# FLUXO DE POTÊNCIA TRIFÁSICO POR INJEÇÃO DE CORRENTE: PARTE 2 - CONTROLES E DISPOSITIVOS FACTS

Paulo A. N. Garcia

José L. R. Pereira

Sandoval Carneiro Jr.

pgarcia@lacee.ufjf.br

jluiz@lacee.ufjf.br

sandoval@dee.ufrj.br

COPPE/UFRJ, Caixa Postal 68504, Rio de Janeiro, RJ, Brasil. UFJF, Faculdade de Engenharia, Juiz de Fora, MG, Brasil. COPPE/UFRJ, Caixa Postal 68504, Rio de Janeiro, RJ, Brasil.

**RESUMO** – Neste trabalho é apresentado o desenvolvimento matemático de modelos para compensadores estáticos de reativo - CER, regulador de tensão e capacitores série controlados por tiristores - CSCT para aplicação no fluxo de potência trifásico por injeção de corrente - MICT. MICT é uma formulação esparsa que adota o método de Newton Raphson sendo as equações escritas em coordenadas retangulares resultando assim em uma matriz jacobiana ( $6n \times 6n$ ), conforme apresentado na Parte 1 deste trabalho (N. et al., 2000). A representação dos controles requer equações adicionais para incorporar a relação entre a ação de cada controle e as respectivas variáveis controladas resultando em uma matriz jacobiana aumentada. Sistemas de distribuição reais são testados e a eficiência da modelagem proposta é demostarada.

**Palavras Chaves:** Fluxo de Potência Desequilibrado, Método de Injeção de Correntes, Sistemas de Distribuição, Controle de Tensão, Representação de Controles.

**ABSTRACT** – This paper presents the development of mathematical models for CER, for voltage regulator and for TCSC that are suitable to be used with the three-phase current injection method - TCIM power flow. TCIM is a sparse Newton method where the equations are written in rectangular coordinates resulting in a  $6n \times 6n$  jacobian matrix and has been described in Part 1 of this work (N. et al., 2000). The representation of a control device requires additional equations to incorporate the relationship between each control action and the controlled variable, resulting in an augmented jacobian matrix. Practical distribution systems are tested and the effectiveness of the proposed formulation is demonstrated.

**Keywords:** Unbalanced Power Flow, Current Injection Method, Distribution Systems, Voltage Control, Control Representation.

## 1 INTRODUÇÃO

A crescente penetração da informática em todas as atividades econômicas, a automação de linhas de produção juntamente com complexos processos industriais, vêm tornando crescentes as exigências dos consumidores em relação a qualidade e a confiabilidade dos serviços de distribuição de energia elétrica (M. and D., 1996). Assim sendo, com os recentes desenvolvimentos da eletrônica de potência, a aplicação de novos equipamentos como *FACTS* e de sistemas de controle e automação em sistemas de distribuição vêm atender estas novas demandas dos consumidores. Desta forma o desenvolvimento de novos algoritmos e modelos, seja para operação em tempo real ou para planejamento dos sistemas, é de grande importância para o setor de distribuição de energia elétrica.

Em (C.S. and D., 1995), objetivando a análise em tempo real, foi apresentada uma formulação trifásica para o fluxo de potência proposto em (et al, 1988). Em (E. and Y., 1999; R. et al., 1997) métodos para regulação da tensão otimizando a operação de reguladores de tensão e capacitores chaveados são descritos. Em (H. et al., 1999) apresentou-se um modelo trifásico para CER e foi proposto o uso deste equipamento para melhorar o desequilíbrio entre fases através da redução da corrente de sequência negativa.

No presente trabalho modelos para CER, regulador de tensão e CSCT são incorporados ao fluxo de potência trifásico por injeção de corrente - MICT (N. et al., n.d.; N. et al., 2000). A formulação adotada requer a inclusão na matriz jacobiana de novas equações que representem a relação entre a ação de cada controle e as respectivas variáveis controladas, o que resulta em uma matriz jacobiana aumentada. São realizados testes em sistemas de distribuição e verifica-se a eficiência da modelagem proposta.

## 2 FORMULAÇÃO MATEMÁTICA PARA REP-RESENTAÇÃO DOS CONTROLES

Para representação dos controles adota-se um sistema de equações aumentado, ou seja, incorpora-se na matriz jacobina original novas equações que representam a relação entre a ação

<sup>&</sup>lt;sup>0</sup>Artigo submetido em 10/07/00 1a. Revisão em 16/05/01;

Aceito sob recomendação do Ed. Cons. Prof. Dr. Jorge Coelho

do controle e a respectiva variável controlada. O sistema de equações lineares resultante é definido da seguinte forma:

$$\begin{bmatrix} \Delta I_{m}^{abc} \\ \Delta I_{r}^{abc} \\ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{J} & \frac{\partial \Delta \mathbf{I}_{m}^{abc}}{\partial \mathbf{u}^{abc}} \\ \frac{\partial \Delta \mathbf{I}_{r}^{abc}}{\partial \mathbf{u}^{abc}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta V_{r}^{abc} \\ \Delta V_{r}^{abc} \\ \frac{\partial \Delta \mathbf{I}_{r}^{abc}}{\partial \mathbf{u}^{abc}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta V_{n}^{abc} \\ \Delta V_{m}^{abc} \\ \frac{\partial \Delta \mathbf{I}_{r}^{abc}}{\partial \mathbf{u}^{abc}} \end{bmatrix}$$
(1)

Onde J é a matriz jacobiana original (considerando somente barras PQ) (N. et al., 2000), Z uma função que representa a ação do controle sobre a variável u, sendo definida por:

$$Z = f(V_r^{abc}, V_m^{abc}, u^{abc})$$

$$\tag{2}$$

Seguindo esta filosofia apresenta-se a seguir as formulações para os diversos tipos de controle.

