
ESTIMADOR DE ESTADOS ORTOGONAL COM RESTRIÇÕES DE IGUALDADE

José Paulo da Silva Gouvêa (*)

Antônio José Alves Simões Costa

Universidade Federal de Santa Catarina
CTC/EEL/GSP
Campus Universitário, Florianópolis, S.C.
C. P. 476 - CEP 88040-900
E-mail: (gouvea) (simoes)@labspot.ufsc.br

Resumo. Este artigo aborda o desenvolvimento de um estimador de estados ortogonal em Sistemas de Potência com restrições de igualdade utilizando Rotações de Givens. O método utilizado baseia-se em um aperfeiçoamento do Método dos Pesos, com a inclusão de refinamento iterativo, desenvolvido por Van Loan para a solução de problemas de Mínimos Quadrados Ponderados com Restrições de Igualdade. O uso de transformações ortogonais garante a estabilidade numérica, tornando viável a utilização do Método de Van Loan. O estimador proposto possui larga aplicação na operação em tempo real de Sistemas de Potência.

Palavras-chave: Estimação de Estados. Mínimos Quadrados Restrito. Operação em Tempo Real.

Abstract. This paper presents the development of a Power System State Estimator with equality constraints based on orthogonal Givens rotations. The proposed method uses a refinement of the Weighting Method developed by Van Loan for the solution of the Weighted Least Square Problem with equality constraints. The proposed method is iterative and makes large use of Givens Rotations that provides the necessary numerical stability. The proposed estimator has large applications on real time operation of Power Systems.

Key-Words. Power System State Estimation. Least Squares with Equality Constraints. Real Time Operation.

1 INTRODUÇÃO

Na operação em tempo real de um sistema de potência, é fundamental a determinação de um modelo preciso e confiável para a rede elétrica. A todo momento, chegam ao Centro de Operações do Sistema, telemidas provenientes de toda a rede, contendo informações sobre o "status" de disjuntores,

tensão nas barras de carga ou geração, medidas de fluxo de potência ativa e reativa em linhas, medidas de injeção de potência ativa ou reativa nas barras de carga ou geração. É função do Estimador de Estados a filtragem de todo esse conjunto de telemidas e a determinação do estado do sistema pela minimização de uma função custo, que pode ser representada pelo somatório do quadrado dos resíduos ponderados, conhecido como o Método dos Mínimos Quadrados Ponderados, ou ainda como o somatório dos valores absolutos dos resíduos, conhecido como o Método dos Mínimos Valores Absolutos Ponderados.

O método inicialmente utilizado em Estimação de Estados em Sistemas de Potência foi o Método dos Mínimos Quadrados Ponderados por Schweppe (Schweppe e Wildes, 1970). Para resolver este problema de otimização, Schweppe escolheu o Método de Gauss-Newton, conhecido na literatura como o Método da Equação Normal. Em sua formulação básica, o Método da Equação Normal utiliza-se apenas de dados estocásticos provenientes das telemidas realizadas na rede. O peso associado com cada telemida é tomado como sendo o inverso da covariância do erro de medição a ela associado. O método baseado nos Mínimos Valores Absolutos dos Resíduos foi inicialmente proposto em (Falcão, Cooke e Brameller, 1982) para a solução de problemas de Estimação de Estados em Sistemas de Potência. Maiores detalhes sobre este assunto podem ser encontrados ainda em (Falcão e Assis, 1988; Clements, Davis e Frey, 1989; Abur, 1990).

Como o Método da Equação Normal pode apresentar problemas numéricos, foram aplicados métodos mais robustos, como os métodos ortogonais de Golub (Simões Costa e Quintana, 1981-I) e Givens (Simões Costa e Quintana, 1981-II) e o Método da Matriz Aumentada (Gjelsvik, Aam e Holten, 1985). Todos os métodos mencionados são conceitualmente equivalentes ao Método de Gauss-Newton, com convergência quadrática.

Nem todas as informações que podem ser utilizadas na modelagem da rede são provenientes de telemidas. Injeções nulas em barras do sistema, isto é, em barras onde não existe geração ou carga, são informações determinísticas que devem ser utilizadas pelo Estimador, pois apresentam alto grau de confiança. Uma maneira pela qual esta informação pode ser

(*) Professor licenciado do Departamento de Engenharia Elétrica da Universidade Federal do Espírito Santo

Artigo submetido em 01/08/97
1a. Revisão em 14/01/98
Aceito sob recomendação do Ed. Cons. Prof.Dr. Paulo Sérgio Pereira Silva

utilizada é incorporando-se ao modelo de estimação restrições de igualdade do tipo $\mathbf{g}(\mathbf{x}) = \mathbf{0}$, onde \mathbf{x} é o estado a ser estimado (tensão complexa nas barras do sistema) e \mathbf{g} uma função não linear que o associa à grandeza a ser considerada, no caso, injeções de potência ativa ou reativa em uma determinada barra do sistema.

Ashmoneit (Ashmoneit, 1977) foi o primeiro a incorporar restrições de igualdade ao problema original e resolve-lo por Gauss-Newton. Este método é conhecido como Método da Equação Normal com Restrições de Igualdade.

O Método da Matriz Aumentada, por outro lado, já incorpora restrições de Igualdade em sua formulação básica.

