

## Princípios da Modelagem de um Inversor Trifásico com Filtro LC Conectado à Rede<sup>\*</sup>

Eubis P. Machado<sup>\*</sup> Eduardo B. C. Costa<sup>\*</sup> Adeon C. Pinto<sup>\*</sup>  
Jadsonlee S. Sá<sup>\*\*</sup> Ricardo M. Prates<sup>\*</sup> Rodrigo P. Ramos<sup>\*</sup>  
Wedson P. Silva<sup>\*</sup> Flávio B. Costa<sup>\*\*\*</sup> José B. de Melo Filho<sup>\*\*\*\*</sup>  
Alex C. Pereira<sup>\*\*\*\*</sup>

<sup>\*</sup> *Colegiado de Engenharia Elétrica, Universidade Federal do Vale do São Francisco - Univasf, Juazeiro, Brasil, (e-mail: {eubis.machado, eduardo.bruno, adeon.pinto, ricardo.prates, rodrigo.ramos, wedson.silva}@univasf.edu.br)*

<sup>\*\*</sup> *Colegiado de Engenharia da Computação, Universidade Federal do Vale do São Francisco - Univasf, Juazeiro, Brasil, (e-mail: jadsonlee.sa@univasf.edu.br)*

<sup>\*\*\*</sup> *Electrical and Computer Engineering Department, Michigan Technological University, Michigan, US, (e-mail: fbcosta@mtu.edu)*

<sup>\*\*\*\*</sup> *Companhia Hidroelétrica do São Francisco - Chesf, Recife, Brasil, (e-mail: {jbionef, alexcp}@chesf.gov.br)*

---

**Abstract:** In this work, as part of the activities developed in the scope of a R&D+I, the differential equations that express the dynamics of a VSI (Voltage Source Inverter) fed in current, supplied with input and output filters and connected to the network were studied. From well-established concepts of power electronics, the equations that characterize the VSI in the phase domain were defined. In order to overcome the discontinuities, the averaging operator concept was applied, resulting in a smooth model, but without a static operation point. Applying the Park transform to the averaged model in the phase domain, an averaged model in  $qd$  coordinates was obtained, which presents simpler equations and provides a static equilibrium point under steady state condition. Using the standard form of the state space, the equations were solved through the trapezoidal integration rule, whose results prove that the models are equivalent, highlighting the average models for requiring a reduced computational burden.

**Resumo:** Neste trabalho, como parte das atividades desenvolvidas no âmbito de um P&D+I, foi realizado o levantamento das equações diferenciais que exprimem a dinâmica de um VSI (*Voltage Source Inverter*) alimentado em corrente, equipado com filtros de entrada, saída e conectado à rede. A partir de conceitos bem estabelecidos da eletrônica de potência, foram definidas as equações que caracterizam o VSI no domínio de fases. Com a finalidade de contornar as descontinuidades, foi aplicado o conceito de operador de média, resultando em um modelo suave, porém sem um ponto estático de operação. Aplicando a transformada de Park ao modelo médio no domínio de fases, foi obtido modelo médio em coordenadas  $qd$ , o qual apresenta equações mais simples e proporciona um ponto de equilíbrio estático em condição de regime. Utilizando a forma padrão do espaço de estados, as equações foram solucionadas através do método de integração trapezoidal, cujos resultados obtidos comprovam que os modelos são equivalentes, destacando-se os modelos médios por requererem um menor esforço computacional.

*Keywords:* State space; Phase domain; Switched model; Average model;

*Palavras-chaves:* Espaço de estados; Domínio de fases; Modelo chaveado; Modelo médio.

---

### 1. INTRODUÇÃO

Os inversores, por natureza dos seus elementos constituintes, podem ser definidos como equipamentos não lineares, o que dificulta as análises e a concepção dos seus sistemas de controle. Para contornar o problema supracitado, o

conversor CC-CA pode ser linearizado em torno de um ponto estático de operação e representado por um modelo a pequenos sinais (Mandrile et al., 2020). Contudo, a dificuldade associada a tal procedimento deve-se ao fato do inversor enquadrar-se na classe de sistemas dinâmicos descontínuos (Cortes, 2008), o que requer um tratamento matemático minucioso para uma correta compreensão da modelagem nos domínios tempo-frequência.

A idealização deste trabalho surgiu a partir das atividades desenvolvidas no projeto de pesquisa e desenvolvimento

---

<sup>\*</sup> Os autores agradecem o apoio financeiro da Agência Nacional de Energia Elétrica – ANEEL e da Companhia Hidro Elétrica do São Francisco – CHESF por meio do Convênio 22/20 (CVI-I-80.2020.0010.00) no âmbito do Programa de P&D ANEEL.

(P&D+I) intitulado “Plataforma Solar de Petrolina - Desenvolvimento, Pesquisa e Inovação em Tecnologias Avançadas (Chesf-Petro II)”. Dentro deste contexto, levantou-se a problemática de investigar o desempenho de inversores trifásicos de um estágio no cenário de sistemas distribuídos de geração de energia solar, bem como analisar as técnicas de modelagem do inversor conectado à rede com seus filtros de entrada e de saída.

Os VSI (*Voltage Source Inverter*), por se tratarem de sistemas não lineares variantes no tempo, geralmente exigem um tratamento matemático detalhado, a fim de propiciarem simulações computacionais realistas. Não obstante, os modelos resultantes muitas vezes são complexos e dificultam as implementações e interconexões com outros elementos de rede (Xu et al., 2016). Para uma devida compreensão e documentação dos modelos chaveados e médio no domínio de fases e médio em coordenadas  $qd$ , todos operando em malha aberta, neste trabalho são utilizados conceitos consolidados de circuitos elétricos e de análise matricial para delinear os princípios da modelagem de um VSI trifásico alimentado em corrente e conectado à rede através de um filtro LC de saída. Os modelos, ora investigados, poderão ser utilizados estudos de transitórios eletromagnéticos de baixa frequência, a exemplo daqueles exigidos nas análises de desempenho de sistemas de controle, operação e planejamento de sistemas de energia.

## 2. MODELO CHAVEADO NO DOMÍNIO DE FASES

O sistema de processamento de energia investigado neste trabalho é apresentado na Figura 1, sendo  $i_{gf}$  uma fonte de corrente ideal que representa um ponto de operação de um gerador fotovoltaico (Kotsopoulos et al., 2001),  $C_{cc}$  representa o capacitor do elo CC ou filtro de entrada do inversor,  $R_f$ ,  $L_f$  e  $C_f$  formam o filtro LC de saída, enquanto  $R_r$  e  $L_r$  são os elementos da impedância do equivalente de rede. A estrutura de controle utiliza a SPWM (*Sinusoidal Pulse-Width Modulation*), sendo  $u_a$ ,  $u_b$  e  $u_c$  as tensões de controle.

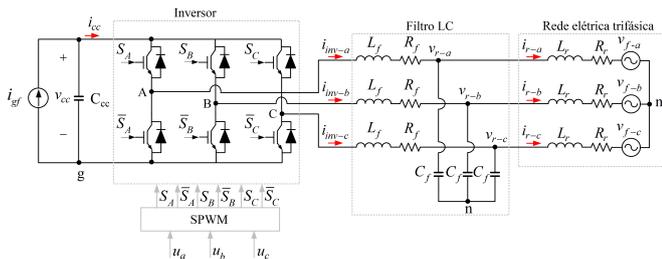


Figura 1. Topologia do inversor trifásico conectado à rede.