#### Compensador Estático de Reativo 3

A Figura 1 mostra a topologia básica de um compensador estático de potência reativa (CER) formado pela conexão de um reator controlado a tiristor (RCT) em paralelo com um capacitor fixo (CF). Através do controle dos ângulos de disparo dos tiristores do RCT, uma potência reativa continuamente variável, desde capacitiva até indutiva, pode ser injetada no sistema (H. et al., 1998; G. and L., 1999).

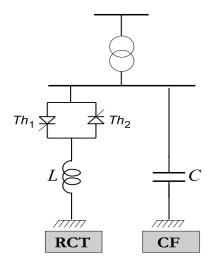


Figure 1: Topologia de um CER

No presente trabalho adotou-se o modelo de injeção de potência reativa descrito em (W, 1994; P., 1994) para representação de CERs. A característica em regime permanente deste equipamento é ilustrada pela Figura 2.

Na Figura 2, a tensão  $V_0$  é o valor da tensão quando a potência reativa injetada pelo CER é nula. As tensões  $V^{max}$  e  $V^{min}$  determinam as possíveis regiões de operação do CER. Quando a tensão da barra de conexão é inferior ao valor  $V^{min}$ tem-se que os tiristores do RCT estão bloqueados e o CERopera na região capacitiva. No outro extremo, quando a tensão do sistema é maior que a tensão  $V^{max}$ , o ângulo de disparo dos tiristores é mínimo e o SVC opera na região indu-

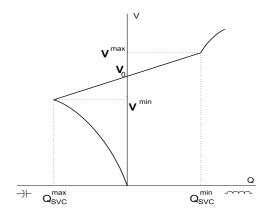


Figure 2: Característica V-Q do SVC

tiva. Portanto, quando a tensão de operação estiver compreendida entre  $V^{max}$  e  $V^{min}$  o CER opera na região controlável e têm seu comportamento definido por uma reta (H. et al., 1998). A inclinação  $(X_{SL})$  da reta localizada na região controlável  $(V^{min} \leq V^{svc} \leq V^{max})$  assim como  $V_0$  são definidos matematicamente da seguinte forma:

$$X_{SL} = \frac{V_k^{min} - V_k^{max}}{Q_{svc}^{max} - Q_{svc}^{min}} \tag{3}$$

$$V_{0} = \frac{V_{k}^{max} Q_{svc}^{max} - V_{k}^{min} Q_{svc}^{min}}{Q_{svc}^{max} - Q_{svc}^{min}}$$
(4)

Desta forma as equações de controle variam de acordo com a região de operação do CER. Dependendo do nível de tensão onde o CER é instalado o mesmo pode ser conectado diretamente ou através de um transformador de conexão, à barra de tensão controlada. A Figura 3 ilustra ambas as conexões.

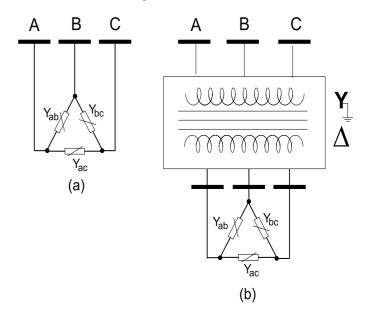


Figure 3: (a) CER conectado diretamente à barra de tensão controlada. (b) CER conectado à barra de tensão controlada através de um transformador.

Considerando o modelo mostrado na Figura 3b, ou seja, um CER conectado na barra k controlando remotamente a tensão na fase s (s = a, b, c) da barra j, as correspondentes equações são dadas por:

A ação do CER na região controlável é definida pela equação da reta com inclinação  $X_{SL}$  ilustrada na Figura 2, e é dada por:

$$V_i^s = V_0 + X_{SL} Q_{svc}^s \tag{5}$$

onde:

 $s = \{a, b, c\}$ 

 $V_i^s$ : Módulo da tensão na fase s da barra j.

 $Q_{svc}^s$ : Potência reativa injetada na fase s pelo CER.

Reescrevendo (5) em coordenadas retangulares, obtém-se:

$$[(V_{r_i}^s)^2 + (V_{m_i}^s)^2]^{\frac{1}{2}} = V_0 + X_{SL}Q_{svc}^s$$
(6)

Linearizando a Equação (6) tem-se:

$$\Delta f_1^s = \frac{\partial f_1^s}{\partial V_{r_j}^s} \Delta V_{r_j}^s + \frac{\partial f_1^s}{\partial V_{m_j}^s} \Delta V_{m_j}^s + \frac{\partial f_1^s}{\partial V_{r_k}^s} \Delta V_{r_k}^s + (7)$$

$$+ \frac{\partial f_1^s}{\partial V_{r_j}^s} \Delta V_{r_k}^s + \frac{\partial f_1^s}{\partial Q_{SVC_i}^s} \Delta Q_{SVC_k}^s$$

onde:

$$\frac{\partial f_1^s}{\partial V_{r_i}^s} = -\frac{V_{r_j}^s}{[(V_{r_i}^s)^2 + (V_{m_i}^s)^2]^{\frac{1}{2}}}$$
(8)

$$\frac{\partial f_1^s}{\partial V_{m_j}^s} = -\frac{V_{m_j}^s}{[(V_{r_j}^s)^2 + (V_{m_j}^s)^2]^{\frac{1}{2}}} \tag{9}$$

$$\frac{\partial f_1^s}{\partial V_{r_h}^s} = 0 \tag{10}$$

$$\frac{\partial f_1^s}{\partial V_2^s} = 0 \tag{11}$$

$$\frac{\partial f_1^s}{\partial Q_{svc}^s} = X_{SL} \tag{12}$$

O resíduo  $\Delta f_1^s$  é recalculado para cada iteração da seguinte forma:

$$\Delta f_1^s = V_0 + X_{SL} Q_{svc}^s - [(V_{r_s}^s)^2 + (V_{m_s}^s)^2]^{\frac{1}{2}}$$
 (13)

