

---

# CONTROLE A ESTRUTURA VARIÁVEL DE ROBÔS MANIPULADORES INTERAGINDO COM AMBIENTES CINEMÁTICOS

**Silas do Amaral**

DEE/UFSC-Joinville  
89.223-100 Joinville - SC  
dee2sa@joinville.udesc.br

**Edson R. de Pieri**

DAS/UFSC  
88.040-970 Florianópolis - SC  
edson@lcmi.ufsc.br

**Raul Guenther**

DEM/UFSC  
88.040-970 Florianópolis - SC  
guenther@emc.ufsc.br

---

**Resumo** – Em Robótica, muitas tarefas requerem uma efetiva interação do robô com o ambiente, caracterizada por uma força de contato que precisa ser controlada. Nos últimos vinte anos, diversas leis de controle direcionadas a situações deste tipo foram propostas. Entretanto, somente algumas levam em conta as perturbações externas e as incertezas paramétricas do manipulador. No presente artigo, propõe-se um controlador a estrutura variável, cuja missão é controlar o movimento e a força de contato de robôs manipuladores durante a realização de tarefas em ambientes não dinâmicos, como por exemplo, o deslocamento em uma superfície rígida. Demonstra-se que o controlador desenvolvido é robusto e compara-se o seu desempenho, por meio de simulação, ao de um controlador do tipo torque computado, em face de incertezas paramétricas e de perturbações externas.

**Palavras-Chave:** Controle de Robôs; Controle de Força e Posição; Controle a Estrutura Variável; Incertezas Paramétricas; Perturbações Externas.

**Abstract** – In Robotics, many tasks require an effective interaction of the robot with the environment, that is characterized by a contact force, which in turn, needs to be controlled. In the last twenty years, several control laws were reported directed to this kind of task. However, a few of these control laws account for external disturbances and parametric uncertainties of the manipulator. In the present article, it is proposed a variable structure controller aiming to control the motion and the contact force during the execution of tasks in external non-dynamic environments, for instance, tip displacement over a rigid surface. It is demonstrated that the controller is robust and its performance is compared, by means of simulation, to a computed torque kind of controller, when facing parametric uncertainties and external disturbances.

**Keywords:** Robot Control; Force/Position Control; Variable Structure Control; Parameter Uncertainties; External Perturbations.

## 1 INTRODUÇÃO

O uso mais comum dos robôs industriais consiste da execução repetitiva de uma seqüência pré-estabelecida de movimentos. De um modo geral, pode-se afirmar que as aplicações de robôs ma-

nipuladores visam, principalmente, as tarefas tediosas, repetitivas, perigosas, ou que exigem perícia, força ou destreza além da capacidade humana.

Do ponto de vista da interação com o ambiente, estas aplicações podem ser divididas em duas categorias: as que necessitam controlar somente o movimento do efetuador final, fazendo-o seguir uma trajetória pré-especificada (caso típico da pintura), e as que precisam dispor também de controle da força aplicada, devido a uma significativa interação com o ambiente (esmerilhamento, por exemplo).

As aplicações definidas como da segunda categoria requerem, em geral, a inclusão de sensores de força. O uso de sensores de força pode aliviar as exigências quanto à precisão da posição do efetuador final e da descrição da geometria da superfície de contato, permitindo a utilização de equipamentos menos caros. Os sensores de visão produzem resultados semelhantes, não possibilitando, porém, o controle da força aplicada. A inclusão dos sensores de força viabiliza (Gorinevsky et al., 1997):

- a execução de tarefas com segurança, pois torna-se possível detectar e controlar colisões com obstáculos,
- a manipulação de cargas frágeis,
- a pesagem, determinação do centro de massa e identificação de peças,
- o seguimento de um contorno (casos da soldagem e do esmerilhamento),
- a realização de tarefas que envolvem restrições (montagem, por exemplo),
- a execução de tarefas em que há necessidade de controlar a força aplicada (corte, rebarbação, polimento) e, finalmente,
- a cooperação entre robôs, que também é um problema de movimento sujeito a restrições.

Como exemplos específicos de estudo de aplicações envolvendo o controle de força, vejam-se os seguintes:

- Inspeção de soldagem em instalações submarinas por meio de um sistema robotizado, cujo objetivo é detectar fendas

---

<sup>0</sup>Artigo submetido em 07/10/98

1a. Revisão em 24/03/99; 2a. Revisão em 04/02/2000

Aceito sob recomendação do Ed. Cons. Prof. Dr. Liu Hsu

nas tubulações. Para que isto seja realizado, o contato deve ser mantido, apesar de perturbações e/ou irregularidades na superfície de contato, havendo real necessidade do controle da força de interação (Broome et al., 1993).

- Uso de um robô manipulador para remover cabeças de peixes, monitorando a impedância durante o corte, para fins de controle de qualidade. Por meio desta monitoração, evita-se que o produto seja embalado com parte da cabeça, além de reduzir a perda de carne decorrente de um corte mal feito (De Silva e Gu, 1995).
- Fresagem de peças, feitas de material não homogêneo, controlando a velocidade de corte em função da força exercida na ponta a ferramenta. Consegue-se, por meio desta estratégia, evitar danos à ferramenta e à peça por esforço excessivo (Zuhars e Hsia, 1995).
- Operações de esmerilhamento, chanfradura e polimento, usando controle de força (e/ou momento) (Jinno et al., 1995).

A principal estratégia de controle usada para aplicações classificadas na segunda categoria é o Controle Híbrido, proposto inicialmente em (Raibert e Craig, 1981), por meio do qual posição e força são controladas simultaneamente. Entretanto, ela apresenta um grande inconveniente, que consiste no uso de matrizes de seleção para identificar em que direções deve ser controlado o movimento e em que direções deve ser controlada a força. A formalização do Controle Híbrido para um manipulador sujeito a restrições geométricas (ambiente rígido), dispensando o uso de matrizes de seleção, está desenvolvida em (McClamroch e Wang, 1988) e (Yoshikawa, 1987). Recentemente, De Luca e Manes desenvolveram uma nova formulação para o Controle Híbrido, mais abrangente que as anteriores, pois contempla a interação do manipulador com ambientes cinemáticos e/ou dinâmicos, além de facilitar a obtenção da lei de controle.

Os controladores citados até este ponto atendem as especificações, desde que o sistema seja perfeitamente conhecido. No entanto, a existência de incertezas quanto aos parâmetros do robô (principalmente suas massas e inércias) e do ambiente (especialmente as variações da carga e as incertezas quanto à geometria), a modelagem imprecisa, por descon sideração ou má representação do atrito, as perturbações externas e os ruídos nas medições podem comprometer a precisão dos resultados, se os controladores não forem robustos.

Estas fontes de incerteza e perturbações externas têm motivado o projeto de controladores robustos, entre os quais os baseados em estrutura variável (DeCarlo et al., 1988), (Utkin, 1992), (Hung et al., 1993), (Hsu e Costa, 1996), (Moura et al., 1997), (Young et al., 1999). Alguns destes controladores destinam-se apenas ao controle do movimento (Slotine e Sastry, 1983), (Bailey e Apostathis, 1987), (Gao e Hung, 1993), (Guenther e Hsu, 1993), enquanto outros incluem também o controle da força de contato (Su et al., 1992), (Su et al., 1995), (Yao e Tomizuka, 1995), (Tian e Goldenberg, 1996), (Amaral et al., 1998).

O presente trabalho utiliza a modelagem proposta por De Luca e Manes, restrita, porém, à interação de robôs manipuladores com ambientes puramente cinemáticos (por exemplo, a realização de uma tarefa numa superfície rígida). Um controlador a estrutura variável é proposto para o controle simultâneo de movimento e força, para o qual são derivadas as condições que garantem a

convergência do processo sob controle, mesmo que o modelo do sistema não seja perfeitamente conhecido.

Este artigo está organizado em sete seções, incluindo a presente introdução. As modelagens cinemática e dinâmica do manipulador interagindo com o ambiente são esboçadas na Seção 2. Na Seção 3, um controlador do tipo torque computado é derivado e são analisados os erros decorrentes de sua aplicação em face de incertezas paramétricas e de perturbações externas. O processo de síntese de um controlador robusto a estrutura variável para um sistema genérico é descrito na Seção 4, enquanto que na Seção 5 este controlador é aplicado ao sistema robô-ambiente. Finalmente, na Seção 6 são apresentados e analisados os resultados de simulação para um robô de dois graus de liberdade e na Seção 7, as conclusões.

## 2 MODELAGEM DO SISTEMA

O objeto de estudo deste trabalho consiste de um manipulador rígido cujo efetuador final (EF) se desloca num ambiente cinemático (admite movimento livre em algumas direções e o obstrui completamente nas demais), enquanto aplica sobre este uma força normal, conforme ilustra a Figura 1.

