
MODELAGEM DE DISPOSITIVOS DE CONTROLE NUMA FORMULAÇÃO AUMENTADA PARA FLUXO DE POTÊNCIA

Vander Menengoy da Costa^{1,*}

José Luiz R. Pereira²

Nelson Martins³

1 – COPPE-EE/UFRJ, Caixa Postal 68504, Rio de Janeiro, RJ, Brasil, e-mail: vmcosta@embratel.net.br

2 – UFJF, Faculdade de Engenharia, Juiz de Fora, MG, Brasil, e-mail: jlui@lacee.ufjf.br

3 – CEPEL, Caixa Postal 2754, Rio de Janeiro, RJ, Brasil, Fax: (021)2601245

Resumo: Este artigo apresenta modelos matemáticos para a incorporação de dispositivos de controle no problema do fluxo de potência, utilizando-se uma formulação aumentada cuja característica de convergência é a mesma da formulação convencional expressa em termos das coordenadas polares. Esta formulação aumentada é altamente esparsa, sendo obtida via equações de injeção de correntes expressas em coordenadas retangulares. Os resultados apresentados validam a metodologia proposta.

Palavras Chaves: Sistemas de Potência, Fluxo de Potência, Dispositivos de Controle

Abstract: This paper presents the mathematical modeling for incorporating control devices into the power flow problem, using an augmented formulation whose convergence characteristic is the same of the conventional formulation expressed in terms of polar coordinates. This augmented formulation is highly sparse and obtained as a function of the current injection equations written in rectangular coordinates. The results validate the proposed method.

Keywords: Power Systems, Power Flow, Control Devices

1 Introdução

O cálculo do fluxo de potência é de vital importância nos estudos de planejamento e operação dos Sistemas Elétricos de Potência. Importantes contribuições neste campo tem sido apresentadas ao longo dos anos, estando somente algu-

mas referenciadas neste artigo (Tinney e Hart, 1967; Stott, 1974; Bacher e Tinney, 1987; Semlyen, 1996)

Além dos componentes básicos, existem dispositivos de controle que influenciam nas condições de operação, devendo desta forma ter suas equações incorporadas à formulação básica do problema de fluxo de potência (Britton, 1969; Peterson e Meyer, 1971; Domell *et alii*, 1970; Mamandur e Berg, 1982; Maria *et alii*, 1988).

Em Chang e Brandwajn (1991) são utilizados ajustes alternados entre iterações do método desacoplado rápido, de modo a analisar a natureza das interações entre controles e propor soluções para eliminar tais problemas.

Em Da Costa *et alii* (1996a), Da Costa *et alii* (1996b), Da Costa *et alii* (1997) são apresentados os desenvolvimentos matemáticos referentes à formulação aumentada para solução do problema do fluxo de potência. O objetivo deste artigo é mostrar a representação de alguns tipos de controle nesta formulação, destacando-se:

- Transformador defasador
- Barras do tipo P e PQV
- Compensador estático de reativo
- Compensação série controlada a tiristores
- Barra piloto para controle de tensão
- Barra de geração

2 Notação

$\Delta P_k + j \Delta Q_k$: resíduo de potência complexa na barra k

*Em doutoramento na COPPE/UFRJ, RJ, Brasil

⁰Artigo submetido em 07/03/97;

1ª Revisão em 28/08/97

Aceito por recomendação do Ed.Consultor Prof.Dr.Jorge Coelho

$P_{G(k)} + j Q_{G(k)}$: potência complexa gerada na barra k

$P_{L(k)} + j Q_{L(k)}$: carga na barra k

$P_k^{sp} + j Q_k^{sp}$: potência complexa especificada na barra k

$P_k^{calc} + j Q_k^{calc}$: potência complexa calculada na barra k

$\Delta I_{r_k} + j \Delta I_{m_k}$: resíduo de corrente complexa na barra k

$I_{r_k}^{sp} + j I_{m_k}^{sp}$: corrente injetada especificada na barra k

$I_{r_k}^{calc} + j I_{m_k}^{calc}$: corrente injetada calculada na barra k

$V_{r_k} + j V_{m_k}$: tensão complexa na barra k

θ_k, V_k : ângulo e módulo da tensão na barra k

V_k^{sp} : módulo da tensão especificado na barra k

$G_{km} + j B_{km}$: elemento (k, m) da matriz admitância nodal

$\Delta\theta, \Delta V$: correções no ângulo e no módulo da tensão

$E_{q(k)}$: tensão de eixo de quadratura associada à barra k

δ_k : ângulo de carga associado à barra k

$X_{q(k)}$: reatância síncrona de eixo de quadratura associada à barra k

S_{nom} : potência aparente nominal

V_{nom} : tensão nominal

$\cos\theta_{nom}$: fator de potência nominal

As matrizes estão representadas em negrito e os vetores em negrito sublinhados.