Lawson e Hanson (Lawson e Hanson, 1995) apresentam três métodos diferentes para a solução de um problema de Mínimos Quadrados com Restrições de Igualdade utilizando transformações ortogonais, sendo que alguns deles foram adaptados à Estimação de Estados em Sistemas de Potência. O primeiro método faz uso de uma base ortogonal para o espaço nulo da matriz de coeficientes das restrições de igualdade e foi aplicado à estimação de estados em Sistemas de Potência por Simões Costa, Seleme e Salgado em (Simões Costa, Seleme e Salgado, 1985). Doravante, este método será referenciado como Método da Matriz de Espaço Nulo. O método exige tanto uma pré-multiplicação como uma pós-multiplicação da matriz Jacobiana por matrizes ortogonais, o que pode causar um enchimento considerável na matriz resultante, prejudicando sua eficiência computacional. O segundo método utiliza eliminação direta na remoção das restrições de igualdade e foi aplicado por Quintana, Scott e Chikiani (Quintana, Scott e Chikiani, 1986) à estimação de estados. Contudo, apresenta o mesmo problemas de enchimento ocorridos no método anterior. O terceiro método, conhecido na literatura como Método dos Pesos, resolve o Problema de Mínimos Quadrados Ponderados com restrições de igualdade como um problema de mínimos quadrados ponderados irrestrito, atribuindo pesos maiores às linhas da matriz correspondentes às restrições de igualdade. Os problemas que este método pode apresentar são de natureza numérica. Se a matriz Jacobiana for mal-condicionada, o método pode falhar pelo surgimento de problemas numéricos causados pela disparidade na ponderação entre as linhas da matriz a ser fatorada. O Método dos Pesos é também muito utilizado em conexão com o Método da Equação Normal.

Neste trabalho é apresentado um algoritmo que alia a simplicidade do Método dos Pesos à estabilidade numérica dos Métodos Ortogonais. O método proposto utiliza um algoritmo apresentado por Van Loan (Van Loan, 1985), denominado neste trabalho de Método dos Pesos com Refinamento Iterativo. O algoritmo constitui-se de um processo iterativo que permite a utilização de pesos pouco superiores aos utilizados na ponderação convencional de telemidas na ponderação das linhas da matriz Jacobiana correspondentes às restrições de igualdade. Dessa forma, em um primeiro momento as restrições de igualdade são tratadas como telemidas de grau de confiança pouco superior às telemidas convencionais. Em uma etapa posterior, as restrições de igualdade são reprocessadas e o resíduo a elas associado é minimizado. Em ambas as etapas, o método de ortogonalização utilizado é o das rotações de Givens com três multiplicadores, conforme proposto por Gentleman (Gentleman, 1974) e utilizado por Simões-Costa e Quintana (Simões Costa e Quintana, 1981-II).

As vantagens do método proposto neste artigo são: o baixo custo computacional adicional necessário ao processamento

das restrições, a estabilidade numérica associada aos métodos ortogonais e ao fato de se poder processar erros grosseiros antes do refinamento iterativo das restrições de igualdade. Além disso, como na primeira etapa do algoritmo as restrições de igualdade são tratadas como pseudo-medidas, há a possibilidade de se detectar erros de modelagem a elas relacionados, antes que as restrições sejam enfatizadas pelo refinamento iterativo.

Este trabalho está organizado da seguinte maneira. Na Seção 2 é apresentado o Problema de Mínimos Quadrados Irrestrito e a forma como ele é resolvido por transformações ortogonais. Na Seção 3 é apresentada a formulação básica de um problema de Estimação de Estados em Sistemas de Potência com Restrições de Igualdade. Na Seção 4 o Método dos Pesos é descrito. Em seguida é apresentado o Método dos Pesos com Refinamento Iterativo, cuja utilização em Estimação de Estados em Sistemas de Potência é proposta neste trabalho. Na Seção 6 são discutidos alguns aspectos da implementação computacional. Na Seção 7 são mostrados os resultados obtidos em vários sistemas-teste, dentre eles um sistema de 340 barras construído a partir do Sistema Sul-Sudeste Brasileiro. Finalmente, na última seção, as características e vantagens do método proposto são discutidas.

2 AS TRANSFORMAÇÕES ORTOGONAIS E O PROBLEMA DOS MÍNIMOS QUADRADOS

O Problema dos Mínimos Quadrados Linear surgiu originalmente da necessidade de ajustar-se um modelo matemático linear a um conjunto de observações. Uma das formas de se diminuir a influência de erros provenientes dessas observações é utilizar-se um grande número de medidas, muito maior que o número de variáveis a serem determinadas (variáveis de estado). O problema resultante é um sistema de equações lineares sobredeterminado, com m equações e n variáveis de estado. Há muitas formas de se definir a melhor solução para este problema. Uma das maneiras mais simples e que leva a um problema computacional de fácil solução, é definir o conjunto \mathbf{x} das estimativas para as variáveis de estado como sendo a solução do seguinte problema de otimização:

$$\min J = (\mathbf{A}\mathbf{x} - \mathbf{b})^t (\mathbf{A}\mathbf{x} - \mathbf{b}) \quad (1)$$

ou equivalentemente,

$$\min \|\mathbf{A}\mathbf{x} - \mathbf{b}\| \quad (2)$$

onde o símbolo $\|\cdot\|$ denota a norma Euclidiana de um vetor. \mathbf{A} é denominada de Matriz de Observações e relaciona as variáveis de estado \mathbf{x} com as observações contidas no vetor \mathbf{b} .