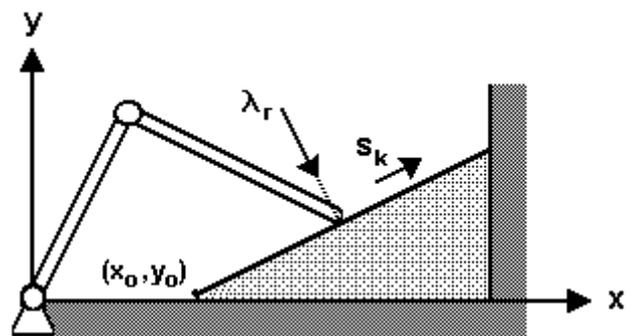


Figura 1: Robô cotovelar: Tarefa no plano inclinado.

A descrição da interação robô-ambiente é realizada por meio de dois sistemas de coordenadas: o primeiro é formado pelas coordenadas generalizadas de junta, que definem completamente a configuração do manipulador, e o segundo consiste de variáveis que descrevem o movimento admissível do efetuador final, quando em contato com o ambiente, do ponto de vista do ambiente. Portanto, a posição do efetuador final será descrita dos dois lados do contato.

Tal técnica de modelagem é orientada para o projeto de leis de controle híbridas, porque velocidades admissíveis bem como forças de reação são explicitamente caracterizadas no contato, e atendem por definição à exigência de ortogonalidade, melhor dizendo, o produto escalar entre forças de contato e velocidades admissíveis é nulo.

### 2.1 Modelo Cinemático do Robô

Seja um robô com  $n_r$  graus de liberdade, constituído por uma cadeia cinemática aberta de corpos rígidos, parametrizado pelo vetor  $q \in \mathbb{R}^{n_r}$  das variáveis de junta, isto é, dos ângulos relativos entre elos adjacentes (no caso de juntas de revolução) e dos deslocamentos (no caso de juntas prismáticas). O vetor  $q$ , com cada  $q_i$  dentro da sua faixa de excursão, se relaciona a uma única

posição espacial e orientação do efetuador final.

Seja também  $r = (p, o)$  de dimensão 6, onde  $p$  descreve a posição do efetuador final no espaço cartesiano  $\mathbb{R}^3$  e  $o = (\varphi, \vartheta, \psi)$  sua orientação dada por uma representação mínima, a dos ângulos de Euler. Com isto, a cinemática do efetuador final é expressa nas variáveis das juntas por:

$$r = \Theta(q) \quad (1)$$

onde  $\Theta(q)$  é um vetor de funções não lineares, que mapeia o espaço das juntas no espaço cartesiano. Na sua forma diferencial, a cinemática é descrita por:

$$\dot{r} = \frac{\partial \Theta(q)}{\partial q} \dot{q} = J_a(q) \dot{q} \quad (2)$$

sendo  $J_a(q)$  uma matriz  $6 \times n$  conhecida como *Jacobiano Analítico*.

O vetor de velocidades  $v = (\dot{p}, \omega)$ , composto pela velocidade linear  $\dot{p}$  e pela velocidade angular  $\omega$ , relaciona-se com  $\dot{r}$  através de

$$v = G(r) \dot{r} \quad (3)$$

na qual

$$G(r) = \begin{bmatrix} I_{3 \times 3} & 0 \\ 0 & G_o(\varphi, \vartheta, \psi) \end{bmatrix} \quad (4)$$

e onde  $G_o(\varphi, \vartheta, \psi)$  é uma matriz  $3 \times 3$  de funções, que expressa o mapeamento entre a derivada do vetor de orientação ( $\frac{do}{dt}$ ) e a velocidade angular  $\omega$ . Definindo

$$J(q) = G(\Theta(q)) J_a(q) \quad (5)$$

o vetor de velocidades generalizadas pode agora ser escrito em função da velocidade  $\dot{q}$  das juntas como

$$v = \begin{bmatrix} \dot{p} \\ \omega \end{bmatrix} = J(q) \dot{q} \quad (6)$$

onde a matriz  $J(q)$ , de dimensão  $6 \times n_r$ , é conhecida como *Jacobiano Geométrico* do manipulador.

Da equação (6), conclui-se que, somente se  $n_r \geq 6$  é possível mover o efetuador final arbitrariamente, seja com respeito a sua posição, seja com relação a sua orientação espacial. Entretanto, mesmo neste caso, podem existir configurações que reduzam o posto do Jacobiano, conhecidas como configurações singulares. Nas configurações singulares, o manipulador perde um ou mais graus de liberdade, o movimento do EF em certas direções pode não ser mais possível, velocidades limitadas no EF podem corresponder a velocidades ilimitadas nas juntas, forças e torques limitados no EF podem corresponder a torques ilimitados nas juntas, além de não existir uma solução única para o problema da cinemática inversa (Spong e Vidyasagar, 1989). Ao longo deste trabalho, supõe-se que  $n_r \geq 6$  e que o Jacobiano tenha posto completo, o que pode ser conseguido planejando-se o movimento do manipulador de tal forma a evitar as configurações singulares.

## 2.2 Modelo Cinemático do Ambiente

Como o manipulador realizará uma tarefa de contato, as coordenadas de junta não são suficientes, nem adequadas para especificar o movimento do EF e da força de interação, que são melhor definidos num sistema de coordenadas ligado ao ambiente

sob manipulação (De Luca e Manes, 1994). Por isso, será escolhida uma variável  $s_k \in \mathbb{R}^k$  associada às  $k$  direções em que o movimento do efetuador final é admissível, a qual servirá de parâmetro para o ambiente. Com a definição desta variável, ficam estabelecidas as  $k$  direções nas quais o movimento é livre, além das  $6 - k$  direções em que o movimento é totalmente impedido. Nas direções em que o movimento é restrito, surgem forças de reação devido à ação do efetuador final sobre o ambiente.

Feitas estas definições, a posição e a velocidade do efetuador final, vistas do lado do ambiente, são expressas por

$$r = \Gamma(s_k) \quad (7)$$

$$\dot{r} = \frac{\partial \Gamma(s_k)}{\partial s_k} \dot{s}_k \quad (8)$$

onde  $\Gamma(s_k)$  é um vetor de funções não lineares (pelo menos duas vezes diferenciáveis e inversíveis), que relaciona  $s_k$  a  $r$ . Como as equações (1) e (7) descrevem a mesma posição (e orientação) no espaço, vista, respectivamente, do lado do manipulador e do lado do ambiente, a seguinte relação de vínculo tem que ser satisfeita:

$$r = \Theta(q) = \Gamma(s_k) \rightarrow \Theta(q) - \Gamma(s_k) = 0 \quad (9)$$

Além disso, substituindo (8) em (3) e usando (7), é obtido o vetor das velocidades generalizadas  $v$  em função de  $\dot{s}_k$ :

$$v = \begin{bmatrix} \dot{p} \\ \omega \end{bmatrix} = T_k(s_k) \dot{s}_k \quad (10)$$

onde  $T_k(s_k) = G(\Gamma(s_k)) \frac{\partial \Gamma(s_k)}{\partial s_k}$  é uma matriz  $6 \times k$ , que desempenha um papel semelhante ao do Jacobiano do manipulador e é considerada de posto cheio na região de operação. Como a velocidade  $v$  é uma só, seja ela expressa do lado do ambiente (10), seja do lado do robô (6), obtém-se a seguinte relação:

$$v = T_k(s_k) \dot{s}_k = J(q) \dot{q}. \quad (11)$$

## 2.3 Condição do Contato

Tendo em vista que, para contatos cinemáticos, não há troca de energia entre o robô e o ambiente, isto é, as forças

generalizadas de reação não realizam trabalho nas direções admissíveis de movimento no contato, conclui-se que

$$v^T F_r = \begin{bmatrix} \dot{p}^T & \omega^T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} f_r \\ m_r \end{bmatrix} = 0 \quad (12)$$

onde  $f_r$  são as forças de reação e  $m_r$  são os momentos de reação no efetuador final. As forças de reação generalizadas podem ser escritas na forma

$$F = F_r = Y_r(s_k) \lambda_r \quad (13)$$

onde  $\lambda_r \in \mathbb{R}^{6-k}$  parametriza as forças de reação (consideradas aqui no sentido do robô contra o ambiente) da mesma forma que  $\dot{s}_k$  parametriza as velocidades admissíveis. Da condição de reciprocidade (ortogonalidade), definida pela equação (12), obtém-se a seguinte identidade

$$T_k^T(s_k) Y_r(s_k) = 0 \quad (14)$$

que também reflete a condição de não transferência de energia em contatos cinemáticos.

## 2.4 Modelo Dinâmico do Sistema

Usando considerações de energia e aplicando a formulação de Lagrange, o seguinte modelo dinâmico é derivado:

$$\begin{aligned} M(q)\ddot{q} + n(q, \dot{q}) &= u - J^T(q)F \\ n(q, \dot{q}) &= c(q, \dot{q}) + g(q) \end{aligned} \quad (15)$$

onde  $M(q)$  é a matriz de inércias, quadrada de ordem  $n_r$  e definida positiva,  $u$  é o vetor dos torques de controle,  $c(q, \dot{q})$  engloba os torques centrífugos e de Coriolis,  $g(q)$  é o vetor dos torques gravitacionais e  $J^T(q)F$  representa os torques decorrentes da interação do efetuador final com o ambiente.

O modelo dinâmico é completado pela condição de ortogonalidade (14) e pela identidade (11) ou (9), que estabelece o acoplamento (ou vínculo) entre os dois subsistemas, isto é, o robô e o ambiente.

