

## Estudo Comparativo do Ajuste de Funções Racionais em Modelos de Linhas Aéreas de Transmissão

Túlio Oliveira Silva e Assunção \* Rodolfo Antônio Ribeiro de Moura \*  
Marco Aurélio de Oliveira Schroeder \* Fernando Aparecido de Assis \*

\* *Universidade Federal de São João del-Rei (UFSJ), MG, (e-mails: tuliotosa@yahoo.com.br, moura@ufsj.edu.br, schroeder@ufsj.edu.br, fernandoassis@ufsj.edu.br.)*

---

**Abstract:** The overhead transmission lines are subject to several transients events, such as atmospheric discharges. For this, the study of electromagnetic transients in transmission lines is fundamental to know the response of this element before the electrical power system in cases of unexpected requests. In the existing line models in electromagnetic transient *softwares*, a required step is the fitting of the functions that model the line in rational functions. Therefore, this paper aims to analyze the difference between two methods of rational approximation in the study of electromagnetic transients in a single-phase overhead transmission line. The two methods used are: i) Asymptotic Bode Fitting (ABF); ii) Vector Fitting (VF). The analyzed models are computed considering a frequency spectrum from 100 Hz to 10 MHz. According to the results, the use of the most complex model, VF, can lead to mean square errors up to 36 times smaller than those resulting from the use of the traditional ABF implemented in electromagnetic transient *software*, such as ATP.

**Resumo:** As linhas de transmissão aéreas estão sujeitas a diversos eventos transitórios, como as descargas atmosféricas. Dessa forma, o estudo de transitórios eletromagnéticos em linhas de transmissão é fundamental para conhecer a resposta desse elemento perante o sistema elétrico de potência em casos de solicitações inesperadas. Nos modelos de linha existentes em *softwares* de transitórios eletromagnéticos, um passo obrigatório é o ajuste das funções que modelam a linha em funções racionais. Sendo assim, este trabalho tem como objetivo analisar a diferença entre dois métodos de aproximação racional no estudo de transitórios eletromagnéticos em uma linha de transmissão monofásica aérea. Os dois métodos utilizados são: i) Ajuste Assintótico de Bode (AAB); ii) Ajuste Vetorial (AV). Os modelos analisados são computados considerando um espectro de frequência de 100 Hz até 10 MHz. Segundo os resultados, o uso do modelo mais complexo, AV, pode levar a erros quadráticos médios até 36 vezes menores que os decorrentes do uso do tradicional do AAB, implementado em *softwares* de transitórios eletromagnéticos, como o ATP.

**Keywords:** Electromagnetic Transient; Rational Fitting; Vector Fitting; Bode's Asymptotic Method; Overhead Transmission Line.

**Palavras-chaves:** Transitório Eletromagnético; Aproximação Racional; Ajuste Vetorial; Método assintótico de Bode; Linhas de Transmissão Aéreas.

---

### 1. INTRODUÇÃO

Com o crescimento complexo e interconectado do sistema elétrico de potência, existe a necessidade de uma avaliação criteriosa do seu desempenho frente a fenômenos em regime permanente e também em regime transitório. Um aspecto chave para a avaliação adequada de transitórios eletromagnéticos em sistemas de potência é a análise das linhas que formam o sistema de transmissão (Moura et al., 2016).

Para a avaliação de sobretensões em linhas de transmissão aéreas, trabalha-se com as funções de impedância longitudinal e admitância transversal, que podem ser calculadas computacionalmente. Essas funções são calculadas para

serem utilizadas no cálculo da tensão e corrente no modelo de linha. Normalmente, modelos de linha de transmissão são obtidos através da suposição quase-TEM e trabalhados no domínio do tempo.

Para que os modelos de linha de transmissão sejam calculados em *softwares* do tipo EMTP (*Electromagnetic Transients Program*), como por exemplo o *Alternative Transients Program* (ATP), é necessário trabalhar com funções no domínio do tempo. Com isso, é necessário realizar cálculos de convoluções no domínio do tempo, o que traz grande esforço computacional, como visto em Neves (2005). Uma maneira de reduzir esse fardo computacional é aproximando essas funções no domínio da frequência por meio de funções racionais. Essas funções racionais,

que representam de maneira aproximada as funções de impedância característica e propagação de onda obtidas no domínio da frequência, podem ser aproximadas utilizando vários métodos diferentes detalhados em Bañuelos-Cabral et al. (2017). Dentre os métodos comentados em Bañuelos-Cabral et al. (2017), pode-se destacar os métodos de AAB e o AV como sendo os mais utilizados em estudos de transitórios eletromagnéticos.

Neste trabalho, é apresentado um estudo comparativo de duas abordagens para realizar a síntese de funções racionais, necessárias para o estudo de transitórios eletromagnéticos, sendo elas os métodos de ajuste por meio de equações assintóticas de Bode e o AV. Para realizar a comparação foi calculada a raiz dos erros quadráticos médio entre os valores exatos e o valor obtido através do ajuste feito, em cada situação, nas funções de propagação de onda e impedância característica de uma linha de transmissão monofásica.