Dentre as diversas maneiras pelas quais o problema (1) ou (2), doravante denominado de Problema LS, pode ser resolvido, uma das mais estáveis do ponto de vista numérico é utilizando-se transformações ortogonais (Lawson e Hanson, 1995). Uma matriz \mathbf{Q} é ortogonal quando $\mathbf{Q}'\mathbf{Q} = \mathbf{Q}\mathbf{Q}' = \mathbf{I}$, onde \mathbf{I} é a matriz identidade.

Uma importante propriedade das matrizes ortogonais é o fato de que é preservada a norma Euclidiana de vetores aos quais são aplicadas. Assim,

$$\|\mathbf{Q}\mathbf{y}\| = \|\mathbf{y}\| \quad (3)$$

No contexto do Problema LS, temos que

$$\|Q(Ax - b)\| = \|QAx - Qb\| = \|Ax - b\| \quad (4)$$

Se Q for definida como uma transformação ortogonal que triangularize a matriz A , isto é:

$$QA = R \quad (5)$$

onde R é uma matriz do tipo

$$R = \begin{bmatrix} R_n \\ O \end{bmatrix} \quad (6)$$

R_n é uma matriz triangular superior de *rank* n e O é uma matriz nula de ordem $(m-n) \times n$

Portanto, o uso de transformações ortogonais permite que o Problema LS seja escrito como

$$Rx = b' \quad (7)$$

onde $b' = Qb$ é o novo vetor do lado direito. A equação (7) descreve um sistema triangular de equações de fácil solução.

As transformações ortogonais mais utilizadas na solução de um Problema LS são as Reflexões de Householder e as Rotações de Givens (Lawson e Hanson, 1995; Golub e Van Loan, 1989). O esforço computacional exigido pelas transformações ortogonais é superior aos exigidos pela fatoração LU ou decomposição de Choleski (Golub e Van Loan, 1987). Contudo, sua estabilidade numérica é bem superior. As Reflexões de Householder, operam a matriz A por colunas enquanto que as Rotações de Givens operam por linha. Em Estimação de Estados em Sistemas de Potência, o uso de Rotações de Givens apresenta um desempenho melhor do que as Reflexões de Householder já que a estrutura de dados comumente encontrada nesta classe de Problema LS é organizada por linhas (Simões Costa e Quintana, 1981-I e 1981-II).

3 FORMULAÇÃO BÁSICA DO PROBLEMA

Em Sistemas de Potência, o estado a ser estimado corresponde ao módulo e ao ângulo das tensões nas barras do sistema. O ângulo da tensão em uma determinada barra é fixado em zero grau e é tomado como referência. Sendo N o número de barras do sistema, o número n de variáveis de

estado a serem estimadas é igual a $(2.N - 1)$. Problema da Estimação de Estados com Restrições é definido como um Problema de Mínimos Quadrados Ponderados com Restrições de Igualdade (**Problema LSE**) e é assim formulado:

$$\begin{aligned} \min J(x) &= [z - h(x)]^t R^{-1} [z - h(x)] \\ \text{s. a.} & \\ g(x) &= b \end{aligned} \quad (8)$$

onde z é um vetor $m \times 1$ contendo as medidas efetuadas ou projetadas na rede elétrica; $h(x)$ é um vetor de funções não-lineares que relacionam o vetor de estados x , de ordem $n \times 1$, com o vetor z ; R é a matriz diagonal das covariâncias dos erros de medição, de ordem $m \times m$; $g(x)$ é um vetor de funções não-lineares, de ordem $r \times 1$, que relacionam o vetor de estados x com o vetor b , contendo informações determinísticas sobre a rede elétrica (tais como injeções nulas em certas barras do sistema).

A técnica de solução do problema de mínimos quadrados via rotações de Givens exige que a função que relaciona as variáveis de otimização com o vetor de observações seja linear, bem como a função g das restrições. Portanto, para tal técnica poder ser utilizada, o modelo de medição deve ser linearizado.

A matriz de ponderação R^{-1} é incorporada aos termos lineares de (9) e, com um certo abuso de notação, negligenciada. Dessa forma, o problema de mínimos quadrados ponderados com um modelo de medição linearizado em torno do ponto de operação do sistema x^k fica sendo:

$$\min J(\Delta x^k) = [\Delta z - H(x^k)\Delta x^k]^t R^{-1} [\Delta z - H(x^k)\Delta x^k] \quad (9)$$

$$\text{s. a.} \\ G(x^k)\Delta x^k = \Delta b$$

onde:

$H(x^k)$, doravante designada apenas como H , é a matriz Jacobiana do vetor h , calculada no ponto x^k e definida como:

$$H = \left. \frac{\partial h(x)}{\partial x} \right|_{x=x^k} \quad (10)$$

$G(x^k)$, doravante designada apenas como G , é a matriz Jacobiana do vetor g , calculada no ponto x^k e definida como:

$$G = \left. \frac{\partial g(x)}{\partial x} \right|_{x=x^k} \quad (11)$$

e

$$\Delta z = z - h(x^k) \quad (12)$$

$$\Delta b = b - g(x^k) \quad (13)$$

A nova estimativa para o ponto de operação em estudo é calculada como:

$$x^{k+1} = x^k + \Delta x^k \quad (14)$$

Com o objetivo de simplificar ainda mais a notação, o sobrescrito k , que indica a iteração em curso na solução do problema de estimação de estados será omitido.