## • Região Não Controlável Capacitiva: $(V_k^{svc} \leq V_k^{min})$

Nesta região o CER não possui mais capacidade de controle da tensão  $V_j^s$ , comportando-se como um capacitor em derivação. A potência injetada, em função da tensão em coordenadas retangulares, é dada por:

$$Q_{svc}^{s} = B_{max}[(V_{r_k}^{s})^2 + (V_{m_k}^{s})^2]$$
 (14)

Linearizando (14) de maneira análoga a (7), tem-se as seguintes derivadas parciais:

$$\frac{\partial f_2^s}{\partial V_{r_j}^s} = 0 \tag{15}$$

$$\frac{\partial f_2^s}{\partial V_m^s} = 0 \tag{16}$$

$$\frac{\partial f_2^s}{\partial V_{r_k}^s} = 2B_{max}V_{r_k}^s \tag{17}$$

$$\frac{\partial f_2^s}{\partial V_{m_k}^s} = 2B_{max}V_{m_k}^s \tag{18}$$

$$\frac{\partial f_2^s}{\partial Q_{svc}^s} = -1 \tag{19}$$

onde  $\Delta f_2^s$  é definido por:

$$\Delta f_2^s = B_{max} (V_k^s)^2 - Q_{suc}^s \tag{20}$$

## • Região Não Controlável Indutiva: $(V_k^{svc} \ge V_k^{max})$

Nesta região o CER também não possui capacidade de controle, comportando-se porém como um indutor em derivação. A potência injetada é dada por:

$$I_{svc}^s = B_{max}[(V_{r_k}^s)^2 + (V_{m_k}^s)^2]$$
 (21)

Adotando procedimento similar aos anteriores, obtém-se as seguintes derivadas parciais:

$$\frac{\partial f_3^s}{\partial V_{r_i}^s} = 0 {(22)}$$

$$\frac{\partial f_3^s}{\partial V_{m_i}^s} = 0 (23)$$

$$\frac{\partial f_3^s}{\partial V_{k_m}^s} = 2B_{min}V_{r_k}^s \tag{24}$$

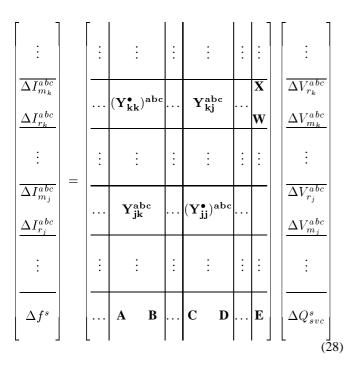
$$\frac{\partial f_3^s}{\partial V_{\nu}^s} = 2B_{min}V_{m_k}^s \tag{25}$$

$$\frac{\partial f_3^s}{\partial Q^s} = -1 \tag{26}$$

onde  $\Delta f_3^s$  é dado por:

$$\Delta f_3^s = B_{min}[(V_{r_k}^s)^2 + (V_{m_k}^s)^2] - Q_{svc}^s \tag{27}$$

Assim sendo, considerando um sistema contendo um CER conectado na barra k controlando a tensão na barra j, o sistema de equações lineares dado pela Equação (1) toma a seguinte forma:



Os elementos  ${\bf X}$  e  ${\bf W}$  são submatrizes diagonais (3 × 3) cujos elementos correspondem às derivadas parciais de  $\Delta I^s_{m_k}$  e  $\Delta I^s_{r_k}$  em relação à nova variável de estado  $Q^s_{SVC}$ , e são dados por:

$$x^{s} = \frac{\partial \Delta I_{m_{k}}^{s}}{\partial Q_{SVC}^{s}} = -\frac{V_{r_{k}}^{s}}{(V_{r_{k}}^{s})^{2} + (V_{M_{s}}^{s})^{2}}$$
(29)

$$w^{s} = \frac{\partial \Delta I_{r_{k}}^{s}}{\partial Q_{SVC}^{s}} = \frac{V_{m_{k}}^{s}}{(V_{r_{k}}^{s})^{2} + (V_{M_{k}}^{s})^{2}}$$
(30)

Os elementos das submatrizes diagonais  $(3 \times 3)$  A, B, C, D e E são determinados pelas equações (8) a (12) para região controlável, (15) a (19) para região não controlável capacitiva e (22) a (26) para região não controlável indutiva. Os elementos dos vetores de resíduos  $\Delta f^s$  são determinados pelas equações (13), (20) e (27) para as regiões controlada, não controlada capacitiva e não controlada indutiva respectivamente.

#### 4 REGULADORES DE TENSÃO

Reguladores de tensão são considerados basicamente como autotransformadores com comutação automática de tap no enrolamento série conforme mostrado na Figura 4. Neste equipamento, dependendo da posição da chave reversora (CR), a tensão induzida no enrolamento série é adicionada ou subtraída da tensão primária (P, 1994).

No presente trabalho, reguladores de tensão são representados por unidades monofásicas conectadas em Y (C.S. and D., 1995). Cada unidade é modelada como uma impedância em série com um transformador ideal com taps no secundário. O circuito  $\pi$  equivalente para um regulador é mostrado na Figura 5.

Os elementos  $A_{ij}$ ,  $B_{ij}$  e  $C_{ij}$  são matrizes diagonais  $3 \times 3$  cujos elementos são definidos por:

$$A_{ij}^s = a_{ij}^s y_{ij}^{ss} (31)$$

$$B_{ij}^s = a_{ij}^s (a_{ij}^s - 1) y_{ij}^{ss} (32)$$

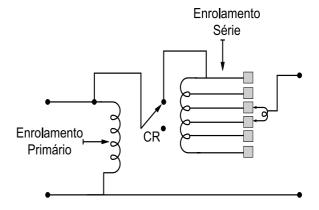


Figure 4: Diagrama esquemático de um Regulador de Tensão

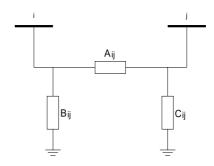


Figure 5: Circuito  $\pi$  de um regulador de tensão

$$C_{ij}^s = (1 - a_{ij}^s) y_{ij}^{ss} (33)$$

onde:

 $s = \{a, b, c\}$ 

 $y_{ij}^{ss}=g_{ij}^{ss}+jb_{ij}^{ss}$ : Admitância série do regulador de tensão.  $a_{ij}^{s}$ : Posição do tap do regulador de tensão da fase s.

