrbios do sistema.

### 2. MODELAGEM DO SISTEMA

A Figura 1 exibe o sistema utilizado na modelagem e projeto do controlador. Trata-se de um conversor fonte de tensão trifásico, em que os terminais de saída são conectados à rede através do filtro LCL. Por meio dos sinais de chaveamento do inversor é possível controlar a tensão no barramento c.c. e o fluxo de potências ativa e reativa com a rede elétrica. Este controle é realizado a partir das parcelas das correntes de eixo direto e eixo em quadratura, respectivamente. Uma vez que a corrente de eixo direto e a tensão no barramento estão diretamente relacionadas, controlando  $v_{cc}$ ,  $i_d$  é indiretamente controlada (Rodríguez-Cabero et al., 2016). Uma fonte de energia externa é conectada ao elo c.c. e é representada pela fonte de corrente  $I_o$ .



Figura 1. VSC com filtro LCL conectado à rede trifásica.

De modo a facilitar o desenvolvimento das equações do filtro LCL, tem-se o circuito monofásico simplificado mostrado na Figura 2.

Analisando a malha 1, têm-se:

$$v_{t,k} - r_t i_{t,k} - L_t \frac{di_{t,k}}{dt} - R_f(i_{t,k} - i_{g,k}) - v_{c,k} = 0, \quad (1)$$

em que  $v_{t,k}$  e  $i_{t,k}$  são a tensão e corrente de saída do conversor, respectivamente;  $v_{c,k}$  é a tensão no capacitor;  $i_{g,k}$  é a corrente injetada no PAC;  $r_t$  é a resistência equivalente do indutor no lado do conversor  $L_t$ ;  $R_f$  é o resistor de amortecimento.



Figura 2. Circuito monofásico simplificado do inversor com filtro LCL de saída, em que  $k \in \{a,b,c\}$ .

Isolando a derivada da corrente e substituindo-se  $v_{t,k}$  por  $m_k v_{cc}/2$ , obtém-se:

$$\frac{di_{t,k}}{dt} = \frac{1}{L_t} \left[ \frac{v_{cc}}{2} m_k - v_{c,k} - (r_t + R_f) i_{t,k} + R_f i_{g,k} \right], \quad (2)$$

em que  $m_k$  é o índice de modulação <br/>e $v_{cc}$  é a tensão c.c..

A partir da análise de circuitos e da transformada de Park, pode-se reescrever as equações referenciadas ao sistema de coordenadas síncronas, como:

$$\frac{du_{t,d}}{dt} = \omega_g i_{t,q} + \frac{1}{L_t} \left[ \left( \frac{v_{cc}}{2} m_d - v_{c,d} - (r_t + R_f) i_{t,d} + R_f i_{g,d} \right] \right]$$

$$\frac{di_{t,q}}{dt} = -\omega_g i_{t,d} + \frac{1}{L_t} [(\frac{v_{cc}}{2}m_q - v_{c,q} - (r_t + R_f)i_{t,q} + R_f i_{g,q}],$$
(3)

em que  $\omega_g$  é a frequência fundamental.

A equação para a malha 2 é dada por:

$$R_f(i_{t,k} - i_{g,k}) + v_{c,k} - L_g \frac{di_{g,k}}{dt} - r_g i_{g,k} - v_{pac,k} = 0,$$
(4)

em que  $r_g$  é a resistência equivalente do indutor de saída $L_g;\,v_{pac,k}$  é a tensão no ponto de acoplamento comum.

Reescrevendo (6):  

$$\frac{di_{g,d}}{dt} = \omega_g i_{g,q} + \frac{1}{L_g} [v_{c,d} - (r_g + R_f)i_{g,d} + R_f i_{t,d} - v_{pac,d}]$$

$$\frac{di_{g,q}}{dt} = -\omega_g i_{g,d} + \frac{1}{L_g} [v_{c,q} - (r_g + R_f)i_{g,q} + R_f i_{t,q} - v_{pac,q}]$$
(5)

Para o nó 3, representado na Figura 2, tem-se a seguinte expressão da derivada da tensão nos terminais do capacitor no filtro de saída:

$$\frac{dv_{c,k}}{dt} = \frac{1}{C_f} (i_{t,k} - i_{g,k}), \tag{6}$$

sendo que, referenciado as coordenadas dq:

$$\frac{dv_{c,d}}{dt} = \omega_g v_{c,q} + \frac{1}{C_f} (i_{t,d} - i_{g,d}),$$

$$\frac{dv_{c,q}}{dt} = -\omega_g v_{c,d} + \frac{1}{C_f} (i_{t,q} - i_{g,q}).$$
(7)