4 O MÉTODO DOS PESOS (GOLUB E VAN LOAN, 1989; LAWSON E HANSON, 1995)

Uma forma de se obter uma solução aproximada para o Problema LSE é resolver o problema de mínimos quadrados irrestrito dado por:

$$\min \left\| \begin{bmatrix} H \\ \mu G \end{bmatrix} \Delta x - \begin{bmatrix} \Delta z \\ \mu \Delta b \end{bmatrix} \right\| \quad (15)$$

para um μ elevado, onde a matriz de ponderação R^{-1} é incorporada à matriz H e ao vetor Δz , conforme descrito em (Simões Costa e Quintana, 1981-I). Por exemplo, se as linhas da matriz H forem ponderadas com pesos da ordem de $1.0 \times 10^{+5}$, um peso elevado seria algo em torno de $1.0 \times 10^{+30}$, como utilizado por (Vempati, Slutzker e Tinney, 1991).

Para se ter uma idéia da qualidade do resultado obtido na solução do problema representado pela equação (15), lança-se mão da Decomposição em Valores Singulares (SVD) (Golub e Van Loan, 1989). Assim, seja

$$U^t H X = \text{diag}(h_1 \ h_2 \ \dots \ h_n) = D_H \in R^{m \times n}$$

$$V^t G X = \text{diag}(g_1 \ g_2 \ \dots \ g_r) = D_G \in R^{r \times n}$$

a Decomposição em Valores Singulares Generalizada (GSVD) (Lawson e Hanson, 1995) de H e G e onde supõe-se que ambas as matrizes tenham posto completo. Sendo $U = (u_1 \ u_2 \ \dots \ u_m)$, $V = (v_1 \ v_2 \ \dots \ v_r)$ e $X = (x_1 \ x_2 \ \dots \ x_n)$, então é possível mostrar que a solução exata para o problema LSE é (Lawson e Hanson, 1995):

$$\mathbf{x} = \sum_{i=1}^r \frac{v_i^t \mathbf{b}}{\mathbf{g}_i} \mathbf{x}_i + \sum_{i=1}^n \frac{u_i^t \Delta \mathbf{z}}{\mathbf{h}_i} \mathbf{x}_i \quad (16)$$

enquanto que a solução para o problema expresso pela equação (15) é dada por:

$$\mathbf{x}(\mu) = \sum_{i=1}^r \frac{\mathbf{h}_i u_i^t \Delta \mathbf{z} + \mu^2 \mathbf{g}_i v_i^t \mathbf{b}}{\mathbf{h}_i^2 + \mu^2 \mathbf{g}_i^2} \mathbf{x}_i + \sum_{i=1}^n \frac{u_i^t \Delta \mathbf{z}}{\mathbf{h}_i} \mathbf{x}_i \quad (17)$$

e $\mathbf{x}(\mu) \rightarrow \mathbf{x}$ quando $\mu \rightarrow \infty$. É claro que devido ao grande esforço computacional necessário ao cálculo dos valores singulares generalizados das matrizes \mathbf{H} e \mathbf{G} , as expressões (16) ou (17) não devem ser utilizadas para fins práticos na estimação de estados em sistemas de potência no cálculo das variáveis de estado. No entanto, o uso da SVD permite visualizar o efeito da ponderação através do parâmetro μ , conforme descrito a seguir.

A grande vantagem do Método dos Pesos na solução do problema LSE é não exigir nenhuma rotina especial. O mesmo código utilizado para resolver um problema LS irrestrito pode ser utilizado para este método. Contudo, como se pode observar analisando-se a equação (17), a precisão de $\mathbf{x}(\mu)$ é dependente do valor de μ . Desse modo, em certas situações torna-se necessária a utilização de pesos muito grandes para se obter um valor aceitável para \mathbf{x} e isto pode causar severos problemas numéricos (Lawson e Hanson, 1995; Golub e Van Loan, 1989; Björk, 1995) principalmente se a matriz a ser fatorada é mal condicionada.

O ideal seria obter-se um valor aceitável para \mathbf{x} , utilizando-se pesos correspondentes às restrições de igualdade não muito diferentes dos utilizados para se ponderar as outras linhas da matriz \mathbf{H} . Neste contexto, a proposta de Van Loan de refinamento iterativo dos pesos (Van Loan, 1985) torna-se bastante atraente conforme descrito na próxima seção.

5 O MÉTODO DOS PESOS COM REFINAMENTO ITERATIVO

O método desenvolvido por Van Loan permite a solução do problema LSE utilizando-se o Método dos Pesos sem, contudo, empregar pesos muito acima dos convencionalmente utilizados na ponderação das linhas da matriz \mathbf{H} associadas às telemidas provenientes da rede. Ele é executado a cada iteração do Método de Newton (laço externo do Estimador). Trata-se de um processo iterativo e a prova de sua convergência é mostrada em (Van Loan, 1985).

O Método dos Pesos com Refinamento Iterativo pode ser dividido em duas etapas básicas: a primeira etapa consiste no Método dos Pesos convencional e calcula os desvios nas variáveis de estado $\Delta \mathbf{x}$ com as restrições de igualdade incluídas na Matriz Jacobiana como pseudo-medidas ponderadas com um peso um pouco superior aos pesos adotados para as demais telemidas: a etapa seguinte constitui-se em um processo iterativo no qual são minimizados os resíduos correspondentes às restrições de igualdade, obtidos na primeira etapa.