Considerando então uma barra onde a potência ativa P, a potência reativa Q e o módulo da tensão V são especificados, três novas variáveis de estado,  $a^a_{ij}$ ,  $a^b_{ij}$  e  $a^c_{ij}$  são usadas para controlar a tensão nas fases a, b, e c respectivamente. Esta barra é definida como do tipo PQV e pode ser controlada remotamente. A correspondente equação de controle é definida por:

$$(V_k^s)^2 = (V_{r_k}^s)^2 + (V_{m_k}^s)^2$$
(34)

Linearizando:

$$\Delta V_k^s = \frac{V_{r_k}^s}{V_L^s} \Delta V_{r_k}^s + \frac{V_{m_k}^s}{V_L^s} \Delta V_{m_k}^s$$
 (35)

sendo  $\Delta V_k^s$  atualizado a cada iteração por:

$$\Delta V_k^s = (V_k^s)^{sp} - (V_k^s)^{calc} \tag{36}$$

onde  $(V_k^s)^{sp}$  é a tensão especificada e:

$$(V_k^s)^{calc} = \sqrt{(V_{r_k}^s)^2 + (V_{m_k}^s)^2}$$
 (37)

Desta forma, para um sistema com um regulador de tensão conectado entre as barras i e j, controlando a tensão na barra k do tipo PQV, a equação (1) toma a seguinte forma:

$\begin{array}{ c c } \vdots \\ \hline \Delta I_{m_i}^{abc} \end{array}$	:	:		:		:			$\frac{\vdots}{\Delta V_{r_i}^{abc}}$	
$\frac{\Delta I_{m_i}}{\Delta I_{r_i}^{abc}}$		$(\mathbf{Y}_{\mathrm{ii}}^{ullet})^{\mathtt{abc}}$		$\mathbf{Y}^{\mathtt{abc}}_{\mathtt{ij}}$		Yabc ik		x	$\frac{\Delta V_{r_i}^{abc}}{\Delta V_{m_i}^{abc}}$	
:	:	:	:	:	:	:			:	
$\frac{\Delta I_{m_j}^{abc}}{\Delta I_{r_j}^{abc}}$		$Y_{ji}^{ m abc}$		$(\mathbf{Y}_{\mathbf{j}\mathbf{j}}^{ullet})^{\mathtt{abc}}$		$Y_{jk}^{ m abc}$		Y	$\frac{\Delta V_{r_j}^{abc}}{\Delta V_{m_j}^{abc}}$	(38)
:	:	:	:	:		:	:	:	:	
$\frac{\Delta I_{m_k}^{abc}}{\Delta I_{r_k}^{abc}}$		$Y_{ki}^{abc}$		$Y_{kj}^{ m abc}$		$(\mathbf{Y}_{\mathbf{k}\mathbf{k}}^{ullet})^{\mathtt{abc}}$			$\frac{\Delta V_{r_k}^{abc}}{\Delta V_{m_k}^{abc}}$	
:		:		:		:			:	
$\left[ {\Delta V_k^{abc}} \right]$	_ 					Z		_	$\left[\begin{array}{c} \\ \Delta a_{ij}^{abc} \end{array}\right]$	

onde:

$$\Delta V_k^{abc} = \begin{bmatrix} \Delta V_k^a \\ \Delta V_k^b \\ \Delta V_k^c \end{bmatrix} \tag{39}$$

$$\Delta a_{ij}^{abc} = \begin{bmatrix} \Delta a_{ij}^a \\ \Delta a_{ij}^b \\ \Delta a_{ij}^c \end{bmatrix} \tag{40}$$

$$X = \begin{bmatrix} \frac{\partial \Delta I_{m_i}}{\partial a_{ij}^a} & & & \\ & \frac{\partial \Delta I_{m_i}^b}{\partial a_{ij}^b} & & & \\ & \frac{\partial \Delta I_{m_i}^c}{\partial a_{ij}^a} & & & \frac{\partial \Delta I_{m_i}^c}{\partial a_{ij}^c} \\ & & \frac{\partial \Delta I_{r_i}^b}{\partial a_{ij}^b} & & & \frac{\partial \Delta I_{r_i}^c}{\partial a_{ij}^c} \end{bmatrix}$$

$$(41)$$

$$Y = \begin{bmatrix} \frac{\partial \Delta I_{m_j}}{\partial a_{ij}^a} & & & \\ & \frac{\partial \Delta I_{m_j}^b}{\partial a_{ij}^b} & & & \\ & \frac{\partial \Delta I_{r_j}^c}{\partial a_{ij}^a} & & & \\ & \frac{\partial \Delta I_{r_j}^c}{\partial a_{ij}^a} & & & \\ & \frac{\partial \Delta I_{r_j}^c}{\partial a_{ij}^b} & & & \\ & & \frac{\partial \Delta I_{r_j}^c}{\partial a_{ij}^b} & & & \\ & & \frac{\partial \Delta I_{r_j}^c}{\partial a_{ij}^c} & & & \\ & & & \frac{\partial \Delta I_{r_j}^c}{\partial a_{ij}^c} & & \\ \end{bmatrix}$$

$$(42)$$

$$Z = \begin{bmatrix} \frac{V_{r_k}^a}{V_k^a} & \frac{V_{m_k}^a}{V_k^a} \\ \frac{V_{r_k}^b}{V_k^b} & \frac{V_{m_k}^b}{V_k^b} \\ \frac{V_{r_k}^c}{V_k^c} & \frac{V_{m_k}^c}{V_k^c} \end{bmatrix}$$
(43)