Além das equações que relacionam os estados do filtro de conexão, se faz necessário a inclusão da modelagem do comportamento dinâmico da tensão no elo c.c.. Na Figura 1, a fonte de corrente contínua é utilizada para representar, de maneira simplificada, uma fonte externa conectada à rede elétrica através de um conversor estático de potência. Negligenciando as perdas no processo de conversão CC/CA efetuado pelo VSC, pode-se escrever:

$$P_{in} = P_{cap} + P_{out}.$$
 (8)

E, baseado na teoria das potências instantâneas, referenciado no sistema de coordenadas síncronas, pode-se escrever a seguinte expressão para a potência nos terminais do inversor  $P_{out}$ :

$$P_{out} = \frac{3}{2} (v_{t,d} i_{t,d} + v_{t,q} i_{t,q}), \tag{9}$$

sendo que o fator 3/2 foi incluído nesta expressão uma vez que a transformação de coordenadas utilizada neste trabalho é a invariante em amplitude.

A potência de entrada,  $P_{in}$ , é definida pelo produto corrente  $I_O$  e tensão do barramento c.c.,  $v_{cc}$ . O cálculo da potência no capacitor c.c.  $P_{cap}$ , pode ser representada por:

$$P_{cap} = C \frac{dv_{cc}}{dt} v_{cc} \tag{10}$$

Assim, (8) pode ser reescrita como segue:

$$i_o v_{cc} = C \frac{dv_{cc}}{dt} v_{cc} + \frac{3}{2} (m_d \frac{v_{cc}}{2} i_{t,d} + m_q \frac{v_{cc}}{2} i_{t,q}).$$
(11)

<sup>9</sup> Como o termo  $v_{cc}$  aparece em todos os termos da equação acima, pode-se dividir (11) por este termo, resultando em:

$$\frac{dv_{cc}}{dt} = \frac{i_o}{C} - \frac{3}{4C}m_d i_{t,d} - \frac{3}{4C}m_q i_{t,q}.$$
 (12)

Nota-se que em (3) e (12) há uma multiplicação das variáveis de controle,  $m_d e m_q$ , pelas variáveis de estado  $i_{t,d}$ ,  $i_{t,q} e v_{cc}$ , tornando o conjunto não-linear (Fernandes et al., 2019). Logo, uma abordagem para este sistema é feita através de sua linearização em torno de um ponto de operação, e, para isso, considera-se um ponto em que as derivadas das variáveis de estado sejam nulas. Além disso, as pertubações  $V_{pac,d}$ ,  $V_{pac,q}$  e  $I_o$  são consideradas com valores médios iguais a 180 V, 0 V e 15 A, respectivamente. Algumas variáveis de estado também possuem seus valores médios definidos, tais como:  $V_{cc} = 400$  V e  $I_{g,q} = 0$  A. Em seguida, calculam-se os valores de ponto de operação para os estados  $I_{t,d}$ ,  $I_{t,q}$ ,  $I_{g,d}$ ,  $V_{c,d}$ ,  $V_{c,q}$ , e para as ações · de controle  $M_d$  e  $M_q$ . Na Tabela 1 são apresentados os parâmetros do sistema e na Tabela 2 são listados os pontos de operação a serem utilizados neste trabalho.

Tabela 1. Parâmetros do sistema.

Descrição	Parâmetro	Valor
Potência Nominal	$P_g$	35  kW
Tensão eficaz de linha da rede	$V_{g,rms}$	220 V
Frequência da rede	$f_g$	60  Hz
Frequência de comutação e amostragem	$f_{ch}, f_{sa}$	15  kHz
Indutância na saída do conversor	$L_t$	1 mH
Indutância conectada à rede	$L_g$	$100 \ \mu H$
Resistência de saída e da rede	$r_t, r_g$	$0,1 \ \Omega$
Capacitância do filtro	$C_f$	$50 \ \mu F$
Resistência de amortecimento	$R_{f}$	$2,5 \ \Omega$
Capacitância do barramento c.c.	$\hat{C}$	$3,06\ mF$

2.1 Representação em espaço de estados para as variáveis de estado em pequenos sinais

A representação em espaço de estados para a parcela de pequenos sinais é dada por:

Tabela 2. Pontos de operação para as variáveis de estado, variáveis de controle e pertubações.

