ESTUDO DO COMPORTAMENTO VIBRATÓRIO DO MRC POR MEIO DE SIMULAÇÃO E PROCEDIMENTOS EXPERIMENTAIS

C.G.C.Neves[*], N.S.Soeiro[**], N.Sadowski[*] e R.Carlson[*]

GRUCAD-DEEL-CTC-UFSC
[**]DEM - CT - UFPA
[*]CP - 476
88049-900 - Florianópolis - SC - Brasil
email: guilherm@grucad.ufsc.br

RESUMO: Os fabricantes de máquinas elétricas têm grande interesse na redução de ruído e vibrações. Uma das principais causas de ruído em máquinas elétricas é o efeito resultante da ressonância entre forças magnéticas e estator. A fim de projetar uma máquina elétrica pouco ruidosa o projetista precisa, entre outras considerações, estar equipado com duas coisas: primeiro, valores precisos de todas as principais freqüências naturais e modos do estator e, segundo, a distribuição das forças magnéticas. Este artigo apresenta uma investigação, por meio da Técnica de Análise Modal Experimental (TAME) e do Método de Elementos Finitos (MEF), sobre o comportamento vibratório do motor de relutância chaveado (MRC) tanto do ponto de vista eletromagnético como mecânico

ABSTRACT: Manufacturers in electrical machinery are highly interested in the reduction of noise and vibrations. One of the main causes of noise production in electrical machines is the resulting effect of resonance between the magnetic forces and the stator. Among other considerations, in order to design a quiet electrical machine, a designer needs, to be equipped with two things: first, accurate values of all important natural frequencies and mode shapes of the stator and, secondly, the knowledge of the magnetic forces pattern. This paper presents an investigation, by Experimental Modal Analysis Technique (EMAT) and Finite Element Method (FEM), into the mechanical and eletromagnetic vibration behavior of a switched reluctance motor (SRM).

1 INTRODUÇÃO

O interesse pelo estudo dos fenômenos acoplados que levam em conta as diferentes interações entre os fenômenos físicos na concepção de um determinado dispositivo, tem crescido muito nos últimos anos. No caso das máquinas elétricas intervém, em níveis diferentes, os fenômenos elétricos, magnéticos, elásticos, térmicos, acústicos, etc.

Nosso objetivo nesse artigo será estudar os fenômenos acoplados magnetoelásticos onde tratamos principalmente das vibrações mecânicas de origem magnética nas máquinas elétricas. A preocupação com este tipo de fenômeno reflete uma tendência crescente dos fabricantes de máquinas elétricas em reduzir o ruído. Esta preocupação tem como origem de uma parte, as exigências crescentes dos usuários que consideram atualmente o ruído um fator poluente do ambiente, e de outra parte, a característica nefasta das vibrações sobre as estruturas vizinhas.

Inicialmente, neste artigo as correntes elétricas nas fases são determinadas por meio de simulação numérica. A interação do circuito magnético e do circuito elétrico é levada em conta pela adição das equações do circuito externo (conversor de potência) à matriz de elementos finitos. A seguir, a distribuição das forças magnéticas radiais, que atuam nos dentes do estator do MRC, é obtida por meio de cálculo numérico, usando um método baseado em cargas e correntes equivalentes. Este método é aplicado à distribuição de campo eletromagnético, a qual é obtida com o Método de Elementos Finitos. A seguir, obtém-se a composição harmônica das forças radiais.

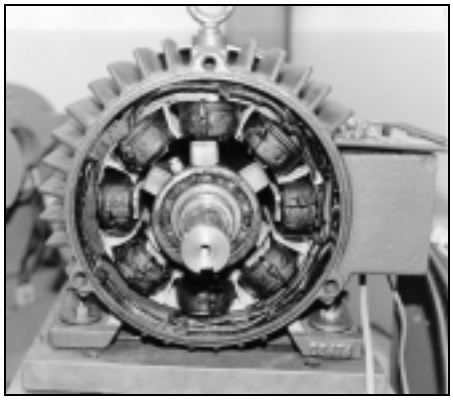


Figura 1 - Motor de relutância chaveado

O segundo passo neste trabalho consiste na determinação das freqüências naturais de vibração por meio da técnica de *Análise Modal Experimental*. O Método de Elementos Finitos é também utilizado na determinação das freqüências e modos naturais de vibração os quais definem o comportamento dinâmico da estrutura mecânica do MRC, mostrado na figura 1. Finalmente, para detectar a relação entre as freqüências naturais mecânicas e as forças magnéticas radiais (a uma dada velocidade), experimentos rotacionais são executados, nos