3 Revisão da Formulação Aumentada

Para a obtenção da formulação aumentada utilizam-se as equações de injeção de correntes expressas em coordenadas retangulares, tanto para as barras de carga quanto para as barras de tensão controlada. Para este último tipo de barra introduz-se uma variável dependente adicional ΔQ e a seguinte equação adicional impondo a restrição de controle da tensão:

$$\Delta V_k = 0 = \frac{V_{r_k}}{V_k} \Delta V_{r_k} + \frac{V_{m_k}}{V_k} \Delta V_{m_k} \quad (1)$$

Desta forma, a matriz Jacobiana obtida possui os elementos dos blocos (2×2) fora da diagonal idênticos àqueles da matriz admitância de barras, independente do tipo de barra a ser considerado. Os elementos dos blocos (2×2) diagonais são modificados em função do modelo de carga considerado.

O modelo matemático obtido (Da Costa *et alii*, 1997) é expresso pela seguinte notação matricial:

$$\begin{bmatrix} \underline{0} \\ \underline{\Delta\theta V} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{Y}^* & \mathbf{B} \\ \mathbf{C} & \mathbf{0} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{\Delta V_{rm}} \\ \underline{\Delta PQ} \end{bmatrix} \quad (2)$$

Os blocos da matriz \mathbf{Y}^* possuem a seguinte estrutura:

$$\mathbf{Y}_{kk}^* = \begin{bmatrix} B'_{kk} & G'_{kk} \\ G''_{kk} & B''_{kk} \end{bmatrix} \quad \mathbf{Y}_{km}^* = \begin{bmatrix} B_{km} & G_{km} \\ G_{km} & -B_{km} \end{bmatrix}$$

$$B'_{kk} = B_{kk} - a_k \quad (3)$$

$$G'_{kk} = G_{kk} - b_k \quad (4)$$

$$G''_{kk} = G_{kk} - c_k \quad (5)$$

$$B''_{kk} = -B_{kk} - d_k \quad (6)$$

Os parâmetros a_k, b_k, c_k e d_k referem-se ao modelo de carga utilizado, estando apresentados no Apêndice B de Da Costa *et alii* (1997).

As matrizes \mathbf{B} e \mathbf{C} possuem a seguinte estrutura:

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} \mathbf{B}_1 & & & \\ & \mathbf{B}_2 & & \\ & & \ddots & \\ & & & \mathbf{B}_n \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} \mathbf{C}_1 & & & \\ & \mathbf{C}_2 & & \\ & & \ddots & \\ & & & \mathbf{C}_n \end{bmatrix}$$

onde:

$$\mathbf{B}_i = \begin{bmatrix} \frac{-V_{m_i}}{V_i^2} & \frac{V_{r_i}}{V_i^2} \\ \frac{-V_{r_i}}{V_i^2} & \frac{-V_{m_i}}{V_i^2} \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{C}_i = \begin{bmatrix} \frac{-V_{m_i}}{V_i^2} & \frac{V_{r_i}}{V_i^2} \\ \frac{V_{r_i}}{V_i} & \frac{V_{m_i}}{V_i} \end{bmatrix}$$

$$\underline{\Delta}_{\theta V} = [\Delta\theta_1 \quad \Delta V_1 \quad \Delta\theta_2 \quad \Delta V_2 \quad \dots \quad \Delta\theta_n \quad \Delta V_n]^t$$

$$\underline{\Delta}_{PQ} = [\Delta P_1 \quad \Delta Q_1 \quad \Delta P_2 \quad \Delta Q_2 \quad \dots \quad \Delta P_n \quad \Delta Q_n]^t$$

$$\underline{\Delta}_{V_{rm}} = [\Delta V_{r_1} \quad \Delta V_{m_1} \quad \dots \quad \Delta V_{r_n} \quad \Delta V_{m_n}]^t$$

Aplicando-se a redução de Kron, demonstra-se que esta formulação possui a mesma característica de convergência do fluxo de potência convencional escrito em coordenadas polares (Tinney e Hart, 1967).