Parâmetro	Valor
$v_{cc}$	400 V
$I_{t,d}$	$21,\!67 \text{ A}$
$I_{t,q}$	$3,42 \ A$
$I_{g,d}$	21,53 A
$I_{g,q}$	0 A
$V_{c,d}$	181 V
$V_{c,q}$	-7,75 V
$M_d$	0,91
$M_q$	0,046
$V_{pac,d}$	180 V
$\dot{V_{pac,q}}$	0 V
Io	15A



$$\dot{\tilde{\mathbf{x}}} = \overbrace{\begin{bmatrix} \frac{-\frac{r_t + R_f}{L_t} & \omega_g & \frac{R_f}{L_t} & 0 & -\frac{1}{L_t} & 0 & \frac{M_{t,d}}{2L_t} \\ -\omega_g & -\frac{r_t + R_f}{L_t} & 0 & \frac{R_f}{L_t} & 0 & -\frac{1}{L_t} & \frac{M_{t,q}}{2L_t} \\ \frac{R_f}{L_g} & 0 & -\frac{r_g + R_f}{L_g} & \omega_g & \frac{1}{L_g} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{R_f}{L_g} & -\omega_g & -\frac{r_g + R_f}{L_g} & 0 & \frac{1}{L_g} & 0 \\ \frac{1}{C_f} & 0 & -\frac{1}{C_f} & 0 & 0 & \omega_g & 0 \\ 0 & \frac{1}{C_f} & 0 & -\frac{1}{C_f} & -\omega_g & 0 & 0 \\ -\frac{3M_{t,d}}{4C} & -\frac{3M_{t,q}}{4C} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}} \widetilde{\mathbf{w}} + \overbrace{\begin{bmatrix} \frac{V_{cc}}{2L_t} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ -\frac{3I_{t,d}}{4C} & -\frac{3I_{t,q}}{4C} \end{bmatrix}}^{\mathbf{\tilde{w}}} \widetilde{\mathbf{w}}$$
(13)

sendo  $\tilde{\mathbf{x}} = [\tilde{i}_{t,d} \ \tilde{i}_{t,q} \ \tilde{i}_{g,d} \ \tilde{i}_{g,q} \ \tilde{v}_{c,d} \ \tilde{v}_{c,q} \ \tilde{v}_{cc}]^T$  a matriz de estados,  $\tilde{\mathbf{u}} = [\tilde{m}_d \ \tilde{m}_q]^T$  é a matriz de entrada de controle e  $\tilde{\mathbf{w}} = [\tilde{v}_{pac,d} \ \tilde{v}_{pac,q} \ \tilde{i}_o]^T$  refere-se a matriz de entrada de distúrbios. Vale ressaltar que o sobrescrito (~) denota a componente em pequenos sinais, enquanto que as letras maiúsculas representam as variáveis no ponto de operação. Além disso, a matriz  $\mathbf{A}$  é chamada de matriz dinâmica, a matriz  $\mathbf{B}$  é chamada de matriz de controle e a matriz  $\mathbf{E}$  é chamada de matriz de perturbação.

Para implementação do controle em coordenadas síncronas utiliza-se o circuito de sincronismo com duplo integrador generalizado de segunda ordem duplo (DSOGI-PLL), apresentado em (Rodríguez et al., 2006). A escolha deste PLL permite que o sistema seja referenciado a partir da componente fundamental de sequência positiva da tensão no PAC.

Neste estudo há duas variáveis de controle:  $m_d e m_q$ . Logo, apenas duas variáveis de estado podem ser controladas de forma independente. Assim, será realizado o controle da componente de corrente em quadratura,  $(i_{g,q})$ , na saída do filtro, e o controle da tensão do barramento c.c.,  $(v_{cc})$ , que deve ter seu valor constante para garantir o funcionamento adequado do sistema. Uma vez que a corrente de eixo direto e a tensão no barramento estão diretamente relacionadas, controlando  $v_{cc}$ ,  $i_{g,d}$  é indiretamente controlada. De forma a garantir que o erro seja nulo em estado permanente para essas duas variáveis, deve-se incluir uma ação de

controle do tipo integral. Sendo assim, utilizando variáveis auxiliares  $x_1$  e  $x_2$ , equivalentes à integral dos erros de corrente em quadratura e da tensão do barramento c.c., respectivamente, tem-se:

$$\frac{dx_1}{dt} = i_{g,q}^* - (I_{g,q} + \tilde{i}_{g,q}), 
\frac{dx_2}{dt} = v_{cc}^* - (V_{cc} + \tilde{v}_{cc}).$$
(14)

A representação do sistema após a inserção das ações integrais é:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{\tilde{x}} \\ \mathbf{\tilde{x}_{c}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{A} & \mathbf{0}_{7\times2} \\ -\mathbf{I}_{2\times2}\mathbf{C} & \mathbf{0}_{2\times2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{\tilde{x}} \\ \mathbf{x}_{c} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{B} \\ \mathbf{0}_{2\times2} \end{bmatrix} \mathbf{\tilde{u}} + \begin{bmatrix} \mathbf{E} \\ \mathbf{0}_{3\times2} \end{bmatrix} \mathbf{\tilde{w}} + \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{7\times2} \\ \mathbf{I}_{2\times2} \end{bmatrix} \mathbf{r},$$
(15)
(16)
$$\mathbf{\tilde{y}} = \mathbf{C}\mathbf{x}_{\mathbf{f}}.$$
(16)