Artigo submetido em 22/07/97
1a. Revisão em 13/10/97; 2a. Revisão em 09/11/98;
Aceito sob recomendação d Ed. Cons. Prof.Dr Edson Watanabe

quais o MRC é acionado por seu conversor e as vibrações forçadas são medidas.

2 CÁLCULO DAS CORRENTES

Para modelar as correntes nas fases do MRC será utilizada a técnica de acoplamento forte das equações do campo eletromagnético e equações do circuito exterior, descrita a seguir:

Usando o potencial vetor magnético $\mathbf{A}$, o campo magnético na máquina pode ser escrito como:

$$\nabla \times \frac{1}{\mu} \times \nabla \times \mathbf{A} = \mathbf{J} - \sigma \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial \mathbf{t}} \tag{1}$$

onde μ é a permeabilidade magnética, $\mathbf{J} = \mathrm{Ni} / \mathrm{S}$ é a densidade de corrente, σ é a condutividade elétrica, N é o número de espiras de um enrolamento e S é a área deste enrolamento. A corrente **i** nos enrolamentos da máquina é geralmente desconhecida, mas pode-se relacioná-la à tensão nos enrolamentos $\mathbf{v}(\mathbf{t})$ por meio das equações do circuito elétrico:

$$\mathbf{v}(\mathbf{t}) = \mathbf{R}\mathbf{i}(\mathbf{t}) + \mathbf{L}\frac{d\mathbf{i}(\mathbf{t})}{dt} + \frac{d\mathbf{N}\phi(\mathbf{t})}{dt} \tag{2}$$

onde $\mathbf{v}(\mathbf{t})$ é o vetor da tensão, **R** é a matriz das resistências CC dos enrolamentos, **L** é a matriz que contêm as indutâncias de cabeças de bobina, $\mathbf{N}\phi(\mathbf{t})$ é a matriz de enlace de fluxo e **i(t)** é o vetor corrente no enrolamento. O fluxo magnético $\phi(t)$ é facilmente relacionado ao vetor potencial magnético $\mathbf{A}(\mathbf{t})$.

A equação (1) é discretizada por meio do método de elementos finitos bidimensional, e as derivadas no tempo das equações (1) e (2) são discretizadas com o algoritmo β (Bathe, 1982). Desta maneira, um grande sistema matricial de equações é obtido:

$$\left|\begin{array}{c|c} \beta\mathbf{M}(t) + \frac{1}{\Delta t}\mathbf{N} & -\beta\mathbf{P} \\ \hline \frac{1}{\Delta t}\lambda\mathbf{Q} & \beta\mathbf{R} + \frac{1}{\Delta t}\mathbf{L} \end{array}\right| \left|\begin{array}{c} \mathbf{A}(t) \\ \hline \mathbf{i}(t) \end{array}\right| =$$
$$= \left|\begin{array}{c|c} \chi\mathbf{M}(t-\Delta t) + \frac{1}{\Delta t}\mathbf{N} & -\chi\mathbf{P} \\ \hline \frac{1}{\Delta t}\lambda\mathbf{Q} & \chi\mathbf{R} + \frac{1}{\Delta t}\mathbf{L} \end{array}\right| \left|\begin{array}{c} \mathbf{A}(t-\Delta t) \\ \hline \mathbf{i}(t-\Delta t) \end{array}\right|$$
$$+ \left|\begin{array}{c} \mathbf{0} \\ \hline -\beta\mathbf{V_{ext}}(t) \end{array}\right| + \left|\begin{array}{c} \mathbf{0} \\ \hline \chi\mathbf{V_{ext}}(t-\Delta t) \end{array}\right| \tag{3}$$