A obtenção de um controlador a partir do modelo descrito desta maneira não é imediata. Por isso, um modelo compacto em uma só equação, escrito nas variáveis da tarefa ( $\lambda_r$  e  $\ddot{s}_k$ ), e que inclui as equações (15), (11) e (14) será deduzido a seguir. Primeiramente, a equação (11) é derivada em relação ao tempo, ou seja

$$T_k(s_k)\ddot{s}_k + \dot{T}_k(s_k, \dot{s}_k)\dot{s}_k = J(q)\ddot{q} + \dot{J}(q, \dot{q})\dot{q}. \quad (16)$$

Resolvendo a equação (15) para  $\ddot{q}$  e substituindo em (16), resulta em

$$T_k\ddot{s}_k + \dot{T}_k\dot{s}_k = JM^{-1}(u - J^T F - n) + \dot{J}\dot{q} \quad (17)$$

a qual, usando (13), e definindo

$$\begin{aligned} Q(q, s_k) &= [ JM^{-1}J^T Y_r \quad T_k ] \\ m(q, \dot{q}, s_k, \dot{s}_k) &= -\dot{T}_k\dot{s}_k + \dot{J}\dot{q} - JM^{-1}n \end{aligned} \quad (18)$$

conduz ao seguinte modelo

$$\begin{bmatrix} \lambda_r \\ \ddot{s}_k \end{bmatrix} = Q^{-1}(m + JM^{-1}u) + \delta \quad (19)$$

onde o termo

$$\delta = \delta(t) = \begin{bmatrix} \delta_r \\ \delta_k \end{bmatrix} \quad (20)$$

foi adicionado para levar em conta as perturbações externas. A partir deste modelo, um controlador baseado na dinâmica inversa pode ser obtido com facilidade, desde que o objetivo seja controlar as forças de reação (representadas por  $\lambda_r$ ) e o movimento (representado por  $\ddot{s}_k$ ).

## 3 CONTROLE LINEARIZANTE E DESACOPLANTE

Nesta seção, um controlador do tipo torque computado (Lewis et al., 1993) é derivado e seu desempenho é analisado nas condições nominais e na presença de incertezas paramétricas e/ou perturbações externas. Por ser um controlador bastante conhecido, será utilizado para avaliar o desempenho do Controlador a Estrutura Variável, apresentado na próxima seção.

Descrevendo a tarefa a ser executada por meio de

$$u_{ref} = \begin{bmatrix} \lambda_{r,ref} \\ \ddot{s}_{k,ref} \end{bmatrix} \quad (21)$$

isto é, pelos valores de referência para a força ( $\lambda_{r,ref}$ ) e para o movimento ( $\ddot{s}_{k,ref}$ ), os torques de entrada que atendem a esta

especificação são imediatamente derivados de (19), isto é,

$$u = (JM^{-1})^\# (\hat{Q}u_{ref} - \hat{m}) \quad (22)$$

onde

$$\begin{aligned} \hat{Q} &= [ JM^{-1}J^T Y_r \quad T_k ] \\ \hat{m} &= -\dot{T}_k\dot{s}_k + \dot{J}\dot{q} - JM^{-1}\hat{n} \end{aligned} \quad (23)$$

e  $(JM^{-1})^\#$  é uma pseudo inversa à direita de  $(JM^{-1})$ , que pode ser por exemplo  $\hat{M}J^\#$ , sendo  $J^\#$  uma pseudo-inversa de  $J$ . Se  $J$  for quadrada e não singular,  $(JM^{-1})^\# = \hat{M}J^{-1}$ . Os termos do tipo  $\hat{\bullet}$  referem-se a grandezas estimadas, visto que os parâmetros do sistema podem não ser perfeitamente conhecidos.

Substituindo a lei de controle (22) no modelo dado pela equação (19), obtém-se:

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \lambda_r \\ \ddot{s}_k \end{bmatrix} &= Q^{-1}m - Q^{-1}JM^{-1}\hat{M}J^{-1}\hat{m} \\ &+ Q^{-1}JM^{-1}\hat{M}J^{-1}\hat{Q}u_{ref} + \delta \end{aligned} \quad (24)$$

a partir da qual, levando-se em conta as definições (18), (23) e a identidade (16), chega-se à seguinte equação de malha fechada:

$$\begin{bmatrix} \lambda_r \\ \ddot{s}_k \end{bmatrix} = u_{ref} + p_t \quad (25)$$

na qual  $p_t = p_r - p_d$ , sendo que

$$p_r = \hat{Q}^{-1}JM^{-1}(\hat{M}\ddot{q} + \hat{n}) \quad (26)$$

e

$$\begin{aligned} p_d &= \hat{Q}^{-1}JM^{-1}MJ^{-1}Q\delta \\ &= \hat{Q}^{-1}JM^{-1} \begin{bmatrix} J^T Y_r \delta_r \\ MJ^{-1}T_k \delta_k \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (27)$$

totalizam, respectivamente, as influências das incertezas paramétricas do robô e das perturbações externas, e onde  $\hat{M} = \hat{M} - M$  e  $\hat{n} = \hat{n} - n$ . Considera-se aqui que as massas e as inércias do manipulador não sejam perfeitamente conhecidas, porém dispõem-se dos limites inferior e superior das incertezas incidentes nestes parâmetros. Usam-se, na lei de controle, os valores médios de massas e inércias como estimativas para estes parâmetros do robô.

Para o sistema linearizado (25), ainda resta definir o controlador linear  $u_{ref}$ . Nas direções de força, a ação integral do erro de força é a mais recomendada (Volpe, 1990), (Wilfinger et al., 1994), (Ferreti et al., 1995), (Whitcomb et al., 1997), enquanto que para as direções de movimento tem sido muito utilizada a ação proporcional-derivativa (Lewis et al., 1993), (Rocco, 1996), (Whitcomb et al., 1997). Desta forma,

$$\begin{aligned} \lambda_{r,ref} &= \lambda_{rd} - K_i \int_0^t (\lambda_r - \lambda_{rd}) d\tau \\ \ddot{s}_{k,ref} &= \ddot{s}_{kd} - K_v(\dot{s}_k - \dot{s}_{kd}) - K_p(s_k - s_{kd}) \end{aligned} \quad (28)$$

em que  $K_i$ ,  $K_v$  e  $K_p$  são os ganhos integral, derivativo e proporcional do controlador e onde  $\lambda_{rd}$ ,  $\ddot{s}_{kd}$ ,  $\dot{s}_{kd}$  e  $s_{kd}$  são os valores desejados de  $\lambda_r$ ,  $\ddot{s}_k$ ,  $\dot{s}_k$  e  $s_k$ , respectivamente. Usando (21) e (28), a equação de malha fechada (25) é re-escrita como

$$\begin{bmatrix} \lambda_r - \lambda_{rd} + K_i \int_0^t (\lambda_r - \lambda_{rd}) d\tau \\ \ddot{s}_k - \ddot{s}_{kd} + K_v(\dot{s}_k - \dot{s}_{kd}) + K_p(s_k - s_{kd}) \end{bmatrix} = p_t. \quad (29)$$

Evidentemente, se o sistema manipulador-ambiente é perfeitamente conhecido ( $p_t = 0$ ), a lei de controle (22), obtida da dinâmica inversa, cancela completamente as não-linearidades, desacopla as direções de força das direções de movimento e alcança os objetivos de controle. Quando, porém, isto não é verdadeiro ( $p_t \neq 0$ ), o cancelamento das não-linearidades já não é total, nem o desacoplamento das equações, provocando o surgimento de erros transitórios e de regime. Estes erros podem ser diminuídos, aumentando-se os ganhos, não porém sem comprometer em algum momento a estabilidade do sistema. É importante notar que estas conclusões são válidas para qualquer controlador linear com ganhos finitos e com informações semelhantes.

Os problemas verificados com o uso deste tipo de controlador têm motivado a investigação de controladores que sejam robustos diante de perturbações (paramétricas ou externas), um dos quais é o objeto de estudo da próxima seção.

## 4 CONTROLE A ESTRUTURA VARIÁVEL

Os controladores a estrutura variável (CEV) forçam a trajetória dos estados para um lugar no espaço de estados, cuja dinâmica é escolhida pelo projetista, e onde o sistema é imune a perturbações. Deste modo, ao contrário dos controladores baseados em dinâmica inversa, o efeito de incertezas paramétricas é anulado e o objetivo de controle alcançado, visto que o CEV funciona como um controlador de ganho infinito quando a trajetória de estados desliza sobre a superfície de chaveamento.