onde, 
$$\mathbf{x}_{\mathbf{c}} = [x_1 \ x_2]^T$$
,  $\mathbf{x}_{\mathbf{f}} = [\mathbf{x} \ \mathbf{x}_{\mathbf{c}}]^T$ ;  $\mathbf{r} \in \mathbf{C}$  equivalem a:

$$\mathbf{r} = \begin{bmatrix} i_{g,q}^* - I_{g,q} \\ v_{cc}^* - V_{cc} \end{bmatrix} e \mathbf{C} = \begin{bmatrix} 0 \ 0 \ 0 \ 1 \ 0 \ 0 \\ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \end{bmatrix} .$$
(17)

### 2.2 Determinação dos ganhos de realimentação via LQR

Conforme descrito em Åström and Wittenmark (2013), na estrutura do controle por realimentação de estados, os mesmos são medidos e multiplicados por ganhos de forma a garantir estabilidade, rastreamento e rejeição assintóticos, robustez e boa resposta transitória do sistema em malha fechada. Portanto, para um sistema genérico, tais ganhos podem ser utilizados através da seguinte lei de controle,

$$\tilde{\mathbf{u}} = -\mathbf{K}\mathbf{x}_{\mathbf{f}},\tag{18}$$

de forma que os polos de malha fechada sejam alocados arbitrariamente, independente do tamanho das matrizes de estados  $\mathbf{A}$  e entrada  $\mathbf{B}$ . A Figura 3 apresenta o diagrama de blocos do sistema descrito, considerando  $\mathbf{K} = [\mathbf{K_1} \ \mathbf{K_2}]$ .

O LQR tem o compromisso de buscar uma alocação ótima dos polos através da minimização da função de custo quadrático, dada por:

$$J = \int_0^\infty \left( \mathbf{x_f}^T \mathbf{Q} \mathbf{x_f} + \mathbf{u}^T \mathbf{R} \mathbf{u} \right) dt, \qquad (19)$$

Assim, pode-se sintonizar os ganhos da matriz  $\mathbf{K}$  escolhendo valores apropriados para as matrizes  $\mathbf{Q} \in \mathbf{R}$ , que ponderam a importância e interferência das variáveis de estado e controle.

A partir dos dados das Tabelas 1 e 2 os valores iniciais de  $\mathbf{Q} \in \mathbf{R}$  foram obtido através da regra de Bryson, como (Bryson and Ho, 2018):

$$Q_{i,i} = \frac{1}{q},\tag{20}$$

sendo q = maior valor aceitável de  $[x_i^2]$  para  $i \in \{1, 2...k\}$ .

$$R_{j,j} = \frac{1}{r},\tag{21}$$

e r = maior valor aceitável de  $[u_j^2]$  para  $j \in \{1, 2...n\}$ .

Vale ressaltar que um grande desafio está na etapa de definição dos pesos para as matrizes  $\mathbf{Q} \in \mathbf{R}$ , pois diferentes combinações podem ser utilizadas. Até mesmo com a utilização da Regra de Bryson, dependendo da aplicação,



Figura 3. Controle LQR aplicado ao inversor trifásico com filtro LCL.

não é claro qual é, de fato, a maior variação aceitável para um estado. Assim, com o intuito de definir os pesos de uma maneira simples, considera-se que a mesma magnitude de variação será considerada para todos os estados do filtro, e que a maior variação da tensão c.c. será dez vezes menor. A mesma proporção será utilizada para os pesos referentes aos integradores. Já para as ações de controle  $m_d \ e \ m_q$  o maior valor aceitável será igual a 1, visto que para valores superiores ocorre a sobremodulação. Nestas condições obteve-se os valores iniciais de  $\mathbf{Q}$ =diag([ $1e^{-2} \ 1e^{-2} \ 1e^{-2}$ 

A partir da definição dos pesos das matrizes, um ajuste nos pesos previamente atribuídos podem ser realizados com o intuito de melhorar a resposta do sistema de acordo com os interesses do projeto. Com o refinamento na definição dos pesos os valores finais são  $\mathbf{Q} = \text{diag}([1e^{-4} \ 1e^{-4} \ 1e^{-4}$ 

Na Figura 5 são apresentadas as ações de controle  $\tilde{m}_d \in \tilde{m}_q$  durante a mesma resposta ao degrau aplicada na Figura 4. Para que seja possível reduzir o tempo de assentamento é de se esperar que as entradas de controle apresentem um maior esforço. Isto é confirmado pelos resultados apresentados na Figura 5, em que a excursão das entradas de controle é maior após os ajustes. Mesmo assim, destacase que em ambos os casos a excursão apresentada não levará a ação de controle para a saturação.