Além da presente seção introdutória, este artigo é composto de mais quatro seções principais. Na Seção 2, conceitos gerais relacionados aos parâmetros por unidade de comprimento das linhas de transmissão são expostos e os modelos adotados nesse trabalho são apresentados. Na Seção 3, os métodos de ajuste considerados são detalhadamente discutidos. Na Seção 4, os resultados obtidos são apresentados e analisados. Por fim, na Seção 5, são sintetizadas as principais conclusões do estudo.

## 2. PARÂMETROS DE LINHAS DE TRANSMISSÃO

Para analisar sistemas elétricos de potência frente a regimes transitórios, é necessária a correta modelagem da propagação de ondas de tensão e corrente em linhas de transmissão. Para modelagem de uma linha de transmissão, pode-se citar duas metodologias que são comumente utilizadas (Júnior, 2003): i) modelos com parâmetros concentrados e ii) modelos com parâmetros distribuídos.

Os modelos que consideram parâmetros distribuídos são os mais indicados, devido à precisão necessária no estudo de transitórios eletromagnéticos em linhas de transmissão. Tais modelos são obtidos por meio do cálculo de dois parâmetros eletromagnéticos essenciais, a impedância longitudinal ( $Z_L$ ) e a admitância transversal ( $Y_T$ ) da linha (ambos por unidade de comprimento).

Considerando algumas simplificações, como a distância constante dos condutores ao longo da linha e a linha sendo infinitamente longa, ou seja, seu comprimento é muito maior que a maior altura do condutor em relação ao solo, pode-se determinar a impedância de retorno pelo solo, como visto em (Pollaczek, 1926; Carson, 1926; Deri et al., 1981; Carson, 1929). Nos próximos subitens está detalhado o cálculo de  $Z_L$  e  $Y_T$  no modelo trabalhado. Ademais, vista a importância da consideração da variação dos parâmetros eletromagnéticos do solo com a frequência, também é comentada a consideração da dependência da frequência dos parâmetros permissividade e condutividade elétrica do solo.

### 2.1 Impedâncias de Retorno do Solo e Efeito Pelicular

A inclusão da corrente de retorno pelo solo em um modelo de linha de transmissão foi o objeto de estudo de diversos

trabalhos. Dentre esses trabalhos, vale ressaltar os pioneiros, sendo eles o de Carson (1926) e de Pollaczek (1926). Em seus trabalhos, ambos quantificaram os termos de correção das impedâncias própria e mútua, que deveriam ser somados aos valores das impedâncias calculados para o solo ideal, levando-se em conta a corrente no solo.

Nos trabalhos de Carson e Pollaczek, a obtenção dos parâmetros eletromagnéticos longitudinais da linha, por unidade de comprimento, faz o uso de integrais impróprias. A solução dessas integrais nem sempre é de simples obtenção. Em 1981, Deri et al. (1981) apresentou algumas aproximações assintóticas para as formulações de Carson. Como no trabalho de Moura (2014), foi mostrado que não existe diferença prática do uso de Carson ou de Deri no cálculo de  $Z_L$ , optou-se pela aplicação das aproximações de Deri, devido à facilidade de implementação.

Ademais, a condução de ondas eletromagnéticas em condutores elétricos implicam no efeito pelicular (*Skin Effect*). Esse fenômeno ocorre devido à dificuldade que campos eletromagnéticos têm de penetrar em condutores elétricos. Logo, para a correta avaliação da impedância longitudinal, deve-se considerar a variação com a frequência dos parâmetros associados à esse fenômeno, em uma parcela conhecida como impedância interna do condutor ( $Z_{int}$ ). Nesse trabalho, optou-se por utilizar as equações descritas no trabalho de Dwight (1918), que apresenta formulações para a consideração do correto cômputo do efeito da frequência na indutância e na resistência interna de condutores tubulares.

### 2.2 Admitância Transversal Variando com a Frequência

O parâmetro transversal da linha representa o efeito capacitivo entre os condutores e entre condutor e a terra. Se o solo for considerado um condutor elétrico perfeito, essa matriz de capacitância pode ser calculada por meio da matriz inversa de potencias de Maxwell.

Contudo, segundo o trabalho de Gertrudes et al. (2011), nessa faixa de frequência torna-se necessária uma reavaliação dos parâmetros transversais considerando a variação com a frequência. Para garantir uma maior precisão no modelo adotado nesse trabalho, optou-se por considerar o modelo aproximado de Tesche-Deri. Desenvolvido por Tesche (1992), esse modelo relaciona o cálculo da admitância transversal com o cálculo da impedância de retorno pelo solo (calculada através do modelo de Deri, por isso, o nome Tesche-Deri).

Tesche desenvolveu seu modelo a partir da admitância transversal, calculada na condição de solo ideal, associada em série com a admitância transversal de retorno pelo solo. O cálculo da admitância transversal é obtido através da matriz inversa de potencias de Maxwell e o cálculo da admitância transversal de retorno está detalhado em Tesche (1992).