A partir do sistema da Figura 1, têm-se:

$$\begin{aligned} v_{Ag} &= v_{An} + v_{ng} \\ v_{Bg} &= v_{Bn} + v_{ng} \\ v_{Cg} &= v_{Cn} + v_{ng} \end{aligned} \quad (1)$$

em que as tensões de polo do inversor correspondem às tensões fase-neutro quando a tensão de deslocamento do neutro,  $v_{ng}$ , for nula, portanto, na condição de sistema equilibrado. Somando as tensões de polo e expressando a tensão de deslocamento de neutro, tem-se:

$$v_{ng} = \frac{1}{3}(v_{Ag} + v_{Bg} + v_{Cg}) - v_{0s} \quad (2)$$

sendo  $v_{0s}$  a componente de sequência zero das tensões fase-neutro do inversor.

Assumindo uma condição de operação equilibrada, o que implica em  $v_{0s} = 0$ , a substituição de (2) em (1) fornece:

$$\begin{bmatrix} v_{An} \\ v_{Bn} \\ v_{Cn} \end{bmatrix} = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 2 & -1 & -1 \\ -1 & 2 & -1 \\ -1 & -1 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_{Ag} \\ v_{Bg} \\ v_{Cg} \end{bmatrix} \quad (3)$$

Utilizando o conceito de funções de chaveamento, por inspeção do circuito, as tensões de polo podem ser expressas na forma:

$$v_{jg} = S_j v_{cc} \quad , \quad \text{para } j \in \{A, B, C\} \quad (4)$$

sendo  $S_A$ ,  $S_B$  e  $S_C$  os estados lógicos das chaves do grupo positivo dos braços das fases A, B e C, respectivamente.

Substituindo (4) em (3), as tensões fase-neutro de saída do VSI podem ser expressas em função de  $v_{cc}$  e dos estados lógicos das chaves do grupo positivo, a saber:

$$\begin{bmatrix} v_{An} \\ v_{Bn} \\ v_{Cn} \end{bmatrix} = \frac{v_{cc}}{3} \begin{bmatrix} 2 & -1 & -1 \\ -1 & 2 & -1 \\ -1 & -1 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} S_A \\ S_B \\ S_C \end{bmatrix} \quad (5)$$

portanto, são funções da regulação de  $v_{cc}$ , bem como da técnica de modulação aplicada às chaves.

Em geral, a frequência de comutação de conversores estáticos é ajustada em dezenas ou centenas de quilohertz, sendo o valor selecionado inversamente proporcional à potência processada e dependente dos requisitos de desempenho a serem otimizados. Por exemplo, para a família do inversor solar fotovoltaico WEG SIW700, disponível nas potências CA nominal de 50 a 1500 kVA, o fabricante permite que o usuário selecione a frequência de 2,5 ou 5 kHz. Os esquemas modulados por portadora, a exemplo da SPWM, são indicados para controle de inversores trifásicos de dois níveis, tipicamente empregados em sistemas fotovoltaicos (Yazdani et al., 2010). Logo, no presente trabalho, a SPWM com portadora triangular será utilizada para controlar a operação das chaves do inversor.

Aplicando o conceito de análise nodal ao filtro de entrada do elo CC, tem-se:

$$\frac{dv_{cc}}{dt} = \frac{1}{C_{cc}} (i_{gf} - i_{cc}) \quad , \quad (6)$$

sendo  $i_{cc}$  a corrente CC de entrada do inversor.

Assumindo que o processo de comutação é livre de perdas, o princípio de conservação de potência permite escrever:

$$v_{cc} \cdot i_{cc} = [v_{An} \ v_{Bn} \ v_{Cn}] \begin{bmatrix} i_{inv-a} \\ i_{inv-b} \\ i_{inv-c} \end{bmatrix} \quad , \quad (7)$$

em que  $i_{inv-a}$ ,  $i_{inv-b}$  e  $i_{inv-c}$  são as correntes na saída do VSI, conforme exibe a Figura 1.

A partir de (7) e (5), a corrente na entrada do VSI pode ser expressa como uma função dos estados de condução das chaves do grupo positivo e das correntes de saída, a saber:

$$i_{cc} = \begin{bmatrix} S_A \\ S_B \\ S_C \end{bmatrix}^t \begin{bmatrix} i_{inv-a} \\ i_{inv-b} \\ i_{inv-c} \end{bmatrix} \quad , \quad (8)$$

em que o operador  $[\cdot]^t$  indica transposição matricial.

Substituindo (8) em (6), tem-se:

$$\frac{dv_{cc}}{dt} = \frac{1}{C_{cc}} i_{gf} - \underbrace{\frac{1}{C_{cc}} \begin{bmatrix} S_A \\ S_B \\ S_C \end{bmatrix}^t}_{\mathbf{H}_1} \begin{bmatrix} i_{inv-a} \\ i_{inv-b} \\ i_{inv-c} \end{bmatrix}, \quad (9)$$

ficando evidente que  $v_{cc}$  apresenta uma forte dependência dos estados de operação das chaves do VSI.

A partir da queda de tensão na impedância série do filtro LC, usando (5), as correntes de saída do inversor podem ser expressas na forma:

$$\underbrace{\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} i_{inv-a} \\ i_{inv-b} \\ i_{inv-c} \end{bmatrix}}_{\mathbf{i}_{inv}} = - \underbrace{\frac{R_f}{L_f} \mathbf{I}}_{\mathbf{H}_2} \begin{bmatrix} i_{inv-a} \\ i_{inv-b} \\ i_{inv-c} \end{bmatrix} - \underbrace{\frac{1}{L_f} \mathbf{I}}_{\mathbf{H}_3} \begin{bmatrix} v_{r-a} \\ v_{r-b} \\ v_{r-c} \end{bmatrix} + \underbrace{\frac{1}{3L_f} \begin{bmatrix} 2 & -1 & -1 \\ -1 & 2 & -1 \\ -1 & -1 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} S_A \\ S_B \\ S_C \end{bmatrix}}_{\mathbf{H}_4} v_{cc}, \quad (10)$$

sendo  $v_{r-a}$ ,  $v_{r-b}$  e  $v_{r-c}$  as tensões de fase do filtro de saída e  $\mathbf{I}$  a matriz identidade de ordem  $3 \times 3$ .

Para os nós que caracterizam o ponto de conexão com a rede ou PAC (Ponto de Acoplamento Comum), tem-se:

$$\underbrace{\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} v_{r-a} \\ v_{r-b} \\ v_{r-c} \end{bmatrix}}_{\mathbf{v}_r} = \underbrace{\frac{1}{C_f} \mathbf{I}}_{\mathbf{H}_5} \left( \begin{bmatrix} i_{inv-a} \\ i_{inv-b} \\ i_{inv-c} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} i_{r-a} \\ i_{r-b} \\ i_{r-c} \end{bmatrix} \right), \quad (11)$$

sendo  $i_{r-a}$ ,  $i_{r-b}$  e  $i_{r-c}$  as correntes de saída do filtro LC que seguem em direção a rede. Por sua vez, a partir da queda de tensão no equivalente de rede, tem-se:

$$\underbrace{\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} i_{r-a} \\ i_{r-b} \\ i_{r-c} \end{bmatrix}}_{\mathbf{i}_r} = - \underbrace{\frac{R_r}{L_r} \mathbf{I}}_{\mathbf{H}_6} \begin{bmatrix} i_{r-a} \\ i_{r-b} \\ i_{r-c} \end{bmatrix} + \underbrace{\frac{1}{L_r} \mathbf{I}}_{\mathbf{H}_7} \left( \begin{bmatrix} v_{r-a} \\ v_{r-b} \\ v_{r-c} \end{bmatrix} - \underbrace{\begin{bmatrix} v_{f-a} \\ v_{f-b} \\ v_{f-c} \end{bmatrix}}_{\mathbf{v}_f} \right) \quad (12)$$

em que  $v_{f-a}$ ,  $v_{f-b}$ ,  $v_{f-c}$  são as tensões internas do equivalente da rede.