Este algoritmo foi desenvolvido para a solução do problema LSE linear, com restrições lineares. Para tornar mais claro o método utilizado o Algoritmo do MPRI é apresentado em conjunto com o laço externo correspondente ao Método de Newton utilizado na solução do Problema LSE não-linear.

Algoritmo do Método dos Pesos com Refinamento Iterativo:

1. Fixar μ ;
2. Determinar a estrutura da matriz Jacobiana
$$\mathbf{J} = \begin{bmatrix} \mathbf{R}^{-1/2} \mathbf{H} \\ \mu \mathbf{G} \end{bmatrix}$$
3. Determinar a estrutura da matriz de Informação $\mathbf{A} = \mathbf{J}^t \mathbf{J}$;
4. Reordenar as colunas da matriz \mathbf{A} pelo Método do Mínimo Grau, determinando \mathbf{P}_c ;
5. Reordenar as linhas de \mathbf{J} pelo menor índice de coluna, determinando \mathbf{P}_l ;
6. $\rho = 0$
7. **Enquanto** (não-convergência em $\Delta \mathbf{x}^\rho$) **faça**
8. **Se** (\mathbf{J} não-constante) **então**

Calcular \mathbf{J}

Fim Se

$$9. \quad \Delta \mathbf{w} = \begin{bmatrix} \mathbf{R}^{-1/2} \Delta \mathbf{z} \\ \mu \Delta \mathbf{b} \end{bmatrix}$$

10. Aplicar rotações de Givens:

$$\mathbf{Q}^t(\mu) \mathbf{P}_l [\mathbf{J} \mid \Delta \mathbf{w}] \mathbf{P}_c = \begin{bmatrix} \mathbf{R}^\mu & \mid & \Delta \mathbf{s} \\ \mathbf{O} & & \omega \end{bmatrix}$$

11. Resolver $\mathbf{R}_\mu \Delta \mathbf{x}^\rho(\mu) = \Delta \mathbf{s}$
12. $k = 0$;
13. **Enquanto** (não-convergência em $\Delta \mathbf{x}^k$) **faça**
14. $\Delta \mathbf{x}^k = \Delta \mathbf{x}^\rho(\mu)$
15. $\mathbf{r}^k = \Delta \mathbf{b} - \mathbf{G} \Delta \mathbf{x}^k$ (18)
16. Resolva

$$\min \left\| \begin{bmatrix} \mathbf{R}^{-1/2} \mathbf{H} \\ \mu \mathbf{G} \end{bmatrix} \delta(\Delta \mathbf{x}^k) - \begin{bmatrix} 0 \\ \mu \mathbf{r}^k \end{bmatrix} \right\| \quad (19)$$

17. $\Delta \mathbf{x}^{k+1} = \Delta \mathbf{x}^k + \delta(\Delta \mathbf{x}^k)$ (20)
18. $k \leftarrow k + 1$

Fim enquanto

19. $\rho \leftarrow \rho + 1$

$$20. \quad \mathbf{x}^\rho \leftarrow \mathbf{x}^\rho + \Delta \mathbf{x}^k$$

Fim Enquanto

21. **Fim**;

Observações sobre o Algoritmo:

1. A medida que o vetor $\Delta \mathbf{x}$ vai atingindo um valor próximo de ε_N (ver adiante), é comum fazer-se o Jacobiano constante (Simões Costa e Quintana, 1981-II) pois as modificações introduzidas em seus valores são muito pequenas, tornando desnecessário a sua atualização.
2. A matriz $\begin{bmatrix} \mathbf{H} \\ \mu \mathbf{G} \end{bmatrix}$ é fatorada apenas uma única vez por iteração do Método de Newton, isto é, ela não precisa ser fatorada novamente durante o refinamento iterativo. Do passo 10 do algoritmo acima, ignorando por um momento as matrizes de permutação de linhas e colunas, temos:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{H} \\ \mu \mathbf{G} \end{bmatrix} = [\mathbf{Q}_1(\mu) \quad \mathbf{Q}_2(\mu)] \begin{bmatrix} \mathbf{R}_\mu \\ \mathbf{O} \end{bmatrix} \quad (21)$$

Como as rotações de Givens devem ser aplicadas também ao vetor do lado direito, têm-se que:

$$\mathbf{R}_\mu \Delta \mathbf{x}(\mu) = \mathbf{Q}^t(\mu) \begin{bmatrix} \Delta \mathbf{z} \\ \mu \Delta \mathbf{b} \end{bmatrix} \quad (22)$$

De maneira similar, para o problema (21):

$$\mathbf{R}_\mu \delta(\Delta \mathbf{x}^{(k)}) = \mathbf{Q}^t(\mu) \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \mu \mathbf{r}^{(k)} \end{bmatrix} \quad (23)$$

3. A escolha do parâmetro μ é muito importante na aplicação deste algoritmo. Sendo *machep* a precisão da máquina utilizada, testes descritos em (Van Loan, 1985) sugerem que valores inferiores a $(machep)^{-1/2}$ garantem, de maneira geral, um bom desempenho do algoritmo. Valores superiores a este podem exigir uma ordenação conveniente de linhas e colunas para se garantir a estabilidade numérica do método.
4. *Crítérios de Convergência.* O critério de convergência do laço iterativo interno (refinamento iterativo) é definido da seguinte forma: sendo ϵ uma dada tolerância, quando

$$\|\Delta \mathbf{b} - \mathbf{G} \Delta \mathbf{x}^k\| \leq \epsilon \|\mathbf{G}\|_\infty \|\Delta \mathbf{x}^k\|$$

o processamento iterativo das restrições de igualdade é dado como concluído.