### 2.3 Consideração da Variação da Condutividade e Permissividade Elétrica do Solo Variando com a Frequência

Macroscopicamente, as propriedades eletromagnéticas do solo, assim como de qualquer meio, podem ser descritas em termos de sua condutividade elétrica ( $\sigma$ ), permissividade

elétrica ( $\epsilon$ ) e permeabilidade magnética ( $\mu$ ). Segundo os trabalhos de Weir (1974); Hipp (1974); McKim et al. (1980); Scott (1983); Portela (1999),  $\mu$  praticamente não sofre influência da variação do espectro de frequência da excitação. Por outro lado, como mostrado em Scott (1966); Longmire and Smith (1975); Visacro and Alipio (2012); Alipio (2014); Moura et al. (2018) o mesmo não pode ser dito sobre a condutividade e a permissividade elétricas do solo.

Além disso, como pode ser visto nos trabalhos de Carson (1926); Deri et al. (1981), a consideração dessa natureza dispersiva do solo impacta consideravelmente o modelo de linhas de transmissão. Sendo assim, neste trabalho, foi considerada a correção dos parâmetros do solo variando com a frequência, proposto por Alipio (2014), impactando diretamente na impedância de retorno pelo solo. O trabalho de Alipio foi escolhido por ser uma metodologia baseada em medições locais, ou seja, reduzindo possíveis erros ao transportar as medições, e por ser um método causal, diferentemente do trabalho anteriormente publicado pelos mesmos autores Visacro and Alipio (2012).

Em Alipio (2014), os autores desenvolveram um modelo de correção dos parâmetros de condutividade e permissividade elétrica do solo empiricamente. O modelo proposto é capaz de prever o comportamento dos parâmetros de resistividade e permissividade elétrica relativa que variam seu valor com a frequência. Esse modelo é válido para uma faixa de 100 Hz a 4 MHz. Para valores abaixo de 10 kHz, utiliza-se a frequência de 10 kHz para o cálculo da permissividade elétrica.

#### 2.4 Propagação de Onda e Impedância Característica

Os modelos de linhas de transmissão são baseados nas equações diferenciais de propagação de onda. Através das equações do Telegrafo, e trabalhando com os parâmetros longitudinais e transversais distribuídos da linha, pode-se definir duas funções: i) a função de propagação de onda ( $A(\omega)$ ) - que quantifica a atenuação e defasagem que uma onda sofrerá durante sua propagação; e ii) a impedância característica ( $Z_C(\omega)$ ), que relaciona as ondas de tensão e corrente.

Esses parâmetros, bem como as correntes e tensões estimadas com o auxílio delas, encontram-se no domínio da frequência. Porém, na maioria dos estudos de transitórios eletromagnéticos, elas devem ser usadas no domínio do tempo. Para isso, aplica-se a transformada inversa de Fourier, transformando as respostas no domínio da frequência para o domínio do tempo. Nesse processo, ocorrem operações de convolução, o que, para simulações computacionais de transitórios eletromagnéticos, consome muito tempo computacional.

Com intuito de contornar esse problema computacional, uma solução foi apresentada no trabalho Semlyen and Dabuleanu (1975). Nessa abordagem, a representação da função de propagação ( $A(\omega)$ ) e da impedância característica ( $Z_C(\omega)$ ) da linha é feita por meio de uma função exponencial no domínio do tempo. Com essa representação, foi possível solucionar as convoluções que aparecem no cálculo de transitórios em linhas no domínio do tempo através

de um conjunto de equações não lineares, cuja solução é obtida por meio do algoritmo de Newton-Raphson.

#### 2.5 Aproximação em Funções Racionais em Modelos de Linha de Transmissão

Um problema apontado por Semlyen é a dificuldade de aproximar a função de propagação em uma soma de exponenciais, devido ao seu grande número de oscilações e picos. Para contornar tal problema, Marti (1982) propõe uma técnica que considera o tempo de atraso ( $\tau$ ) em cada modo de propagação, e, assim, define-se uma matriz auxiliar  $P(\omega)$ , a relação entre as matrizes  $A(\omega)$  e  $P(\omega)$  pode ser vista em (1). Esse atraso, definido como tempo de propagação, é calculado pela razão do comprimento da linha pela velocidade do modo de propagação.

$$A(\omega) = P(\omega)e^{-j\omega\tau} \quad (1)$$

Um ponto a ser destacado nessa técnica é que os elementos podem apresentar  $n$  atrasos diferentes devido aos “modos de propagação” em uma linha com  $n$ -condutores, como visto em Wedepohl (1963). Para contornar esse problema, Marti (1982) considera  $\tau$  como sendo o atraso de tempo de viagem da componente de frequência mais rápida presente no impulso injetado.

Em seu artigo, Marti (1982) representa a impedância característica ( $Z_C(\omega)$ ) como uma série de blocos em paralelo de resistências e capacitâncias, que resulta em uma função de soma de frações racionais. A resistência  $R_0$  é definida para situação em que a frequência tende ao infinito. Como o valor de  $A(\omega)$  corresponde a zero quando a frequência tende ao infinito, o número de zeros deve ser menor que o número de polos da função racional resultante. Para esse caso, tem-se uma soma de frações racionais e diferentemente da impedância característica não terá uma constante.