Expressando as equações (9) a (12) na forma canônica de espaço de estados e tomando-se como saídas a tensão do barramento CC do inversor,  $v_{cc}$ , bem como as correntes injetadas na rede,  $i_{r-a}$ ,  $i_{r-b}$  e  $i_{r-c}$ , tem-se a representação:

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \mathbf{v}_r \\ \mathbf{i}_r \\ \mathbf{i}_{inv} \\ v_{cc} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathcal{O}_{3 \times 3} & -\mathbf{H}_5 & \mathbf{H}_5 & \mathcal{O}_{3 \times 1} \\ \mathbf{H}_7 & -\mathbf{H}_6 & \mathcal{O}_{3 \times 3} & \mathcal{O}_{3 \times 1} \\ -\mathbf{H}_3 & \mathcal{O}_{3 \times 3} & -\mathbf{H}_2 & \mathbf{H}_4 \\ \mathcal{O}_{1 \times 3} & \mathcal{O}_{1 \times 3} & -\mathbf{H}_1 & \mathcal{O}_{1 \times 1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{v}_r \\ \mathbf{i}_r \\ \mathbf{i}_{inv} \\ v_{cc} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathcal{O}_{3 \times 3} & \mathcal{O}_{3 \times 1} \\ -\mathbf{H}_7 & \mathcal{O}_{3 \times 1} \\ \mathcal{O}_{3 \times 3} & \mathcal{O}_{3 \times 1} \\ \mathcal{O}_{1 \times 3} & \frac{1}{C_{cc}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{v}_f \\ i_{gf} \end{bmatrix} \quad (13)$$

$$\mathbf{y} = \begin{bmatrix} \mathcal{O}_{3 \times 3} & \mathbf{I}_{3 \times 3} & \mathcal{O}_{3 \times 3} & \mathcal{O}_{3 \times 1} \\ \mathcal{O}_{1 \times 3} & \mathcal{O}_{1 \times 3} & \mathcal{O}_{1 \times 3} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{v}_r \\ \mathbf{i}_r \\ \mathbf{i}_{inv} \\ v_{cc} \end{bmatrix}, \quad (14)$$

sendo  $\mathcal{O}$  a indicação de uma matriz nula e  $\mathbf{y}$  o vetor de saídas do modelo no espaço de estados.

A partir da representação no espaço de estados, observa-se que o sistema é variante no tempo, pois as funções de chaveamento mudam de valor pelo menos duas vezes em um período da portadora. Devido à natureza descontínua e variante dos sinais PWM, o sistema de conversão de energia, ora investigado, herda as mesmas propriedades. Tais características dificultam o estabelecimento de relações algébricas que permitam quantificar o desempenho de regime permanente do inversor e, ao mesmo tempo, inviabilizam a utilização de técnicas de controle linear na sintonia dos controladores da estrutura de controle.

### 3. MODELO MÉDIO NO DOMÍNIO DE FASES

No modelo chaveado representado por (13) e (14), as matrizes  $\mathbf{H}_1$  e  $\mathbf{H}_4$  estão vinculadas às funções de chaveamento, portanto caracterizam as descontinuidades do modelo. Para contorná-las, pode-se aplicar um método de inclusão diferencial (Filippov, 1988), o qual permite análises aproximadas através da suavização das descontinuidades. Nesta seção, utiliza-se o operador de média (Maksimovic et al., 2001) para realizar uma suavização do PWM.

Sejam  $g(t)$  e  $f(t)$  sinais dinâmicos de um sistema físico. Segundo Wester (1972), a média móvel de um sinal  $g(t)$  no intervalo de um período  $T_s$  pode ser obtida por:

$$\langle g(t) \rangle_{T_s} \triangleq \frac{1}{T_s} \int_{t-T_s}^t g(\tau) d\tau. \quad (15)$$

Assumindo que  $g(t)$  e  $f(t)$  apresentam natureza quase-contínua durante um ciclo de comutação do conversor CC-CA, é possível definir a propriedade do produto (Wester, 1972; Caliskan et al., 1999):

$$\langle f(t)g(t) \rangle_{T_s} \triangleq \langle f(t) \rangle_{T_s} \langle g(t) \rangle_{T_s}. \quad (16)$$

Omitindo, por conveniência, o subscrito  $T_s$  na representação do operador de média, a aplicação de (15) e (16) em (9) e (10) permite expressar, respectivamente,

$$\frac{d\langle v_{cc} \rangle}{dt} = \frac{1}{C_{cc}} \langle i_{gf} \rangle - \underbrace{\frac{1}{C_{cc}} \begin{bmatrix} d_a \\ d_b \\ d_c \end{bmatrix}^t}_{\mathbf{H}_8} \begin{bmatrix} \langle i_{inv-a} \rangle \\ \langle i_{inv-b} \rangle \\ \langle i_{inv-c} \rangle \end{bmatrix} \quad (17)$$

$$\underbrace{\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \langle i_{inv-a} \rangle \\ \langle i_{inv-b} \rangle \\ \langle i_{inv-c} \rangle \end{bmatrix}}_{(\mathbf{i}_{inv})} = - \frac{R_f}{L_f} \begin{bmatrix} \langle i_{inv-a} \rangle \\ \langle i_{inv-b} \rangle \\ \langle i_{inv-c} \rangle \end{bmatrix} - \frac{1}{L_f} \begin{bmatrix} \langle v_{r-a} \rangle \\ \langle v_{r-b} \rangle \\ \langle v_{r-c} \rangle \end{bmatrix} + \underbrace{\frac{1}{3L_f} \begin{bmatrix} 2 & -1 & -1 \\ -1 & 2 & -1 \\ -1 & -1 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} d_a \\ d_b \\ d_c \end{bmatrix}}_{\mathbf{H}_9} \langle v_{cc} \rangle, \quad (18)$$

sendo

$$\begin{bmatrix} d_a \\ d_b \\ d_c \end{bmatrix} \triangleq \left( \frac{1}{T_s} \int_{t-T_s}^t \begin{bmatrix} S_A \\ S_B \\ S_C \end{bmatrix} d\tau \right) \quad (19)$$

os ciclos de trabalho das chaves do grupo positivo do VSI.