onde $\chi = \beta - 1$. **M** e **N** são as respectivas matrizes, permeabilidade magnética e condutividade elétrica; **P** e **Q** são as matrizes que relacionam as equações do campo e as equações do circuito elétrico; **0** é o vetor nulo, $\mathbf{V_{ext}}$ é o termo das tensões aplicadas a cada fase; Δt é o passo de cálculo e λ é um fator que depende da configuração dos enrolamentos (série ou paralelo). O sistema inteiro é resolvido passo a passo com respeito ao tempo, e as incógnitas $\mathbf{A}(\mathbf{t})$ e **i(t)** podem ser calculadas. O movimento do rotor é levada em conta por meio da técnica da Banda de Movimento com elementos quadrilaterais especiais no entreferro. As correntes nas fases foram calculadas por meio do sistema matricial (3), em função do estado das chaves de potência do conversor da figura 2 e da posição do rotor. A figura 3 mostra as correntes obtidas nas fases do motor.

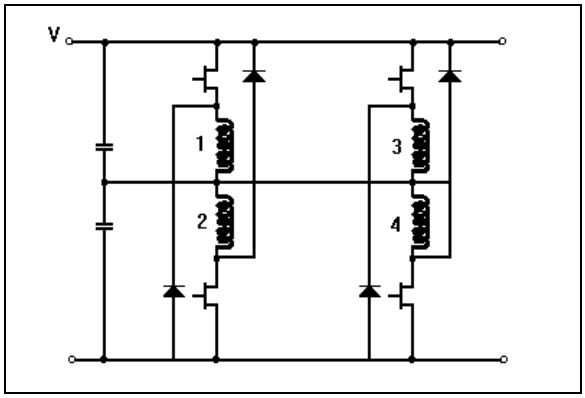


Figura 2 - Conversor que alimenta o MRC.

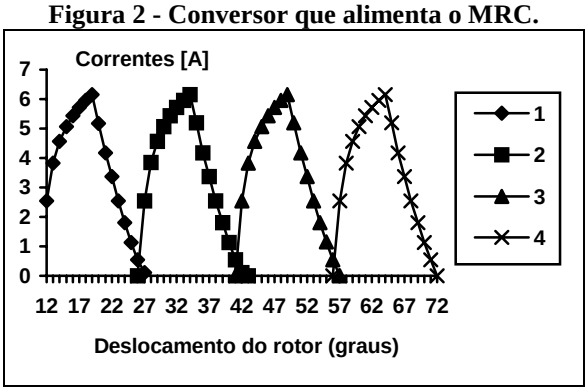


Figura 3 - Correntes versus posição do rotor.

3 CÁLCULO DAS FORÇAS MAGNÉTICAS

As forças magnéticas que agem no estator do MRC foram obtidas por meio de um método baseado em cargas e correntes equivalentes (Sadowski *et alli.*, 1992). Neste método, uma distribuição superficial de cargas equivalentes $\rho_s = \vec{n}.\vec{B}_2$ é combinada com uma densidade superficial de corrente $\vec{J}_s = (1/\mu_0)\vec{n} \wedge \vec{B}_2$ distribuída ao longo da superfície S limitante do meio. Como as fontes equivalentes são unicamente superficiais, este método resulta unicamente em uma distribuição superficial de forças dada por:

$$\frac{d\vec{f}}{ds} = \frac{1}{\mu_0}\left[\left(\vec{n}\cdot\vec{B}_2\right)\vec{B}_2 - \frac{1}{2}B^2\vec{n}\right] \tag{4}$$

onde μ_0 é a permeabilidade do ar, $\vec{n}$ é o vetor normal a superfície do aço e B é a indução magnética no ar em torno do aço. A figura 4 mostra a distribuição de forças magnéticas, indicada pelas setas, obtidas a partir da distribuição do campo magnético, para uma posição em que um dente do rotor esta alinhado com um dente do estator. A fim de simplificar a análise, esta distribuição de forças é então concentrada num ponto central no interior da superfície do dente para cada posição do rotor. A figura 5 mostra a força radial concentrada em um dente em função do tempo. Devido ao caráter periódico da densidade de fluxo no entreferro, as forças radiais são funções periódicas da coordenada periférica do rotor. Portanto podem ser representadas na forma de harmônicas de Fourier. A figura 6 mostra o espectro harmônico da força da figura 5, obtido por meio de análise de Fourier. Como as correntes nas fases do MRC são uni-direcionais, a freqüência fundamental da força magnética sobre um pólo estatórico é igual a da corrente. Portanto, a freqüência da componente fundamental da força magnética radial é igual a 250 Hz.