# 3. PROJETO DO ESTIMADOR DE ESTADOS DE ORDEM REDUZIDA

O método de estimativa do estado de ordem completa têm como objetivo construir um modelo da dinâmica de todos os estados da planta (Franklin et al., 2013). Uma representação genérica para um estimador pode ser dada por:

$$\dot{\hat{\mathbf{x}}} = \mathbf{A}\hat{\mathbf{x}} + \mathbf{B}\mathbf{u} + \mathbf{L}(\mathbf{y} - \mathbf{C}\hat{\mathbf{x}}), \qquad (22)$$

em que o sobrescrito  $(\hat{\mathbf{x}})$  representa todas as variáveis de estado do sistema que são estimadas;  $\mathbf{L}$  é o vetor de ganho do estimador que multiplica o erro entre as saídas medidas e estimadas.

Para o presente trabalho, deseja-se apenas reduzir o número de sensores, por isso, será adotado a implementação do estimador de ordem reduzida que é uma opção



Figura 4. Resposta ao degrau para os valores iniciais e finais de  $\mathbf{Q} \in \mathbf{R}$ : (a) $i_{g,q}/i_{g,q}^*$ , (b) $i_{g,q}/v_{cc}$ , (c) $v_{cc}/i_{g,q}$  e (d) $v_{cc}/v_{cc}^*$ .



Figura 5. Análise das entradas de controle  $\tilde{m}_d \in \tilde{m}_q$ : (a)  $\tilde{m}_d$  em relação a  $i_{g,q}$ , (b)  $\tilde{m}_d$  em relação a  $v_{cc}$ , (c)  $\tilde{m}_q$  em relação a  $i_{g,q}$  e (d)  $\tilde{m}_q$  em relação a  $v_{cc}$ .

com menor esforço computacional, se comparado com o estimador de ordem completa. Para facilitar no projeto do estimador de estados de ordem reduzida é interessante particionar o sistema apresentado em (13) onde:  $\mathbf{x}_m$ , que são os estados medidos diretamente, e  $\mathbf{x}_n$ , que representa o restante das variáveis de estado que precisam ser estimadas. Deseja-se estimar os estados  $\tilde{i}_{t,d}$ ,  $\tilde{i}_{t,q}$ ,  $\tilde{v}_{c,d}$  e  $\tilde{v}_{c,q}$ , de modo que mesmo com a utilização do filtro LCL, o número de sensores requeridos no filtro seja igual a um sistema com filtro L. Portanto,  $\mathbf{x_m} = [\tilde{i}_{g,d} \ \tilde{i}_{g,q} \ \tilde{v}_{cc} \ x_1 \ x_2]^T$ ,  $\mathbf{x_n} = [\tilde{i}_{t,d} \ \tilde{i}_{t,q} \ \tilde{v}_{c,d} \ \tilde{v}_{c,q}]^T$ ;  $\mathbf{z}$  é a saída do estimador.

Desta forma, a descrição completa do sistema é dada por:

$$\begin{bmatrix} \dot{\mathbf{x}}_m \\ \dot{\mathbf{x}}_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_{mm} & \mathbf{A}_{mn} \\ \mathbf{A}_{nm} & \mathbf{A}_{nn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{x}_m \\ \mathbf{x}_n \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{B}_m \\ \mathbf{B}_n \end{bmatrix} \mathbf{u}, \qquad (23)$$

$$\mathbf{z} = \begin{bmatrix} \mathbf{1}_{1 \times m} & \mathbf{0}_{1 \times n} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{x}_m \\ \mathbf{x}_n \end{bmatrix}.$$
(24)

em que  $\mathbf{x}_e = [\mathbf{x}_m; \mathbf{x}_n]^T$ ; Mesmo possuindo os mesmos elementos que (13), a organização dos estados é alterada para a utilização do estimador de ordem reduzida, e por isso, o subíndice "e" foi adicionado.

Reorganizando (14) de acordo com (23), temos:

$$\dot{\mathbf{x}}_{\mathbf{e}} = \begin{bmatrix} -\frac{rg + R_f}{Lg} & \omega_g & 0 & 0 & 0 & \frac{R_f}{Lg} & 0 & \frac{1}{Lg} & 0 \\ -\omega_g & -\frac{rg + R_f}{Lg} & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{R_f}{Lg} & 0 & \frac{1}{Lg} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{3M_{t,d}}{4C} & -\frac{3M_{t,q}}{4C} & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{R_f}{L_t} & 0 & \frac{M_{t,d}}{2L_t} & 0 & 0 & -\frac{rt + R_f}{L_t} & \omega_g & -\frac{1}{L_t} & 0 \\ 0 & \frac{R_f}{L_t} & \frac{M_{t,q}}{2L_t} & 0 & 0 & -\omega_g & -\frac{rt + R_f}{L_t} & 0 & -\frac{1}{L_t} \\ -\frac{1}{C_f} & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{C_f} & 0 & 0 & \omega_g \\ 0 & -\frac{1}{C_f} & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{C_f} & -\omega_g & 0 \end{bmatrix} \mathbf{\tilde{u}}_{\mathbf{e}} + \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{3H_{t,d}}{4C} - \frac{3H_{t,q}}{4C} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{V_{cc}}{2L_t} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \mathbf{\tilde{u}}_{\mathbf{e}}$$