Aplicando (15) em (11) e (12), as tensões e correntes médias no PAC podem ser expressas, respectivamente, nas formas:

$$\frac{d}{dt} \langle \mathbf{v}_r \rangle = \mathbf{H}_5 (\langle \mathbf{i}_{inv} \rangle - \langle \mathbf{i}_r \rangle) \quad (20)$$

$$\frac{d}{dt} \langle \mathbf{i}_r \rangle = -\mathbf{H}_6 \langle \mathbf{i}_r \rangle + \mathbf{H}_7 (\langle \mathbf{v}_r \rangle - \langle \mathbf{v}_f \rangle) . \quad (21)$$

A partir de (17), (18), (20) e (21) tem-se o modelo médio do VSI na seguinte forma canônica:

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \langle \mathbf{v}_r \rangle \\ \langle \mathbf{i}_r \rangle \\ \langle \mathbf{i}_{inv} \rangle \\ \langle v_{cc} \rangle \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathcal{O}_{3 \times 3} & -\mathbf{H}_5 & \mathbf{H}_5 & \mathcal{O}_{3 \times 1} \\ \mathbf{H}_7 & -\mathbf{H}_6 & \mathcal{O}_{3 \times 3} & \mathcal{O}_{3 \times 1} \\ -\mathbf{H}_3 & \mathcal{O}_{3 \times 3} & -\mathbf{H}_2 & \mathbf{H}_9 \\ \mathcal{O}_{1 \times 3} & \mathcal{O}_{1 \times 3} & \mathbf{H}_8 & \mathcal{O}_{1 \times 1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \langle \mathbf{v}_r \rangle \\ \langle \mathbf{i}_r \rangle \\ \langle \mathbf{i}_{inv} \rangle \\ \langle v_{cc} \rangle \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathcal{O}_{3 \times 3} & \mathcal{O}_{3 \times 1} \\ -\mathbf{H}_7 & \mathcal{O}_{3 \times 1} \\ \mathcal{O}_{3 \times 3} & \mathcal{O}_{3 \times 1} \\ \mathcal{O}_{1 \times 3} & \frac{1}{C_{cc}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \langle \mathbf{v}_f \rangle \\ \langle i_{gf} \rangle \end{bmatrix} \quad (22)$$

$$\langle \mathbf{y} \rangle = \begin{bmatrix} \mathcal{O}_{3 \times 3} & \mathbf{I}_{3 \times 3} & \mathcal{O}_{3 \times 3} & \mathcal{O}_{3 \times 1} \\ \mathcal{O}_{1 \times 3} & \mathcal{O}_{1 \times 3} & \mathcal{O}_{1 \times 3} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \langle \mathbf{v}_r \rangle \\ \langle \mathbf{i}_r \rangle \\ \langle \mathbf{i}_{inv} \rangle \\ \langle v_{cc} \rangle \end{bmatrix} . \quad (23)$$

Diferentemente do modelo chaveado, as variáveis do modelo médio no espaço de estados devem apresentar natureza suave, pois as funções PWM deram lugar aos ciclos de trabalho das chaves do grupo positivo de cada braço do conversor CC-CA. Diferentemente da tensão do barramento CC e das correntes injetadas na rede, as quais são variáveis de saída do sistema de processamento de energia, os ciclos de trabalho correspondem a uma ação de controle das malhas de regulação de corrente e tensão.

Os ciclos de trabalho atuam sob o estado de condução e bloqueio das chaves do inversor, portanto, devem ser interpretados como entradas do inversor. Nessa condição, o modelo médio no espaço de estados assume a natureza não linear, pois passa a apresentar produtos entre variáveis de estados e de entradas. Não obstante, as equações são continuamente diferenciáveis.

Uma condição necessária para realizar a linearização do sistema é que o mesmo apresente um ponto de equilíbrio estável (Khalil, 2001). Na modelagem dos inversores em coordenadas no domínio de fases, tal ponto de operação de equilíbrio não existe, pois, excetuando a tensão barramento do CC, as demais variáveis de estado do modelo médio são senoidais em condição regime permanente, conforme será apresentado nesse trabalho.

Dado um conjunto de grandezas trifásicas equilibradas, estas podem ser decompostas em três componentes modais, cujas características de regime são função da transformação de similaridade utilizada. Uma análise gráfica das propriedades dos modos, em função do tipo de transformação utilizada, pode ser consultada em Krause and Thomas (1965). Entre as transformações comumente utilizadas nos sistemas de processamento de energia, a transformação de Park apresenta a propriedade de mapear um conjunto de grandezas trifásicas equilibradas em três modos que apresentam comportamento unidirecional, quando em regime permanente. Contudo, para tal, faz-se necessário uma malha de captura de fase das grandezas trifásicas ou se conhece à priori a fase, premissa adotada nesse trabalho. Na subseção que segue, as equações do modelo médio no espaço de estados serão mapeadas nos eixos  $qd$ , segundo a transformada de Park na versão ortogonal.

#### 4. MODELO MÉDIO EM COORDENADAS $QD$

Objetivando obter um ponto de equilíbrio para o sistema de processamento da energia fotovoltaica, nesta seção o modelo médio no espaço de estados será representado no sistema de coordenadas  $qd$ , segundo uma versão da transformada ortogonal de Park (Lewis, 1958). A propriedade de ortogonalidade da transformada facilita o tratamento matemático das equações, pois, como toda matriz ortogonal, a matriz inversa corresponde à matriz transposta.

As variáveis em coordenadas no domínio de fases ou  $abc$ , do modelo médio no espaço de estados, podem ser mapeadas em coordenadas  $qd$  segundo a relação  $\langle \mathbf{X}_{qd} \rangle = \mathbf{T} \langle \mathbf{X}_{abc} \rangle$ , sendo  $\mathbf{T}$  a matriz de transformação de Park e  $\langle \mathbf{X}_{abc} \rangle$  um vetor linha em coordenadas de fase do sistema trifásico. Por conveniência, presumindo que o sistema trifásico seja equilibrado, a componente de sequência zero das variáveis trifásicas será nula, portanto, permitindo simplificar a representação no espaço de estados.

A tensão do barramento CC não pode ser mapeada diretamente para as coordenadas  $qd$ , pois não corresponde a um conjunto trifásico. Contudo, expressando as correntes de filtro e os ciclos de trabalho nas coordenadas  $qd$ , a tensão média do barramento CC, Equação (17), assume a forma:

$$\frac{d \langle v_{cc} \rangle}{dt} = \frac{1}{C_{cc}} \langle i_{gf} \rangle - \underbrace{\frac{1}{C_{cc}} \begin{bmatrix} d_q \\ d_d \end{bmatrix}^t}_{\mathbf{H}_{10}} \begin{bmatrix} \langle i_{inv-q} \rangle \\ \langle i_{inv-d} \rangle \end{bmatrix} . \quad (24)$$

Transformado as equações (18) (corrente de saída do inversor), (20) (tensões terminais do equivalente de rede) e (21) (correntes injetadas na rede) para coordenadas  $qd$  tem-se, respectivamente

$$\frac{d}{dt} \left( \mathbf{T}^{-1} \begin{bmatrix} \langle i_{inv-q} \rangle \\ \langle i_{inv-d} \rangle \end{bmatrix} \right) = -\frac{R_f}{L_f} \mathbf{T}^{-1} \begin{bmatrix} \langle i_{inv-q} \rangle \\ \langle i_{inv-d} \rangle \end{bmatrix} - \quad (25)$$

$$\frac{1}{L_f} \mathbf{T}^{-1} \left( \begin{bmatrix} \langle v_{r-q} \rangle \\ \langle v_{r-d} \rangle \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \langle v_{inv-q} \rangle \\ \langle v_{inv-d} \rangle \end{bmatrix} \right)$$

$$\frac{d}{dt} \left( \mathbf{T}^{-1} \begin{bmatrix} \langle v_{r-q} \rangle \\ \langle v_{r-d} \rangle \end{bmatrix} \right) = \frac{1}{C_f} \mathbf{T}^{-1} \left( \begin{bmatrix} \langle i_{inv-q} \rangle \\ \langle i_{inv-d} \rangle \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \langle i_{r-q} \rangle \\ \langle i_{r-d} \rangle \end{bmatrix} \right) \quad (26)$$