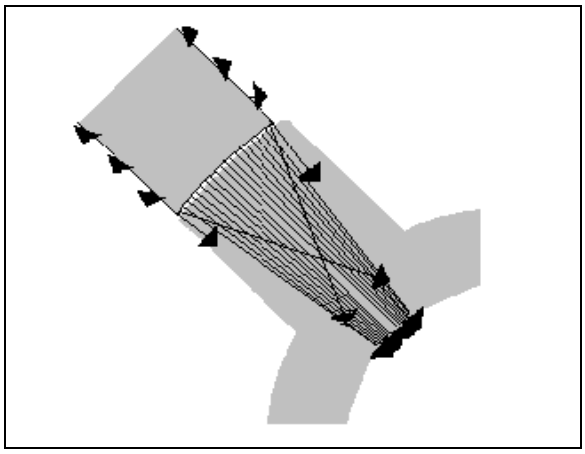


Figura 4 - Distribuição da força local em um dente.

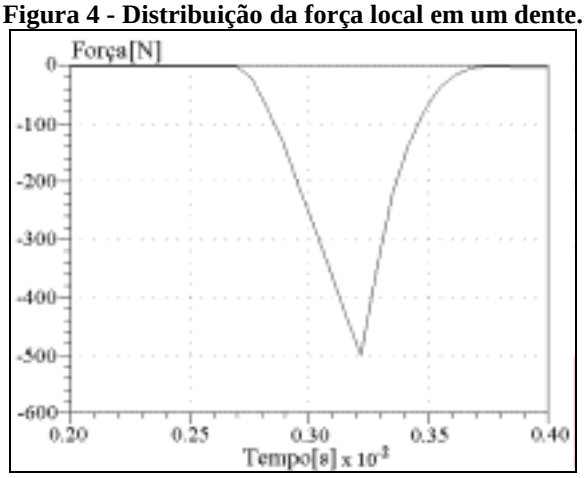


Figura 5 - Força radial concentrada em um dente.

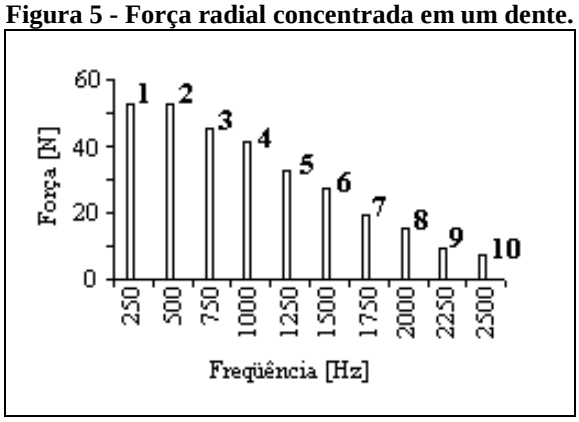


Figura 6 - Espectro harmônico das forças magnéticas radiais.

4 DETERMINAÇÃO DA RESPOSTA NATURAL

4.1 Elementos Finitos

A análise de vibrações de sistemas estruturais simples, através de métodos analíticos é uma excelente maneira de compreender e se familiarizar com o fenômeno real, mas apenas do ponto de vista acadêmico. No contexto deste trabalho, o método de elementos finitos constitui uma excelente alternativa para a solução de problemas dinâmicos que envolvam um grande número de graus de liberdade.