$$(25)$$

De acordo com (23), as variáveis de estado não medidas podem ser representadas por:

$$\dot{\mathbf{x}}_n = \mathbf{A}_{nm}\mathbf{x}_m + \mathbf{A}_{nn}\mathbf{x}_n + \mathbf{B}_n\mathbf{u}_{\mathbf{e}},\tag{26}$$

em que os termos  $\mathbf{A}_{nm}\mathbf{x}_m$  e  $\mathbf{B}_n\mathbf{u}_e$  são conhecidos e assim podem ser considerados como entradas do estimador. Além disso, baseado em (24) é possível assumir que  $\mathbf{x}_m = \mathbf{z}$ , ou seja:

$$\dot{\mathbf{x}}_m = \dot{\mathbf{z}} = \mathbf{A}_{mm} \mathbf{z} + \mathbf{A}_{mn} \mathbf{x}_n + \mathbf{B}_m \mathbf{u}_e.$$
(27)

Agrupando-se os termos conhecidos no lado esquerdo da igualdade, têm-se:

$$-\mathbf{A}_{mm}\mathbf{z} - \mathbf{B}_m\mathbf{u}_e = \mathbf{A}_{mn}\mathbf{x}_n.$$
 (28)

A partir das manipulações desenvolvidas em (26)-(28), Franklin et al. (2013) sugere uma substituição de variáveis com o intuito de facilitar a utilização da expressão genérica do estimador (22). Assim, a seguinte mudança de variáveis é aplicada para o estimador de ordem reduzida:

Em seguida, o estimador de estados ordem reduzida é obtido a partir da substituição de (29) na expressão genérica do estimador (22), de modo que:

$$\hat{\mathbf{x}}_{n} = \mathbf{A}_{nn}\hat{\mathbf{x}}_{n} + \mathbf{A}_{nm}\mathbf{z} + \mathbf{B}_{n}\mathbf{u}_{e} + 
\mathbf{L}(\dot{\mathbf{z}} - \mathbf{A}_{mm}\mathbf{z} - \mathbf{B}_{m}\mathbf{u}_{e} - \mathbf{A}_{mn}\hat{\mathbf{x}}_{n}),$$
(30)

ou então,

$$\dot{\hat{\mathbf{x}}}_{n} = (\mathbf{A}_{nn} - \mathbf{L}\mathbf{A}_{mn})\hat{\mathbf{x}}_{n} + (\mathbf{A}_{nm} - \mathbf{L}\mathbf{A}_{mm})\mathbf{z} + (\mathbf{B}_{n} - \mathbf{L}\mathbf{B}_{m})\mathbf{u}_{e} + \mathbf{L}\dot{\mathbf{z}}.$$
(31)

Sabe-se que a diferenciação amplifica o ruído, por isso, o uso de  $\dot{z}$  não é recomendado para aplicações envolvendo conversores comutados em altas frequências. Para contornar essa dificuldade, um novo estado é definido:

$$\mathbf{x}_o \stackrel{\triangle}{=} \hat{\mathbf{x}}_n - \mathbf{L} \dot{\mathbf{z}}.$$
 (32)

Em termos desse novo estado, a implementação do estimador de ordem reduzida é dada por:

$$\dot{\mathbf{x}_o} = (\mathbf{A}_{nn} - \mathbf{L}\mathbf{A}_{mn})\hat{\mathbf{x}}_n + (\mathbf{A}_{nm} - \mathbf{L}\mathbf{A}_{mm})\mathbf{z} + (\mathbf{B}_n - \mathbf{L}\mathbf{B}_m)\mathbf{u}_e$$
(33)

As dinâmicas do estimador são estimadas selecionando a  $_{e}$ +matriz L, que assim como para os ganhos do controlador, neste caso, também foi obtida através do LQR. Para isso, considera-se as matrizes:

$$\mathbf{Q_e} = diag([1e^{-4} \ 1e^{-4} \ 1e^{-4} \ 1e^{-4} \ 1e^{-4}]),$$

$$\mathbf{R_e} = diag([1 \ 1 \ 1 \ 1]).$$
(34)

A Figura 6 exibe a estrutura do estimador de ordem reduzida descrito em (33).