As correções da magnitude e do ângulo das tensões nas barras são dadas por:

$$\underline{\Delta}_{\theta V}^{(h)} = \mathbf{C}^{(h)} \underline{\Delta}_{V_{rm}}^{(h)} \quad (7)$$

A nova solução é dada por:

$$\underline{\mathbf{V}}^{(h+1)} = \underline{\mathbf{V}}^{(h)} + \underline{\Delta}_{\mathbf{V}}^{(h)} \quad (8)$$

$$\underline{\theta}^{(h+1)} = \underline{\theta}^{(h)} + \underline{\Delta}_{\theta}^{(h)} \quad (9)$$

4 Modelagem de Dispositivos de Controle

4.1 Representação de Transformador Defasador

Seja um transformador defasador conectado entre as barras k e j de modo a controlar o fluxo de potência ativa P_{kj} através de variações no ângulo de fase φ_{kj} . Assim, a equação linearizada de P_{kj} é introduzida na matriz Jacobiana resultando:

$$\begin{bmatrix} \underline{\mathbf{0}} \\ \underline{\Delta}_{\theta V} \\ \Delta P_{kj} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{Y}^* & \mathbf{B} & \underline{\mathbf{E}} \\ \mathbf{C} & \mathbf{0} & \underline{\mathbf{0}} \\ \underline{\mathbf{D}}^t & \underline{\mathbf{0}}^t & \mathbf{F} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{\Delta}_{V_{rm}} \\ \underline{\Delta}_{PQ} \\ \Delta\varphi_{kj} \end{bmatrix}$$

onde:

$$\mathbf{D} = \begin{bmatrix} \dots & \frac{\partial P_{kj}}{\partial V_{r_k}} & \frac{\partial P_{kj}}{\partial V_{m_k}} & \dots & \frac{\partial P_{kj}}{\partial V_{r_j}} & \frac{\partial P_{kj}}{\partial V_{m_j}} & \dots \end{bmatrix}^t$$

$$\mathbf{E} = - \begin{bmatrix} \dots & \frac{\partial \Delta I_{m_k}}{\partial \varphi_{kj}} & \frac{\partial \Delta I_{r_k}}{\partial \varphi_{kj}} & \dots & \frac{\partial \Delta I_{m_j}}{\partial \varphi_{kj}} & \frac{\partial \Delta I_{r_j}}{\partial \varphi_{kj}} & \dots \end{bmatrix}^t$$

$$\mathbf{F} = \frac{\partial P_{kj}}{\partial \varphi_{kj}}$$

O novo valor do ângulo de fase é dado por:

$$\varphi_{kj}^{(h+1)} = \varphi_{kj}^{(h)} + \Delta\varphi_{kj}^{(h)} \quad (10)$$

4.2 Representação de Barras P e PQV

Uma barra de geração (barra P) pode ser usada para controlar a tensão numa barra remota (barra PQV), considerando-se que a tensão na barra P seja desconhecida e especificando-se a tensão na barra PQV. Neste caso, a equação de restrição de tensão (1) referente à barra PQV é introduzida no sistema de equações (2).

Por outro lado, se NP barras do tipo P controlam a tensão de uma única barra PQV, então $(NP - 1)$ equações adicionais são necessárias de modo a possibilitar uma única solução, onde cada equação descreve os fatores de participação da potência reativa gerada entre as NP barras do tipo P, ou seja:

$$Q_{G(i)} - \alpha_k Q_{G(j)} = 0 \quad (11)$$

onde:

i e j : denotam barras do tipo P

α_k : fator de participação da potência reativa gerada

$k = 1, 2, \dots, (NP - 1)$

Linearizando-se a Equação (11) tem-se:

$$\Delta Q' = \Delta Q_{(i)} - \alpha_k \Delta Q_{(j)} = 0 \quad (12)$$

onde:

$$\Delta Q' = -Q_{L(i)} + \alpha_k Q_{L(j)} - (Q_i^{calc} - \alpha_k Q_j^{calc}) \quad (13)$$

O sistema aumentado de equações é então modificado de modo a incorporar a Equação (13), bem como a equação de restrição de tensão para a barra PQV. Assim:

$$\begin{bmatrix} \underline{\mathbf{0}} \\ \underline{\Delta}_{\theta V} \\ \underline{\Delta}_{Q'} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{Y}^* & \mathbf{B} \\ \mathbf{C} & \mathbf{D} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{\Delta}_{V_{rm}} \\ \underline{\Delta}_{PQ} \end{bmatrix} \quad (14)$$

onde:

$$\mathbf{D} \triangleq \begin{bmatrix} \mathbf{D}_1 \\ \mathbf{D}_2 \\ \vdots \\ \mathbf{D}_n \end{bmatrix}$$

onde k denota a barra na qual o CER está instalado.

