CONTROLE DE LOCOMOÇÃO DE UM ROBÔ QUADRÚPEDE UTILIZANDO LINEARIZAÇÃO EXATA ENTRADA-SAÍDA

Luiz de S. Martins-Filho[1] & Roland Prajoux[2]

[1] Laboratório de Robótica Inteligente - LRI - Instituto de Informática - UFRGS
Av. Bento Gonçalves, 9500 - CP 15064 - 91501-970 - Porto Alegre / RS - Brasil

[2] Laboratoire d'Analyse et d'Architecture des Systèmes – LAAS/CNRS
7, Av. du Colonel Roche - 31077 Toulouse Cedex 4 - France
e-mail: luiz@inf.ufrgs.br, prajoux@laas.fr

Resumo: Este trabalho discute o problema do controle de locomoção de um robô quadrúpede. A abordagem adotada baseia-se no controle em posição, velocidade, atitude e velocidade angular da plataforma do robô, que se traduz em termos de esforços do sistema robô, i.e., na dinâmica do sistema em forma de cadeia fechada. O problema de controle se divide em dois: controle do subsistema posição e controle do subsistema atitude. O subsistema atitude é um sistema não linear, tratado através de uma linearização exata obtida via realimentação estática da saída. O subsistema posição é diretamente controlado via regulação linear. Para a validação da abordagem proposta, utiliza-se um modelo dinâmico do robô completo. Este modelo descreve a dinâmica de cada componente do sistema, assim como a cinemática das articulações. As simulações numéricas compreendem testes do controle utilizando este modelo dinâmico, e testes de robustez com relação ao relevo do terreno e à razão entre as massas da plataforma e das pernas.

Palavras Chave: robôs móveis, robôs com pernas, controle não linear, linearização exata entrada-saída

Abstract: This paper discuss the problem of the locomotion control of a quadruped robot. The adopted approach is based on position, velocity, attitude and angular velocity control of the robot platform, that is translated in terms of the efforts on the robot system, i.e., on the system dynamics in closed chain form. The control problem is divided in two: the control of the position subsystem and the control of the attitude subsystem. The attitude subsystem is a non linear system, solved using a exact linearization obtained via static output feedback. The position subsystem is directly controled via linear regulation. For the validation of this approach, a complet robot dynamics model is proposed. This model describes the components dynamics, as well as the articulation kinematics. The numerical simulations consider control tests using this dynamics model, and robustness tests about terrain relief and about the ratio between platform and legs masses.

Key Words: mobile robots, legged robots, non linear control, exact input-output linearization

Artigo Submetido em 01/07/1998
1a. Revisão em 27/10/1998; 2a. Revisão em 13/05/1999;
Aceito sob recomendação do Ed. Consultor Prof. Dr. Paulo Sérgio Pereira Silva

1 INTRODUÇÃO

O desenvolvimento da robótica de serviço e de intervenção tem estimulado as pesquisas de robôs móveis adaptados a diferentes ambientes (estruturados e não estruturados). Diversas arquiteturas de controle de robôs móveis vem sendo propostas visando dotá-los de autonomia e capacidade de planejamento de tarefas e/ou reações a eventos e estímulos (e.g. Brooks, 1986; Simmons, 1994; Baroni et alli, 1995, Medeiros et alli, 1996).

As soluções propostas para afrontar solos muito restritivos e irregulares, no que concerne o tipo de locomoção, utilizam geralmente rodas adaptadas, lagartas e mecanismos em forma de pernas. A utilização de pernas tem obtido resultados muito interessantes para aplicações nos casos mais críticos. É curioso observar que este tipo de locomoção, presente desde o início da robótica, volta a ganhar atualmente o interesse de diversos pesquisadores e laboratórios.

Alguns exemplos significativos de trabalhos envolvendo robôs com pernas: Gardner (1987) – controle de locomoção e distribuição de forças; Hirose et alli (1989) – arquitetura de supervisão e controle de marcha; Klein e Kittivatcharapong (1990) – distribuição de forças; Vukobratovic et alli (1990) – dinâmica e controle; Villard et alli (1993) – arquitetura de controle e simulação dinâmica dos mecanismos das pernas; Pack e Kang (1995) - controle de marcha; Perrin et alli (1997) – simulação da dinâmica do sistema plataforma/pernas.

1.1 – Contexto do estudo

O robô considerado neste trabalho é um quadrúpede. Consiste de uma plataforma, denominada corpo do robô, dotada de pernas iguais formadas por mecanismos equivalentes a braços manipuladores. A arquitetura do supervisor de marcha proposta em Prajoux e Martins-Filho (1996) e em Martins-Filho e Prajoux (1996) é baseada numa abordagem que integra módulos realizando funções de controle e funções de decisão. Este supervisor foi concebido para estender as aplicações da arquitetura geral de controle de robôs LAAS/CNRS (França) aos robôs multípedes.

Esta arquitetura de controle de robôs baseia-se nos princípios de planificação de missões, trajetória e tarefas, e de autonomia de execução dessas (Medeiros, 1996). O módulo central do supervisor de marcha é o módulo de controle do movimento da

plataforma do robô, responsável pela realização da trajetória planificada pelo nível superior da arquitetura.

O objetivo geral do projeto é desenvolver uma estratégia de controle do robô, definindo uma arquitetura e detalhando os módulos principais, i.e. aqueles que concernem diretamente a locomoção. O presente trabalho tem como objetivo discutir e definir uma proposta de solução para o problema do controle da locomoção propriamente dita, sintetizando leis de controle que permitam obter os esforços necessários, a serem realizados nas extremidades das pernas, para produzir o movimento desejado em posição e atitude do corpo do robô. O principal problema é estabelecer uma lei de controle simples e compatível com as exigências de um sistema tempo real para um robô que consiste de um sistema mecânico complexo e em forma de cadeia fechada.

As hipóteses principais consideradas neste trabalho são:

- nenhuma consideração particular é feita com relação ao desenho da estrutura da perna, sendo esta comparável a um manipulador com no mínimo 3 graus de liberdade, capaz de comandar sua extremidade em qualquer lugar no espaço de trabalho do mecanismo;
- cada perna, com seus atuadores, sensores e sistema de controle, é visto como um subsistema "caixa preta", podendo ser controlado tanto em posição como em força;
- subsistema perna é capaz de fornecer com periodicidade compatível a posição da extremidade da perna em relação ao corpo do robô;
- sensores de contato e de força permitem detectar o instante de aterrissagem das pernas, colisões e escorregamentos;
- os contatos entre as extremidades de pernas e o solo são pontuais.

Essas considerações listadas acima correspondem a hipóteses razoáveis para um robô concebido para realizar sua locomoção com bom desempenho.

2 MÓDULO DE CONTROLE DO MOVIMENTO DO ROBÔ

O módulo de controle do movimento do robô deve, segundo a abordagem adotada, fornecer aos subsistemas que controlam as pernas, o valor das forças a serem aplicadas por suas extremidades sobre o terreno para a realização das trajetórias desejadas. Essas forças nas extremidades das pernas resultam em uma força e um torque aplicados na plataforma do robô. Detalhes do cálculo das forças de pernas serão discutidos na seção 5. Desta forma, as trajetórias planejadas, definidas em termos de posição, velocidade, atitude e velocidade angular do corpo do robô, são transformadas em controle em força e em torque, i.e., os esforços a serem aplicados na plataforma do robô pelas pernas. Este tipo de controle de movimento de robôs multípedes, via esforços aplicados no robô, permite a utilização de robôs cuja dinâmica é relevante e obtém desempenhos mais adaptados às situações onde o terreno é acidentado ou irregular. Os robôs controlados exclusivamente de forma cinemática apresentam desempenhos e tipos de aplicações limitados. Um exemplo significativo de controle baseado na dinâmica do robô é o hexápode ASV (Adaptative Suspension Vehicle) da Ohio State University (EUA), tratado em Gardner (1987).