Figura 6. Estimador de estados de ordem reduzida.

### 4. RESULTADOS

O circuito da Figura 1 é simulado considerando os parâmetros informados nas Tabelas 1. O controle via realimentação de estados é aplicado em conjunto com o estimador de estados de ordem reduzida. Para verificar a eficácia da estrutura de controle, diferentes eventos são aplicados nos sinais de referência  $i_{g,q}^*$  e $V_{cc}$ e na entrada de distúrbio  $I_o$ . Os seguintes eventos são realizados: (i) - em 0.0 s,  $i_{g,q}^* = 0$  A,  $v_{cc} = 400$  V e  $I_o = 0$  A; (ii) - em 0.2 s,  $i_{g,q}^*$  é alterado para 10 A; (iii) - em 0.3 s,  $V_{cc}$  é alterado para 420 V; (iv) - em 0.4 s,  $I_{g,q}$  é alterado para 20 A; (v) -

em 0.5 s, a fonte alternativa representada por  $I_o$  é alterada para 15 A.

Na Figura 7 são apresentados os comportamentos das correntes injetadas na rede de eixo direto e em quadratura. A corrente  $i_{g,q}$  apresenta rápida resposta dinâmica sem sobressinal. A potência injetada na rede elétrica é definida como o excedente de potência entre a potência da fonte externa e a potência no capacitor, e a sua reposta pode ser indiretamente representada pela forma de onda  $i_{g,d}$ .



Figura 7. Comportamento das correntes injetadas no PAC: (a) eixo direto; (b) eixo em quadratura.

A Figura 8 exibe a tensão do barramento durante os diferentes eventos. Em 0, 2 s, a referência de tensão c.c. é alterada e o sobressinal é inferior a 0, 5% com um tempo de assentamento de aproximadamente 0, 05. Os resultados apresentados nas Figuras 8 e 7 estão de acordo com os valores obtidos durante a etapa de projeto e exibidos na Figura 4.



Figura 8. Comportamento da tensão do barramento c.c..

A Figura 9 apresenta a estimação das correntes de saída do inversor  $i_{t,d}$  e  $i_{t,q}$ . Para comparação, os sinais medidos também são apresentados. Em 0,2 s a referência de corrente de eixo em quadratura altera seu valor de 0 para 10 A, onde a corrente medida e estimada responde rapidamente, com o tempo de acomodação menor que 0,01s sem sobressinal. O mesmo comportamento ocorre em 0,4 s, quando altera-se a referência de 10 para 20 A. Observa-se que  $i_{t,d}$  e  $i_{t,dest}$  têm o mesmo comportamento, diferenciando-se apenas em relação ao ruído. A corrente medida apresenta mais ruído que a estimada. Esta é outra

vantagem da utilização dos estimadores de estados. Assim como ocorreu com  $i_{g,d}$  o comportamento da corrente  $i_{t,d}$  também é alterado nos instantes em que o valor de  $I_o$  é modificado. Para uma variação em degrau da entrada de distúrbio  $I_o$ , nota-se um sobressinal de aproximadamente 25%. Percebe-se também a oscilação da corrente de eixo direto quando ocorre alteração na referência de  $v_{cc}$ . No barramento c.c. ocorre apenas o fluxo de potência ativa. Qualquer variação ou pertubação no mesmo exige um esforço do controlador para regular esta tensão através da corrente de eixo direto.



Figura 9. Comportamento das correntes de saída do conversor medidas e estimadas: (a) eixo direto; (b) eixo em quadratura.

Na Figura 10 são apresentadas as variáveis de controle, em que é possível notar que as variáveis de controle não sofrem variações abruptas, preservando assim o conversor eletrônico de potência. Durante toda a simulação o conversor não operou fora da região linear, pois  $m_d$ ,  $m_q$  e  $|m_{dq}| = \sqrt{m_d^2 + m_q^2}$  apresentam valores menores que 1.



Figura 10. Comportamento dos sinais de controle.

A corrente e tensão de uma das fases no PAC são exibidas na Figura 11. A corrente apresenta baixa distorção, visto que a sua distorção harmônica total (THD) é de aproximadamente 1,54%, atendendo aos limites recomendados pela IEEE 519 2014(IEE, 2014).

### 5. CONCLUSÃO

Este documento apresentou um VSC conectado à rede com filtro LCL controlado via realimentação de estados,



Figura 11. Detalhamento das formas de onda da corrente e tensão da fase "a".

utilizando um estimador de estados de ordem reduzida. Detalhes sobre a modelagem e o projeto do controlador e do estimador foram apresentados e sua eficácia foi verificada através de resultados de simulação, em que variações em degrau foram aplicada nos sinais de referências e na pertubação, através da corrente  $I_o$ . As matrizes de ganhos do controlador e do estimador de estados foram obtidas pela metodologia LQR. Para os ganhos de realimentação do controlador foi utilizado a regra de Bryson como ponto de partida para seleção dos pesos do LQR, e em seguida, foi empregado um procedimento de reajuste dos pesos do LQR, baseado na análise do sobressinal e o tempo de assentamento.