Da Figura (1):

$$V_k = V_0 + X_s Q_{G^{(k)}} \quad (16)$$

onde:

$$V_0 = \frac{V_k^{max} Q_{G^{(k)}}^{max} - V_k^{min} Q_{G^{(k)}}^{min}}{Q_{G^{(k)}}^{max} - Q_{G^{(k)}}^{min}} \quad (17)$$

$$X_s = \frac{V_k^{min} - V_k^{max}}{Q_{G^{(k)}}^{max} - Q_{G^{(k)}}^{min}} \quad (18)$$

Se $Q_{G^{(k)}} > Q_{G^{(k)}}^{max}$ o CER comporta-se como um capacitor tendo a seguinte equação:

$$Q_{G^{(k)}} = \frac{Q_{G^{(k)}}^{max}}{(V_k^{min})^2} V_k^2 \quad (19)$$

Se $Q_{G^{(k)}} < Q_{G^{(k)}}^{min}$ o CER comporta-se como um indutor tendo a seguinte equação:

$$Q_{G^{(k)}} = \frac{Q_{G^{(k)}}^{min}}{(V_k^{max})^2} V_k^2 \quad (20)$$

As Equações (16), (19) e (20) são expressas em função das coordenadas retangulares, para posterior linearização e inserção na formulação aumentada. Assim, da Equação (16) tem-se:

$$V_0 + X_s (Q_{L^{(k)}} + Q_k) - V_k = \frac{V_{r_k}}{V_k} \Delta V_{r_k} + \frac{V_{m_k}}{V_k} \Delta V_{m_k} + X_s \Delta Q_k \quad (21)$$

Da Equação (19) tem-se:

$$Q_{L^{(k)}} + Q_k - \frac{Q_{G^{(k)}}^{max}}{(V_k^{min})^2} V_k^2 = 2 \frac{Q_{G^{(k)}}^{max}}{(V_k^{min})^2} V_{r_k} \Delta V_{r_k} + 2 \frac{Q_{G^{(k)}}^{max}}{(V_k^{min})^2} V_{m_k} \Delta V_{m_k} - \Delta Q_k \quad (22)$$

Da Equação (20) tem-se:

$$Q_{L^{(k)}} + Q_k - \frac{Q_{G^{(k)}}^{min}}{(V_k^{max})^2} V_k^2 = 2 \frac{Q_{G^{(k)}}^{min}}{(V_k^{max})^2} V_{r_k} \Delta V_{r_k} + 2 \frac{Q_{G^{(k)}}^{min}}{(V_k^{max})^2} V_{m_k} \Delta V_{m_k} - \Delta Q_k \quad (23)$$

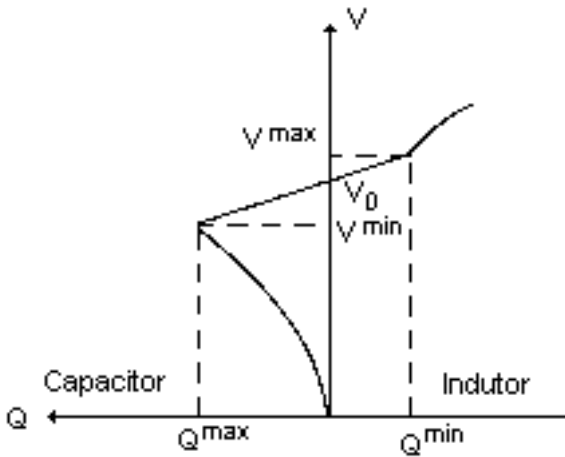


Figura 1 - Característica Tensão Versus Potência Reativa

Para todas as barras PQ, PV e PQV :

$$D_k = [0]$$

Para somente uma barra i do tipo P tem-se:

$$C_i = \begin{bmatrix} \frac{-V_{m_i}}{V_i^2} & \frac{V_{r_i}}{V_i^2} \\ \frac{V_{r_l}}{V_l} & \frac{V_{m_l}}{V_l} \end{bmatrix} \quad D_i = \begin{bmatrix} \dots & 0 & \dots & 0 & \dots \\ \dots & 0 & \dots & 0 & \dots \end{bmatrix}$$

Para todas as outras barras j do tipo P tem-se:

$$C_j = \begin{bmatrix} \frac{-V_{m_j}}{V_j^2} & \frac{V_{r_j}}{V_j^2} \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \quad D_j = \begin{bmatrix} \dots & 0 & \dots & 0 & \dots \\ \dots & 1 & \dots & -\alpha_k & \dots \end{bmatrix}$$

onde l denota barra PQV e os valores não nulos na matriz D_j correspondem às colunas i e j .

4.3 Representação do Compensador Estático de Reativo (CER)

A curva característica de estado permanente da tensão versus potência reativa para um CER está mostrada na Figura (1). A faixa de controle linear é determinada pela susceptância máxima do indutor e pela susceptância total devido aos bancos de capacitor em serviço e à capacitância de filtragem (Kundur, 1994; Taylor, 1994).

Na faixa de variação linear o CER é equivalente a uma fonte de tensão em série com uma reatância (X_s). Assim:

$$V_k = V_0 + X_s I_k \quad (15)$$

O processo de solução é similar ao da barra PV. Ao invés de se utilizar a equação da restrição de tensão, utiliza-se uma das Equações (21), (22) ou (23) dependendo do ponto de operação do CER.