Os elementos das matrizes X e Y nas equações (41) e (42), são determinados por:

$$\frac{\partial \Delta I_{m_i}^s}{\partial a_{ij}^s} = g_{ij}^{ss} V_{m_j}^s + b_{ij}^{ss} V_{r_j}^s + 2a_{ij}^s (g_{ij}^{ss} V_{m_i}^s + b_{ij}^{ss} V_{r_i}^s) \tag{44}$$

$$\frac{\partial \Delta I_{r_i}^s}{\partial a_{i:}^s} = g_{ij}^{ss} V_{r_j}^s - b_{ij}^{ss} V_{m_j}^s + 2a_{ij}^s (g_{ij}^{ss} V_{r_i}^s - b_{ij}^{ss} V_{m_i}^s) \tag{45}$$

$$\frac{\partial \Delta I_{m_j}^s}{\partial a_{ij}^s} = g_{ij}^{ss} V_{m_i}^s + b_{ij}^{ss} V_{r_i}^s + 2a_{ij}^s (g_{ij}^{ss} V_{m_j}^s + b_{ij}^{ss} V_{r_j}^s) \tag{46}$$

$$\frac{\partial \Delta I_{r_j}^s}{\partial a_{ij}^s} = g_{ij}^{ss} V_{r_i}^s - b_{ij}^{ss} V_{m_i}^s + 2a_{ij}^s (g_{ij}^{ss} V_{r_j}^s - b_{ij}^{ss} V_{m_j}^s)$$
(47)

O desenvolvimento acima corresponde ao regulador de tensão operando no modo controle remoto. Caso este opere no modo controle local, ou seja, para um regulador de tensão conectado entre as barras i e j controlando a tensão em j, a submatriz Zem (38) terá sua posição trocada da coluna k para a coluna j da matriz jacobiana.

Transformadores com tap variável (LTC) são incorporados ao MICT adotando-se o mesmo procedimento usado para os reguladores de tensão. Os modelos usados para LTCs são descritos em (et al, 1991) e como são considerados os acoplamentos mútuos as equações (41) e (42) possuem todos elementos diferentes de zero.

#### CAPACITORES SÉRIE CONTROLADOS A 5 **TIRISTOR - CSCT**

A Figura 6 mostra o diagrama esquemático de um capacitor série controlado por tiristores (CSCT). Este circuito é semelhante ao CER da Figura 1, sendo neste caso conectado em série com a linha. Desse modo, o valor da reatância equivalente série do compensador pode ser controlado continuamente através da variação do ângulo de disparo dos tiristores (H. et al., 1998; G. and L., 1999).

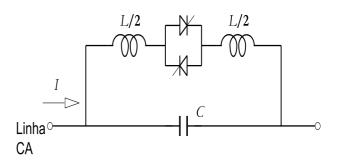


Figure 6: Topologia de um CER

Capacitores série controlados a tiristor (CSCT) foram inicialmente desenvolvidos para controlar o fluxo de potência, bem como para reduzir oscilações dinâmicas dos sistemas de transmissão CA. Todavia, com os recentes avanços tecnológicos, estes equipamentos vem sendo usados no controle de tensão em sistemas de distribuição. Ambas alternativas são analizadas no presente trabalho.

Considerando inicialmente um CSCT controlando a tensão, a modelagem deste equipamento é desenvolvida de maneira análoga ao procedimento adotado para reguladores de tensão. Porém neste caso, considera-se a susceptância série  $(b_{ij}^s)$  como variável de estado em substituição à posição do tap  $(a_{ij}^s)$ . Conforme mostrado para reguladores de tensão, a equação de controle da tensão, na sua forma linearizada, é dada por (35).

Portanto para um sistema genérico possuindo um CSCT conectado entre as barras i e j controlando a tensão na barra k do tipo PQV, a equação (1) tem a mesma estrutura apresentada em (38) com as seguintes diferenças:

(i) As submatrizes X e Y são dadas por:

$$X = \begin{bmatrix} \frac{\partial \Delta I_{m_i}^a}{\partial b_{ij}^{aa}} & & & \\ & \frac{\partial \Delta I_{m_i}^b}{\partial b_{ij}^{bb}} & & & \\ & \frac{\partial \Delta I_{r_i}^a}{\partial b_{ij}^{aa}} & & \frac{\partial \Delta I_{m_i}^c}{\partial b_{ij}^{cc}} \\ & \frac{\partial \Delta I_{r_i}^a}{\partial b_{ij}^{bb}} & & & \\ & & \frac{\partial \Delta I_{r_i}^c}{\partial b_{ij}^{bb}} & & & \\ & & & \frac{\partial \Delta I_{r_i}^c}{\partial b_{ij}^{cc}} \end{bmatrix}$$

$$(48)$$

$$Y = \begin{bmatrix} \frac{\partial \Delta I_{m_j}^a}{\partial b_{ij}^a} & & & \\ & \frac{\partial \Delta I_{m_j}^b}{\partial b_{ij}^a} & & & \\ & \frac{\partial \Delta I_{m_j}^c}{\partial b_{ij}^a} & & & \\ \frac{\partial \Delta I_{r_j}^a}{\partial b_{ij}^a} & & \frac{\partial \Delta I_{m_j}^c}{\partial b_{ij}^c} & & \\ & & \frac{\partial \Delta I_{r_j}^b}{\partial b_{ij}^b} & & & \\ & & \frac{\partial \Delta I_{r_j}^c}{\partial b_{ij}^c} & & & \\ \end{bmatrix}$$

$$(49)$$

onde:

$$\frac{\partial \Delta I_{m_i}^s}{\partial b_{ij}^{ss}} = V_{r_j}^s - V_{r_i}^s \tag{50}$$

$$\frac{\partial \Delta I_{r_i}^s}{\partial b_{ij}^{ss}} = V_{m_i}^s - V_{m_j}^s \tag{51}$$

$$\frac{\partial \Delta I_{m_j}^s}{\partial b_{ij}^{ss}} = V_{r_i}^s - V_{r_j}^s \tag{52}$$

$$\frac{\partial \Delta I_{r_j}^s}{\partial b_{ij}^{ss}} = V_{m_j}^s - V_{m_i}^s \tag{53}$$

(ii) A variável de estado  $\Delta a_{ij}^{abc}$  em (38) é substituída por:

$$\Delta b_{ij}^{abc} = \begin{bmatrix} \Delta b_{ij}^{aa} \\ \Delta b_{ij}^{bb} \\ \Delta b_{ij}^{cc} \end{bmatrix}$$
 (54)

onde  $(b_{ij}^{ss})$  é susceptância série do ram i-j.