### 4.1 Definição do Sistema

Uma importante classe de sistemas não lineares, cujos parâmetros não são perfeitamente conhecidos, podem ser modelados na forma de equações de estado como:

$$\dot{x}(t) = f(x, \rho, t) + B(x, \rho, t) u(x, t) + d(t) \quad (30)$$

em que

$$f(x, \rho, t) = f_o(x) + \Delta f(x, \rho, t) \quad (31)$$

$$B(x, \rho, t) = B_o(x) + \Delta B(x, \rho, t) \quad (32)$$

onde  $x$  é o vetor  $n_x \times 1$  dos estados,  $f$  é um vetor de funções não lineares,  $B$  é uma matriz de funções não lineares,  $u$  é o vetor  $n_u \times 1$  das entradas de controle  $\rho$  é o vetor dos parâmetros incertos,  $\Delta f$  e  $\Delta B$  as perturbações no sistema decorrentes das incertezas paramétricas,  $d$  as perturbações externas e  $f_o$  e  $B_o$  referem-se aos parâmetros nominais. O objetivo final deste estudo é a derivação de um controlador a estrutura variável, que seja robusto a estas perturbações.

Para que se possa garantir a robustez do controlador, as perturbações devem ser limitadas, a matriz  $B$  deve ser não-singular e as seguintes condições têm que ser satisfeitas (Esfandiari e Khalil, 1991), (Gao e Hung, 1993):

$$\begin{aligned} \Delta f &= B_o \tilde{f} \\ \Delta B &= B_o \tilde{B} \\ d &= B_o \tilde{d} \end{aligned} \quad (33)$$

o que significa dizer que  $\Delta f$ ,  $\Delta B$  e  $d$  têm que pertencer à imagem de  $B_o$ ;  $\tilde{f}$  e  $\tilde{B}$  são vetores que incorporam as incertezas paramétricas e  $\tilde{d}$  as perturbações externas.

### 4.2 Síntese do Controlador

Pode-se distinguir duas fases da trajetória de estados em direção ao objetivo de controle, quando se usa o controle a estrutura va-

riável: a **fase de alcance** e a **fase de deslizamento**. Na primeira fase, os estados desenvolvem uma trajetória desde o estado inicial  $x(0)$  até à superfície de chaveamento ( $\sigma(x, t) = 0$ ). Na segunda fase, a trajetória dos estados está restrita à superfície de chaveamento, deslizando sobre a mesma; portanto, o comportamento nesta fase depende da forma e dos parâmetros da superfície escolhida.

Para que se tenha meios de influir no processo de alcance da superfície de chaveamento, o controle  $u(x, t)$  é escolhido de tal modo que imponha a  $\sigma(x, t)$  a dinâmica expressa pela seguinte equação diferencial (Gao e Hung, 1993):

$$\dot{\sigma}(x, t) = -W \text{sign}(\sigma) - Kh(\sigma) \quad (34)$$

onde  $W$  e  $K$  são matrizes diagonais definidas positivas,  $h(\sigma) = \sigma$  (poderia ser outra função, desde que  $\sigma^T h(\sigma) > 0$ ) e  $\text{sign}(\sigma)$  é uma função descontínua dada por

$$\text{sign}(\sigma) = \begin{cases} +1 & \text{se } \sigma > 0 \\ 0 & \text{se } \sigma = 0 \\ -1 & \text{se } \sigma < 0 \end{cases} \quad (35)$$

O termo  $Kh(\sigma)$  contribui para acelerar o processo de convergência, pois a constante de tempo relativa à equação (34) é inversamente proporcional a  $K$ . Por outro lado, o termo  $W \text{sign}(\sigma)$  força  $\sigma(x, t)$  persistentemente em direção à superfície de chaveamento ( $\sigma = 0$ ), de uma forma não assintótica. Estas observações ficam bem estabelecidas quando se demonstra que o tempo de alcance da superfície  $\sigma = 0$  é finito e dado por:

$$t_a = \frac{1}{k} \ln\left(\frac{k}{w} |\sigma_o| + 1\right) \quad (36)$$

desde que  $K = kI$  e  $W = wI$  e onde  $\sigma_o = \sigma(x(0), 0)$ .

Retomando a equação (34) e levando em conta (30), obtém-se:

$$\begin{aligned} \dot{\sigma}(x, t) &= \frac{\partial \sigma(x, t)}{\partial x} \dot{x} + \frac{\partial \sigma(x, t)}{\partial t} \\ &= \frac{\partial \sigma}{\partial x} (f + B u + d) + \frac{\partial \sigma}{\partial t} \\ &= -W \text{sign}(\sigma) - K \sigma \end{aligned} \quad (37)$$

de onde se deriva a seguinte lei de controle:

$$u = -\hat{B}_\sigma^{-1} \left( \hat{f}_\sigma + \frac{\partial \sigma}{\partial t} + W \text{sign}(\sigma) + K \sigma \right) \quad (38)$$

na qual  $\hat{f}_\sigma = \frac{\partial \sigma}{\partial x} \hat{f}$ ,  $\hat{B}_\sigma = \frac{\partial \sigma}{\partial x} \hat{B}$ , onde  $\hat{f}$  e  $\hat{B}$  são estimativas de  $f$  e  $B$ , respectivamente. Definindo

$$u^* = - \left( \frac{\partial \sigma}{\partial t} + W \text{sign}(\sigma) + K \sigma \right) \quad (39)$$

e substituindo (38) em (37), resulta em:

$$\begin{aligned} \dot{\sigma} &= f_\sigma - B_\sigma \hat{B}_\sigma^{-1} \left( \hat{f}_\sigma - u^* \right) + d_\sigma + \frac{\partial \sigma}{\partial t} \\ &= -W \text{sign}(\sigma) - K \sigma - \Psi \end{aligned} \quad (40)$$

onde  $d_\sigma = \frac{\partial \sigma}{\partial x} d$  e

$$\begin{aligned} \Psi &= \hat{f}_\sigma - f_\sigma + \left( \hat{B}_\sigma - B_\sigma \right) u + d_\sigma \\ &= \Delta \hat{f}_\sigma + \Delta \hat{B}_\sigma u + d_\sigma \end{aligned} \quad (41)$$

nada mais é do que a soma das incertezas e perturbações sofridas pelo sistema.

### 4.3 Critério de Robustez

Considere  $V = \frac{1}{2}\sigma^T\sigma$ , definida positiva, a função candidata de Lyapunov; então, a superfície de chaveamento é atrativa desde que a lei de controle (38) implique que  $\dot{V} = \sigma^T\dot{\sigma}$  seja definida negativa. Usando a equação (40),  $\dot{V}$  pode ser escrita como

$$\begin{aligned}\dot{V} &= \sigma^T\dot{\sigma} \\ &= -\sigma^T(W\text{sign}(\sigma) + K\sigma) - \sigma^T\Psi\end{aligned}\quad (42)$$

Como  $\sigma^TK\sigma \geq 0$ , a condição que obriga  $\dot{V} \leq 0$  pode ser expressa por

$$\sigma^TW\text{sign}(\sigma) \geq -\sigma^T\Psi\quad (43)$$

de onde, finalmente, deriva-se a seguinte restrição sobre  $W$

$$w_i > |\psi_i|, \quad \forall i\quad (44)$$

Com isto, a lei de controle está completamente definida.

Se  $W = wI$ ,  $K = kI$  e levando em conta que

$$\|\sigma\| = \sqrt{\sigma^T\sigma} = \sqrt{2V}\quad (45)$$

e que

$$\text{sign}(\sigma) \geq \frac{\sigma}{\|\sigma\|}\quad (46)$$

as seguintes relações são obtidas:

$$\begin{aligned}\sigma^TW\text{sign}(\sigma) &\geq w\sigma^T\frac{\sigma}{\|\sigma\|} = w\sqrt{2V} \\ \sigma^TK\sigma &= k\sigma^T\sigma = 2kV \\ \sigma^T\Psi &\leq \|\sigma\|\|\Psi\| = \psi\sqrt{2V}\end{aligned}\quad (47)$$

de onde se chega à inequação

$$\dot{V} + 2kV \leq -(w - \psi)\sqrt{2V}\quad (48)$$

onde  $\psi$  representa o máximo efeito das perturbações paramétricas e/ou externas.

O termo à direita desta última equação pode ser visto como uma excitação. Se  $w > \psi$ , a excitação será negativa, forçando  $V$  para zero, pelo menos exponencialmente de acordo com a constante de tempo  $\tau = \frac{1}{2k}$ ; com isto, o termo à direita também tende para zero. Se, porém,  $w < \psi$ , a referida excitação é positiva, forçando  $V$  para um valor de regime maior do que zero.

Para o cálculo de  $\psi$  e conseqüentemente de  $w$ , é necessário dispor de algum conhecimento a respeito das incertezas nos parâmetros e das perturbações externas, para que se possa estimar os seus efeitos. Em geral, são conhecidos apenas os limites superiores (identificados pelo subscrito H) e inferiores (identificados pelo subscrito L) das incertezas que incidem sobre  $f$  e  $B$ , isto é,  $f_L < f < f_H$  e  $B_L < B < B_H$ . As estimativas de  $f$  e  $B$  podem se basear numa lei adaptativa dos parâmetros, o que contribui para o conhecimento do sistema, resultando num valor menor para  $\psi$ , o que conduz a um menor valor de  $w$  também. Entretanto, a inclusão da estimação de parâmetros é computacionalmente onerosa; por isso, adota-se aqui uma estratégia mais simples e menos onerosa, que consiste simplesmente na obtenção da média aritmética (a média geométrica também pode ser usada) dos limites superior e inferior dos parâmetros do sistema. Com relação às perturbações externas, não se tem conhecimento do seu padrão; conhecem-se apenas os seus limites. Por isso, nenhuma estimativa de  $d$  é incluída na lei de controle.