### 3. MÉTODOS DE SÍNTESE DE FUNÇÕES RACIONAIS

A síntese das funções racionais é de fundamental importância para diminuir o tempo gasto com operações de convolução. Dessa maneira, este artigo aborda duas técnicas para o ajuste de tais funções racionais, sendo elas: i) AAB e ii) AV.

#### 3.1 Método de Ajuste Assintótico de Bode

Em seu trabalho, Marti faz a síntese das funções de propagação de onda e impedância característica usando o AAB. O AAB consiste em uma adaptação numérica do método gráfico do diagrama de Bode (1945). O método sugere que a função racional tenha apenas zeros e polos reais para evitar ondulações e picos indesejados.

A aproximação é feita passo a passo, iniciando no nível CC e seguindo até a frequência mais elevada, no caso desse estudo 10 MHz. O AAB faz a aproximação através da seguinte relação:

$$|F(j\omega)| = C_0 \frac{\left| \frac{j\omega}{a_1} - 1 \right| \angle \alpha_1 \left| \frac{j\omega}{a_2} - 1 \right| \angle \alpha_2 \dots \left| \frac{j\omega}{a_n} - 1 \right| \angle \alpha_n}{\left| \frac{j\omega}{b_1} - 1 \right| \angle \beta_1 \left| \frac{j\omega}{b_2} - 1 \right| \angle \beta_2 \dots \left| \frac{j\omega}{b_m} - 1 \right| \angle \beta_m} \quad (2)$$

onde  $|F(j\omega)|$  é a função aproximada,  $\omega$  é a frequência do sinal,  $a_n$  é o  $n$ -ésimo zero,  $b_n$  é o  $n$ -ésimo polo,  $\alpha_n$  e  $\beta_n$  são os ângulos referentes aos respectivos polos e zeros. É de importância para esse estudo que seja destacado o fato de que os ângulos  $\alpha$  e  $\beta$  são desconsiderados. Isso é devido a aproximação ser feita utilizando funções racionais de fase mínima, ou seja, funções que possuem zeros e polos localizados no semiplano esquerdo do plano  $s$  no eixo dos números reais, em outras palavras, somente polos e zeros reais. Resultado disso, são funções ajustadas definidas apenas pelas suas magnitudes.

Utilizando as propriedades logarítmicas em (2) e desconsiderando os ângulo, tem-se como resultado (3).

$$\log_{10} |F(j\omega)| = \log_{10} |C_0| + \log_{10} \left| \frac{j\omega}{a_1} - 1 \right| + \dots + \log_{10} \left| \frac{j\omega}{a_n} - 1 \right| - \log_{10} \left| \frac{j\omega}{b_1} - 1 \right| - \log_{10} \left| \frac{j\omega}{b_m} - 1 \right| \quad (3)$$

A dedução mais detalhada desse método pode ser visto no trabalho de Bañuelos-Cabral et al. (2017).

### 3.2 Método de Ajuste Vetorial

Outros métodos foram desenvolvidos para fazer aproximações de funções racionais, como o Método de Levenberg-Marquardt, método de Levy, entre outros, que podem aumentar a precisão e qualidade do modelo de linha de transmissão proposto por Marti (Bañuelos-Cabral et al., 2017). Atualmente, dentre esses métodos, um que é largamente utilizado em trabalhos sobre transitórios eletromagnéticos, é o método proposto por Gustavsen and Semlyen (1998), o AV, também conhecido como *VF* (do inglês).

O AV é uma técnica que realoca os polos de maneira iterativa. A forma que ele trabalha se resume a resolver um problema linear. Os polos iniciais são encontrados, calculam-se os zeros resolvendo um problema de autovalor, então encontrando novos polos e repetindo o processo iterativamente até a convergência ser alcançada. Com o objetivo de ser aplicado para sistemas de ordem alta e um amplo espectro, o AV tem a liberdade de posicionar os polos instáveis no semi-plano esquerdo para torná-los estáveis.

Tendo o AAB como referência de comparação, o AV tem a liberdade de definir, primeiramente, o número de polos e zeros da função aproximada. Como o AV trabalha tanto com a parte real quanto a parte imaginária das funções, o AV teoricamente deverá mostrar maior precisão. Também apresentará maior flexibilidade devido à liberdade de definir o número de polos e zeros.

### 3.3 Comparação entre o AAB e o AV

Visto que o AAB não necessita de pré-ajuste, ou seja, definir o número de polos e zeros antes que a rotina possa

ser executada, esse método pode aparentar ter um uso mais intuitivo ao usuário. Dessa forma, o número de polos e zeros será determinado ao longo da rotina e não dependerá do usuário, diferentemente do AV, que é preciso determinar o número de polos e zeros antes do processo iterativo.