$$\frac{d}{dt} \left( \mathbf{T}^{-1} \begin{bmatrix} \langle i_{r-q} \rangle \\ \langle i_{r-d} \rangle \end{bmatrix} \right) = \frac{R_r}{L_r} \mathbf{T}^{-1} \begin{bmatrix} \langle i_{r-q} \rangle \\ \langle i_{r-d} \rangle \end{bmatrix} + \quad (27)$$

$$\frac{1}{L_r} \mathbf{T}^{-1} \left( \begin{bmatrix} \langle v_{r-q} \rangle \\ \langle v_{r-d} \rangle \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \langle v_{f-q} \rangle \\ \langle v_{f-d} \rangle \end{bmatrix} \right) ,$$

sendo

$$\begin{bmatrix} \langle v_{inv-q} \rangle \\ \langle v_{inv-d} \rangle \end{bmatrix} = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 2 & -1 & -1 \\ -1 & 2 & -1 \\ -1 & -1 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} d_a \\ d_b \\ d_c \end{bmatrix} \langle v_{cc} \rangle \quad (28)$$

as tensões de eixo direto e de quadratura da componente fundamental das tensões de polo no domínio de fases.

Para desenvolver as operações indicadas nas equações (25)-(27), é importante frisar que os elementos da matriz  $\mathbf{T}^{-1}$  também variam com o tempo, pois são medidos em relação ao seu eixo  $q$  rotativo. Posto isso, multiplicando ambos os lados da igualdade por  $\mathbf{T}$  pela direita e aplicando a regra do produto e da cadeia ao termo do lado esquerdo das equações, tem-se, respectivamente:

## 5. RESULTADOS

$$\frac{d}{dt} \underbrace{\begin{bmatrix} \langle i_{inv-q} \rangle \\ \langle i_{inv-d} \rangle \end{bmatrix}}_{\langle \mathbf{i}_{inv-qd} \rangle} = \underbrace{\begin{bmatrix} -R_f & -\omega \\ L_f & \\ \omega & -R_f \\ & L_f \end{bmatrix}}_{\mathbf{H}_{11}} \begin{bmatrix} \langle i_{inv-q} \rangle \\ \langle i_{inv-d} \rangle \end{bmatrix} - \quad (29)$$

$$\underbrace{\frac{1}{L_f} \mathbf{I}}_{\mathbf{H}_{12}} \begin{bmatrix} \langle v_{r-q} \rangle \\ \langle v_{r-d} \rangle \end{bmatrix} + \underbrace{\frac{1}{L_f} \begin{bmatrix} d_q \\ d_d \end{bmatrix}}_{\mathbf{H}_{13}} \langle v_{cc} \rangle$$

$$\frac{d}{dt} \underbrace{\begin{bmatrix} \langle v_{r-q} \rangle \\ \langle v_{r-d} \rangle \end{bmatrix}}_{\langle \mathbf{v}_{r-qd} \rangle} = \underbrace{\begin{bmatrix} 0 & -\omega \\ \omega & 0 \end{bmatrix}}_{\mathbf{H}_{14}} \begin{bmatrix} \langle v_{r-q} \rangle \\ \langle v_{r-d} \rangle \end{bmatrix} + \quad (30)$$

$$\underbrace{\frac{1}{C_f} \mathbf{I}}_{\mathbf{H}_{15}} \left( \begin{bmatrix} \langle i_{inv-q} \rangle \\ \langle i_{inv-d} \rangle \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \langle i_{r-q} \rangle \\ \langle i_{r-d} \rangle \end{bmatrix} \right)$$

$$\frac{d}{dt} \underbrace{\begin{bmatrix} \langle i_{r-q} \rangle \\ \langle i_{r-d} \rangle \end{bmatrix}}_{\langle \mathbf{i}_{r-qd} \rangle} = \underbrace{\begin{bmatrix} -R_r & -\omega \\ L_r & \\ \omega & -R_r \\ & L_r \end{bmatrix}}_{\mathbf{H}_{16}} \begin{bmatrix} \langle i_{r-q} \rangle \\ \langle i_{r-d} \rangle \end{bmatrix} + \quad (31)$$

$$\underbrace{\frac{1}{L_r} \mathbf{I}}_{\mathbf{H}_{17}} \left( \begin{bmatrix} \langle v_{r-q} \rangle \\ \langle v_{r-d} \rangle \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \langle v_{f-q} \rangle \\ \langle v_{f-d} \rangle \end{bmatrix} \right),$$

sendo  $\mathbf{I}$  a matriz identidade de ordem  $2 \times 2$  e  $\omega = d\theta/dt$  a velocidade de rotação do eixo  $qd$  em rad/s elétricos.

Com as variáveis do modelo médio devidamente mapeadas nas coordenadas  $qd$ , a partir das equações (24), (29), (30) e (31), a forma canônica no espaço de estados do sistema de processamento de energia pode ser representada por:

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \langle \mathbf{v}_{r-qd} \rangle \\ \langle \mathbf{i}_{r-qd} \rangle \\ \langle \mathbf{i}_{inv-qd} \rangle \\ \langle v_{cc} \rangle \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{H}_{14} & -\mathbf{H}_{15} & \mathbf{H}_{15} & \mathcal{O}_{2 \times 1} \\ \mathbf{H}_{17} & \mathbf{H}_{16} & \mathcal{O}_{2 \times 2} & \mathcal{O}_{2 \times 1} \\ -\mathbf{H}_{12} & \mathcal{O}_{2 \times 2} & \mathbf{H}_{11} & \mathbf{H}_{13} \\ \mathcal{O}_{1 \times 2} & \mathcal{O}_{1 \times 2} & \mathbf{H}_{10} & \mathcal{O}_{1 \times 1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \langle \mathbf{v}_{r-qd} \rangle \\ \langle \mathbf{i}_{r-qd} \rangle \\ \langle \mathbf{i}_{inv-qd} \rangle \\ \langle v_{cc} \rangle \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathcal{O}_{3 \times 3} & \mathcal{O}_{3 \times 1} \\ -\mathbf{H}_{17} & \mathcal{O}_{3 \times 1} \\ \mathcal{O}_{3 \times 3} & \mathcal{O}_{3 \times 1} \\ \mathcal{O}_{1 \times 3} & \frac{1}{C_{cc}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{v}_f \\ i_{gf} \end{bmatrix} \quad (32)$$

$$\langle \mathbf{y} \rangle = \begin{bmatrix} \mathcal{O}_{2 \times 2} & \mathbf{I}_{2 \times 2} & \mathcal{O}_{2 \times 2} & \mathcal{O}_{2 \times 1} \\ \mathcal{O}_{1 \times 2} & \mathcal{O}_{1 \times 2} & \mathcal{O}_{1 \times 2} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \langle \mathbf{v}_{r-qd} \rangle \\ \langle \mathbf{i}_{r-qd} \rangle \\ \langle \mathbf{i}_{inv-qd} \rangle \\ \langle v_{cc} \rangle \end{bmatrix}. \quad (33)$$

Relativamente às representações em coordenadas no domínio de fases, seja do modelo chaveado ou médio, observa-se que as vantagens aparentes na representação do sistema em coordenadas  $qd$  é a simplificação das equações e a redução na ordem das matrizes. Contudo, uma das vantagens mais atrativas da representação em coordenadas ortogonais síncronas é a possibilidade de mapear grandezas senoidais trifásicas em componentes que apresentam comportamento unidirecional, quando na operação em regime permanente. Tal façanha abre caminhos para a linearização do modelo médio e, por conseguinte, admite a obtenção das funções de transferência, as quais permitem análises de resposta em frequência do sistema e facilitam as implementações dos sistemas de controle.