Como critério geral de convergência para o Método de Newton (laço iterativo externo) foi adotado o seguinte critério:

$$\|\Delta \mathbf{x}\|_\infty \leq \epsilon_N$$

onde ϵ_N é a tolerância escolhida para o Método de Newton

6 ASPECTOS DA IMPLEMENTAÇÃO

Em (Van Loan, 1985), mostra-se que é possível se executar o algoritmo sem a necessidade do armazenamento da matriz ortogonal \mathbf{Q} . Contudo, tal procedimento não foi adotado nesta implementação pois como já mencionado, é comum fazer-se o Jacobiano constante a partir de uma determinada iteração. Dessa forma, armazena-se não a matriz \mathbf{Q} explicitamente, mas a sequência de rotações de Givens necessárias à fatoração da matriz Jacobiana, para em seguida aplicá-las aos vetores do lado direito que variam de iteração para iteração.

O programa foi implementado em FORTRAN 77 e faz pleno uso de técnicas de armazenamento compacto.

Conforme demonstrado por Vempati, Slutsker e Tinney (Vempati, Slutsker e Tinney, 1991), a utilização de um esquema de ordenação tanto de linhas como de colunas da matriz Jacobiana é fundamental para o sucesso do método de Givens. Uma reordenação de colunas minimiza o enchimento na matriz triangular superior \mathbf{R}_μ enquanto que o reordenamento de linhas minimiza o enchimento intermediário durante a fatoração (George e Heath, 1980). O esquema de ordenação de colunas adotado foi o Método do Mínimo Grau, conforme proposto por Tinney em (Tinney e Walker, 1967) e inicialmente aplicado ao Método dos Mínimos Quadrados via rotações de Givens por George e Heath (George e Heath, 1980). O esquema de ordenação de linhas utilizado foi o de fatorar-se primeiro as linhas que iniciem com o maior índice da coluna conforme proposto em (George e Heath, 1980).

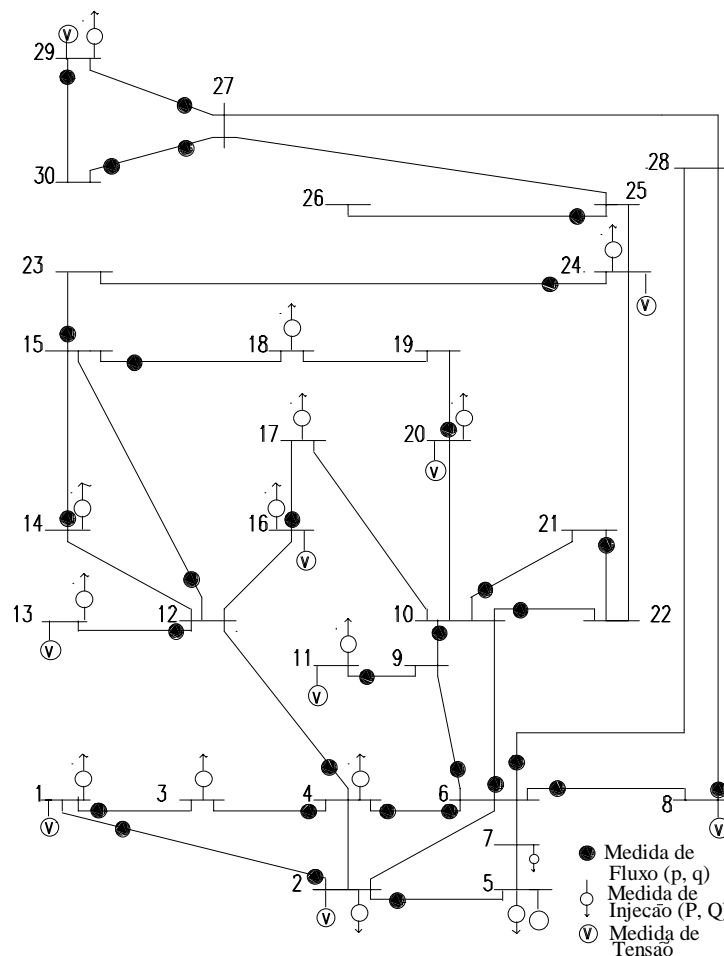


Figura 7.1: Plano de Medição para o Sistema IEEE-30 barras

Tabela 7.1: Sistemas teste utilizados

Sistema	Barras	linhas	restrições		número de telemidas				
			P	Q	Tensão	P	Q	fluxo ativo	Fluxo reativo
IEEE-30 barras	30	41	6	6	10	17	17	34	34
IEEE-118 barras I	118	179	10	10	39	82	82	177	178
IEEE-118 barras II	118	179	13	13	30	30	30	121	121
SSE-BR-340 I	340	494	102	62	198	132	177	494	494
SSE-BR-340 II	340	494	11	8	198	223	199	494	494

A opção pelo Método das Rotações de Givens com três multiplicadores deve-se à sua robustez numérica e ao fato da matriz triangular resultante ser diagonal unitária, fornecendo como subproduto, o somatório dos quadrados dos resíduos necessário ao processamento de erros grosseiros. O método com dois multiplicadores não é, por si só, numericamente estável (Gentleman, 1974; Björk, 1995), tornando-se necessário o uso de esquemas de controle para se evitar *overflow* ou *underflow* durante a fatoração, como proposto em (Golub e Van Loan, 1987) e mais tarde adotado por Vempati, Slutsker e Tinney. Além disso, a matriz triangular resultante não é diagonal unitária, havendo a necessidade de se calcular o somatório dos quadrados dos resíduos e um pequeno esforço computacional adicional na rotina de substituição reversa.