O sistema robô completo (plataforma, pernas e solo), considerado neste trabalho, é um sistema mecânico em forma de uma cadeia fechada de seus elementos e, mesmo adotando simplificações na sua modelagem, trata-se de um sistema não linear de grande complexidade. No controle desse sistema utilizamos uma abordagem que simplifica bastante o modelo para a obtenção da força e do torque a serem realizados pelas pernas. O módulo de controle utiliza um modelo onde o robô é considerado rígido, com as 4 pernas, de massa não nula, em suas posições médias (em relação ao movimento realizado por cada uma das pernas durante uma marcha regular).

Em diversos trabalhos (e.g. Gardner, 1987; Villard 1993) a massa das pernas é considerada desprezível, e o controle do movimento do robô considera somente o corpo deste. No presente trabalho, o modelo do robô completo utilizado na malha de controle reduz-se também a um corpo rígido, composto da plataforma e das pernas rígidas, a ser controlado em posição, velocidade, atitude e velocidade angular. Este sistema é subdividido em dois subsistemas de controle: posição e atitude.

3 SUBSISTEMA POSIÇÃO

O controle da posição e da velocidade do robô corresponde ao controle de movimento de um corpo de massa m concentrada num ponto, o centro de gravidade do robô. O movimento de um corpo pontual é dado pela equação de Newton. Sob a forma de equação de estado, o subsistema posição é dado por:

$$\begin{cases} \dot{X} = V \\ \dot{V} = F / m \end{cases} \tag{1}$$

onde:

$X = [x\ y\ z]^T$ é a posição do centro de gravidade do robô "médio" no referencial absoluto,
$V = [V_x\ V_y\ V_z]^T$ é a velocidade deste centro de gravidade,
$F = [F_x\ F_y\ (F_z+G)]^T$ é a soma das forças aplicadas ao robô, e
$G = mg$ é a força peso do robô.

Adotou-se um controle da posição (e da velocidade) do centro de gravidade do robô baseado num método clássico, para os sistemas de segunda ordem, utilizando duas malhas, uma para a velocidade e outra para a posição. A opção por este tipo de regulador permite uma implementação simples e de fácil compreensão.

A figura 1 mostra o esquema bloco do subsistema posição. A referência da malha de controle é dada em termos de posição e velocidade, a malha de controle calcula então o erro entre o estado estimado no bloco de determinação da posição e velocidade, e o valor da força de controle é obtido utilizando-se os ganhos K_P e K_V. Note-se que é necessário considerar a força peso (valor estimado) do robô para obtenção do valor da força de controle.

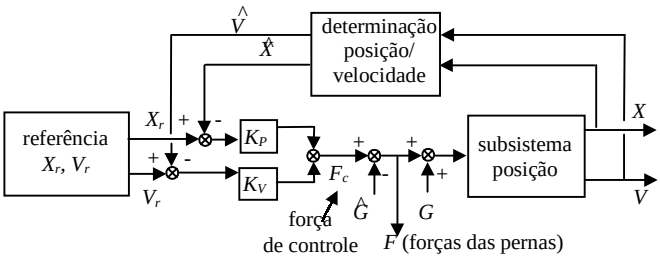


Figura 1 – Controle do subsistema posição.

Os ganhos K_P e K_V são obtidos através da aplicação de um Regulador Quadrático Linear - LQR, utilizando matrizes de ponderação diagonais priorizando o erro de seguimento da referência no critério de otimização (com um fator da ordem de 10), e ajustados para obter uma resposta satisfatória para os requisitos do sistema. Os cálculos dos ganhos foram realizados utilizando funções do MATLAB.

4 SUBSISTEMA ATITUDE

O controle da atitude e da velocidade angular do robô corresponde ao controle de rotação de um corpo rígido em torno de seu centro de gravidade. Este modelo, do subsistema atitude, pode ser expresso por:

$$\begin{cases} \dot{\Omega} &= I_n^{-1}[\Omega\times]I\Omega + I_n^{-1}T \\ \dot{R} &= [\Omega\times]R \end{cases} \tag{2}$$

onde:

$\Omega = [\Omega_x\ \Omega_y\ \Omega_z]^T$ é a velocidade angular do corpo,
I_n é sua matriz de inércia,
$T = [T_x\ T_y\ T_z]^T$ é o torque resultante aplicado ao corpo,
R é a matriz de atitude do corpo (referencial absoluto) e
$[v\ \times]$ é a matriz operador do produto vetorial de v, definida por:

$$[v\times] = \begin{bmatrix} 0 & -v_3 & v_2 \\ v_3 & 0 & -v_1 \\ -v_2 & v_1 & 0 \end{bmatrix} \tag{3}$$

A primeira equação é expressa num referencial ligado ao sólido (referencial robô), neste caso aquele descrito por R, e a segunda equação no referencial absoluto.

A primeira equação corresponde à equação de Euler. A matriz de atitude do robô R representa as rotações que levam o referencial absoluto ao referencial solidário ao corpo do robô. As definições precisas desta matriz, das velocidades angulares estão no Apêndice A. Este subsistema é completamente controlável e a variável de controle é o torque T (Isidori, 1989). Considera-se que as variáveis de estado do subsistema, R e Ω, são observáveis através dos ângulos ψ, θ e ϕ das rotações que definem R, e as componentes Ωx, Ωy, Ωz da velocidade angular no referencial robô.

4.1 Linearização do subsistema atitude

O subsistema atitude está expresso pela equação (2). Considera-se que a saída y do sistema é o próprio estado, portanto, esse sistema tem a forma geral de um sistema de controle não linear:

$$\begin{cases} \dot{x} &= f(x) + \sum_{i=1}^{m} g_i(x)u_i \\ y &= h(x) \end{cases} \tag{4}$$

onde $x = [R\ \ \Omega]^T$ e $f(x) = f(R,\Omega)$, $\Sigma\, g_i(x)\, u_i = [(I_n^{-1}T)\ \ 0]^T$, e a função $h(x)$ é o próprio x, i.e, $y = [\psi\ \ \theta\ \ \phi\ \ \Omega_x\ \ \Omega_y\ \ \Omega_z]^T$.

Observa-se que o subsistema atitude é um sistema não linear. Esse problema é tratado aqui via uma abordagem clássica da teoria de controle dos sistemas não lineares (Cheng *et alii*, 1988; Isidori, 1989). Obtém-se, através da aplicação de uma mudança de coordenadas (variáveis de estado) e de uma realimentação estática da saída, um novo sistema linear com relação às entradas e às saídas. Esta técnica é chamada linearização exata entrada-saída por realimentação estática da saída. O termo estático se refere à expressão da realimentação, que permanece constante, em contraposição às técnicas onde esta muda no curso do tempo.

O objetivo é que, nesse sistema linearizado, as novas entradas controlem independentemente cada um dos ângulos de rotação, i.e., que cada uma das 3 entradas controle a rotação de um dos ângulos que definem a matriz de atitude R do referencial robô (Isidori, 1989).

É importante observar que a matriz R constitui uma aplicação contínua e derivável

$$F : \Re^3 \to \mathrm{SO}(3) \tag{5}$$

que associa a cada tríade (ψ, θ e ϕ) um elemento

$$R = F(\psi,\theta,\phi) = R_x(\phi)\, R_y(\theta)\, R_z(\psi) \tag{6}$$

do conjunto SO(3) das matrizes ortogonais de ordem 3, cujo determinante é igual a 1. E que esta aplicação é inversível na vizinhança de I, a matriz identidade de ordem 3, (R tem rank pleno na origem), ou seja, existe uma vizinhança U do ponto $R = I$ de SO(3) com a seguinte propriedade: para cada $R\in$ U, a equação (6) pode ser satisfeita por uma e somente uma tríade (ψ, θ e ϕ).

A aplicação inversa F^{-1}: U $\to \Re^3$, associando a cada $R\in$ U a tríade (ψ, θ e ϕ) = $F^{-1}(R)$ que satisfaz a equação (6), é igualmente uma aplicação contínua e derivável.