Torna-se importante ressaltar que os compensadores estáticos de reativo são normalmente implementados acrescentando-se uma barra PV fictícia ao sistema, cuja tensão é igual a tensão de referência do CER. Esta barra fictícia é conectada a barra física na qual está ligado o CER através da reatância X_s (Alvarado e DeMarco, 1995). Na formulação proposta não há qualquer tipo de inserção de barras, mantendo-se por conseguinte a topologia original do sistema.

4.4 Representação de Compensação Série Controlada a Tiristores (CSCT)

O princípio de operação de um CSCT é similar ao CER, com a exceção de que o CSCT é conectado em série com a linha. O CSCT é normalmente utilizado para regular o fluxo de potência ativa através do circuito no qual está conectado.

O modo de controle estudado é aquele no qual o dispositivo controla o fluxo de potência ativa através do circuito no qual está conectado. Seja um CSCT conectado entre as barras k and j de modo a controlar o fluxo de potência ativa P_{kj} através de variações na reatância de linha X_{kj} . Assim, a equação linearizada de P_{kj} é introduzida na matriz Jacobiana como a seguir:

$$\begin{bmatrix} \underline{0} \\ \underline{\Delta}_{\theta V} \\ \underline{\Delta}P_{kj} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{Y}^* & \mathbf{B} & \underline{\mathbf{E}} \\ \mathbf{C} & \mathbf{0} & \underline{\mathbf{0}} \\ \underline{\mathbf{D}}^t & \underline{\mathbf{0}}^t & \mathbf{F} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{\Delta}V_{r_m} \\ \underline{\Delta}PQ \\ \underline{\Delta}X_{kj} \end{bmatrix}$$

onde:

$$\mathbf{D} = \begin{bmatrix} \dots & \frac{\partial P_{kj}}{\partial V_{r_k}} & \frac{\partial P_{kj}}{\partial V_{m_k}} & \dots & \frac{\partial P_{kj}}{\partial V_{r_j}} & \frac{\partial P_{kj}}{\partial V_{m_j}} & \dots \end{bmatrix}^t$$

$$\mathbf{E} = - \begin{bmatrix} \dots & \frac{\partial \Delta I_{m_k}}{\partial X_{kj}} & \frac{\partial \Delta I_{r_k}}{\partial X_{kj}} & \dots & \frac{\partial \Delta I_{m_j}}{\partial X_{kj}} & \frac{\partial \Delta I_{r_j}}{\partial X_{kj}} & \dots \end{bmatrix}^t$$

$$\mathbf{F} = \frac{\partial P_{kj}}{\partial X_{kj}}$$

A nova reatância de linha é dada por:

$$X_{kj}^{(h+1)} = X_{kj}^{(h)} + \Delta X_{kj}^{(h)} \quad (24)$$

4.5 Representação de Barra Piloto para Controle de Tensão

Dependendo das características do sistema de potência pode ser interessante ter uma estação de geração piloto controlando a tensão média de uma determinada área particular. Assim, seja a barra piloto de geração k controlando a média ponderada das tensões nas barras i , j e l em um valor especificado β p.u. Desta forma tem-se:

$$\frac{\alpha_i V_i + \alpha_j V_j + \alpha_l V_l}{\alpha_i + \alpha_j + \alpha_l} = \beta \quad (25)$$

A Equação (25) é expressa em termos das coordenadas retangulares para posterior linearização e inserção no sistema aumentado de equações como a seguir:

$$\begin{aligned} & \alpha_i \frac{V_{r_i}}{V_i} \Delta V_{r_i} + \alpha_i \frac{V_{m_i}}{V_i} \Delta V_{m_i} + \alpha_j \frac{V_{r_j}}{V_j} \Delta V_{r_j} + \\ & \alpha_j \frac{V_{m_j}}{V_j} \Delta V_{m_j} + \alpha_l \frac{V_{r_l}}{V_l} \Delta V_{r_l} + \alpha_l \frac{V_{m_l}}{V_l} \Delta V_{m_l} = \\ & \beta(\alpha_i + \alpha_j + \alpha_l) - (\alpha_i V_i + \alpha_j V_j + \alpha_l V_l) \end{aligned} \quad (26)$$

A Equação (26) é inserida no local referente à equação de restrição de tensão relacionada à barra k .

4.6 Representação de Barra de Geração

O modelo comumente utilizado em estudos de fluxo de potência considera fixo os limites de geração de potência reativa para um gerador síncrono. Tal representação é uma aproximação, uma vez que os limites de geração de potência reativa dependem do despacho de potência ativa, bem como da tensão de operação do gerador. Uma representação mais realística destes limites requer a determinação do diagrama de capacidade do gerador síncrono (Kundur, 1994).

Em Lof *et alii* (1995) representam-se os limites máximo e mínimo da geração de potência reativa, considerando-se a corrente máxima de estator, o limite da corrente de rotor e o limite de sub-excitação. Tanto os geradores de rotor liso quanto os de polos salientes podem ser representados.