O AAB, por definir a ordem sem pré-ajuste, pode gerar aproximações racionais de alta ordem. Como visto em Fernandes and Neves (1999), a aproximação racional de alta ordem pode levar a resultados com erros locais significativos. Outro ponto além da ordem do modelo a ser destacado, é que as funções de propagação de onda e impedância característica são funções complexas, ou seja, possuem módulo e ângulo. Considerando que o AAB trabalha com funções de fase mínima, espera-se menor precisão nos resultados, visto que esse método trabalha apenas com a magnitude das funções.

Devido ao fato do AAB trabalhar apenas com a magnitude das funções, espera-se que o AAB gere uma reta que representa ângulo zero, isto é devido ao fato supracitado que ele trabalha com funções de fase mínima, sendo assim, somente a amplitude é considerada em sua aproximação. Um ponto que deve ser destacado, quando comparado os dois métodos, é o fato do AAB trabalhar com funções de fase mínima. Sendo assim, o AAB terá somente polos e zeros estáveis. Por outro lado, o AV terá que ajustar funções que possuem polos e zeros instáveis, já que geralmente a matriz de transformação modal trará funções com polos instáveis (Gustavsen and Semlyen, 1998). Esse problema é resolvido de duas formas que poderão ser escolhidas pelo usuário no início da rotina. A primeira opção é inverter o sinal do polo para que ele seja “forçado” a se tornar estável ou a segunda opção em que o polo instável é deletado. Em Gustavsen and Semlyen (1999) é mostrado que ambas formas trazem resultados bem próximos.

Com intuito de verificar o desempenho global dos dois métodos de ajuste, foi realizado o cálculo da Raiz do Erro Quadrático Médio (REQM), conforme definido em (4). Através da REQM, pode-se fazer uma análise que demonstra o verdadeiro erro de cada método apresentado, em uma perspectiva mais ampla, ou seja, em todo o espectro de frequência de interesse. Os valores de REQM encontrados são apresentados e analisados na Seção 4.

$$REQM = \sqrt{\sum \frac{1}{n} (x' - x)^2} \quad (4)$$

em que  $x'$  é o valor obtido através dos cálculos (vistos nos itens 2 e 3),  $x$  é o valor aproximado para cada ponto de frequência e  $n$  é o número de pontos avaliados, que nesse caso é igual a 100.

Os cálculos realizados nesse estudo foram feitos com auxílio de rotinas implementadas no *software* de cálculo numérico MATLAB<sup>®</sup>. A máquina utilizada tem um processador i5 9300H, 8GB de memória RAM e Windows 10.

## 4. RESULTADOS

Os estudos de Gertrudes et al. (2011) e de Alipio (2014) mostram que os parâmetros do solo variam com relevância nas frequências acima de 10 kHz. Dessa maneira, para garantir que todo o espectro de frequência típico de descargas atmosféricas seja coberto, optou-se por analisar uma

faixa de 100 Hz a 10 MHz. Em todos os resultados foi considerada a variação dos parâmetros eletromagnéticos do solo com a frequência, segundo o modelo de Alipio (2014). Optou-se por extrapolar as equações de Alipio-Visacro para valores acima de 4 MHz, visto o interesse de conhecer o modelo da linha até 10 MHz.

Nesse trabalho, foi considerada uma linha de transmissão monofásica rural com uma altura de 10 metros do solo e comprimento de 1000 m. O raio do condutor fase igual a 7,5 mm, seu raio interno igual a 0,1 mm e sua resistência CC igual a 4,53 mΩ/km. Com intuito de verificar as diferenças existentes entre os parâmetros que modelam a linha em questão, a Fig. 1 mostra os valores absolutos da impedância característica (Fig. 1(a)) e da função propagação de onda (Fig. 1(b)) na situação de baixa ( $\rho = 100\Omega.m$ ) e alta resistividade ( $\rho = 2000\Omega.m$ ). Como pode ser visto na Fig. 1, a resistividade elétrica do solo impacta de maneira sensível na propagação das ondas eletromagnéticas que trafegam nas linhas de transmissão. Essa informação é especialmente importante nas ondas mais rápidas, ou seja, que contém excitações no espectro de frequência superior.

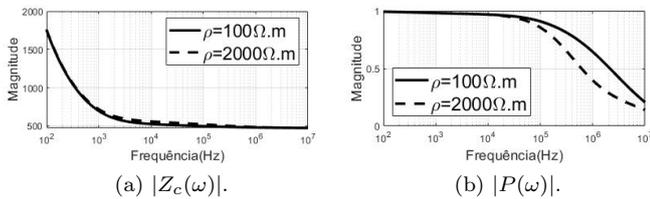


Fig. 1. Comparação do impacto nos parâmetros da linha devido a correção dos parâmetros da linha com a frequência para solos de baixa ( $\rho = 100\Omega.m$ ) e alta resistividade ( $\rho = 2000\Omega.m$ ) no intervalo de 100Hz a 10MHz. (a) Impedância Característica (b) Propagação de Onda

Para verificar o impacto do ajuste, as Figs. 2, 3, 4 e 5 ilustram o módulo (a) e o ângulo (b) das funções de propagação de onda e impedância característica em solos de baixa e alta resistividade. Para garantir uma comparação adequada, ambos modelos consideram o mesmo número de polos e zeros, ou seja, a ordem do AV foi atribuído o valor definido para ajustar o AAB (que nesse caso é igual a 3).