Analizando agora o CSCT, instalado no ramo i-j, controlando o fluxo de potência no própio ramo, a equação de controle é dada por:

$$\Delta P_{ij}^{s} = (P_{ij}^{s})^{sp} - (P_{ij}^{s})^{calc} \tag{55}$$

onde  $(P^s_{ij})^{sp}$  é a potência ativa especificada para a fase s (s=a,b,c) do ramo i-j;  $(P^s_{ij})^{calc}$  é a potência ativa calculada para a fase s do ramo i-j, ou seja, a potência ativa que flui pelo equipamento. Desconderando o acoplamento mútuo entre entre os capacitores,  $(P^s_{ij})^{calc}$  é definido por:

$$(P_{ij}^s)^{calc} = g_{ij}^s [(V_{r_i}^s)^2 + (V_{m_i}^s)^2] - g_{ij}^s (V_{r_i}^s V_{r_j}^s + V_{m_i}^s V_{m_j}^s) - b_{ij}^s (V_{m_i}^s V_{r_j}^s - V_{r_i}^s V_{m_j}^s)$$
 (56)

Linearizando (55), tem-se:

$$\Delta P_{ij}^{s} = -\frac{\partial P_{ij}^{s}}{\partial V_{r_{i}}^{s}} \Delta V_{r_{i}}^{s} - \frac{\partial P_{ij}^{s}}{\partial V_{m_{i}^{s}}} \Delta V_{m_{i}}^{s} - \frac{\partial P_{ij}^{s}}{\partial V_{r_{j}^{s}}^{s}} \Delta V_{r_{j}}^{s}$$

$$- \frac{\partial P_{ij}^{s}}{\partial V_{m_{i}^{s}}} \Delta V_{m_{j}}^{s} - \frac{\partial P_{ij}^{s}}{\partial b_{ij}^{ss}} \Delta b_{ij}^{ss}$$
(57)

onde:

$$\frac{\partial P_{km}^s}{\partial V_{r_i}^s} = 2g_{ij}^{ss} V_{r_i}^s - g_{ij}^{ss} V_{r_j} - b_{ij}^{ss} V_{m_j}$$
 (58)

$$\frac{\partial P_{km}^s}{\partial V_{m_i}^s} = 2g_{ij}^{ss} V_{m_i}^s - g_{ij}^{ss} V_{m_j} - b_{ij}^{ss} V_{r_j}$$
 (59)

$$\frac{\partial P_{km}^s}{\partial V_{r_i}^s} = -g_{ij}^{ss} V_{r_i}^s - b_{ij}^{ss} V_{m_i}^s \tag{60}$$

$$\frac{\partial P_{km}^s}{\partial V_{r_i}^s} = -g_{ij}^{ss} V_{m_i}^s + b_{ij}^{ss} V_{r_i}^s \tag{61}$$

$$\frac{\partial P_{km}^s}{\partial b_{i,i}^{ss}} = V_{r_i}^s V_{m_j}^s - V_{m_i}^s V_{r_j}^s \tag{62}$$

O elemento  $g_{ij}^{ss}$ , nas Equações (58) a (61), é a condutância série da fase s do ramo i-j.

Assumindo então que um CSCT é usado para controlar o fluxo de potência ativa no ramo i-j, a equação (1) é dada por:

As submatrizes X e Y são dadas em (48) e (49) e as submatrizes Z, U e W por:

$$Z = \begin{bmatrix} -\frac{\partial P_{km}^{a}}{\partial V_{r_{i}}^{a}} & -\frac{\partial P_{km}^{a}}{\partial V_{m_{i}}^{a}} \\ -\frac{\partial P_{km}^{b}}{\partial V_{r_{i}}^{b}} & -\frac{\partial P_{km}^{b}}{\partial V_{m_{i}}^{b}} \\ -\frac{\partial P_{km}^{c}}{\partial V^{c}} & -\frac{\partial P_{km}^{c}}{\partial V^{c}} \end{bmatrix}$$
(64)

$$U = \begin{bmatrix} -\frac{\partial P_{km}^{a}}{\partial V_{r_{j}}^{a}} & -\frac{\partial P_{km}^{a}}{\partial V_{m_{j}}^{a}} \\ -\frac{\partial P_{km}^{b}}{\partial V_{r_{j}}^{c}} & -\frac{\partial P_{km}^{b}}{\partial V_{m_{j}}^{c}} \\ -\frac{\partial P_{km}^{c}}{\partial V_{r_{j}}^{c}} & -\frac{\partial P_{km}^{c}}{\partial V_{m_{j}}^{c}} \end{bmatrix}$$
(65)

$$W = \begin{bmatrix} -\frac{\partial P_{km}^{a}}{\partial b_{ij}^{aa}} \\ -\frac{\partial P_{km}^{b}}{\partial b_{ij}^{bb}} \\ -\frac{\partial P_{km}^{c}}{\partial b_{ii}^{cc}} \end{bmatrix}$$
(66)

onde os elementos das matrizes Z, U e W são determinados pelas Equações (58) a (62).

#### 6 RESULTADOS

As formulações desenvolvidas para os diversos tipos de equipamentos foram testadas usando o sistema de distribuição real descrito na Parte 1 deste trabalho (N. et al., 2000). A seguir apresenta-se e discute-se os resultados obtidos para cada modelo apresentado.