### 4.4 Superfícies de Chaveamento

Em geral, as superfícies de chaveamento ( $\sigma$ ) são superfícies lineares (DeCarlo et al., 1988), (Hung et al., 1993) dos erros de controle ( $\tilde{x} = x - x_d$ ), do tipo

$$\sigma_i = c_i^T\tilde{x} = 0, \quad i = 1, \dots, n_\sigma\quad (49)$$

Quando os estados estiverem na fase de deslizamento, os erros tenderão exponencialmente para zero de acordo com um padrão determinado pelos vetores de constantes  $c_i$ .

### 4.5 Camada Limite

Devido às não-idealidades de um sistema real, especialmente atrasos devido ao cálculo do controle e limitações físicas dos atuadores, não é possível chavear instantaneamente o controle de um valor para outro. Por causa disso, o CEV nem sempre conseguirá manter a trajetória de estados deslizando na superfície de chaveamento, dando origem a um chaveamento de alta frequência em torno das superfícies de deslizamento, conhecido como *chattering*. Para o controlador proposto, este efeito é tanto mais evidente, quanto maior for o valor de  $W$ .

Este fenômeno indesejado pode ser evitado, utilizando-se uma camada limite ( $\Phi$ ) em torno das superfícies de chaveamento; como conseqüência disto, a função  $\text{sign}(\cdot)$  é substituída pela função  $\text{sat}(\cdot)$ , definida como segue (Hung et al., 1993):

$$\text{sat}(\sigma) = \begin{cases} \text{sign}(\sigma) & \text{se } |\sigma| > \Phi \\ \sigma/\Phi & \text{se } |\sigma| \leq \Phi \end{cases}\quad (50)$$

Escolhendo-se apropriadamente a camada limite, o fenômeno do *chattering* é eliminado ou, ao menos, reduzido. Dentro da camada limite, o controle deixa de ser descontínuo e passa a ser um controle contínuo de alto ganho.

## 5 APLICAÇÃO DO CEV AO SISTEMA ROBÔ-AMBIENTE

Inicialmente são definidos dois grupos de superfícies de chaveamento, um associado às forças ( $\sigma_r$ ) e outro ao movimento ( $\sigma_k$ ), na forma

$$\begin{aligned}\sigma(x, t) &= \begin{bmatrix} \sigma_r(\lambda_r, t) \\ \sigma_k(s_k, \dot{s}_k, t) \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} \int_0^t (\lambda_r - \lambda_{r,d}) d\tau \\ (\dot{s}_k - \dot{s}_{k,d}) + c_k(s_k - s_{k,d}) \end{bmatrix} = 0\end{aligned}\quad (51)$$

para a qual  $c_k > 0$  e onde o subscrito  $d$  indica que as variáveis a que pertencem são valores desejados. Definindo, ainda,

$$u_{ref} = \begin{bmatrix} 0 \\ -c_k\dot{s}_k \end{bmatrix} + u^*\quad (52)$$

onde  $u^*$  é dado por (39), e tendo em vista o modelo do sistema manipulador-ambiente dado pelas equações (18)-(20), o controlador estabelecido em (38) assume a seguinte forma

$$u = \hat{M}J^{-1}(\hat{Q}u_{ref} - \hat{m})\quad (53)$$

onde

$$\begin{aligned}\hat{Q} &= [ J\hat{M}^{-1}J^TY_r \quad T_k ] \\ \hat{m} &= -\dot{T}_k\dot{s}_k + \dot{J}\dot{q} - J\hat{M}^{-1}\hat{n}.\end{aligned}\quad (54)$$

Aplicando este controle ao sistema robô-ambiente, obtém-se:

$$\begin{bmatrix} \lambda_r \\ \ddot{s}_k \end{bmatrix} = Q^{-1}m - Q^{-1}JM^{-1}\hat{M}J^{-1}\hat{m} \quad (55) \\ + Q^{-1}JM^{-1}\hat{M}J^{-1}\hat{Q}u^* + \delta$$

a partir da qual, levando-se em conta (18), (54) e a identidade

$$\dot{T}_k \dot{s}_k - \dot{J} \dot{q} = J\ddot{q} - T_k \ddot{s}_k \quad (56)$$

chega-se à seguinte equação de malha fechada:

$$\begin{bmatrix} \lambda_r \\ \ddot{s}_k \end{bmatrix} = u^* + p_t \quad (57)$$

onde  $p_t = p_r - p_d$  já está definido na Seção 3.

Usando este resultado, obtém-se a seguinte expressão para  $\dot{\sigma}$ :

$$\begin{aligned} \dot{\sigma} &= \frac{\partial \sigma}{\partial x} \dot{x} + \frac{\partial \sigma}{\partial t} \quad (58) \\ &= \begin{bmatrix} \lambda_r \\ \ddot{s}_k \end{bmatrix} + \frac{\partial \sigma}{\partial t} \\ &= -W \text{sign}(\sigma) - K\sigma + p_t \end{aligned}$$

que é idêntica à expressão obtida na seção anterior para um sistema não linear genérico. Portanto, o mesmo critério de robustez ali proposto pode ser usado para o sistema robô-ambiente. Neste caso, se  $W = wI$ ,

$$w > \bar{p}_t \quad (59)$$

onde  $\bar{p}_t$  representa o máximo efeito das perturbações paramétricas e/ou externas ( $p_r - p_d$ ).

No cálculo de  $p_r$ , são utilizados valores majorados de  $\tilde{M}$ ,  $\tilde{C}$  e  $\tilde{g}$ , ao invés de calculá-los a cada iteração, i.e.,

$$\begin{aligned} \bar{M} &= 0,5 (\bar{M}_H - \bar{M}_L) \geq |\tilde{M}| \\ \bar{C} &= 0,5 (\bar{C}_H - \bar{C}_L) \geq |\tilde{C}| \\ \bar{g} &= 0,5 (\bar{g}_H - \bar{g}_L) \geq |\tilde{g}| \end{aligned} \quad (60)$$

onde H e L estão associados, respectivamente, aos valores absolutos máximo e mínimo dos componentes de  $M$ ,  $C$  e  $g$ .

## 6 EXEMPLOS DE SIMULAÇÃO

Nesta seção, são expostos e comparados os resultados de simulação, decorrentes da aplicação dos controladores CLD e CEV a um manipulador cotovelar de dois graus de liberdade (Figura 1). O modelo detalhado deste robô articulado pode ser encontrado em livros de robótica bem conhecidos, como por exemplo (Spong e Vidyasagar, 1989), (Lewis et al., 1993).

Os parâmetros nominais do robô, obtidos de (Gao e Hung, 1993), e os ganhos dos controladores são os seguintes:

- Parâmetros do Manipulador:
  - Comp. dos elos [m]:  $l_1 = l_2 = 1$ ;
  - Centros de massa [m]:  $l_{c1} = l_{c2} = 0,5$ ;
  - Massas [Kg]:  $m_1 = 20$ ;  $m_2 = 10$ ;
  - Inércias [Kg.m<sup>2</sup>]:  $I_1 = 0,8$ ;  $I_2 = 0,2$ ;
- Controlador Linearizante e Desacoplante:
  - Direção cinemática:  $k_p = 100$ ;  $k_v = 20$ ;

– Direção de força:  $k_i = 10$ ;

- Controlador a Estrutura Variável:

– Direção cinemática:  $k_k = 10$ ;  $c_k = 10$ ;

– Direção de força:  $k_r = 10$ ;

– Ganho mínimo do controle chaveado:  $w_{\min} = 5$ .

Estes ganhos foram ajustados de tal modo a não ultrapassarem um valor de torque admitido como máximo, ao submeter-se o sistema a uma excitação do tipo degrau, e a produzirem equações de malha fechada com o mesmo comportamento dinâmico para ambos os controladores; desta forma, a diferença nos resultados será devida totalmente ao controle chaveado.

### 6.1 Definição da Tarefa

A tarefa consiste em movimentar o efetuador final ao longo do plano inclinado em 30°, enquanto se aplica uma força de 20 [N], normal ao plano. As trajetórias no tempo para o movimento são mostradas na Figura 2. O efetuador final é movido ao longo do plano inclinado desde a posição  $s_k = 0$  [m] até a posição  $s_k = 0,5$  [m] a uma velocidade constante, exceto pelo pequeno espaço de tempo relativo à aceleração e à desaceleração.