A utilização do MEF juntamente com o Princípio de Hamilton leva, no caso geral, a um sistema matricial do tipo:

$$\mathbf{M}\{\ddot{q}\} + \mathbf{C}\{\dot{q}\} + \mathbf{K}\{q\} = \mathbf{F} \tag{5}$$

onde **M** é a matriz massa, **C** é a matriz amortecimento, **K** é a matriz rigidez, q é o vetor deslocamento e **F** o vetor força. Entretanto, a principal aplicação da análise dinâmica está na determinação das freqüências naturais de vibração de estruturas e componentes mecânicos. Este conhecimento prévio permite ao engenheiro evitar que alguma fonte de vibração excite determinado componente, o que fatalmente o levaria ao colapso ou a apresentar altos níveis de vibração. Assume-se que nas estruturas de aço os laços de histerese do material, durante um ciclo de deformações, em geral, é muito estreito. Isso significa que o amortecimento interno do material é muito pequeno, e a energia dissipada pode ser negligenciada, em comparação com as energias cinéticas e potencial. Portanto, se não existem carregamentos atuando sobre o componente, a equação (5) reduz-se a:

$$\mathbf{M}\{\ddot{q}\} + \mathbf{K}\{q\} = 0 \tag{6}$$

Com base no comportamento real da estrutura, ou seja, de que as respostas do sistema são harmônicas, a equação (6) dá origem a um problema generalizado de autovalores e autovetores representado por:

$$\left[\mathbf{K} + \omega^2\mathbf{M}\right]\{u\} = 0 \tag{7}$$

o qual, no contexto deste artigo, foi implementado pelo método de Ritz (Lefèvre, 1988).

A figura 7 mostra, para o conjunto estator, carcaça e aletas do MRC usado neste trabalho, os primeiros modos de vibração, bem como as freqüências naturais associadas, tendo por base um modelo bidimensional de elementos finitos com um total de 539 elementos e 1365 nós. A análise bidimensional se justifica uma vez que a espessura da estrutura do MRC é grande comparada com as dimensões nas direções x e y, e os carregamentos atuam apenas no plano transversal da mesma.

4.2 Análise Modal Experimental

Uma parte importante da área da análise de vibrações é o conhecimento do mecanismo de comportamento de estruturas e seus componentes. Tipicamente, as características da *dinâmica estrutural* são definidas pela função de transferência (Almeida, 1987). Esta relação causa/efeito descreve o comportamento como uma função da freqüência entre dois pontos sobre a estrutura. Em conseqüência, se pudermos medir as características de transferência da estrutura, então a dinâmica estrutural é conhecida, ou seja, as propriedades que definem um *modo de vibração* podem ser obtidas.

Seis tipos de funções de transferência são empregados na análise de estruturas: *Compliância* (deslocamento/força), *Mobilidade* (velocidade/força), *Inertância* (aceleração/força) e suas recíprocas; todas são algebricamente interrelacionadas.

A análise modal experimental determina o modelo modal de uma estrutura, ou seja suas freqüências naturais, amortecimentos modais e formas modais, a partir de um conjunto de funções de transferência medidas.

Na técnica de análise modal, a função resposta em freqüência da estrutura pode ser medida em um ponto único, com a excitação impulsiva aplicada em vários pontos da estrutura, ou a estrutura pode ser excitada em um único ponto usando-se sinais aleatórios de banda larga, com a função resposta em freqüência medida em vários pontos da estrutura. Determinadas as funções resposta em freqüência da estrutura, os parâmetros modais são então extraídos dos dados medidos por algoritmos de ajuste de curvas teóricas no domínio do tempo ou da freqüência.

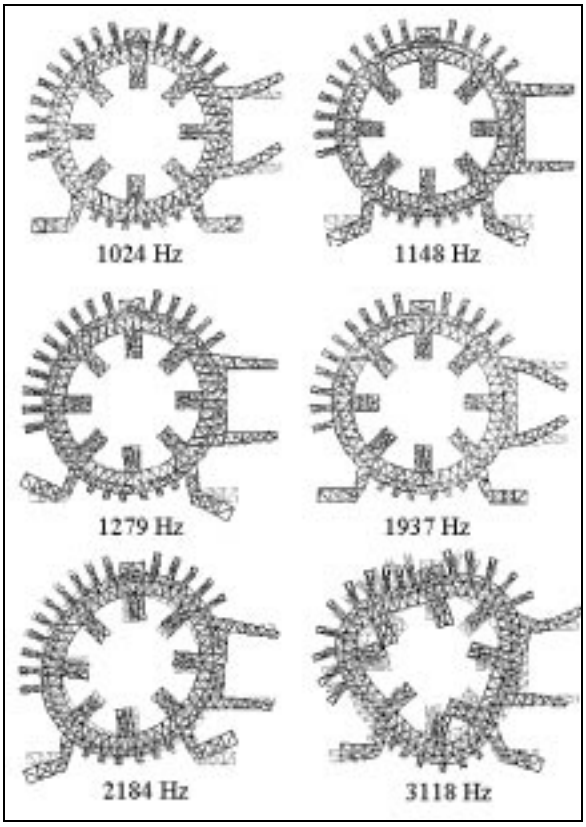


Figura 7 - Modos e freqüências naturais de vibração do estator do MRC.