A partir da estratégia de controle adotada é possível diminuir o número de sensores no filtro de conexão com a rede CA, resultando em redução de custos. Devido a característica sistêmica do projeto apresentado, diferentes procedimentos para obtenção dos ganhos do controlador e do estimador podem ser empregados para atender diferentes requisitos de projeto. Durante todo o funcionamento do sistema os requisitos de qualidade de energia foram atendidos.

### AGRADECIMENTOS

O presente trabalho foi realizado com o apoio financeiro da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES) – Brasil – Código de Financiamento 001 e da Fundação de Amparo à Pesquisa de Minas Gerais (FAPEMIG), Processo: APQ-02359-21. Agradecemos também a UFMG pelo apoio institucional e financeiro.

### REFERÊNCIAS

- (2014). IEEE recommended practice and requirements for harmonic control in electric power systems. *IEEE Std* 519-2014 (Revision of IEEE Std 519-1992), 1–29. doi: 10.1109/IEEESTD.2014.6826459.
- Åström, K.J. and Wittenmark, B. (2013). Computercontrolled systems: theory and design. Courier Corporation.
- Bryson, A.E. and Ho, Y.C. (2018). Applied optimal control: optimization, estimation, and control. Routledge.
- Fernandes, M.d.C., de Almeida, P.M., Fogli, G.A., Riberio, A.d.S.B., and Barbosa, P.G. (2019). Desenvolvimento de controladores multivariáveis lqr e robusto para integração de uma microrrede à rede elétrica. In Congresso Brasileiro de Automática-CBA, volume 1.
- Franklin, G.F., Powell, J.D., and Emami-Naeini, A. (2013). Sistemas de controle para engenharia. Bookman Editora.

- Ghosh, S., Saha, P.K., and Panda, G.K. (2015). Wind energy conversion system connected with grid using permanent magnet synchronous generator (pmsg). *Wind Energy*, 4(1).
- Hasanzadeh, A., Edrington, C., Liu, Y., and Leonard, J. (2011). An lqr based optimal tuning method for impbased vsi controller for electric vehicle traction drives. In 2011 IEEE Vehicle Power and Propulsion Conference, 1–7. IEEE.
- Huang, L., Wu, C., Zhou, D., and Blaabjerg, F. (2021). Grid impedance impact on the maximum power transfer capability of grid-connected inverter. In 2021 IEEE 12th Energy Conversion Congress Exposition - Asia (ECCE-Asia), 1487–1490. doi:10.1109/ECCE-Asia49820.2021. 9479080.
- Liu, K.Z. and Yao, Y. (2016). Robust control: theory and applications. John Wiley & Sons.
- Luenberger, D.G. (1964). Observing the state of a linear system. *IEEE transactions on military electronics*, 8(2), 74–80.
- Maccari Junior, L.A. et al. (2015). Controle robusto baseado em desigualdades matriciais lineares aplicado a inversores conectados à rede elétrica.
- Osório, C.R., Scalcon, F.P., Koch, G.G., Montagner, V.F., Vieira, R.P., and Gründling, H.A. (2020). Controle robusto aplicado a geradores de relutância variável conectadosa rede. *Revista Eletrônica de Potência*, 25(3), 1–11.
- Rodríguez, P., Teodorescu, R., Candela, I., Timbus, A.V., Liserre, M., and Blaabjerg, F. (2006). New positivesequence voltage detector for grid synchronization of power converters under faulty grid conditions. In 2006 37th IEEE Power Electronics Specialists Conference, 1– 7. doi:10.1109/pesc.2006.1712059.
- Rodríguez-Cabero, A., Prodanovic, M., and Roldán-Pérez, J. (2018). Full-state feedback control of back-to-back converters based on differential and common power concepts. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 66(11), 9045–9055.
- Rodríguez-Cabero, A., Sánchez, F.H., and Prodanovic, M. (2016). A unified control of back-to-back converter. In 2016 IEEE Energy Conversion Congress and Exposition (ECCE), 1–8. IEEE.
- Souza, I.D.N.d. (2021). Controle Multivariável Aplicado ao Conversor Back-to-Back. Ph.D. thesis, Universidade Federal de Juiz de Fora.
- Teodorescu, R., Liserre, M., and Rodriguez, P. (2011). Grid converters for photovoltaic and wind power systems, volume 29. John Wiley & Sons.