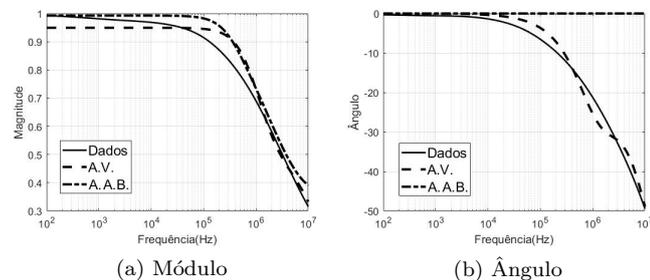


Fig. 2. Comparação dos métodos de aproximação na função de propagação de onda  $[P(\omega)]$  em solo de baixa resistividade ( $\rho = 100\Omega.m$ ).

Pode-se observar nas Figs. 4 e 5 que a resposta do AV aparenta divergir mais dos dados do que a do AAB em baixas frequências para o ajuste da impedância característica. Como o AV tenta ajustar, simultaneamente, a parte

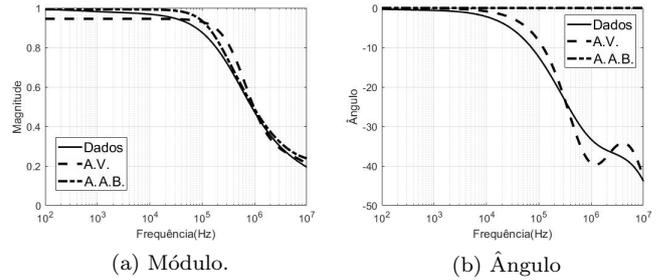


Fig. 3. Comparação dos métodos de aproximação na função de propagação de onda  $[P(\omega)]$  em solo de alta resistividade ( $\rho = 2000\Omega.m$ ).

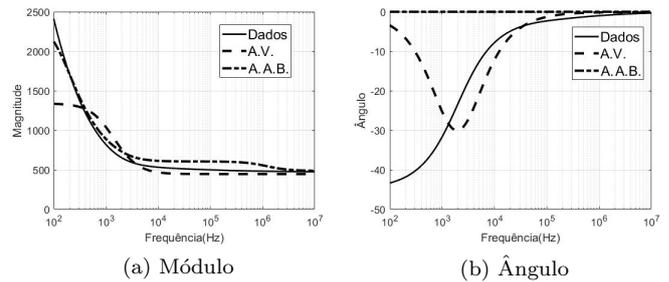


Fig. 4. Comparação dos métodos de aproximação na Impedância Característica  $[Z_c(\omega)]$  em solo de baixa resistividade ( $\rho = 100\Omega.m$ ).

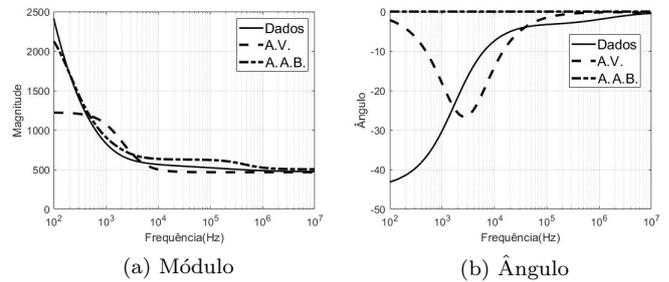


Fig. 5. Comparação dos métodos de aproximação na Impedância Característica  $[Z_c(\omega)]$  em solo de alta resistividade ( $\rho = 2000\Omega.m$ ).

real e imaginária da função ajustada, o valor absoluto da função pode ficar mal ajustado. Mas, mesmo para uma mesma ordem, o AV apresenta um ajuste global melhor. É válido pontuar que nas Tabelas 1 e 2 são apresentados valores em que ambos os métodos trabalham com mesmo número de polos e zeros, o que garante que as funções racionais obtidas por ambos os métodos tenham mesma ordem.

Por fim, como discutido anteriormente, o AV possui a liberdade de escolher o número de polos e zeros, ou seja, a ordem da função a ser ajustada. Sendo assim, foram feitas as mesmas comparações anteriores, com número de polos e zeros diferentes para o AV, já que no AAB não há a liberdade de alternar o número de polos e zeros. Nessa comparação, para a impedância característica, foi imposta ordem 10 e, para a função de propagação de onda, foi imposta ordem 8. Esses valores foram escolhidos pois,

para o caso estudado, são os que mostraram maior precisão mantendo a passividade do sistema, que é necessária para evitar instabilidade. As Figs. 6 e 7 ilustram as funções ajustadas considerando a ordem comentada, para o caso onde há maior erro médio quadrático ( $\rho = 2000\Omega.m$ ). De acordo com as Figs. 6 e 7, pode-se perceber que o ajuste usando um maior número de polos tem uma maior aderência aos dados, tanto para impedância característica quanto para a função de propagação de onda. Isso pode ser visto também na REQM, conforme mostrado na Tabela 3.