Consequentemente, pode-se adotar os 3 ângulos ψ, θ e ϕ como parâmetros, em torno de $R = I$, do conjunto das matrizes que definem a atitude do corpo. Tomando-se ψ, θ e ϕ como as saídas do sistema, o problema de linearização se torna a busca de uma realimentação na forma

$$u = \alpha(R,\Omega) + \sum_{i=1}^{3} \beta_i(R,\Omega)v_i \tag{7}$$

tal que ψ, θ e ϕ sejam exclusivamente dependentes de v_x, v_y e v_z, respectivamente, i.e., que as equações do controle dos ângulos sejam desacopladas em relação às novas entradas v_x, v_y e v_z.

A expressão da saída do sistema se escreve

$$\begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \psi \\ \theta \\ \phi \end{bmatrix} = F^{-1}(R) \tag{8}$$

e as derivadas das funções $\psi(x)$, $\theta(x)$ e $\phi(x)$ conduzem a

$$\begin{bmatrix} \dot{\psi} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\phi} \end{bmatrix} = M(\psi,\theta,\phi)\Omega \tag{9}$$

Esta matriz M, que depende somente de ψ, θ e ϕ, é inversível para toda tríade (ψ, θ, ϕ) vizinha da origem. Como nenhuma componente da primeira derivada de $y(t)$ depende explicitamente da entrada u, calcula-se então a segunda derivada

$$\ddot{y} = \dot{M}\Omega + MI_n^{-1}[\Omega\times]I_n\Omega + MI_n^{-1}T \tag{10}$$

que pode ser colocada na forma

$$\ddot{y} = b(\psi,\theta,\phi,\Omega_x,\Omega_y,\Omega_z) + A(\psi,\theta,\phi)u \tag{11}$$

onde u aparece explicitamente. Este resultado permite deduzir que o vetor de grau relativo do sistema $\{r_1, r_2, r_3\}$ é igual a {2,2,2} (Isidori, 1989), e que a matriz

$$A(\psi,\theta,\phi) = M(\psi,\theta,\phi)I^{-1} \tag{12}$$

é inversível em ($\psi = 0$, $\theta = 0$, $\phi = 0$).

A realimentação que lineariza o sistema é portanto dada por

$$u = A^{-1}(\psi,\theta,\phi)(v - b(\psi,\theta,\phi,\Omega_x,\Omega_y,\Omega_z)) \tag{13}$$

onde $u=T$ e $v=T_l$. A condição $\sum r_i = n$, com $n = 6$ (ordem do sistema), é satisfeita e o sistema é globalmente linearizado.

Em função das novas coordenadas $\xi = \Theta = [\psi\ \theta\ \phi]^T$ e $\zeta = M(\psi,\theta,\phi)\Omega$, o subsistema atitude, com a realimentação

$$T = I_n M^{-1}(T_l - \dot{M}\Omega - MN) \tag{14}$$

torna-se

$$\begin{cases} \dot{\xi} = \zeta \\ \dot{\zeta} = T_l \end{cases} \tag{15}$$

onde T_l é a entrada do sistema linearizado.

O domínio em torno da origem ($\Theta = 0$) onde as propriedades de derivabilidade e de inversibilidade de $R(\psi,\theta,\phi)$ são conservadas corresponde a uma variação suficientemente grande desses ângulos que permite a utilização da linearização exata no caso considerado neste trabalho.

Para controlar o subsistema atitude linearizado, utilizou-se a mesma estrutura de realimentação do subsistema posição. A figura 2 mostra o diagrama de blocos do subsistema atitude. A referência é dada em termos dos ângulos de Euler e suas respectivas variações temporais. O valor do torque de controle do subsistema linearizado é obtido com o cálculo dos erros em relação ao estado estimado no bloco de determinação de atitude e velocidade angular e aplicação dos ganhos K_{AT} e K_{VA}. Os valores dos ganhos foram determinados da mesma forma que no caso do subsistema posição. A malha de linearização é então aplicada para obtenção do torque de controle T a ser aplicado ao subsistema atitude (não linear)

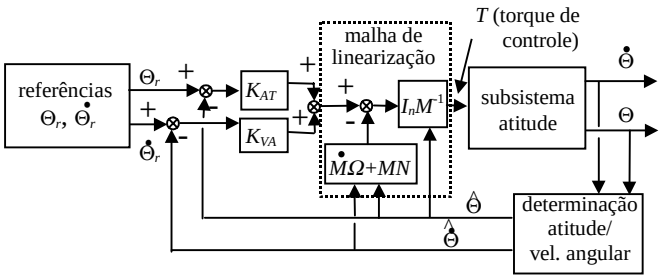


Figura 2 – Controle do subsistema atitude.

A estimação das variáveis de estado Θ e $d\Theta/dt$ da atitude, assim como a posição e velocidade no subsistema posição, são obtidas através de um módulo de pseudo-odometria, proposto em Martins-Filho e Prajoux (1997), que tem funções similares às de um odômetro dos robôs com rodas. Obviamente, a precisão desta estimação interfere no desempenho do controle proposto, mas o presente trabalho se restringe aos aspectos de desempenho relativos à aproximação de um sistema dinâmico multi-corpos por um corpo rígido.

5 FINALIZAÇÃO DO CONTROLE: DISTRIBUIÇÃO DE FORÇAS

Os subsistemas posição e atitude elaboram, respectivamente, uma força resultante F e um torque resultante T. Um módulo do supervisor de marcha, denominado de distribuição de forças, deve então determinar as forças que as pernas devem aplicar ao solo de maneira a obter F e T sobre a plataforma. A figura 3 mostra as entradas e as saídas deste módulo.

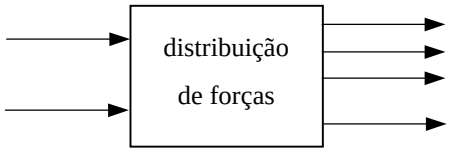


Figura 3 – Módulo de distribuição de forças

O presente estudo considera os modos de locomoção onde o quadrúpede se encontra com 3 ou 4 pernas em contato com o solo. A equação (16) mostra a relação entre a força e o torque resultantes (F, T) e as componentes das forças nas extremidades das pernas em contato com o solo (f_{ij}, i = pernas de sustentação). A matriz que multiplica o vetor das forças nas pernas contém as coordenadas das extremidades das pernas. Este problema é redundante no que se refere ao número de componentes de forças de pernas, i.e., se existe solução para o problema ela não é única.

$$\begin{bmatrix} & 1 & 0 & 0 & \\ \cdots & 0 & 1 & 0 & \cdots \\ & 0 & 0 & 1 & \\ & 0 & -z_i & y_i & \\ \cdots & z_i & 0 & -x_i & \cdots \\ & -y_i & x_i & 0 & \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \vdots \\ f_{ix} \\ f_{iy} \\ f_{iz} \\ \vdots \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F \\ T \end{bmatrix} \tag{16}$$

Aproveita-se essa redundância para buscar uma solução que minimize os esforços realizados pelas pernas, e impor restrições suplementares para dar certas características interessantes às forças de pernas. O critério de minimização é a norma $\Sigma_j \|f_j\|^2$, que corresponde à soma do quadrado das normas das forças nas extremidades de pernas. As restrições consideradas no problema são:

$$f_{iz} \geq 0 \tag{17}$$

$$\sqrt{\frac{f_{ix}^2 + f_{iy}^2}{f_{iz}^2}} \leq \eta \tag{18}$$

A primeira restrição visa impedir que a solução apresente forças tais que se comande uma ou mais pernas para que "puxem" o solo. A segunda restrição é uma prevenção aos possíveis problemas de escorregamento de perna quando a relação força tangencial/força normal ultrapassa o coeficiente de atrito estático do terreno η.