A figura 8 mostra um esquema que resume o procedimento de análise modal experimental para um teste de impacto ou com excitação impulsiva.

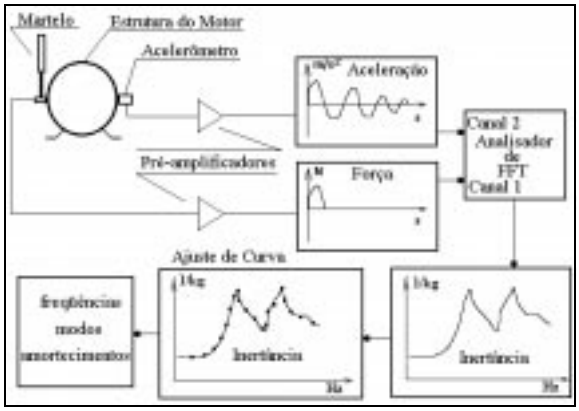


Figura 8 - Sistema modal experimental.

No caso deste artigo foram selecionados 36 pontos distribuídos ao longo da seção transversal média da estrutura do MRC, mantendo-se fixo o sensor de aceleração piezelétrico do tipo BK - 4375, ligado a um pré-amplificador de carga do tipo BK - 2635, enquanto que a força impulsiva, aplicada em cada um desses pontos foi medida por uma célula de carga piezelétrica do tipo PCB - 086803 ligada a um pré-amplificador do tipo PCB - 480B02.

Os sinais de força e aceleração foram amostrados simultaneamente por meio de um analisador FFT de quatro canais, marca TEKTRONIX 2630, com filtro "anti-aliasing" incorporado. Cada uma das funções de transferência do tipo inertância foi obtida a partir da média de um total de 15 blocos de dados, os quais forneceram valores da função de coerência superiores a 0,90.

O modelo modal usado foi do tipo viscoso, cuja função de transferência, definida para uma posição k de aplicação da excitação e posição i de medição da resposta, é dada por Ewins (1984):

$$H_{ik}(j\omega) = -\omega^2 \sum_{1}^{r} \frac{\psi_i^r \psi_k^r}{m_r[-\omega^2 + j2\zeta_r\omega\omega_r + \omega_r^2]} \qquad (8)$$

Os parâmetros modais $\{\psi\}_r$, ω_r e ζ_r foram extraídos no domínio do tempo, através da utilização do método das exponenciais complexas.

A figura 9 mostra, para o MRC sob análise, a soma das funções resposta em freqüência medidas. A partir das formas se pode notar que as freqüências naturais obtidas pelo MEF (mostradas na figura 7) são próximas das obtidas por Análise Modal, porém mais altas, isto se deve ao modelo por elementos finitos ser intrinsecamente mais rígido.

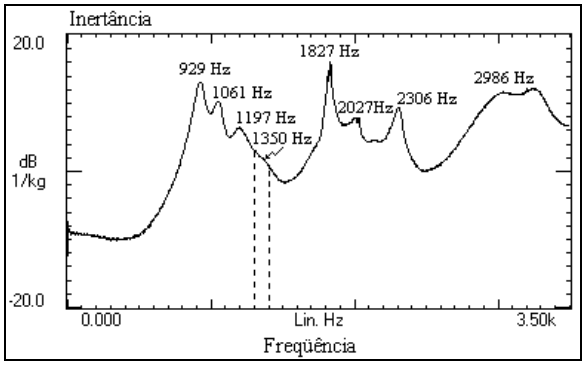
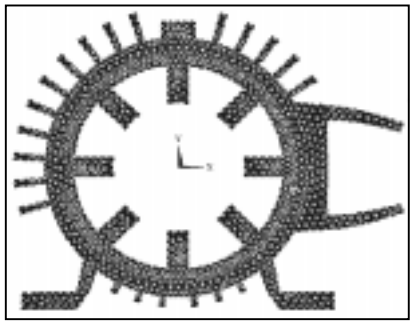