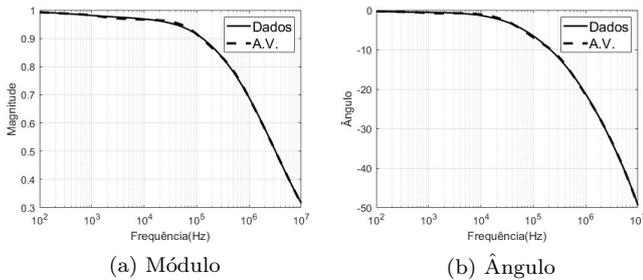


Fig. 6. Comparação da função de propagação de onda  $[P(\omega)]$  em solo de baixa resistividade ( $\rho = 2000\Omega.m$ ), considerando ordem 8 no AV.

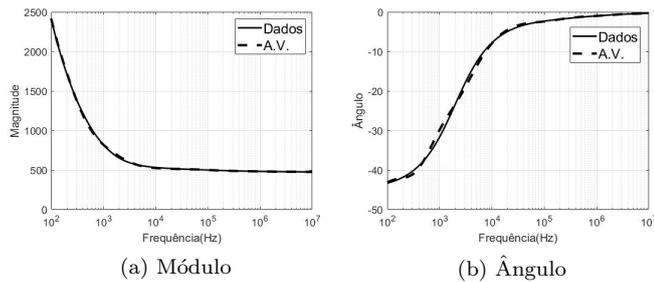


Fig. 7. Comparação da Impedância Característica  $[Z_C(\omega)]$  em solo de baixa resistividade ( $\rho = 2000\Omega.m$ ), considerando ordem 10 no AV.

Tabela 1. Erro do método de AV relacionado ao erro do AAB em solos de baixa resistividade  $\rho = 100[\Omega.m]$

REQM	$P(\omega)$	$Z_c(\omega)$
AAB	0,1574	500,9136
AV	0,046	406,4458
$(AV - AAB / AV)(\%)$	-242,17	-23,24

Tabela 2. Erro do método do AV relacionado ao Erro do AAB em solos de alta resistividade  $\rho = 2000[\Omega.m]$

REQM	$P(\omega)$	$Z_c(\omega)$
AAB	0,1632	500,1103
AV	0,0556	433,9434
$(AV - AAB / AV)(\%)$	-193,52	-15,24

Tabela 3. Erro do método de AV relacionado ao Erro do AAB em solos de alta resistividade  $\rho = 2000[\Omega.m]$ , considerando maior número de polos no AV

REQM	$P(\omega)$	$Z_c(\omega)$
AAB	0,1632	500,1103
AV	0,0051	13,6716
$(AV - AAB / AV)(\%)$	-3.100	-3.558,02

## 5. CONCLUSÃO

Esse trabalho discute e compara dois métodos de aproximação racional, AV e AAB. Esses métodos são amplamente utilizados para ajustar diversas funções no domínio da frequência. No presente trabalho, a análise foi feita para o ajuste da impedância característica e da função de propagação de onda, parâmetros essenciais para o estudo de transitórios eletromagnéticos em linhas de transmissão.

O AV ajusta tanto a parte real quanto imaginária das funções, enquanto que o AAB considera apenas o módulo das funções. Isso leva a acreditar que o AV terá uma aproximação com um erro menor que o AAB. Segundo os resultados, essa afirmação é correta e devido à flexibilidade do AV na obtenção de seus polos e zeros, valores até 36 vezes menores de erro foram encontrados nos resultados. Isso deixa claro que o AV supera o AAB em relação a precisão. Entretanto, vale ressaltar que, com o uso do AV existe a possibilidade de se ter matrizes não passivas (mesmo que todos os polos encontram-se estáveis), havendo a necessidade de um reforço de passividade. Esse reforço de passividade pode levar a um ajuste inadequado da função estudada.

Dessa maneira, pode-se concluir que o método de AV trará maior precisão para o modelo de linhas de transmissão no qual foi implementado, especialmente para o caso de solos com maior resistividade. Contudo, ele apresenta uma maior necessidade de cuidados especiais, conforme comentando anteriormente, e muitas vezes exige a necessidade da interação do usuário para garantir que o ajuste está adequado. Isso pode ser muito problemático na aplicação de *softwares* comerciais, sendo necessário o conhecimento prévio do usuário em ajuste de funções racionais para a utilização do *software*.