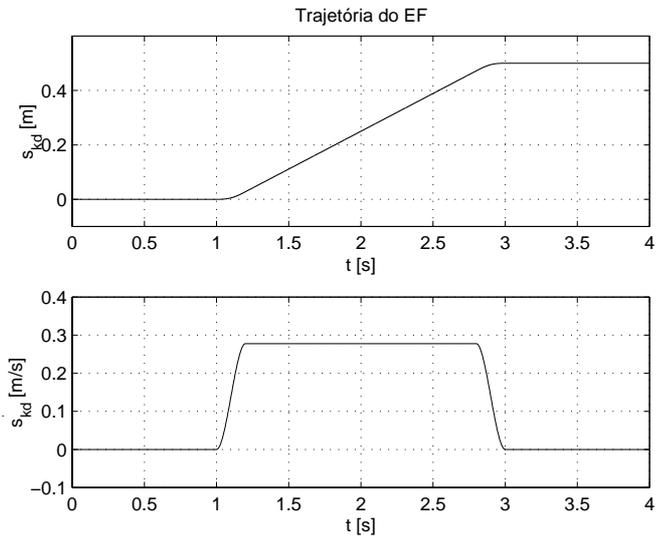


Figura 2: Posição e velocidade desejadas.

Escolhendo-se  $s_k$  como a variável definidora do movimento admissível pelo ambiente, facilmente se obtém sua relação com as coordenadas cartesianas, a saber:

$$\begin{bmatrix} p_x \\ p_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_o + 0,5\sqrt{3}s_k \\ y_o + 0,5s_k \end{bmatrix} \quad (61) \\ = \Gamma(s_k)$$

que, derivada em relação ao tempo, resulta em:

$$\begin{aligned} v &= \begin{bmatrix} 0,5\sqrt{3} \\ 0,5 \end{bmatrix} \dot{s}_k \quad (62) \\ &= T_k \dot{s}_k \end{aligned}$$

A força de reação (do EF contra o ambiente) é parametrizada na forma  $F_r = Y_r \lambda_r$ , onde a matriz  $Y_r$  deve ser arbitrada, satisfazendo a condição de ortogonalidade, isto é,  $T_k^T Y_r = 0$ . A partir daí se escreve:

$$\begin{bmatrix} 0,5\sqrt{3} & 0,5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Y_{r11} \\ Y_{r21} \end{bmatrix} = 0 \quad (63)$$

o que leva a  $Y_r = [0,5 \quad -0,5\sqrt{3}]^T$ . Com isso, a força de reação é expressa como:

$$F_r = Y_r \lambda_r = \begin{bmatrix} 0,5 \\ -0,5\sqrt{3} \end{bmatrix} \lambda_r \quad (64)$$

que é normal ao plano inclinado.

## 6.2 Resultados das Simulações

Apresentam-se, aqui, os resultados de simulação relativos a quatro casos, identificados a seguir:

- Caso 1 - Os parâmetros do sistema são perfeitamente conhecidos e não existe qualquer perturbação externa;
- Caso 2 - Há incerteza quanto aos parâmetros do sistema, porém nenhuma perturbação externa está presente;
- Caso 3 - Os parâmetros do sistema são perfeitamente conhecidos, porém ocorrem perturbações externas;
- Caso 4 - Há incerteza quanto aos parâmetros do sistema, além da incidência de perturbações externas.

Para cada um destes casos, são usados três conjuntos de gráficos, comparando os desempenhos dos controladores CLD) e CEV. No primeiro deles, mostram-se os erros de posição ( $s_k - s_{k,d}$ ) e de velocidade ( $\dot{s}_k - \dot{s}_{k,d}$ ); no segundo, os erros da força de contato normal ao plano ( $\lambda_r - \lambda_{r,d}$ ), e no terceiro, os torques de controle ( $u$ ).

Os resultados para o caso nominal, mostrados nas Figuras 3, 4 e 5, já evidenciam um melhor desempenho do CEV, apesar de ambos os controladores produzirem erros pequenos quanto à força e ao movimento. Para este caso, usaram-se os seguintes valores para as camadas limite:  $\Phi_r = 0,005$  para a superfície de força e  $\Phi_k = 0,005$  para a superfície de movimento, os quais foram obtidos por tentativa, tal que não houvesse *chattering*.

No Caso 2, os controladores trabalharam com parâmetros subestimados em 20% com relação aos respectivos valores nominais. As camadas limite foram fixadas em  $\Phi_r = 0,05$  e  $\Phi_k = 0,01$ .

Observando os resultados apresentados nas Figuras 6 e 7, as evidências em favor do CEV são fortalecidas, pois tanto os erros relativos ao movimento como o de força são consideravelmente maiores para o CLD, podendo até mesmo inviabilizá-lo se as exigências de precisão excederem as suas possibilidades. Registre-se, por exemplo, que o erro de posição ultrapassa 2 [cm] e o de força alcança 2 [N] para o CLD, ao passo que para o CEV ambos são algumas dezenas de vezes menores.

Os picos observados nas ações de controle (Figura 8) devem-se aos intervalos de aceleração e desaceleração. Apesar da diferença de eficiência dos dois controladores, o esforço de controle do CEV é praticamente o mesmo do CLD.

Para o Caso 3, considerou-se a incidência de perturbações externas o tipo  $A \cos(\omega t)$ , que incidem no EF nas direções de força e de movimento. Supõe-se que uma força de  $10 \cos(10t)$  [N] perturbe o sistema na direção de aplicação da força, ao passo que uma perturbação de  $10 \cos(50t)$  [N] incida na direção do movimento. Para este caso, as camadas limite usadas foram  $\Phi_r = \Phi_k = 0,02$ .

Os erros de movimento (Figura 9) evidenciam o efeito da perturbação na direção de  $s_k$ , pois exibem um comportamento alternado de 50 [rd/s] em torno do zero. Esta perturbação introduz pequenas variações periódicas na posição e na velocidade desejadas, mesmo após ter sido comandada a cessação do movimento. Não se observa uma influência da perturbação que incide na direção de força sobre o movimento na direção cinemática.

O CEV conseguiu seguir de perto as trajetórias especificadas de força (Figura 10) e de movimento, enquanto que o CLD mostrou-se ineficaz para tratar este tipo de perturbação. As variações na força para o CLD chegam a alcançar 17 [N], enquanto que o CEV as mantém em menos de 0,5 [N]; a da posição chega a 1 [mm] para o CLD, ao passo que o CEV a mantém abaixo de 0,04 [mm]. Nota-se que a perturbação que incide na direção cinemática afeta visivelmente a força normal, especialmente para o CLD, que não consegue reagir com rapidez suficiente para rejeitá-la.

As ações de controle (Figura 11) refletem bem a grandeza das perturbações a que o EF foi submetido. Nota-se, entretanto, uma grande diferença: o CLD praticamente só evidencia a perturbação de 10 [rd/s], enquanto o CEV denuncia a presença de dois sinais de frequências distintas, o que significa que este último reagiu rapidamente a ambas as perturbações.

No quarto caso, as incertezas paramétricas do Caso 2 e as perturbações externas do Caso 3 incidem simultaneamente sobre o sistema. As camadas limite foram estabelecidas nos valores  $\Phi_r = 0,05$  e  $\Phi_k = 0,02$ .

Comparando os resultados deste caso, expressos nas Figuras 12, 13 e 14, com os dos dois casos anteriores, percebe-se que os efeitos das incertezas paramétricas e das perturbações externas se somaram. Os erros de posição para o CLD alcançam a casa dos centímetros e os de força são grandes o bastante para ameaçar a perda do contato. Para o CEV, os erros são pequenos e não causam maiores problemas.

## 7 CONCLUSÃO

O controlador a estrutura variável proposto, cuja derivação é facilitada pela forma compacta do modelo usado para representar o sistema robô-ambiente, controla força e movimento de uma forma integrada, dispensando o uso de matrizes de seleção. O seu bom desempenho é evidenciado nos resultados, que demonstram sua capacidade de seguir as trajetórias pré-estabelecidas de força e de movimento. O uso da camada limite permitiu a eliminação do *chattering* a um custo aceitável, visto que os erros apresentados pelo CEV são perfeitamente toleráveis em muitas tarefas. Além disso, mostrou-se robusto e estável na presença de incertezas paramétricas e de perturbações externas, a despeito do nível elevado destas incertezas e perturbações e do fato de o movimento ser amplo e rápido para uma situação de contato.

Em adição ao trabalho já realizado, pretende-se investigar o desempenho do CEV no caso da interação com ambientes cinemáticos e/ou dinâmicos, estudar os efeitos da inclusão do atrito nas juntas do robô e no ambiente, da flexibilidade nas juntas, e propor leis de controle simplificadas, que levem em conta apenas os termos dinâmicos mais relevantes do sistema.

## AGRADECIMENTOS

Os autores agradecem aos revisores pelas suas valiosas sugestões. O primeiro autor também deseja registrar seu agradecimento ao PICDT/CAPES pelo suporte financeiro durante o seu doutoramento.

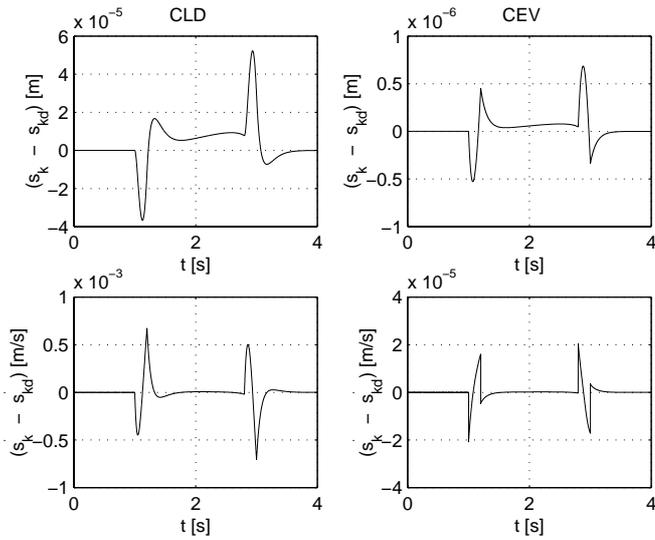


Figura 3: Caso 1: Erros de posição e de velocidade.