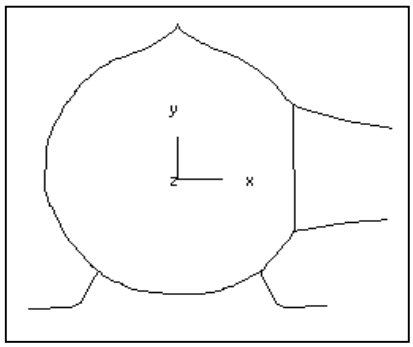
Figura 9 - Soma das funções resposta em freqüência medidas.

Comparando a figura 10(a) com a figura 10(b) que mostra o modo natural de vibração para a freqüência de 1827 Hz, obtido via Análise Modal, juntamente com a malha modal experimental, conclui-se então que existe uma boa concordância entre os modos de vibração obtidos por elementos finitos e os obtidos experimentalmente.

Comparando-se as freqüências do espectro da força magnética (valores calculados, figura 6), com as freqüências naturais da estrutura, ou seja, onde ocorrem os picos de vibração livre (valores medidos, figura 9). Pode-se prever que haverão picos



(a)



(b)

Figura 10 - Modo de vibração a 1827 Hz. (a) obtido por MEF.(b) obtido experimentalmente.

elevados de vibração, pois quanto mais próximas, as freqüências da força de excitação forem dos valores das freqüências naturais, maiores os picos. Através dos experimentos rotacionais, será possível determinar em que freqüências ocorrem estes picos e quais seus valores.

5 EXPERIMENTOS ROTACIONAIS

A medição das acelerações foi feita em pontos diferentes da carcaça do MRC, com este operando à vazio, com tensão nominal de 300 volts, na velocidade de 2500 rpm. Na figura 11 apresentamos um esquema representativo da técnica de medição de vibrações.

O espectro das acelerações medidas são mostrados nas figuras 12(a) e 12(b), respectivamente. Os ícones mostram os pontos de medição. Esta análise só tem validade na velocidade de 2500 rpm, caso esta seja alterada, o cálculo de forças deve ser refeito, já que o espectro de forças varia com a velocidade.

Observa-se que os maiores picos de aceleração ocorrem nas mesmas freqüências do espectro da forças magnéticas radiais. Estes resultados mostram a forte relação entre as forças magnéticas radiais que atuam nos dentes do estator (obtidas a partir do MEF) e as vibrações no MRC obtidas a partir de experimentos rotacionais. Além disso validam o cálculo de forças magnéticas utilizando a formulação de cargas e correntes equivalentes.

6 CONCLUSÕES

A resposta vibratória do MRC devido a forças de origem magnética são estudadas neste artigo usando análise modal experimental, experimentos rotacionais e o método de elementos finitos. Os resultados obtidos mostram a forte influência das forças magnéticas radiais no comportamento vibratório do MRC. Obteve-se uma boa concordância entre a resposta natural calculada pelo método de elementos finitos e a análise modal experimental. O método de cálculo de forças magnéticas utilizando a formulação de cargas e correntes equivalentes, mostrou-se capaz de reproduzir o efeito das forças magnéticas sobre o comportamento vibratório do Motor de Relutância Chaveado. A comparação do espectro das forças magnéticas com as freqüências naturais obtidas via cálculo por elementos finitos possibilita, ainda na fase de projeto, determinar onde ocorrerão os maiores picos de vibração.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Almeida, T. A. (1987), Vibrações mecânicas para engenheiros, Edgard Blücher, São Paulo.

Bathe, K. J. (1982), Finite element procedures in engineering analysis, Prentice Hall, New-Jersey.

Ewins, D. J. (1984), Modal testing theory and pratice. Research Studies Press Ltda, England.