## REFERÊNCIAS

- Alipio, Rafael e Visacro, S. (2014). A new model for the frequency dependence of soil parameters. 1432–1436.
- Bañuelos-Cabral, E., Gutiérrez-Robles, J., and Gustavsen, B. (2017). *Rational Fitting Techniques for the Modeling of Electric Power Components and Systems Using MATLAB Environment*.
- Bode, H. (1945). *Network Analysis and Feedback Amplifier Design*. New York : D. Van Nostrand Company.
- Carson, J.R. (1926). Wave propagation in overhead wires with ground return. *The Bell System Technical Journal*, 5(4), 539–554.
- Carson, J.R. (1929). Ground return impedance: Underground wire with earth return. *The Bell System Technical Journal*, 8(1), 94–98.
- Deri, A., Tevan, G., Semlyen, A., and Castanheira, A. (1981). The complex ground return plane a simplified model for homogeneous and multi-layer earth return. *IEEE Trans. Power Appar. Syst.*, PAS-100(8), 3686–3693.
- Dwight, H.B. (1918). Skin effect in tubular and flat conductors. *Proceedings of the American Institute of Electrical Engineers*, 37(8), 977–998.
- Fernandes, A.B. and Neves, W.L.L. (1999). Frequency-dependent low order approximation of transmission line parameters. *IPST99 - International Conference on Power Systems Transients*.

- Gertrudes, J.B., Tavares, M.C., and Portela, C. (2011). Influência da dependência de parâmetros do solo com a frequência na modelagem de linhas aéreas de transmissão: caso de condutor único. *Sba Controle e Automação*, 22(5), 506–522.
- Gustavsen, B. and Semlyen, A. (1998). Simulation of transmission line transients using vector fitting and modal decomposition. *IEEE Trans. Power Deliv.*, 13(2), 605–614.
- Gustavsen, B. and Semlyen, A. (1999). Rational approximation of frequency domain responses by vector fitting. *IEEE Trans. Power Deliv.*, 14(3), 1052–1061.
- Hipp, J.E. (1974). Soil electromagnetic parameters as functions of frequency, soil density, and soil moisture. *Proceedings of the IEEE*, 62(1), 98–103.
- Júnior, L. (2003). *Transitórios Eletromagnéticos em Sistemas de Potência Vol. 52*. EDUSP. URL <https://books.google.com.br/books?id=jKuWXtthG-EC>.
- Longmire, C.L. and Smith, K.S. (1975). A universal impedance for soils. *Defense Nuclear Agency*.
- Marti, J.R. (1982). Accurate modelling of frequency-dependent transmission lines in electromagnetic transient simulations. *IEEE Trans. Power Appar. Syst.*, PAS-101(1), 147–157.
- McKim, H., Walsh, J.E., and Arion, D. (1980). Review of techniques for measuring soil moisture in situ. *United States Army, Corps of Engineers, Cold Regions Research and Engineering Laboratory*.
- Moura, R.A. (2014). *Análise do Efeito do Solo nas Sobre-tensões Atmosféricas Estabelecidas em Linhas de Transmissão*. Programa de Pós-graduação em engenharia Elétrica PPGEL - UFSJ/CEFET-MG.
- Moura, R.A.R., Schroeder, M.A.O., Lima, A.C.S., and de Barros, M.T.C. (2016). Rational modeling of overhead transmission lines considering finite length impedance and admittance expressions. In *2016 Power Systems Computation Conference (PSCC)*, 1–7.
- Moura, R.A.R., Schroeder, M.A.O., Pereira, T.M., Barros, M.T.C., Alipio, R.S., and Lima, A.C.S. (2018). Analysis of frequency-dependence of soil resistivity: emphasis at low frequencies. *International Conference on Grounding, Lightning Physics and Effects, GROUND 2018 and 8th LPE*.
- Neves, A.E.A.A.W.L.A. (2005). *Cálculo de Transitórios Eletromagnéticos em Sistemas de Energia*.
- Pollaczek, F. (1926). Über das feld einer unendlich langen wechsel stromdurchflossenen einfachleitung. *Elektrische Nachrichten Technik*, 3, 339–360.
- Portela, C. (1999). Measurement and modeling of soil electromagnetic behavior. *1999 IEEE International Symposium on Electromagnetic Compatibility. Symposium Record (Cat. No.99CH36261), Seattle, WA, USA*, 2, 1004–1009.
- Scott, J.H. (1966). Electrical and magnetic properties of rock and soil. *U.S. Geol. Surv., Dep. of the Interior, Washington, D.C.*
- Scott, J.H. (1983). Electrical and magnetic properties of rock and soil. *U.S. Geological Survey*.
- Semlyen, A. and Dabuleanu, A. (1975). Fast and accurate switching transient calculations on transmission lines with ground return using recursive convolutions. *IEEE Trans. Power Appar. Syst.*, 94(2), 561–571.
- Tesche, F.M. (1992). Comparison of the transmission line and scattering models for computing the hemp response of overhead cables. *IEEE Trans. Electromagn. Compat.*, 34(2), 93–99.
- Visacro, S. and Alipio, R. (2012). Frequency dependence of soil parameters: Experimental results, predicting formula and influence on the lightning response of grounding electrodes. *IEEE Transactions on Power Delivery*, 27(2), 927–935.
- Wedepohl, L.M. (1963). Application of matrix methods to the solution of travelling-wave phenomena in polyphase systems. *Proceedings of the Institution of Electrical Engineers*, 110(12), 2200–2212.
- Weir, W.B. (1974). Automatic measurement of complex dielectric constant and permeability at microwave frequencies. *Proceedings of the IEEE*, 62(1), 33–36.