O desempenho dos modelos do sistema de processamento de energia na sua versão chaveada, média e em coordenadas  $abc$ ,  $qd$  será apresentado nesta seção. Tais análises são de fundamental importância, pois permitirão verificar a concordância dos detalhamentos matemáticos delineados neste trabalho.

Nas simulações realizadas, as malhas de controle apresentadas na Figura 1 estarão abertas. Portanto, o inversor opera sem qualquer tipo de regulação das correntes injetadas na rede, do barramento CC e, conseqüentemente, das potências ativa e reativa de saída. Entre as entradas do sistema, apenas os ciclos de trabalho serão considerados como passíveis de alteração, pois permitem emular, indiretamente, uma ação de controle das malhas de corrente e de tensão.

Segundo as representações no espaço de estados, as variáveis de entrada do sistema são a fonte de corrente ideal, que emula um gerador fotovoltaico, e as tensões de rede, as quais serão assumidas como trifásicas equilibradas durante as simulações. A representação adotada para o gerador fotovoltaico possui limitação, pois o modelo de corrente constante apresenta uma boa representatividade apenas na região à esquerda do ponto de máxima potência da curva I-V de um gerador. Contudo, para os propósitos de comparação dos modelos do sistema de processamento de energia, a fonte de corrente constante é uma boa opção.

Para validação dos modelos apresentados para o VSI trifásico alimentado por corrente, foi realizada uma simulação no MATLAB, de acordo com os dados apresentados na Tabela 1, na qual são declarados os valores dos parâmetros utilizados nos modelos, a saber:

- Os valores do filtro LC, correspondentes aos valores utilizados no centro de referência em energia solar de Petrolina (Cresp);
- Os parâmetros do equivalente de rede são característicos de trabalhos reportados na literatura que tratam de projetos de filtros passivos para inversores trifásicos conectados à rede elétrica (Ahmed et al., 2007);
- A tensão de rede presente na tabela correspondente ao valor de pico da tensão da fase de referência da rede trifásica;
- O valor da fonte de corrente e da frequência de comutação da portadora, típicos de operação de inversores comerciais.

Tabela 1. Parâmetros utilizados na simulação do sistema de processamento de energia.

Parâmetros dos modelos	Valor
$C_f$	600 $\mu\text{F}$
$L_f$	120 $\mu\text{H}$
$R_f$	50 $\text{m}\Omega$
$L_r$	150 $\mu\text{H}$
$R_r$	1 $\text{m}\Omega$
$v_f$	310 V
$i_{gf}$	150 A
$f$	60 Hz
$f_c$	2500 Hz
$\omega$	$2\pi f$

Na condução das simulações dos três modelos investigados, assumiu-se que o índice de modulação apresenta o seguinte comportamento temporal:

$$m(t) = \begin{cases} 0,7 & \text{para } t < 50 \text{ ms} \\ 0,8 & \text{para } 50 \text{ ms} \leq t < 100 \text{ ms} \\ 0,9 & \text{para } 100 \text{ ms} \leq t < 150 \text{ ms} \\ 0,6 & \text{para } 150 \text{ ms} \leq t < 200 \text{ ms} \\ 0,5 & \text{para } 200 \text{ ms} \leq t < 250 \text{ ms} \\ 0,4 & \text{para } 250 \text{ ms} \leq t < 300 \text{ ms} . \end{cases} \quad (34)$$

O índice de modulação  $m(t)$  é a relação entre o módulo do sinal de tensão de controle  $V_{cp}$  e o módulo da tensão de pico-a-pico  $V_{pp}$  da tensão da portadora triangular. Foram assumidas variações ascendentes e descendentes para o índice de modulação, a fim de verificar como as principais grandezas do sistema dependem desse sinal de controle.

### 5.1 Solução Numérica das Equações de Estado

Utilizando modelos confiáveis e configurações de simulação apropriadas, as simulações computacionais são muito adequadas para investigar o desempenho de sistemas para diferentes cenários de operação. Logo, a fim de propiciar uma correta condução nas simulações dos modelos investigados, nesta seção será apresentada a metodologia utilizada para solução numérica das equações de estado, bem como a seleção do passo de integração das equações.

Com o sistema de processamento de energia representado no espaço de estados, diferentes técnicas podem ser utilizadas na solução das equações. A partir de um algoritmo de integração numérica, conhecendo o estado inicial  $\mathbf{x}(t - \Delta t)$  e a entrada  $\mathbf{u}(t)$ , os estados no instante  $t$  valem:

$$\mathbf{x}(t) = \mathbf{x}(t - \Delta t) + \int_{t - \Delta t}^t [\mathbf{A}(\tau)\mathbf{x}(\tau) + \mathbf{B}(\tau)\mathbf{u}(\tau)] d\tau, \quad (35)$$

sendo  $\mathbf{A}(\tau)$  e  $\mathbf{B}(\tau)$  as matrizes de estado e de entrada, respectivamente.

Utilizando a técnica de integração trapezoidal, devido à simplicidade, estabilidade numérica e boa precisão (Araújo and Neves, 2005), a Equação (35) pode ser expressa por:

$$\left[ \mathbf{I} - \frac{\Delta t}{2} \mathbf{A}(t) \right] \mathbf{x}(t) = \left[ \mathbf{I} + \frac{\Delta t}{2} \mathbf{A}(t - \Delta t) \right] \mathbf{x}(t - \Delta t) + \frac{\Delta t}{2} [\mathbf{B}(t)\mathbf{u}(t) + \mathbf{B}(t - \Delta t)\mathbf{u}(t - \Delta t)], \quad (36)$$

a qual se trata de um sistema de equações transcendentais, sendo  $\mathbf{I}$  a matriz identidade. Contudo, assumindo um  $\Delta t$  pequeno o suficiente, a fim de tornar a aproximação  $\mathbf{A}(t) \approx \mathbf{A}(t - \Delta t)$  aceitável, é possível a simplificação:

$$\mathbf{Q}\mathbf{x}(t) = \mathbf{H}(t). \quad (37)$$

Sendo,

$$\mathbf{Q} = \left[ \mathbf{I} - \frac{\Delta t}{2} \mathbf{A}(t - \Delta t) \right] \quad (38)$$

e

$$\mathbf{H} = \left[ \mathbf{I} + \frac{\Delta t}{2} \mathbf{A}(t - \Delta t) \right] \mathbf{x}(t - \Delta t) + \frac{\Delta t}{2} [\mathbf{B}(t)\mathbf{u}(t) + \mathbf{B}(t - \Delta t)\mathbf{u}(t - \Delta t)]. \quad (39)$$

Portanto, a solução das equações de estados resume-se ao de um sistema linear que deve ser atualizado a cada  $\Delta t$ .