Este problema específico da distribuição de forças é tratado em Klein e Kittivatcharapong (1990) e em Nahon e Angeles (1992) com abordagens clássicas de otimização, em Gardner (1987) e em Martins-Filho e Prajoux (1996) através de soluções baseadas na aplicação de regras de decisão.

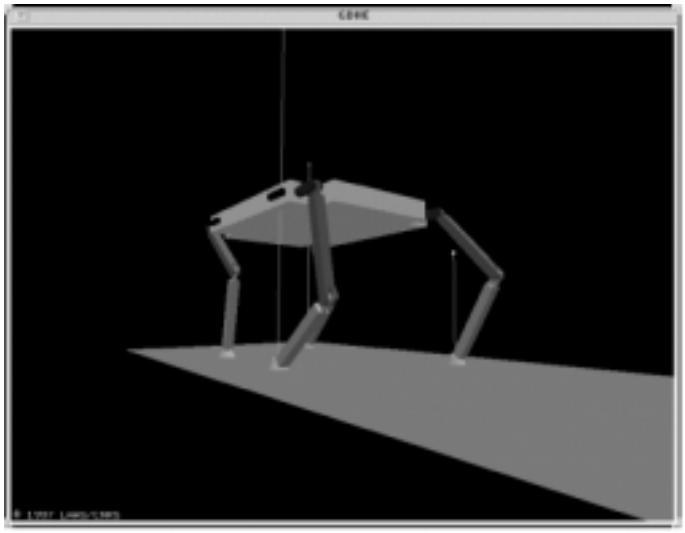
6 MODELO DE SIMULAÇÃO DO ROBÔ COMPLETO

Diversos modelos dinâmicos de robôs multípedes aparecem na literatura, como por exemplo os de Perrin *et alii* (1997) e de Oh e Orin (1986). Esses modelos são excessivamente complexos e implicam em grande quantidade de cálculos para o tipo de

simulação que queremos realizar. Visa-se fundamentalmente obter a validação da estratégia global de controle adotada. Optou-se por desenvolver um modelo próprio, mais adequado aos objetivos do trabalho e facilmente integrável aos módulos do supervisor de marcha da arquitetura adotada.

Esse modelo de simulação, que leva em conta aproximações baseadas nas especificações do robô quadrúpede considerado neste trabalho, representa com todo rigor seu comportamento dinâmico, sobretudo os aspectos da cadeia fechada em regime dinâmico de seus elementos.

Para a simulação, as pernas são constituídas de 3 segmentos e possuem 3 articulações rotulares de 1 grau de liberdade (a terceira é a articulação entre a perna e a plataforma). Todos os componentes do robô, inclusive a plataforma, são paralelepípedos com centro de gravidade localizado no centro geométrico do respectivo componente. A figura 4 mostra o modelo do robô numa representação gráfica das simulações numéricas



.

Figura 4 – Representação gráfica do robô.

De maneira a reduzir o número de equações do modelo, o componente superior de cada uma das pernas, que está articulado com a plataforma, é considerado como de dimensões e massa nulas. Em conseqüência, o modelo da articulação da perna com a plataforma é representado por uma rótula de 2 graus de liberdade, e a perna reduzida a dois elementos.

As equações do modelo são: equações de Newton e Euler para cada componente do robô, equações que descrevem as relações cinemáticas das articulações e equações que descrevem a cinemática das extremidades de cada uma das pernas (que podem estar em contato estático com o solo, ou então realizando trajetórias no espaço livre).

Seguem abaixo alguns exemplos dessas equações.

$$m_1 \ddot{P}_{A1} = F_{A10} + F_{A12} + m_1 g \tag{19}$$

A equação (19) descreve a dinâmica do centro de gravidade do elemento 1 da perna A. P_{A1} é a posição do centro de gravidade do elemento, m_1 a sua massa, e F_{A10} e F_{A12} as forças aplicadas em sua extremidade.

$$\begin{aligned} I_{nA1} R_{A1}^T \dot{\Omega}_{A1} \;=\; & R_{A1}^T T_{A10} + R_{A1}^T T_{A12} \\ & + [{}^{A1}d_{A10}\times] R_{A1}^T F_{A10} + [{}^{A1}d_{A12}\times] R_{A1}^T F_{A12} \\ & - [R_{A1}^T \Omega_{A1}\times] I_{nA1} R_{A1}^T \Omega_{A1} \end{aligned} \tag{20}$$

A equação (20) descreve a dinâmica de rotação do elemento A1. Nela aparecem a matriz de inércia do elemento I_{nA1} e os vetores que ligam o centro de gravidade às extremidades d_{A10} e d_{A12}; a sua velocidade angular Ω_{A1}; a matriz de atitude com relação ao referencial absoluto R_{A1}; e os torques e forças aplicados nas extremidades do elemento T_{A10}, T_{A12}, F_{A10}, F_{A12}.

$$\begin{aligned} & \ddot{P}_{A1} - [R_{A1}^T\, {}^{A1}d_{A12}\times]\dot{\Omega}_{A1} \\ & [\Omega_{A1}\times][\Omega_{A1}\times] R_{A1}^T\, {}^{A1}d_{A12} \;=\; \ddot{P}_{A2} - [R_{A2}^T\, {}^{A2}d_{A21}\times]\dot{\Omega}_{A2} \\ & \qquad + [\Omega_{A2}\times][\Omega_{A2}\times] R_{A2}^T\, {}^{A2}d_{A21} \end{aligned} \tag{21}$$

$$\begin{aligned} & [R_{A1} I_y\times]\dot{\Omega}_{A1} \;-[\Omega_{A1}\times][\Omega_{A1}\times] R_{A1} I_y \;=\; \\ & \qquad [R_{A2} I_y\times]\dot{\Omega}_{A2} \;-[\Omega_{A2}\times][\Omega_{A2}\times] R_{A2} I_y \end{aligned} \tag{22}$$

As equações (21) e (22) mostram as relações cinemáticas em conseqüência das restrições estabelecidas pela junta rotacional entre o elemento A1 e A2. Elas expressam os vínculos entre as acelerações dos dois corpos articulados (d^2P_{A1}/dt_2, d^2P_{A2}/dt^2, $d\Omega_{A1}/dt$, $d\Omega_{A2}/dt$).

As condições iniciais para os cálculos de cada instante da simulação numérica são compostas pelas seguintes variáveis: posição, velocidade, atitude e velocidade angular de todos os componentes do robô. A determinação do comportamento dinâmico do robô utiliza como entradas as forças realizadas pelas extremidades de pernas sobre o solo (ou a aceleração da extremidade no caso de uma perna que se encontra levantada). Obtém-se então como saídas do modelo de simulação as forças e os torques em cada uma das articulações, assim como as acelerações de cada componente (aceleração do centro de gravidade do componente e aceleração angular do corpo em torno deste ponto).

Essas equações tomam a forma de um sistema linear de 114 equações e 114 incógnitas (equação 23), onde o vetor x representa essas saídas, e a matriz A_{din} e o vetor b_{din} resultam dos parâmetros definidos pelo estado do sistema no instante do cálculo. Apesar da inversão de uma matriz de dimensão 114×114 (A_{din}), que causa lentidão nas simulações do comportamento dinâmico do robô, não se verificou problemas de mal condicionamento desta matriz.

$$A_{din} x = b_{din} \tag{23}$$

A partir das acelerações obtidas para a plataforma do robô, obtém-se a atualização do seu estado através de integração numérica. A atualização dos estados dos demais componentes do robô é facilmente obtida tomando-se em conta as características de um sistema em forma de cadeia fechada.

As equações utilizadas para a integração das variáveis de estado da plataforma são:

$$\begin{aligned} \Omega(t+\Delta t) &= \Omega(t) + \dot{\Omega}(t)\Delta t \\ \Theta(t+\Delta t) &= \Theta(t) + \dot{\Theta}(t)\Delta t \\ \Theta(t+\Delta t) &\Rightarrow R(t+\Delta t) \end{aligned} \tag{24}$$

7 TESTES E RESULTADOS DE SIMULAÇÃO

Os testes para a validação da abordagem proposta foram realizados através de simulações numéricas do modelo

dinâmico do sistema robô completo, e do módulo de controle descrito neste trabalho.