O objetivo deste artigo é modelar a barra de geração no problema de fluxo de potência, considerando-se que os limites da geração de potência reativa são dependentes da tensão devido aos mesmos parâmetros como em Lof *et alii* (1995). Além disto, quando a geração de potência reativa de uma máquina conectada na barra k está dentro da faixa definida pelos limites máximo e mínimo, introduz-se a seguinte equação no problema de fluxo de potência:

$$V_k = V_{nom} \quad (27)$$

Por outro lado, se a geração de potência reativa está fora dos limites, introduz-se a seguinte equação:

$$Q_{G(k)} = Q_{lim} \quad (28)$$

onde Q_{lim} é o limite máximo ou mínimo de geração de potência reativa violado numa dada iteração. Este valor para uma barra de geração k é determinado através dos limites do estator, do rotor e de sub-excitação, dados respectivamente, pelas Equações (29), (30), (31) e (32) (Lof *et alii*, 1995):

$$Q_{est}^{(max,min)} = \pm \sqrt{(S_k^{max})^2 - P_{G(k)}^2} \quad (29)$$

$$Q_{rot}^{max} = -\frac{V_k^2}{X_{q(k)}} + \sqrt{\frac{V_k^2 (E_{q(k)}^{max})^2}{X_{q(k)}^2} - P_{G(k)}^2} \quad (30)$$

$$Q_{rot}^{min} = -\frac{V_k^2}{X_{q(k)}} + \frac{V_k E_{q(k)}^{min}}{X_{q(k)}} \quad (31)$$

$$Q_{exc}^{min} = \frac{P_{G(k)}}{tg \delta_k^{max}} - \frac{V_k^2}{X_{q(k)}} \quad (32)$$

As Equações (27) e (28) são expressas em termos das coordenadas retangulares, para posterior linearização e incorporação na formulação aumentada. Assim, da Equação (27) resulta:

$$V_{nom} - V_k = \frac{V_{rk}}{V_k} \Delta V_{rk} + \frac{V_{mk}}{V_k} \Delta V_{mk} \quad (33)$$

Da Equação (28) resulta:

$$Q_{L(k)} + Q_k - Q_{lim} = -\Delta Q_k \quad (34)$$

O processo de implementação é similar ao da barra PV convencional. Ao invés de se utilizar a equação de restrição de tensão, utiliza-se uma das Equações (33) ou (34) dependendo do ponto de operação da máquina síncrona.

5 Resultados

Para validar os modelos de controle propostos são utilizados os sistemas de 730 barras relacionado ao sistema interconectado sul-sudeste brasileiro (Da Costa *et alii*, 1997) e IEEE-118 barras. Todos os dispositivos de controle em estudo, com exceção do transformador defasador, são testados utilizando o sistema IEEE-118.

A Tabela (1) mostra as características de convergência do sistema de 730 barras, no qual um transformador defasador está conectado entre as barras 252 e 299 com o objetivo

Tabela 1 - Transformador Defasador - Sistema 730-Barras

Iteração	Resíduo Máximo (pu)
0	-48,876430
1	0,353983
2	-0,006986
3	0,000245

Tabela 2 - Combinação de Barras P e PQV - Sistema IEEE-118

Número da Barra	Tensão		Geração	
	Módulo (pu)	Ângulo (graus)	Ativa (MW)	Reativa (MVar)
1	1,0037	-19,555	0.	63,64
2	0,9900	-18,602	0.	0.
4	1,0151	-14,581	-9,00	63,64

de controlar o fluxo de potência ativa da barra 461 para 252 em 2,44 pu. A convergência é obtida quando o valor absoluto da diferença entre o valor especificado e calculado do fluxo de potência ativa for menor que 0,001 pu. Neste caso, os ângulos de fase inicial e final são 30,00 e 46,96 graus, respectivamente.

A combinação de barras P e PQV é validada utilizando-se o sistema IEEE-118, assumindo-se que as barras 1 e 4 são do tipo P e a barra 2 do tipo PQV. A tensão na barra 2 deve ser controlada em 0,99 pu de modo que $Q_{G(1)} = Q_{G(4)}$. A solução do fluxo de potência obtida após três iterações, com relação às barras de interesse, está mostrada na Tabela (2).

A simulação de barras piloto para controle de tensão é validada utilizando-se o sistema IEEE-118, no qual a barra piloto 46 controla a média das tensões nas barras 43, 44, 45, 47 e 48 em 1,00 pu e a barra piloto 92 controla a média das tensões nas barras 93, 94, 95, 96, 97, 101 e 102 em 0,99 pu. A solução do fluxo de potência obtida após três iterações, com relação às barras de interesse, está mostrada na Tabela (3).