Em simulações de transitórios eletromagnéticos, para uma boa prática de simulação, faz-se necessário que o analista tenha conhecimento da faixa de frequência na qual os fenômenos transitórios se farão presentes, isso porque, baseada em simulações do tipo EMT (*Electromagnetic Transients*), para uma correta representação dos fenômenos transitórios, é recomendável que a maior frequência esperada no sistema simulado seja, pelo menos, cinco vezes menor que a frequência de Nyquist. Logo, sendo o passo de integração,  $\Delta t$ , o intervalo entre as amostras no domínio do tempo, ele deve atender a seguinte desigualdade:

$$\Delta t \leq \frac{1}{10} \cdot \frac{1}{f_{max}}. \quad (40)$$

Esse critério fornece uma boa representatividade na solução das equações diferenciais usando a regra de integração trapezoidal (Araújo and Neves, 2005).

Os modelos chaveados de conversores de potência, a exemplo daqueles que utilizam um sinal PWM para regular o estado de condução e bloqueio das chaves, podem resultar em soluções lentas e ineficientes, pois, para uma correta condução dos resultados, o tamanho do passo de integração utilizado na simulação é inversamente proporcional à frequência de chaveamento dos conversores, portanto, quanto maior a frequência de comutação, menor deverá ser o passo de integração. Em geral, usar uma taxa de amostragem alta é uma boa maneira de evitar oscilações numéricas em modelos chaveados (Li et al., 2020). No entanto, o recurso computacional requerido nessa abordagem é bastante alto, pois, para uma frequência de chaveamento em 20 kHz, o período de amostragem do modelo deve ser inferior a 5  $\mu$ s. Tal passo de solução inviabiliza a simulação em uma longa janela de tempo, tal como requerido nas análises de geração fotovoltaica, onde janelas de horas, dias ou semanas podem ser necessárias.

Diferentemente dos modelos chaveados, os modelos dinâmicos de valor médio, efetivamente, limitam a largura de banda dos sinais de saída para  $f_{sw}/2$ , sendo  $f_{sw}$  a frequência de chaveamento. Logo, as componentes harmônicas serão eliminadas, exceto aquelas muito menores que a frequência de chaveamento (Lian and Lehn, 2005). Consequentemente, o modelo médio é capaz de representar apenas as dinâmicas de baixa frequência, o que permite a utilização de  $\Delta t$  na ordem de centenas de microssegundos.

Durante as simulações dos modelos contidos neste artigo, foi empregado um passo de integração de 5  $\mu$ s para simulação do modelo chaveado e de 100  $\mu$ s para os modelos médios em coordenadas de fase e  $qd$ .

### 5.2 Resultados de Simulação Computacional

Nas Figuras 2 e 3, são exibidas as tensões no PAC e as correntes injetadas na rede, respectivamente, ambas correspondentes à fase de referência do sistema. Por inspeção dos resultados gráficos, pode-se inferir que os modelos médios, nos diferentes sistemas de coordenadas, produzem os mesmos resultados, pois as curvas são sobrepostas. Como esperado, o modelo no domínio de fases apresenta, além da componente fundamental, componentes harmônicas associadas à frequência da portadora, as quais não foram plenamente eliminadas pelo filtro LC. No que tange ao comportamento da tensão no PAC e da corrente injetada

na rede, os modelos podem ser empregados de forma indifferente.

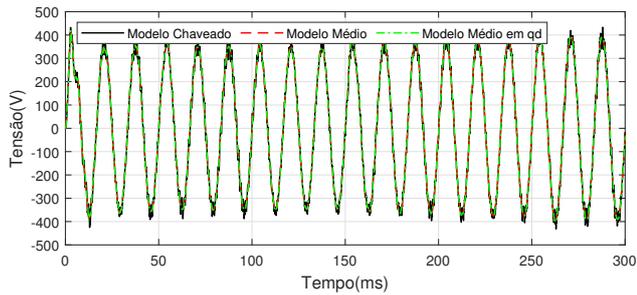


Figura 2. Tensões instantâneas de fase observadas no PAC.

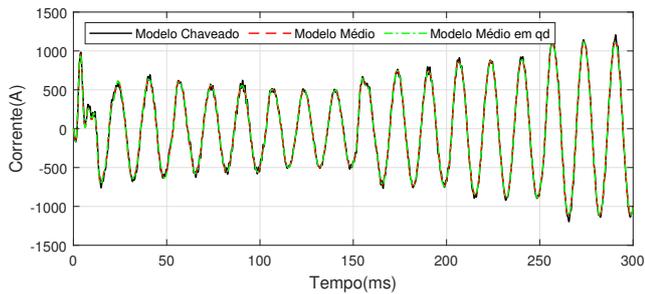


Figura 3. Correntes instantâneas injetadas na rede.

Ainda em relação aos resultados exibidos nas Figuras 2 e 3, observa-se que as variáveis sob análise variam inversamente proporcional ao índice de modulação, pois, até o instante de 150 ms, essa entrada sofreu acréscimos, enquanto as grandezas sob análises sofreram decréscimos. A partir desse instante, o ciclo de trabalho foi decrescentado e, como resposta, as grandezas exibidas nas figuras aumentaram em amplitude, destacando-se as correntes pelas alterações mais significativas, caracterizando uma alta sensibilidade em relação à variável de controle. Conclusões semelhantes podem ser realizadas para os resultados de potência ativa e da tensão do barramento do CC, os quais são apresentados nas Figuras 4 e 5, respectivamente.

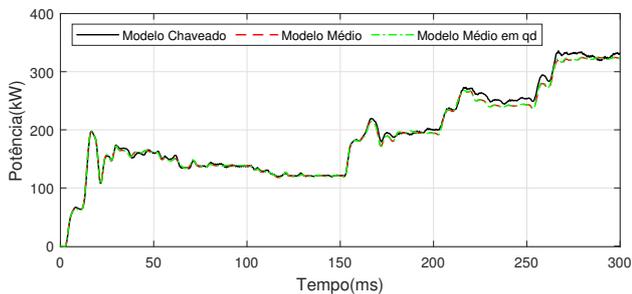


Figura 4. Potência trifásica injetada na rede.

Observa-se que, à medida que o índice de modulação sofre decrementos, as variáveis do modelo médio passam a sofrer pequenos desvios em relação ao modelo no domínio de fases. Os pequenos desvios observados, possivelmente, estão vinculados aos algoritmos de estimação dos fasores tensão e corrente utilizados no cálculo da potência ativa, pois tais algoritmos podem apresentar dificuldades na eliminação de determinadas componentes harmônicas ou

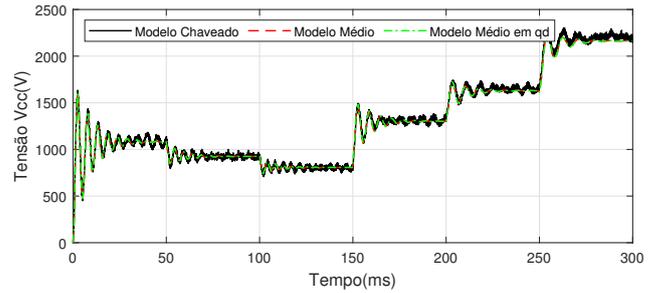


Figura 5. Tensão no barramento CC.

inter-harmônicas presentes nos sinais de tensão e corrente observados no PAC.

Por se tratar de um sistema operando em malha aberta, com base na Figura 5, percebe-se que a tensão do barramento CC acabou atingindo níveis não admissíveis, quando o índice de modulação foi ajustado manualmente para 0,4 no tempo de 250 ms. A semântica da denominação modelo médio torna-se evidente a partir dos resultados, pois as variáveis do modelo correspondem à média dos sinais obtidos a partir do modelo chaveado.