#### 6.1 SVC

Um CER foi conectado ao sistema teste através de um transformador  $\Delta-Y$  localizado entre a barra 18 e uma nova barra, barra 38, conforme ilustra a Figura 7. Desta forma o CER localizado nesta nova barra controla a tensão remotamente na barra 18.

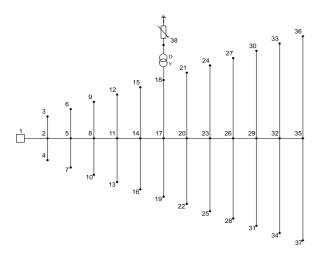


Figure 7: Topologia do sistema teste

As Tabelas 1 e 2 mostram os resíduos máximos de potência ativa e reativa durante o processo iterativo, para o CER desconectado e conectado ao sistema respectivamente. A tensão na barra 18, que era de 0.9537 pu sem o CER, foi controlada em 0.9977 pu, já a tensão na barra 38 ficou em 1.0165 pu.

Iteration	$ \Delta P_k^s ^{max}$	$ \Delta Q_k^s ^{max}$
0	0.0045	0.0028
1	0.0061	0.0010
2	$1.27 \times 10^{-4}$	$2.00 \times 10^{-4}$
3	$4.24 \times 10^{-8}$	$5.26 \times 10^{-9}$

Table 1: Característica de convergência na ausência do CER

Iteration	$ \Delta P_k^s ^{max}$	$ \Delta Q_k^s ^{max}$
0	0.0045	0.0028
1	0.0061	$2.74 \times 10^{-4}$
2	$1.2765 \times 10^{-4}$	$4.46 \times 10^{-4}$
3	$3.85 \times 10^{-8}$	$5.97 \times 10^{-7}$

Table 2: Característica de convergência na presença do CER

### 6.1.1 Característica de Convergência

Para ilustrar as características de convergência nas três regiões de operação do CER, adotou-se o sistema mostrado na Figura 8 como exemplo. A Tabela 3 mostra a variação da tensão nas barras do sistema para diversos níveis de carregamento da barra 4 assim como o número de iterações e a região de operação do CER. Para os três primeiros testes o CER operou na região não controlável capacitiva (RNCC), nos quatro testes intermediários operou na região controlável (RC) e nos últimos três testes na região não controlável indutiva (RNCI). O número de iterações necessários para obtenção da convergência para cada teste realizado é dado na última coluna.

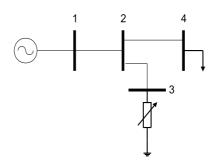


Figure 8: Topologia do sistema teste com CER

$P_{L_4}$	$Q_{L_4}$	$V_2$	$V_3$	$V_4$	Região	Iterações
1.40	0	0.9516	0.9760	0.8992	RNCC	3
1.35	0				RNCC	3
1.32	0	0.9833	1.0082	0.9426	RNCC	6
1.31	0	0.9851	1.0099	0.9454	RC	5
1.20	0			0.9553	RC	3
1.00	0	0.9917	1.0055	0.9701	RC	3
0.50	-0.60	1.0123	0.9918	1.1159	RC	4
0.50	-0.70	1.0144	0.9904	1.1341	RNCI	3
0.50	-0.80			1.1594		3
0.50	-1.50	1.1077	1.0807	1.3306	RNCI	4

Table 3: Característica do CER para diversas condições de carregamento

É importante observar que, na fronteira entre as regiões não controlável capacitiva (RNCC) e controlável (RC), o número de iterações necessários para obtenção da convergência aumenta. Este fato ocorre devido a oscilações entre as duas regiões conforme ilustrado pela Figura 9, onde uma visão ampliada da trajetória é ilustrada. Todavia para diversos testes realizado, a convergência sempre foi obtida.

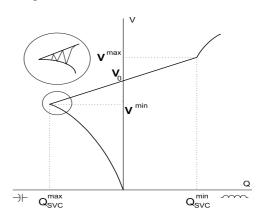


Figure 9: Trajetória de convergência

### 6.2 Reguladores de tensão

Para incluir um regulador de tensão no sistema teste criou-se uma barra fictícia, de número 38, de tal forma que o regulador ficou conectado entre as barras 38 e 17 e o ramo original 14-17 passou a ser o ramo 14-38. A Figura 10 ilustra a inclusão do Regulador de tensão no sistema.

A Tabela 4 mostra a característica de convergência do sistema quando o regulador de tensão é usado para controlar a tensão localmente na barra 17 ou remotamente na barra 30. A Figura 11 ilustra o perfil de tensão em ambas as situações assim como o perfil de tensão para o sistema sem regulação.

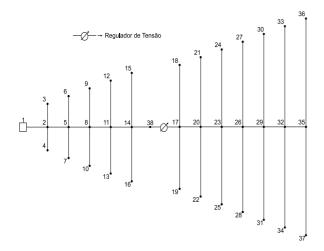


Figure 10: Topologia do sistema teste com regulador de tensão

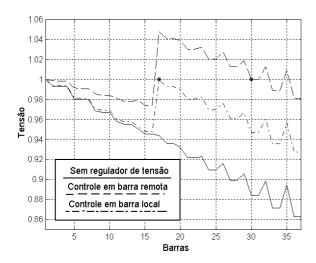


Figure 11: Efeito do regulador de tensão no perfil de tensão

Iteração	0	1	2	3
$ \Delta P_k^s ^{max}$	0.0084	0.0022	$2.14 \times 10^{-5}$	$1.03 \times 10^{-8}$
$ \Delta Q_k^s ^{max}$	0.1190	0.0085	$1.60 \times 10^{-4}$	$1.03 \times 10^{-8}$
$\Delta V_{17}^{abc}$	0.0000	0.0172	$0.42 \times 10^{-4}$	$0.24 \times 10^{-8}$
$ \Delta P_k^s ^{max}$	0.0084	0.0026	$3.23 \times 10^{-5}$	$2.49 \times 10^{-8}$
$ \Delta Q_k^s ^{max}$	0.1190	0.0033	$9.04 \times 10^{-5}$	$3.76 \times 10^{-9}$
$\Delta V_{30}^{abc}$	0.0000	0.0268	$0.22 \times 10^{-4}$	$0.10 \times 10^{-7}$

Table 4: Característica de convergência do sistema com regulador de tensão

#### **6.3 CSCT**

O mesmo procedimento adotado para reguladores de tensão foi adotado para inclusão de um CSCT no sistema teste. Desta maneira, o CSCT está conectado entre as barras 38 e 17, controlando a tensão na barra local 17 ou na barra remota 30.