7 RESULTADOS OBTIDOS

Nesta seção são apresentados os resultados obtidos com o estimador ortogonal-sequencial não-linear com restrições de igualdade.

Basicamente, foram utilizados três sistemas teste: o IEEE 30 barras, o IEEE 118 barras e um sistema de porte realístico (340 barras), construído a partir do Sistema Sul-Sudeste brasileiro.

Inicialmente, foi obtida a solução de um fluxo de carga para todos os sistemas. A partir de planos de medição observáveis, telemidas foram simuladas pela introdução de ruído normalmente distribuído aos resultados obtidos no fluxo de carga. Vários planos de medição foram simulados.

Apenas restrições de igualdade em barras de injeção nula foram consideradas.

O diagrama unifilar do Sistema de 30 barras do IEEE, junto com o plano de medição utilizado pode ser visto na Figura 7.1. e um resumo com todas as características dos sistemas teste utilizados podem ser vistas na Tabela 7.1.

Em todos os casos simulados, o valor do peso utilizado para ponderar as linhas da matriz Jacobiana correspondentes às restrições de igualdade no MPRI foi de $1.0 \times 10^{+9}$. O valor utilizado de ϵ_N no critério de convergência do laço externo foi de 1.0×10^{-3} . Para ϵ , variável de calibração do critério de convergência do MPRI, utilizou-se 1.0×10^{-2} .

7.1 Sistema de 30 barras do IEEE.

A Tabela 7.2 apresenta os resultados obtidos para o Sistema do IEEE de 30 barras. Nesta mesma tabela são apresentados os resultados obtidos por Simões Costa, Seleme e Salgado em (Simões Costa, Seleme e Salgado, 1985) utilizando o Método da Matriz de Espaço Nulo, método este considerado “exato”. Foi utilizado um plano de medição com 124 telemidas, 6 restrições de injeção ativa nula e 6 injeções reativas nulas. O número de iterações necessárias para se obter a convergência para o laço interno correspondente ao Método dos Pesos com Refinamento Iterativo para cada iteração do algoritmo externo (Método de Newton) podem ser vistos na Tabela 7.3.

Tabela 7.2: Estimativas para as injeções nulas:
Sistema IEEE-30 barras

MMEN = Método da Matriz de Espaço Nulo

MPRI = Método dos Pesos com Refinamento Iterativo

injeção nula tipo-barra	MMEN	MPRI
P-6	-1.95×10^{-7}	-1.10×10^{-9}
Q-6	4.67×10^{-7}	-2.648×10^{-8}
P-9	$8,37 \times 10^{-8}$	-5.47×10^{-10}
Q-9	3.40×10^{-7}	-1.943×10^{-8}
P-22	-9.01×10^{-9}	1.389×10^{-10}
Q-22	3.37×10^{-8}	9.729×10^{-10}
P-25	2.01×10^{-7}	2.958×10^{-9}
Q-25	3.93×10^{-7}	2.732×10^{-9}
P-27	2.95×10^{-7}	6.356×10^{-10}
Q-27	2.94×10^{-8}	1.686×10^{-9}
P-28	-6.58×10^{-8}	2.712×10^{-11}
Q-28	1.09×10^{-7}	3.026×10^{-10}

A Tabela 7.2 mostra que os resultados obtidos com o Método dos Pesos com Refinamento Iterativo são compatíveis com os obtidos por um método “exato” como o Método da Matriz de Espaço Nulo.

A convergência do laço externo foi obtida em três iterações e a do laço interno (MPRI) em apenas uma.

Tabela 7.3: Estimativas obtidas: Sistema IEEE-118 barras, 332 telemidas

MP = Método dos Pesos

tipo-barra	MPRI $\mu = 1.0 \times 10^{+9}$	MP $\mu = 1.0 \times 10^{+30}$
P-5	3.918×10^{-7}	-5.739×10^{-7}
P-9	1.669×10^{-7}	-4.201×10^{-7}
Q-9	4.496×10^{-7}	1.019×10^{-6}
P-23	-1.175×10^{-7}	-5.271×10^{-8}
Q-23	1.472×10^{-7}	7.417×10^{-8}
P-30	-1.091×10^{-7}	2.062×10^{-8}
Q-30	3.418×10^{-7}	2.785×10^{-7}
P-37	-1.606×10^{-7}	-8.976×10^{-8}
Q-37	2.484×10^{-7}	1.492×10^{-7}
P-38	3.714×10^{-8}	-2.704×10^{-9}
Q-38	2.257×10^{-8}	2.957×10^{-9}
Q-47	5.973×10^{-11}	-6.317×10^{-9}
P-63	7.843×10^{-9}	5.500×10^{-9}
Q-63	-2.293×10^{-9}	-8.956×10^{-10}
P-64	-1.717×10^{-9}	2.511×10^{-9}
Q-64	1.354×10^{-9}	7.989×10^{-10}
P-68	-2.409×10^{-8}	-1.307×10^{-8}
Q-68	5.054×10^{-9}	3.160×10^{-9}
P-71	4.956×10^{-9}	1.593×10^{-9}
Q-71	3.674×10^{-9}	1.541×10^{-9}
P-81	-4.702×10^{-9}	-1.825×10^{-9}
Q-81	1.275×10^{-9}	1.918×10^{-10}
P-87	3.267×10^{-11}	2.786×10^{-12}
Q-83	2.319×10^{-9}	8.085×10^{-9}
P-108	3.154×10^{-11}	-2.280×10^{-11}
Q-108	1.053×10^{-11}	5.009×10^{-13}