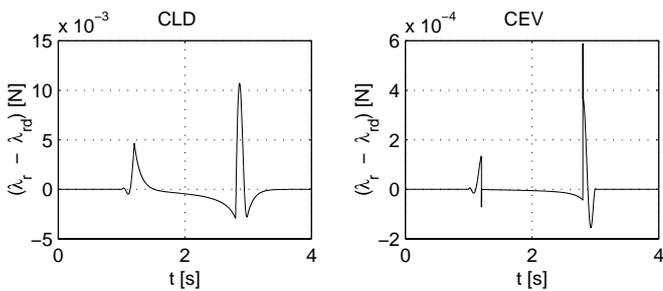


Figura 4: Caso 1: Erros de força.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Amaral, S., Pieri, E. R. e Guenther, R. (1998). Controle a estrutura variável de robôs manipuladores em ambientes cinemáticos, *Anais do XII Congresso Brasileiro de Automática - XII CBA*, Vol. III, pp. 1113–1118.
- Bailey, E. e Arapostathis, A. (1987). Simple sliding mode control scheme applied to robot manipulators, *International Journal of Control* **45**(4): 1197–1209.
- Broome, D. R., Wang, Q. e Greig, A. R. (1993). Adaptive compliant control for an inspection robot system, *IEE Proceedings-D*, Vol. 140(3), pp. 191–197.
- De Luca, A. e Manes, C. (1994). Modeling of robots in contact with a dynamic environment, *IEEE Transactions on Robotics and Automation* **10**(4): 542–548.
- De Silva, C. W. e Gu, J. H. (1995). On-line sensing and modeling of mechanical impedance in robotic food processing, *IEEE International Conference on Systems, Man and Cybernetics*, pp. 1693–1698.
- DeCarlo, R. A., Zak, S. H. e Matthews, G. P. (1988). Variable structure control of nonlinear multivariable systems: A tutorial, *Proceedings of IEEE*, Vol. 76(3), pp. 212–232.

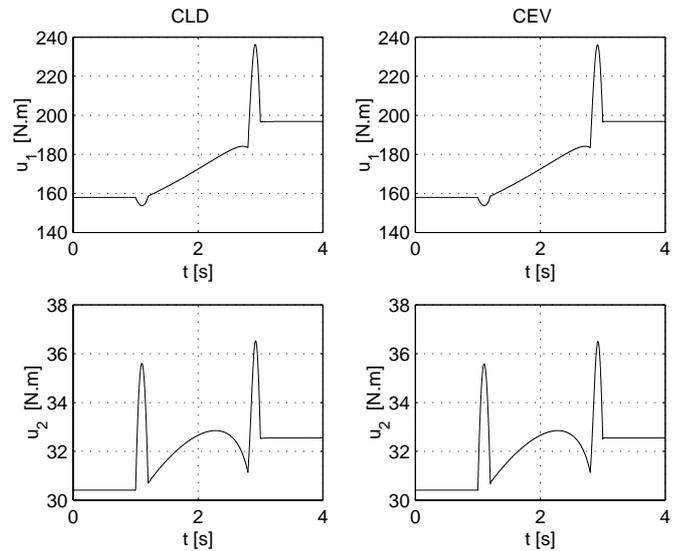


Figura 5: Caso 1: Torques de controle.

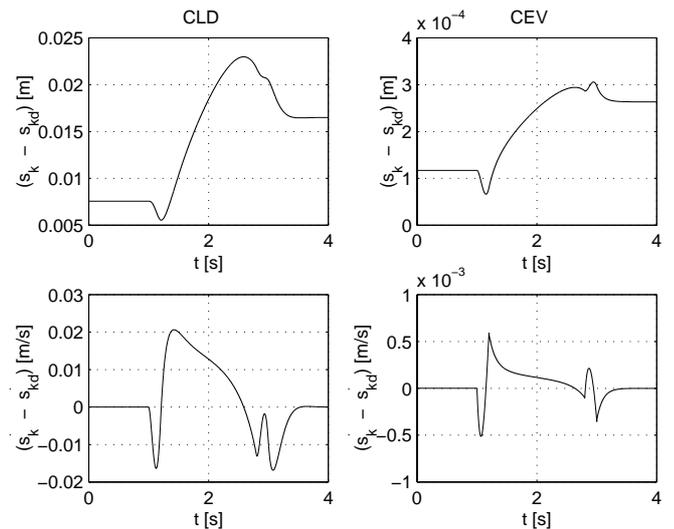


Figura 6: Caso 2: Erros de posição e de velocidade.

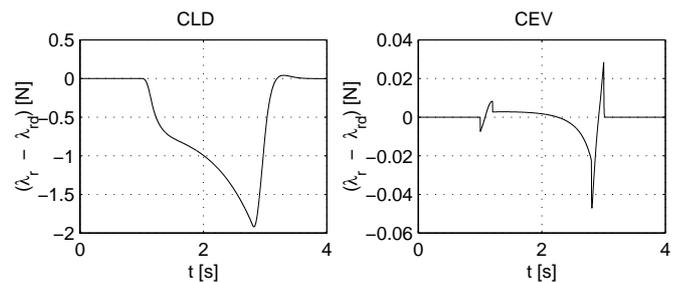


Figura 7: Caso 2: Erros de força.

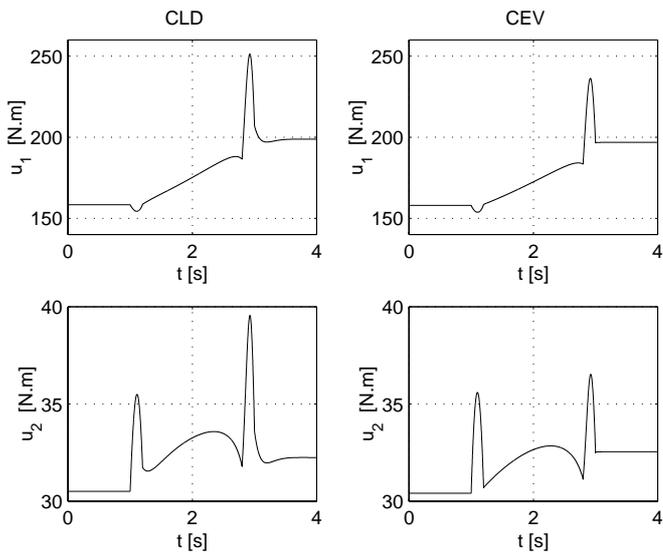


Figura 8: Caso 2: Torques de controle.

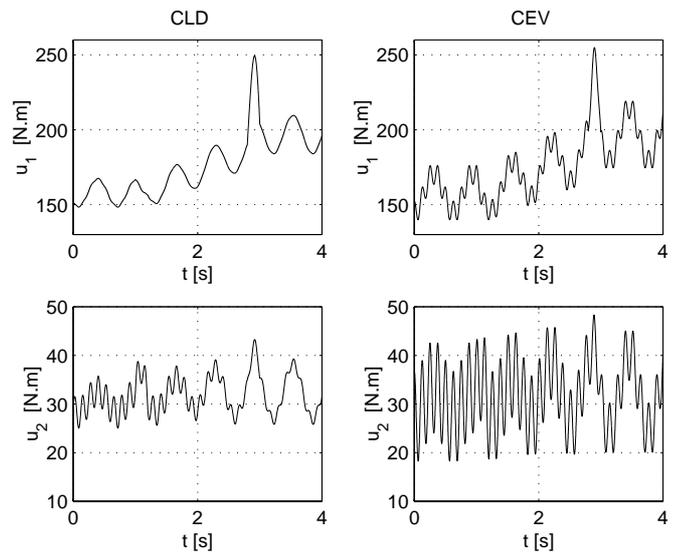


Figura 11: Caso 3: Torques de controle.

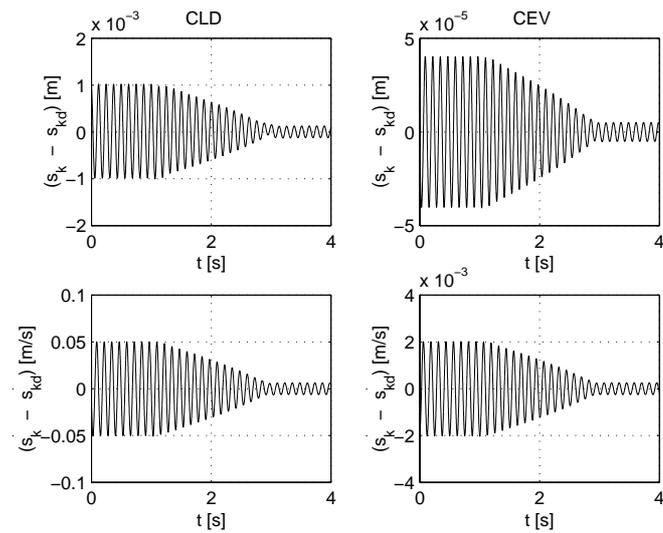


Figura 9: Caso 3: Erros de posição e de velocidade.