As simulações consideraram 3 casos diferentes para avaliação da robustez do controle proposto diante de diferentes situações da marcha do robô:

- marcha em velocidade constante na direção do eixo longitudinal da plataforma do robô, num terreno plano;
- marcha em velocidade constante na direção do eixo longitudinal da plataforma do robô, num terreno com relevo irregular;
- marcha em velocidade constante na direção do eixo longitudinal da plataforma do robô, num terreno plano, com o dobro de relação de massa pernas/plataforma (0,48 contra 0,24 no primeiro caso).

As dimensões e massas do modelo do robô são mostradas na tabela 1. A velocidade nominal do robô é de 0.3 *m/s* e as referências das malhas de controle são determinadas de maneira a manter a plataforma do robô sempre paralela ao triângulo formado pelas extremidades das 3 pernas em contato com o solo que aterrissaram mais recentemente. No caso da marcha sobre o terreno irregular, além de corrigir a atitude da plataforma, o supervisor de marcha determina as trajetórias das pernas no espaço livre para que a projeção do centro de gravidade do robô fique sempre sobre o centróide formado pelas extremidades das 4 pernas em suas respectivas posições médias (ponto médio entre a posição de aterrissagem e decolagem de cada perna no referencial robô).

Tabela 1 – Massas e dimensões do robô.

componente	Massa (*kg*)	dim. (*m*×*m*×*m*)
plataforma	100.00	1.20×0.80×0.10
elemento 2 da perna	3.00 (6.00)	0.05×0.05×0.50
elemento 1 da perna	3.00 (6.00)	0.05×0.05×0.50

O rastro do movimento do robô para os dois tipos de terreno, respectivamente, terreno plano e com relevo acidentado, é apresentado nas figuras 5 e 6. Pode-se verificar que no caso do terreno acidentado, a marcha do robô se mantém regular e com a plataforma acompanhando a variação do plano formado pelas extremidades de perna em contato com o solo.

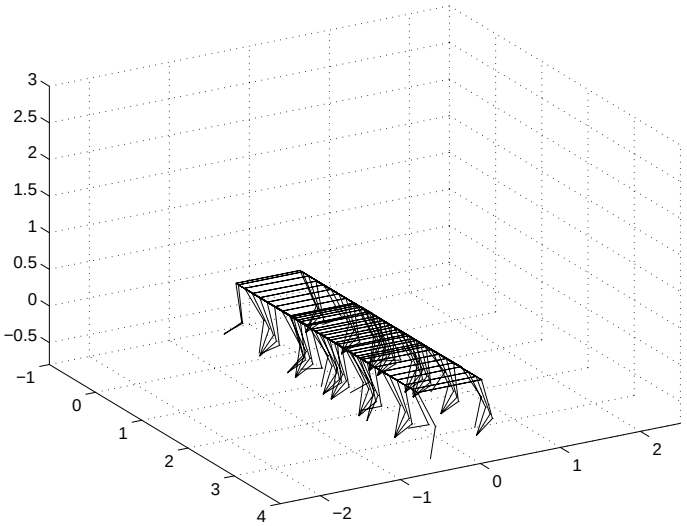


Figura 5 – Rastro do deslocamento do robô (terreno plano).

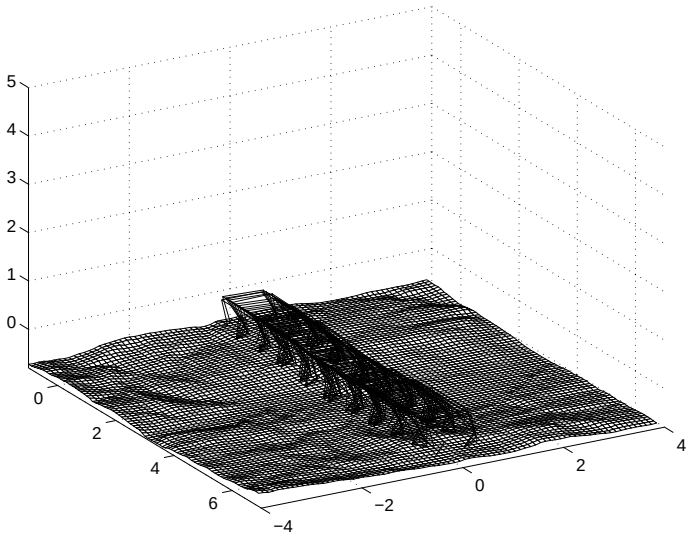


Figura 6 – Rastro do deslocamento do robô (terreno acidentado).

Os resultados mostrados a seguir se referem ao comportamento das malhas de controle. Os gráficos apresentam a evolução temporal dos erros de posição, de velocidade, de atitude e de velocidade angular em relação às respectivas referências.

7.1 Terreno plano (massa de cada perna: 6 kg)

As figuras 7, 8, 9 e 10 mostram os resultados da marcha sobre o terreno plano. Na figura 7 estão plotados os erros do estado com relação à referência dos componentes da posição do centro de gravidade da plataforma *y* (traço pontilhado) e *z* (traço descontínuo); na figura 8 estão plotados as componentes da velocidade v_x (traço contínuo), v_y (traço pontilhado) e v_z (traço descontínuo). A figura 9 mostra os erros entre estado e referência dos ângulos de Euler ϕ (traço contínuo), θ (traço pontilhado) e ψ (traço descontínuo); e a figura 10 mostra suas variações temporais $d\phi/dt$ (traço contínuo), $d\theta/dt$ (traço pontilhado) e $d\psi/dt$ (traço descontínuo).

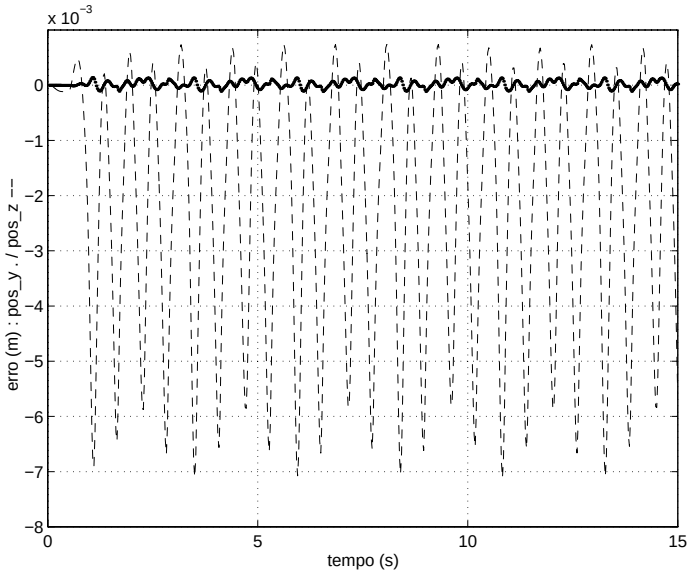


Figura 7 – Evolução temporal do erro em posição (terreno plano).

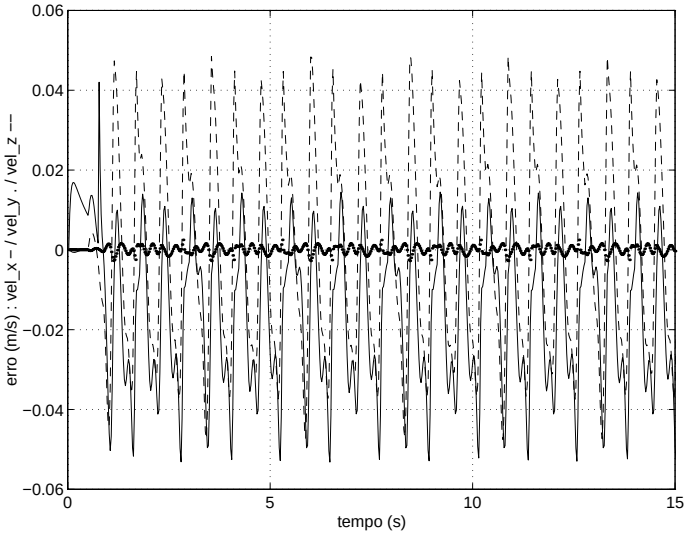


Figura 8 – Evolução temporal do erro em velocidade (terreno plano).