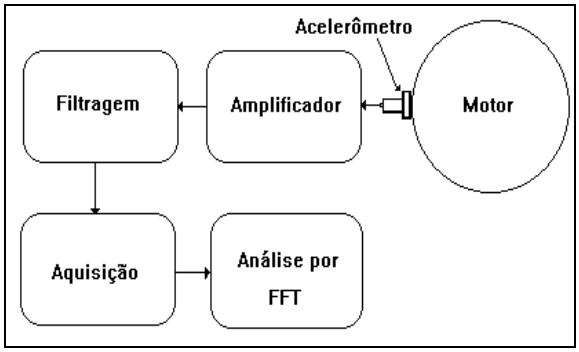


Figura 11 - Esquema representativo da técnica de medição de vibrações.

Inman, D. J. (1994), Engineering Vibration, Prentice Hall, New Jersey.

Lefèvre, Y. (1988) Etude de la répartition des efforts electromagnétiques dans les machines syncrones à aimants permanents et commutation electrique. Détermination des vibrations d'origine magnétiques, Tese de Doutorado do INP, Toulouse, França.

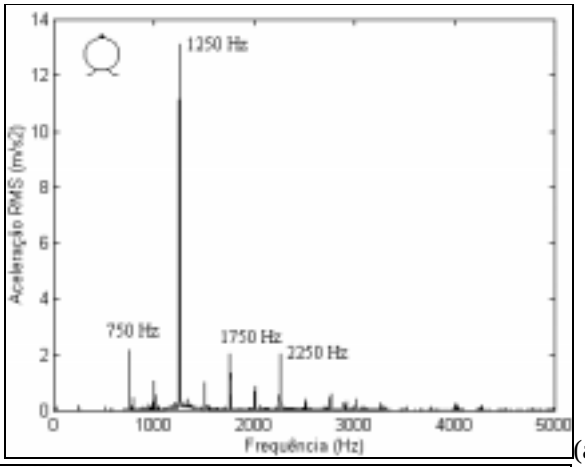
Lefèvre, Y., Neves, C.G.C., Sadowski, N., Carlson R., (1998). Caractérisation des vibrations d'origine électromagnetique, Proceedings of the International Seminar on Vibrations and Acoustic Noise of Electric Machinery, 25-26 Maio, Béthune (França), pp.111-115.

Neves, C.G.C. (1995). Simulação e análise do motor de relutância chaveado. Dissertação de Mestrado, Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis - SC.

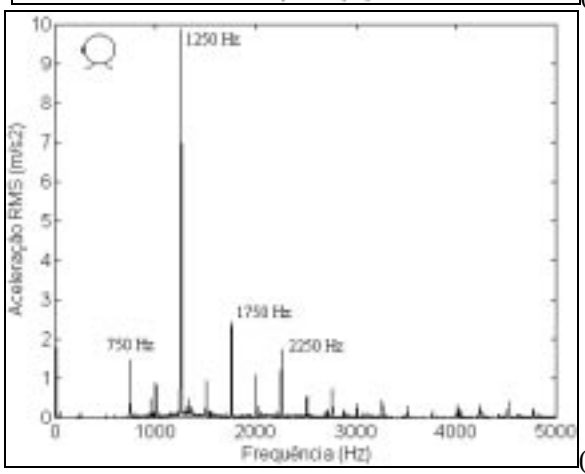
Neves, C.G.C., Carlson R., Sadowski, N., Bastos, J.P.A., Soeiro, N.S., Gerges, S.N.Y. (1998). Experimental and numerical analysis of induction motors vibrations. Proceedings of IEEE-CEFC'98 The Eighth Biennial IEEE Conference on Electromagnetic Field Calculation, Tucson (USA), pp. 371.

Sadowski, N.; Lefèvre, Y.; Lajoie-mazenc, M.; Bastos, J. P. (1992). A. Sur le calcul des forces magnétiques. Journal de physique III, France, pp. 859-870.

Sadowski, N.; Lefèvre,Y.; Neves, C.G.C.; Carlson, R. (1995). Finite elements coupled to electrical circuit equations in the simulation of the switched reluctance drives: attention to mechanical behavior. Transactions on magnetics (May), Vol .32, n° 3, pp 1086-1089.



(a)



(b)

Figura 12 - Aceleração em função da freqüência.(a) ponto 1. (b) ponto 2.