Utilizando-se o sistema IEEE-118 incluiu-se um compensador estático de reativo na barra 20, modelado por $V^{max} = 1,025$ pu, $V^{min} = 0,975$ pu, $Q_G^{max} = 95,00$ MVar e $Q_G^{min} = -105,00$ MVar correspondendo a uma reatância de 2,5%.

Os resultados para sucessivos aumentos na carga da barra 22 estão apresentados na Tabela (4). Observa-se que com esta modelagem do compensador estático de reativo, o número de iterações necessárias à convergência da solução não é elevado. Para cargas da ordem de 23,6 vezes seu valor inicial, o fluxo de potência passa a não convergir.

A Tabela (5) mostra as características de convergência obtida com relação ao sistema IEEE-118, no tocante à inserção da compensação série controlada a tiristores entre as barras 42 e 49, com o objetivo de controlar o fluxo de potência ativa entre estas barras em -0,500 pu. A convergência é obtida quando o valor absoluto da diferença

Tabela 3 - Barras Piloto – Sistema IEEE-118

Número da Barra	Tensão		Geração	
	Módulo (pu)	Ângulo (graus)	Ativa (MW)	Reativa (MVar)
43	0,9787	-18,581	0.	0.
44	0,9883	-16,121	0.	0.
45	0,9910	-14,310	0.	0.
46	1,0137	-11,592	19,00	6,40
47	1,0195	-9,268	0.	0.
48	1,0225	-10,042	0.	0.
Média:	1,0000	—	—	—
92	0,9874	3,699	0.	-28,20
93	0,9838	0,670	0.	0.
94	0,9890	-1,488	0.	0.
95	0,9797	-2,454	0.	0.
96	0,9919	-2,611	0.	0.
97	1,0110	-2,206	0.	0.
101	0,9903	-0,535	0.	0.
102	0,9870	2,181	0.	0.
Média:	0,9900	—	—	—

Tabela 4 - Compensador Estático de Reativo – Sistema IEEE-118

Carga Barra 22 MW MVar		Tensão Barra 20 (pu)	Geração Barra 20 (MVar)	Número de Iterações
10	5	0,9897	36,130	3
20	10	0,9890	38,990	3
40	20	0,9875	45,060	3
80	40	0,9841	58,740	3
120	60	0,9800	74,960	3
160	80	0,9751	94,720	3
200	100	0,9383	87,980	4
220	110	0,9096	82,680	5
230	115	0,8869	78,610	5

entre o valor especificado e calculado do fluxo de potência ativa for menor que 0,001 pu. Neste caso, os valores inicial e final da reatância da linha são 0,3230 pu e 0,4767 pu, respectivamente.

O próximo passo é comparar os resultados obtidos utilizando-se o procedimento convencional para as barras de geração, com aqueles obtidos considerando-se a formulação proposta na qual os limites de geração de potência reativa são dependentes da tensão. Com este intuito, estuda-se o gerador conectado na barra 87 cujos valores nominais são $S_{nom} = 0,500$ pu, $P_G = 0,425$ pu, $V_{nom} = 1,015$ pu e

Tabela 5 - Compensação Série – Sistema IEEE-118

Iteração	Resíduo Máximo (pu)
0	5,889388
1	-0,825370
2	-0,029222
3	-0,001367
4	0,000012

Tabela 6 - Barra de Geração ; C: convencional; P: proposta

Carga Barra 86 MW MVar		Tensão (pu) Barra 87 C P		MVar Barra 87 C P		Número Iterações C - P
21	10	1,0150	1,0150	6,06	6,06	3 - 3
42	20	1,0150	1,0150	12,14	12,14	3 - 3
84	40	1,0150	1,0150	25,43	25,43	3 - 3
105	50	1,0090	1,0090	30,82	30,82	3 - 3
126	60	0,9841	0,9753	30,82	28,13	3 - 3
147	70	0,9566	0,9314	30,82	23,56	3 - 4
168	80	0,9257	0,8652	30,82	14,97	3 - 6

$\cos\theta_{nom} = 0,85$. O valor de X_q é 1,00 pu e da resistência é zero. As correntes máximas do estator e do rotor consideradas são 5% e 10% acima dos respectivos valores nominais e o ângulo de carga máximo é 80 graus. Na formulação convencional os limites mínimo e máximo de geração de reativo são fixos nos valores de -30,82 MVar e +30,82 MVar.

Os resultados para sucessivos aumentos na carga da barra 86 estão apresentados na Tabela (6). Observa-se que com esta modelagem para os limites de geração de reativo, não houve um aumento excessivo no número de iterações necessárias à convergência da solução. Além disso, observam-se os valores realísticos da tensão e da geração de reativos na barra de geração, diferentes daqueles obtidos considerando-se a geração de reativos fixa no valor do limite violado, principalmente à medida que a carga na barra 86 aumenta.