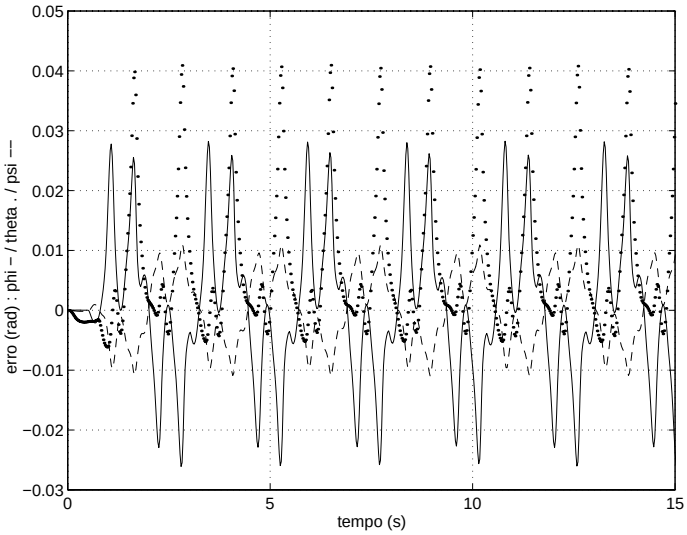


Figura 9 – Evolução temporal do erro em atitude (terreno plano).

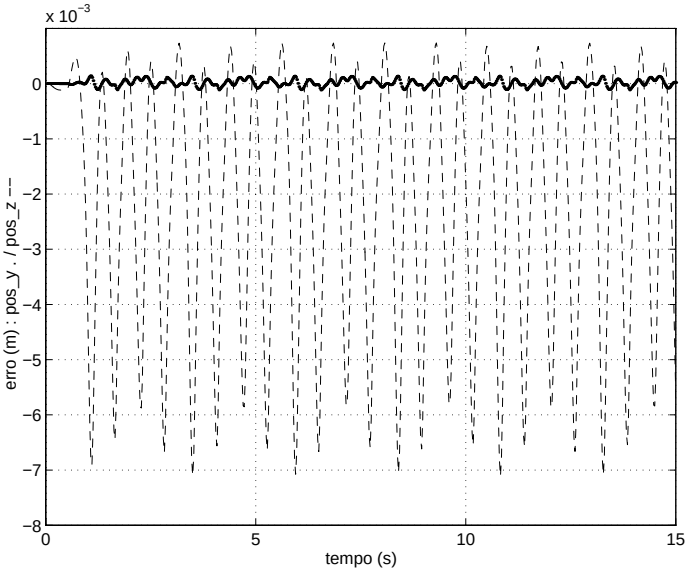


Figura 10 – Evolução temporal do erro em velocidade angular (terreno plano).

A malha de controle apresentou desempenho adequado, estabilizando o sistema na trajetória de referências comandadas. Nota-se claramente nos gráficos os efeitos dinâmicos das decolagens das pernas, causando uma perturbação que é rapidamente compensada.

7.2 Terreno acidentado (massa de cada perna: 6 kg)

Os resultados das figuras 11, 12, 13 e 14 se referem à marcha do robô sobre um terreno com relevo acidentado. Na figura 11 estão plotados os erros do estado com relação à referência dos componentes da posição do centro de gravidade da plataforma y (traço pontilhado) e z (traço descontínuo); na figura 12 estão plotados as componentes da velocidade v_x (traço contínuo), v_y (traço pontilhado) e v_z (traço descontínuo). A figura 13 mostra os erros entre estado e referência dos ângulos de Euler ϕ (traço contínuo), θ (traço pontilhado) e ψ (traço descontínuo); e a figura 14 mostra suas variações temporais $d\phi/dt$ (traço contínuo), $d\theta/dt$ (traço pontilhado) e $d\psi/dt$ (traço descontínuo).

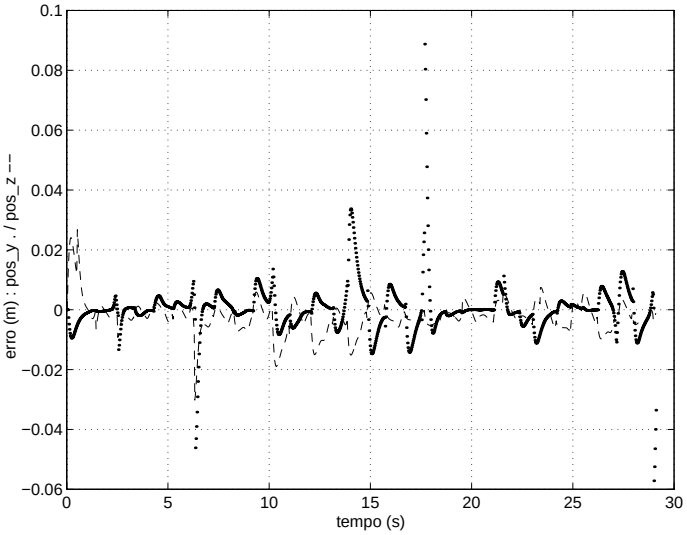


Figura 11 – Evolução temporal do erro em posição (terreno acidentado).

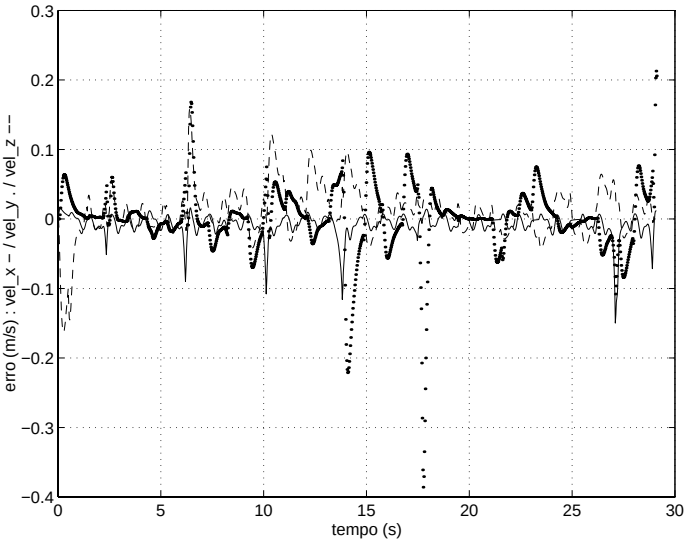


Figura 12 – Evolução temporal do erro em velocidade (terreno acidentado).

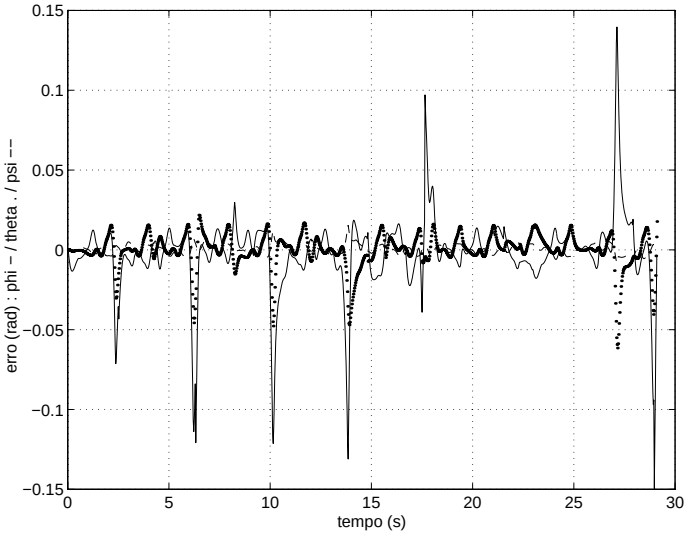


Figura 13 – Evolução temporal do erro em atitude (terreno acidentado).