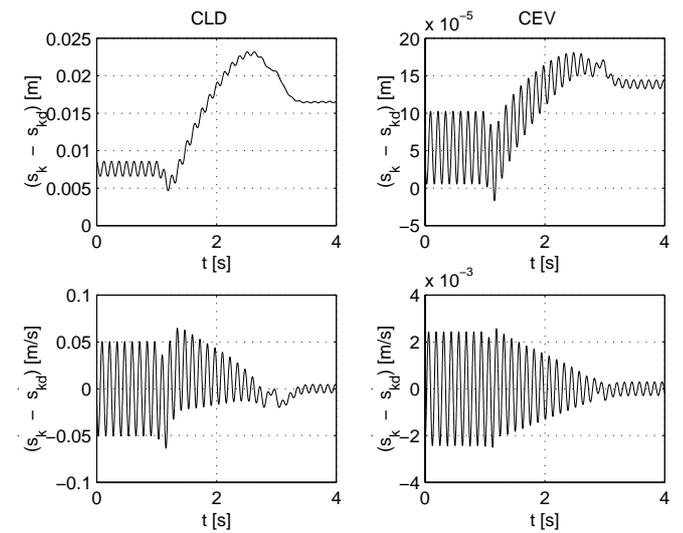


Figura 12: Caso 4: Erros de posição e de velocidade.

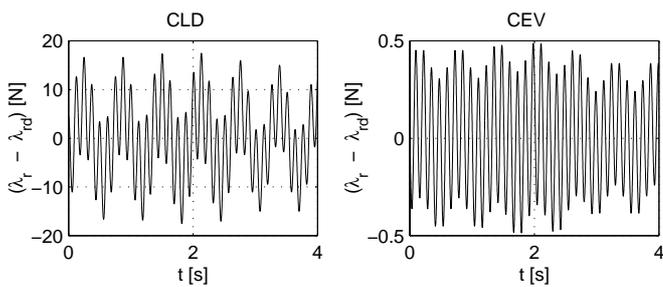


Figura 10: Caso 3: Erros de força.

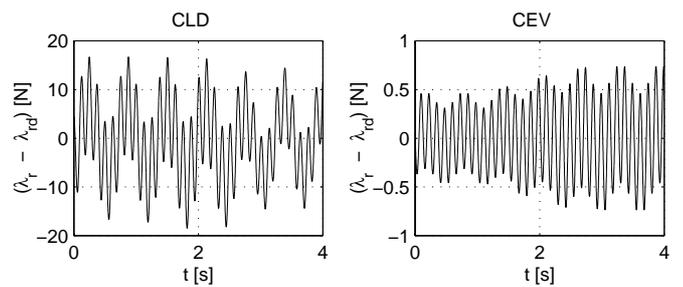


Figura 13: Caso 4: Erros de força.

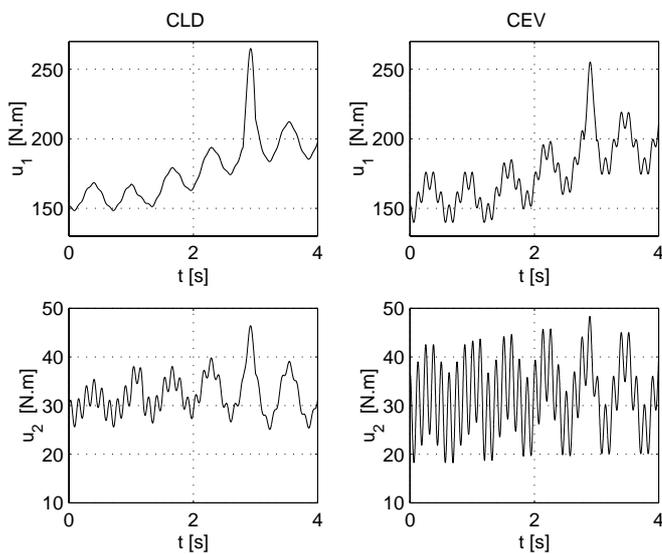


Figura 14: Caso 4: Torques de controle.

Esfandiari, F. e Khalil, H. K. (1991). Stability analysis of a continuous implementation of variable structure control, *IEEE Transactions on Automatic Control* **36**(5): 616–619.

Ferreti, G., Magnani, G. e Rocco, P. (1995). On the stability of the integral force control in case of contact with stiff surfaces, *Transactions of the ASME - Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control* **117**(4): 547–553.

Gao, W. e Hung, J. C. (1993). Variable structure control of nonlinear systems: A new approach, *IEEE Transactions Industrial Electronics* **40**(1): 45–55.

Gorinevsky, D. M., Formalsky, A. M. e Schneider, A. Y. (1997). *Force Control of Robotics Systems*, CRC Press, Inc.

Guenther, R. e Hsu, L. (1993). Variable structure adaptive cascade control of rigid-link electrically-driven robot manipulators, *Proceedings IEEE 32nd CDC*, pp. 2137–2142.

Hsu, L. e Costa, R. R. (1996). Adaptive control with sliding modes: Theory and applications, *Anais do XI Congresso Brasileiro de Automática (Minicurso)*, Vol. I, pp. 39–60.

Hung, J. Y., Gao, W. e Hung, J. C. (1993). Variable structure control: A survey, *IEEE Transactions Industrial Electronics* **40**(1): 2–22.

Jinno, M., Ozaki, F., Yoshimi, T., Tatsuno, K., Takahashi, M., Kanda, M., Tamada, Y. e Nagataki, S. (1995). Development of a force controlled robot for grinding, chamfering and polishing, *IEEE International Conference on Robotics and Automation*, pp. 1455–1460.

Lewis, F. L., Abdallah, C. T. e Dawson, D. M. (1993). *Control of Robot Manipulators*, Macmillan Publishing Company.

McClamroch, N. H. e Wang, D. (1988). Feedback stabilization and tracking of constrained robots, *IEEE Transactions on Automatic Control* **33**(5): 419–426.

Moura, J. T., Elmali, H. e Olgac, N. (1997). Sliding mode control with sliding perturbation observer, *Transactions of the ASME - Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control* **119**: 657–665.

Raibert, M. H. e Craig, J. J. (1981). Hybrid position/force control of manipulators, *Transactions of the ASME - Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control* **102**(3): 126–133.

Rocco, P. (1996). Stability of pid control of industrial robot arms, *IEEE Transactions on Robotics and Automation* **12**(4): 606–614.

Slotine, J.-J. E. e Sastry, S. S. (1983). Tracking control of nonlinear systems using sliding surfaces, with application to robot manipulators, *International Journal of Control* **38**(2): 465–492.

Spong, M. W. e Vidyasagar, M. (1989). *Robot Dynamics and Control*, John Wiley & Sons.

Su, C.-Y., Leung, T.-P. e Zhou, Q. J. (1992). Force/motion control of constrained robots using sliding mode, *IEEE Transactions on Automatic Control* **37**(5): 668–672.

Su, C.-Y., Stepanenko, Y. e Leung, T.-P. (1995). Combined adaptive and variable structure control for constrained robots, *Automática* **31**(3): 483–488.

Tian, L. e Goldenberg, A. A. (1996). A unified approach to motion and force control of flexible joint robots, *IEEE International Conference on Robotics and Automation*, pp. 1116–1120.

Utkin, V. I. (1992). *Sliding Modes in Control and Optimization*, Springer-Verlag.

Volpe, R. A. (1990). *Real and Artificial Forces in the Control of Manipulators: Theory and Experiments*, Ph.D. Thesis, Carnegie Mellon University, Pittsburgh.

Whitcomb, L. L., Arimoto, S., Naniwa, T. e Ozaki, F. (1997). Adaptive model-based hybrid control of geometrically constrained robot arms, *IEEE Transactions on Robotics and Automation* **13**(1): 105–116.

Wilfinger, L. S., Wen, J. T. e Murphy, S. (1994). Integral force control with robustness enhancement, *IEEE Control Systems Magazine*, pp. 31–40.

Yao, B. e Tomizuka, M. (1995). Robust adaptive constrained motion and force control of manipulators with guaranteed transient performance, *IEEE International Conference on Robotics and Automation*, pp. 893–898.

Yoshikawa, T. (1987). Dynamic hybrid position/force control of robot manipulators - description of hand constraints and calculation of joint driving force, *IEEE Journal of Robotics and Automation* **3**(5): 386–392.

Young, K. D., Utkin, V. I. e Ozguner, U. (1999). A control engineer's guide to sliding mode control, *IEEE Transactions on Control Systems Technology* **7**(3): 328–342.

Zuhars, J. e Hsia, T. C. (1995). Nonhomogeneous material milling using a robot manipulator with force controlled velocity, *IEEE International Conference on Robotics and Automation*, pp. 1461–1467.