6 Conclusões

Este artigo apresenta os modelos matemáticos para incorporação dos dispositivos de controle no problema do fluxo de potência. Para isto, utiliza uma formulação aumentada baseada em injeções de corrente, cuja matriz Jacobiana aumentada é altamente esparsa ($4n \times 4n$) e facilmente avaliada a cada iteração (Da Costa *et alii*, 1997).

A formulação aumentada apresenta as mesmas características de convergência do fluxo de potência convencional expresso em termos das coordenadas polares. No entanto, permite uma maior facilidade na incorporação dos modelos de dispositivos de controle, bem como permite uma modelagem mais realística de determinados componentes em sistemas de potência, tais como, limites de geração reativa de máquinas síncronas e compensadores estáticos de reativo.

Este artigo apresenta uma nova proposta de representação das barras P e PQV, do compensador estático de reativo, da barra piloto para controle da tensão e da barra de geração, em estudos de fluxo de potência. Os modelos do transformador defasador e da compensação série controlada a tiristores foram adaptados para a representação na formulação aumentada, onde os resultados obtidos validam a modelagem.

Conclui-se dos estudos realizados que a formulação e os modelos propostos constituem-se em ferramentas va-

liosas na solução dos problemas atuais de fluxo de potência, onde a adequada consideração dos vários tipos de controle torna-se cada vez mais importante.

Referências Bibliográficas

- Alvarado F.L. and C.L. DeMarco. (November, 1995). Computational tools for planning and operation involving FACTS devices. *Proceedings of Workshop on Facts, Rio de Janeiro, Brazil*.
- Bacher R. and W.F. Tinney. (October, 1989). Faster local power flow solutions: The zero mismatch approach. *IEEE Transactions on Power Systems*, 4, No. 4:1345–1354.
- Britton J.P. (October, 1969). Improved area interchange control for Newton's method load flows. *IEEE Transactions on Power Systems*, pages 1577–1581.
- Chang S. and V. Brandwajn. (May, 1991). Solving the adjustments interactions in fast decoupled load flow. *IEEE Transactions on Power Systems*, 6, No. 2:801–805.
- Da Costa V.M., N. Martins, J.L.R. Pereira, and H.J.C.P. Pinto. (Maio, 1996a). Um modelo de fluxo de potência com alta flexibilidade de representação de equipamentos FACTS. *Proceedings of V Symposium of Specialists in Electric Operational and Expansion Planning, Recife, Brasil*.
- Da Costa V.M., J.L.R. Pereira, and N. Martins. (Outubro, 1996b). Fluxo de potência em coordenadas polares utilizando-se variáveis intermediárias em coordenadas retangulares. *III Encontro Luso-Afro-Brasileiro de Planejamento e Exploração de Redes de Energia, Porto, Portugal*.
- Da Costa V.M., N. Martins, and J.L.R. Pereira. (Maio, 1997). Um procedimento alternativo para o problema do fluxo de potência. *Revista da Sociedade Brasileira de Automática*, 8, No. 1.
- Dommel H.W., W.F. Tinney, and W.L. Powell. (January, 1970). Further developments in Newton's method for power system applications. *IEEE Winter Power Meeting, Conference Paper No. 70 CP 161-PWR New York*.
- Kundur P. (1994). *Power System Stability and Control*. McGraw-Hill, Inc..
- Lof P-A., G. Andersson, and D.J. Hill. (February, 1995). Voltage dependent reactive power limits for voltage stability studies. *IEEE Transactions on Power Systems*, 10, No. 1:220–228.
- Mamandur K.R.C. and G.J. Berg. (June, 1982). Automatic adjustment of generator voltages in Newton-Raphson method of power flow solutions. *IEEE Transactions on Power Systems*, PAS-101, No. 6:1400–1409.
- Maria G.A., A.H. Yuen, and J.A. Findlay. (August, 1988). Control variable adjustment in load flows. *IEEE Transactions on Power Systems*, 3, No. 3:858–864.
- Peterson N.M. and W.S. Meyer. (January/February, 1971). Automatic adjustment of transformer and phase-shifter in the Newton power flow. *IEEE Transactions on Power Systems*, pages 103–108.
- Semlyen A. (August, 1996). Fundamental concepts of a Krylov subspace power flow methodology. *IEEE Transactions on Power Systems*, 11, No. 3:1528–1537.
- Stott B. (July, 1974). Review of load-flow calculation methods. *Proceedings of IEEE*, 62:916–929.
- Taylor C.W. (1994). *Power System Voltage Stability*. McGraw-Hill, Inc..
- Tinney W.F. and C.E. Hart. (November, 1967). Power flow solution by Newton's method. *IEEE Transactions on Power Systems*, PAS-86:1449–1456.