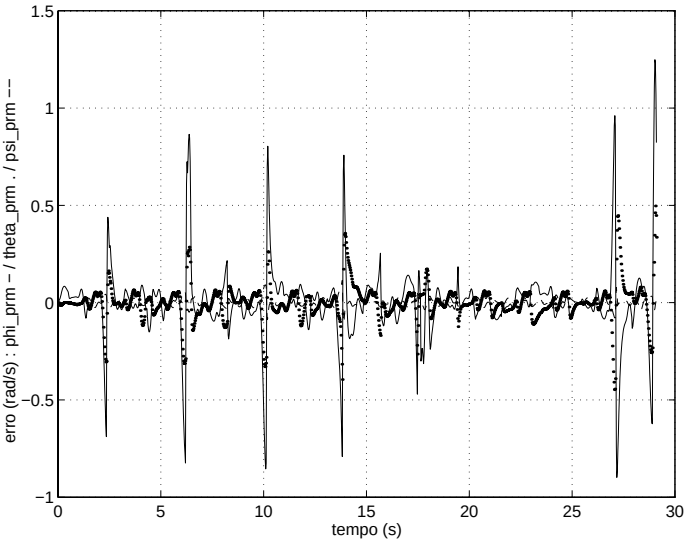


Figura 14 – Evolução temporal do erro em velocidade angular (terreno acidentado).

O desempenho do controle do movimento do robô neste caso, onde o terreno apresenta um relevo acidentado, comprovam a capacidade de realização de uma marcha adaptada ao terreno, e atestam a robustez da malha de controle com relação a este tipo de dificuldade.

7.3 Terreno plano (massa de cada perna: 12 kg)

As figuras 15, 16, 17 e 18 mostram os resultados do teste de robustez quanto à variação da razão das massas da plataforma e das pernas (a massa de cada perna passa de 6.00 kg dos dois primeiros casos para 12.00 kg) considerando-se uma marcha no terreno plano. Na figura 15 estão plotados os erros do estado com relação à referência dos componentes da posição do centro de gravidade da plataforma *y* (traço pontilhado) e *z* (traço descontínuo); na figura 16 estão plotados as componentes da velocidade v_x (traço contínuo), v_y (traço pontilhado) e v_z (traço descontínuo). A figura 17 mostra os erros entre estado e referência dos ângulos de Euler ϕ (traço contínuo), θ (traço pontilhado) e ψ (traço descontínuo); e a figura 18 mostra suas variações temporais $d\phi/dt$ (traço contínuo), $d\theta/dt$ (traço pontilhado) e $d\psi/dt$ (traço descontínuo).

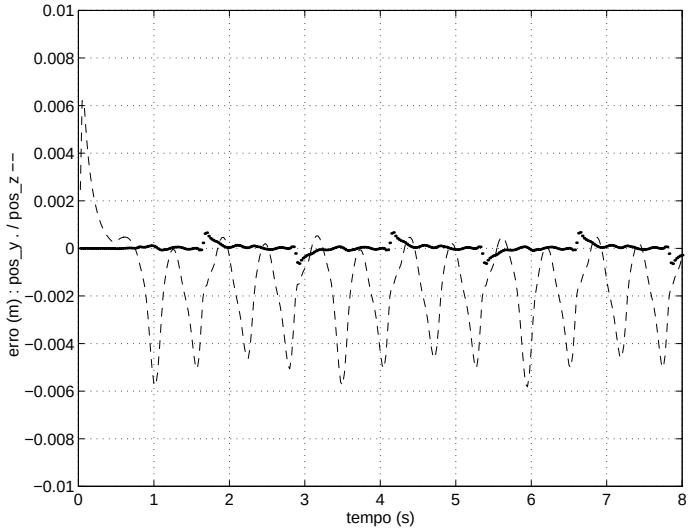


Figura 15 – Evolução temporal do erro em posição (terreno plano com dobro de massa das pernas).

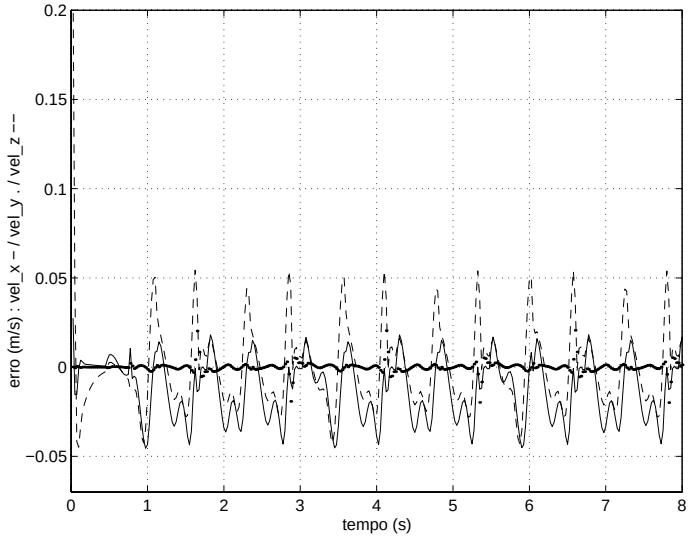


Figura 16 – Evolução temporal do erro em velocidade (terreno plano com dobro de massa das pernas).

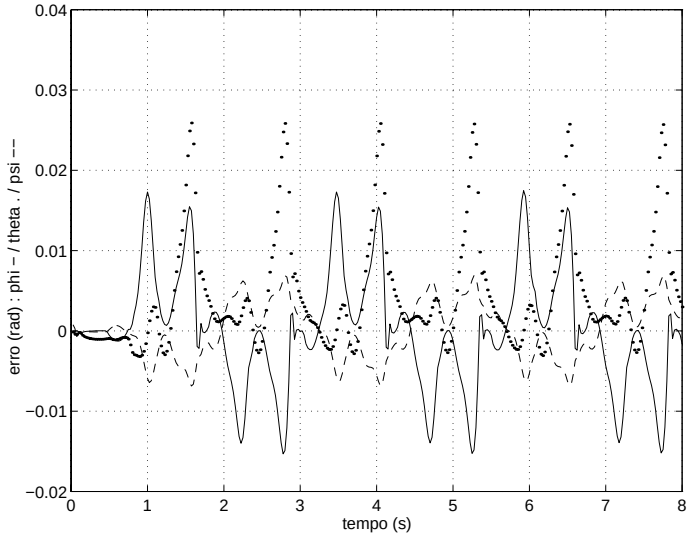


Figura 17 – Evolução temporal do erro em atitude (terreno plano com dobro de massa das pernas).

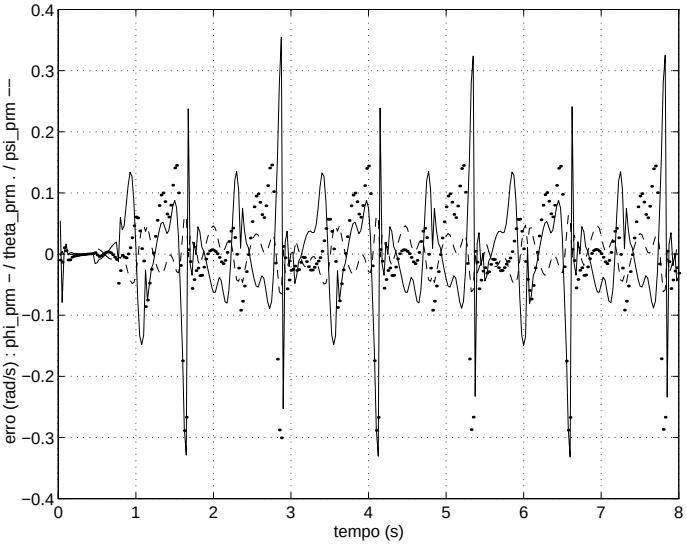


Figura 18 – Evolução temporal do erro em velocidade angular (terreno plano com dobro de massa das pernas).