As características de convergência assim como os perfis de tensão são mostrados pela Tabela 5 e pela Figura 12 respectivamente.

Iteração	0	1	2	3
$ \Delta P_k^s ^{max}$	0.0084	0.0020	$1.57 \times 10^{-5}$	$1.78 \times 10^{-8}$
$ \Delta Q_k^s ^{max}$	0.1190	0.0080	$1.35 \times 10^{-4}$	$3.54 \times 10^{-8}$
$\Delta V_{17}^{abc}$	0.0000	0.0154	$0.9285 \times 10^{-6}$	$0.47 \times 10^{-8}$
$ \Delta P_k^s ^{max}$	0.0084	0.0029	$5.21 \times 10^{-5}$	$2.20 \times 10^{-8}$
$ \Delta Q_k^s ^{max}$	0.1190	0.0046	$1.48 \times 10^{-4}$	$2.20 \times 10^{-8}$
$\Delta V_{30}^{abc}$	0.0000	0.0318	$0.12 \times 10^{-3}$	$0.75 \times 10^{-7}$

Table 5: Característica de convergência do sistema com CSCT

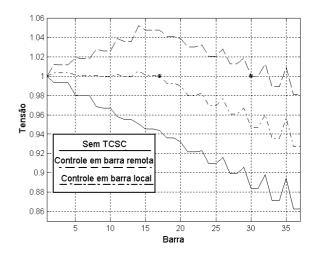


Figure 12: Efeito do CSCT no perfil de tensão

### 7 CONCLUSÕES

Neste trabalho foram apresentados modelos de CERs, reguladores de tensão e CSCTs para análise em regime permanante de sistemas trifásicos desbalanceados. A filosofia adotada para representação destes equipamentos de controle requer um sistema de equações lineares aumentado de tal forma que a relação entre a ação do controle e a respectiva variável controlada seja representada.

Desta forma a estrutura original da matriz jacobiana, obtida pelo método de injeção de correntes trifásicas (MICT) (N. et al., 2000) é preservada, sendo pequeno o número de elementos adicionados.

Para os CERs a formulação adotada apresenta várias vantagens quando comparada com outras metodologias: o número de nós do sistema é independente da região de controle do CER, não necessitando reordenamento da matriz jacobiana durante o processo iterativo; a inclinação da reta, característica da região controlável do CER, é representada; como o CER pode operar controlando a tensão em uma barra remota, a representação do transformador de conexão se dá de forma natural.

Os modelos foram testados em um sistema de distribuição real e os resultados mostraram que as formulações desenvolvidas po-

dem ser aplicadas na análise de sistemas de distribuição em que estes equipamentos estejam presentes. Desta forma, atende-se a uma nova demanda visto que, com as novas tecnologias em eletrônica de potência e o aumento da exigência em relação a qualidade de energia, o número de equipamentos FACTS em sistemas de subtransmissão e distribuição deve aumentar significativamente.

#### References

- C.S., C. and D., S. (1995). A three-phase power flow method for real-time distribution system analysis, *IEEE Transactions on Power Systems* **Vol. 10 No.2, pp. 671-679.**
- E., B. M. and Y., H. M. (1999). Volt/var control at distribution substations, *IEEE Transactions on Power Systems* Vol. 14 No. 1, pp. 312-318.
- et al, C. T. H. (1991). Three-phase cogenerator and transformer models for distribution systems analysis, *IEEE Transactions on Power Delivery* Vol. 6 No. 4, pp. 1671-1678.
- et al, S. D. (1988). A compensation-based power flow method for weakly meshed distribution and transmission networks, *IEEE Transactions on Power Systems* Vol. 3, pp. 753-762.
- G., H. N. and L., G. (1999). Understanding facts concepts and technology of flexible ac transmission systems, *IEEE Press*
- H., C. J., J., L. W. and S., C. M. (1999). Using a staic var compensator to balance a distribution system, *IEEE Transactions on Industrial Application* **Vol. 35**, **No. 2**.
- H., W. E., G., B. P., C., A. K. and N., T. G. (1998). Tecnologia facts tutorial, *Revista da Sociedade Brasileira de Automática* Vol. 9 No. 1,.
- M., W. and D., P. (1996). Development of facts for distribution systems, *The Future of Power Delivery Conference* Washington, DC.
- N., G. P. A., R., P. J. L. and S., C. (2000). Fluxo de potência trifásico por injeção de corrente: Parte 1 formulação básica, Submetido a Revista Controle e Automação da Sociedade Brasileira de Automática.
- N., G. P. A., R., P. J. L., S., C., da Costa V. M. and N., M. (n.d.). Three-phase power flow calculations using the current injection method, *To appear in the IEEE Transactions on Power Systems* **Preprint order number: PE026PRS(04-99)**.
- P., K. (1994). Power system stability and control, *McGraw-Hill* .
- R., S. M., A., T. L. and M., S. H. (1997). Voltage control by tap-changing transformers for a radial distribution network, *IEE Proceedings Generation, Transmission and Distribution*. Vol. 144 No. 6, pp. 517-520.
- W, T. C. (1994). Power system voltage stability, McGraw-Hill .