Os resultados das simulações, ora investigados, indicam que os três modelos apresentados podem ser utilizados de forma indifferente em estudos de dinâmica de baixa frequência, desde que as representações no espaço de estados sejam solucionadas com um passo de integração compatível com os fenômenos físicos a serem investigados. Não obstante, os modelos médios destacam-se por permitirem a utilização de passos de integração relativamente maiores que aqueles empregados no modelo chaveado, pois apenas componentes harmônicas muito menores que a portadora podem estar presentes. Nesse sentido, a realização de simulações utilizando um modelo médio propicia um menor esforço computacional, o qual é decisivo para a condução de simulações com longas janelas de tempo.

Devido à boa representatividade do modelo médio em coordenadas  $qd$ , relativamente aos demais investigados, ele poderá ser utilizado com segurança nos estudos de linearização e obtenção das funções de transferência do sistema. Este modelo apresenta a exclusividade de propiciar grandezas unidirecionais em regime permanente, a exemplo do comportamento das componentes  $qd$  das correntes injetadas na rede, as quais são exibidas na Figura 6.

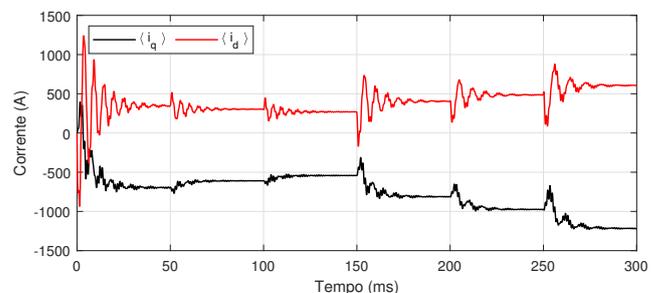


Figura 6. Modelo médio em coordenadas  $qd$  das correntes injetadas na rede.

## 6. CONCLUSÃO

A partir da aplicação de técnicas de solução de circuitos elétricos à estrutura de um inversor trifásico conectado à rede através de um filtro LC de saída, foram levantadas as equações diferenciais que definem a dinâmica do sistema. Utilizando como entradas a tensão interna do equivalente de rede e uma fonte de corrente ideal, a qual se aproxima dentro de certos limites de um gerador fotovoltaico, as equações diferenciais do sistema foram expressas na forma canônica do espaço de estados. Por inspeção da matriz de estados, o sistema dinâmico foi classificado como descontínuo, não linear e variante no tempo dada a natureza dos sinais da SPWM como elementos da matriz. Entre os modelos investigados, o chaveado no domínio de fases é o mais representativo do sistema físico. Contudo, ele apresenta os inconvenientes de não possuir um ponto de equilíbrio e não poder ser linearizado.

Aplicando os conceitos do operador de média, as equações do modelo chaveado foram mapeadas no espaço médio de estados no domínio de fases. Devido à propriedade de filtragem do operador de média, os sinais foram suavizados, passando a apresentar apenas dinâmicas de baixas frequências. Não obstante, assim como o modelo chaveado, o médio no domínio de fases apresenta como características a não linearidade e a ausência de um ponto de equilíbrio em condição de regime, o que o torna inviável para um processo de linearização. Como uma alternativa à obtenção de um sistema que apresente pontos de equilíbrio, utilizou-se o conceito de mapeamento de coordenadas no domínio de fases para um par de coordenadas ortogonais, segundo o referencial girante definido pela transformada de Park. Relativamente aos modelos anteriores, a representação no espaço de estados do modelo médio em coordenadas  $qd$  mostrou-se mais simples.

Com o intuito de comparar os modelos entre si, foram realizadas simulações computacionais, estando os modelos sujeitos às mesmas condições de entrada e aos mesmos processos de solução numérica. A partir dos resultados obtidos, pode-se inferir que os modelos podem ser utilizados, de forma indiferente, em estudos de transitórios eletromagnéticos de baixa frequência. Contudo, por apresentar equações mais simples e requerer um menor esforço computacional, o modelo médio em coordenadas  $qd$  torna-se mais atrativo, aliado ao fato de se tratar da única representação que possui um ponto de equilíbrio estático em condição de regime.

## REFERÊNCIAS

- Ahmed, K.H., Finney, S.J., and Williams, B.W. (2007). Passive filter design for three-phase inverter interfacing in distributed generation. In *2007 Compatibility in Power Electronics*, 1–9. IEEE.
- Araújo, A.E.A. and Neves, W.L.A. (2005). *Cálculo de transitórios eletromagnéticos em sistemas de energia*. Editora da UFMG, Belo Horizonte.
- Caliskan, V.A., Verghese, O.C., and Stankovic, A.M. (1999). Multifrequency averaging of dc/dc converters. *IEEE Transactions on Power Electronics*, 14(1), 124–133.
- Cortes, J. (2008). Discontinuous dynamical systems. *IEEE Control Systems Magazine*, 28(3), 36–73.
- Filippov, A.F. (1988). *Differential equations with discontinuous righthand sides*, volume 18 of *Mathematics and its Applications (Soviet Series)*. Kluwer Academic Publishers Group, Dordrecht.
- Khalil, H. (2001). *Nonlinear Systems*. Prentice Hall, New Jersey, 3a edition.
- Kotsopoulos, A., Duarte, J., and Hendrix, M. (2001). A predictive control scheme for dc voltage and ac current in grid-connected photovoltaic inverters with minimum dc link capacitance. In *IECON'01. 27th Annual Conference of the IEEE Industrial Electronics Society (Cat. No. 37243)*, volume 3, 1994–1999. IEEE.
- Krause, P.C. and Thomas, C. (1965). Simulation of symmetrical induction machinery. *IEEE transactions on power apparatus and systems*, 84(11), 1038–1053.
- Lewis, W.A. (1958). A basic analysis of synchronous machines-part i. *Transactions of the American Institute of Electrical Engineers. Part III: Power Apparatus and Systems*, 77(3), 436–453.
- Li, F., Wang, Y., Wu, F., Huang, Y., Liu, Y., Zhang, X., and Ma, M. (2020). Review of real-time simulation of power electronics. *Journal of Modern Power Systems and Clean Energy*, 8(4), 796–808.
- Lian, K. and Lehn, P. (2005). Real-time simulation of voltage source converters based on time average method. *IEEE Transactions on Power Systems*, 20(1), 110–118.
- Maksimovic, D., Stankovic, A.M., Thottuvelil, V.J., and Verghese, G.C. (2001). Modeling and simulation of power electronic converters. *Proceedings of the IEEE*, 89(6), 898–912.
- Mandrile, F., Musumeci, S., Carpaneto, E., Bojoi, R., Dragičević, T., and Blaabjerg, F. (2020). State-space modeling techniques of emerging grid-connected converters. *Energies*, 13(18).
- Wester, G.W. (1972). *Low-Frequency Characterization of Switched dc-dc Converters*. Doutorado, California Institute of Technology, Pasadena, California, USA.
- Xu, Y., Chen, Y., Liu, C.C., and Gao, H. (2016). Piecewise average-value model of pwm converters with applications to large-signal transient simulations. *IEEE Transactions on Power Electronics*, 31(2), 1304–1321.
- Yazdani, A., Di Fazio, A.R., Ghoddami, H., Russo, M., Kazerani, M., Jatskevich, J., Strunz, K., Leva, S., and Martinez, J.A. (2010). Modeling guidelines and a benchmark for power system simulation studies of three-phase single-stage photovoltaic systems. *IEEE transactions on power delivery*, 26(2), 1247–1264.