Os resultados para esta simulação, onde se considerou o dobro de massa das pernas, mostram que a abordagem é também robusta com relação à uma considerável variação da razão entre a massa plataforma e a massa total das pernas.

8 CONCLUSÃO

As simulações realizadas utilizaram um modelo que descreve com rigor a dinâmica de um robô composto de uma plataforma e 4 pernas de 3 componentes, onde cada elemento é considerado rígido, para validar a abordagem de controle proposta.

Os resultados mostram a pertinência das aproximações adotadas sobre a dinâmica do sistema robô completo na malha de controle (robô considerado como corpo rígido, subsistema atitude linearizado através de um retorno de saída). Isto mostra que a variação da localização do centro de massa do robô completo é pequena durante o movimento das pernas, permitindo que a malha de controle apresente desempenho satisfatório com as simplificações adotadas.

Além disso, os testes de robustez do controle proposto, com relação à variação da proporção entre massa da plataforma e massa das pernas, e em relação à marcha sobre um terreno acidentado, apresentaram resultados amplamente satisfatórios. A aplicação da teoria de controle de sistemas não lineares, através da linearização exata entrada-saída, mostrou-se apropriada para este problema, dentro do contexto proposto.

Cabe salientar que outros aspectos de robustez, tais como os que se referem aos erros de conhecimento dos parâmetros do robô, de estimação das variáveis de estado, que não eram objeto deste trabalho, devem ser analisados antes de uma implementação experimental desta abordagem.

AGRADECIMENTOS

Os autores agradecem o apoio financeiro do Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico – CNPQ, e da Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado do Rio Grande do Sul – FAPERGS.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Baroni, P., G. Guida, S. Mussi and A. Venturi (1995). A distributed architecture for control of autonomous mobile robots. *Proc. of IEEE International Conference on Robotics and Automation (ICRA'95).* Nagoia, Japão.

Brooks, R.A. (1986). A robust layered control system for a mobile robot. *IEEE Trans. on Robotics and Automation*. Vol. **RA-2**, No. 1.

Cheng, D.; A. Isidori; W. Respondek and T.J. Tarn (1988). Exact linearization of nonlinear systems with outputs. *Math. Systems Theory*. Vol. **21**.

Gardner, J.F. (1987). Force distribution and trajectory control for closed kinematic chain with applications to walking machines. Tese de Doutorado. Ohio State University. Ohio. Estados Unidos.

Hirose, S., K. Yoneda, R. Furuya and T. Takagi (1989). Dynamic and static fusion control of quadruped walking vehicle. *Proc. of IEEE International Conference on Intelligent Robots and Systems (IROS'89).* Tsukuda, Japão.

Isidori, A. (1989*). Nonlinear Control Systems*. Springer-Verlag. New York.

Klein, C.A. and S. Kittivatcharapong (1990). Optimal force distribution for the legs of a walking machine with friction cone constraints. *IEEE Trans. on Robotics and Automation.* Vol. **6**, No. 1.

Martins-Filho, L. de S. e R. Prajoux (1997). Pseudo-odometry for legged robots. *Anais do XIV Congresso Brasileiro de Engenharia Mecânica (COBEM´97).* Bauru/SP, Brasil.

Martins-Filho, L. de S. and R. Prajoux (1996). Rule-based reasoning for the walk supervisior of a four legged robot. *Proc. of International Symposium on Intelligent Robotic Systems (SIRS´96)*. Lisboa, Portugal.

Medeiros, A.D., R. Chatila and S. Fleury (1996). Specification and validation of a control architecture for autonomous mobile robots. *Proc. of IEEE International Conference on Intelligent Robots and Systems (IROS'96).* Osaka, Japão.

Nahon, R.N. and J. Angeles (1992). Real-time force optimization in paralell kinematics chains under inequality constraints. *IEEE Trans. on Robotics and Automation*. Vol. **8**, No. 4.

Oh, S.-Y. and D. Orin (1986). Dynamic computer simulation of multiple closed-clain mechanisms. *Proc. of IEEE International Conference on Robotics and Automation (ICRA'86).*

Pack, D.J. and H. Kang (1995). An omnidirectional gait control using a graph search method for a quadruped walking robot. *Proc. of IEEE International Conference on Robotics and Automation (ICRA'95).* Nagoia, Japão.

Perrin, B.; C. Chevallereau, and C. Verdier (1997). Calculation of the direct dynamic model of walking robots: comparison between two methods. *Proc. of IEEE*

International Conference on Robotics and Automation (ICRA'97). Grenoble, França.

Prajoux, R. and L. de S. Martins-Filho (1996). A walk supervisor architecture for autonomous four-legged robots embedding real-time decision-making. *Proc. of IEEE International Conference on Intelligent Robots and Systems (IROS'96).* Osaka, Japão.

Simmons, R.G. (1994). Structural control for autonomous robots. *IEEE Trans. on Robotics and Automation*. Vol. **10**, No. 1.

Villard, C., P. Gorce, J.G. Fontaine, J. Rabit (1993). RALPHY: a dynamic study of a quadruped robot. *Proc. of IEEE International Conference on Systems, man and Cybernetics, 1993.*

Vukobratovic, M.; B. Boravac; D. Surla; D. Stokic (1990). *Biped locomotion: dynamics, stability, control and application*. Springer-Verlag, New York.

APÊNDICE A

A representação da orientação espacial do robô adotada neste trabalho, denominada atitude, é a matriz de passagem (ou de rotação) dos 3 eixos do referencial absoluto para os 3 eixos do referencial robô. Essa matriz de rotação *R* é composta por 3 rotações subsequentes em torno dos eixos instantâneos do referencial como mostra a equação (25)

$$R(\psi,\theta,\phi) = R_z(\psi)R_y(\theta)R_x(\phi) \tag{25}$$

Os ângulos ψ, θ e ϕ são denominados ângulos de Euler. A matriz resultante, em função desses ângulos (*c* = cosseno e *s* = seno), é dada por:

$$R(\psi,\theta,\phi) = \begin{bmatrix} c\psi c\theta & -s\psi c\phi + c\psi s\theta s\phi & s\psi s\phi + c\psi s\theta c\phi \\ s\psi c\theta & c\psi c\phi + s\psi s\theta s\phi & -c\psi s\phi + s\psi s\theta c\phi \\ -s\theta & c\theta s\phi & c\theta c\phi \end{bmatrix} \tag{26}$$

O domínio de definição dos ângulos é

$$\begin{array}{lll} -\pi & < \psi < & \pi \\ -\pi/2 & < \theta < & \pi/2 \\ -\pi/2 & < \phi < & \pi/2 \end{array} \tag{27}$$

e obtenção de seus valores a partir da matriz *R* é possível através das expressões que se seguem:

$$\begin{array}{lll} \psi & = & \arctan 2(R_{21}, R_{11}) \\ \theta & = & \arctan 2(-R_{31}, +\sqrt{R_{32}^2 + R_{33}^2}) \\ \phi & = & \arctan 2(R_{32}, R_{33}) \end{array} \tag{28}$$

Uma equação importante é a que estabelece a relação entre as componentes da velocidade angular Ω_x, Ω_y e Ω_z, medidas nos eixos do referencial robô (fixo nos eixos principais de inércia da plataforma) e a variação temporal dos ângulos de Euler:

$$\dot{R} = R\left[{}^0\Omega\times\right] = \left[{}^r\Omega\times\right]R \tag{29}$$

onde a velocidade angular aparece representada nos referenciais absoluto e robô, respectivamente na primeira e na segunda expressão.