7.2 Sistema de 118 barras do IEEE.

Os resultados obtidos para o Sistema IEEE-118 barras são mostrados na Tabela 6.3. Dois planos de medição diferentes foram utilizados. O primeiro plano utilizado contém 558 telemidas, 10 restrições de injeção de potência ativa e 10 de potência reativa. O segundo, 332 telemidas, 13 restrições de injeções ativas nulas e 13 injeções reativas nulas. Como os resultados obtidos foram bastante semelhantes, apenas os resultados obtidos para o segundo plano de medição são apresentados na Tabela 7.3. Na mesma tabela são mostrados ainda os resultados obtidos para o mesmo plano de medição com o Método dos Pesos. Neste caso, o peso utilizado para as restrições de igualdade foi de $1.0 \times 10^{+30}$. As restrições de igualdade, neste caso, foram convertidas em telemidas convencionais.

A Tabela 6.3 mostra que os resultados obtidos pelo Método dos Pesos com Refinamento Iterativo utilizando um peso de apenas $1.0 \times 10^{+9}$ são equivalentes aos obtidos pelo Método dos Pesos com uma ponderação para as restrições de igualdade igual a $1.0 \times 10^{+30}$, praticamente no limite superior da precisão da máquina.

Neste sistema, o laço externo convergiu em três iterações. O laço interno (MPRI) convergiu em apenas uma em todas as iterações do laço externo.

7.3 Sistema Sul-Sudeste de 340 barras.

Nos sistemas anteriores, os *taps* dos transformadores foram considerados em suas posições nominais. Contudo, para o sistema de 340 barras, é impossível obter-se a convergência no fluxo de carga para esta situação. Dessa forma, os *taps* fora do valor nominal foram também modelados no estimador de estados sob a forma de parâmetros. Este sistema possui 494 linhas de transmissão e foram utilizados dois planos de medição, como pode ser visto na Tabela 6.1. Devido ao grande número de barras com injeções nulas neste sistema, apenas os resultados mais significativos são apresentados. De forma geral, o valor obtido pelo estimador para uma injeção nula ficou na média de 1.0×10^{-10} , variando entre 10^{-3} e 10^{-15} . Em algumas poucas barras, os resultados obtidos não são tão bons. Os piores resultados, foram os obtidos para as barras 110, 125, 126 e 284, onde a injeção de potência ativa ficou na casa de 1.3×10^{-3} . Nas barras 9, 119, 132, 138, 146, 185 e 287 o resultado ficou na casa dos 10^{-4} . O pior resultado para a injeção reativa foi de 2.4×10^{-3} na barra 185. Nas demais barras, variou entre 10^{-5} e 10^{-14} . No 2º plano de medição, onde o número de restrições de igualdade é bastante reduzido, este tipo de situação não ocorreu, ficando todos os valores de injeções nulas na casa dos 10^{-10} .

Os resultados obtidos pelo Método dos Pesos são bem inferiores aos obtidos pelo MPRI. Apenas com o propósito de mostrar a maior robustez numérica do MPRI, tanto este método quanto o Método dos Pesos foram executados em um *software* de 16 bits (FORTRAN PowerStation 1.0 da Microsoft) onde não foi possível se obter a convergência para o Método dos Pesos. Esta só foi obtida quando foi utilizado um *software de 32 bits* como a versão 4.0 do mesmo programa. Neste caso, os resultados obtidos para as injeções nulas ficaram na casa dos 10^{-7} . Em ambos os casos, foi utilizado um peso de $1.0 \times 10^{+30}$.

Finalmente, a Tabela 7.4 apresenta os tempos computacionais obtidos em um microcomputador Pentium 133MHz com 32 Mbytes de memória RAM, para os dois planos de medição correspondentes aos sistemas de 118 barras e 340 barras.

Em ambos os casos testados, o laço externo convergiu em cinco iterações. O laço interno em apenas uma iteração por iteração do laço externo.

8 CONCLUSÕES

Os resultados apresentados na seção anterior demonstram plenamente a viabilidade do método proposto. Os tempos computacionais obtidos demonstram sua aplicabilidade à operação em tempo real de sistemas de potência, em que pesa o fato de que os códigos utilizados não são otimizados. Não foi encontrado nenhum problema grave quanto à satisfação de qualquer restrição de igualdade a não ser os já comentados na seção anterior.

O pós-processamento das restrições de igualdade não afeta de forma alguma as características de convergência do estimador. Isto deve-se ao fato das restrições serem inicialmente tratadas como pseudo-medidas com peso superior às demais telemidas.

A grande vantagem dos estimadores ortogonais-sequenciais é sua robustez numérica, já que trabalham diretamente sobre a matriz de observação, aliada a uma técnica eficiente de detecção de erros grosseiros (Simões Costa e Quintana, 1981-II), pois o somatório dos quadrados dos resíduos é um

subproduto do método. O fato das restrições de igualdade serem tratadas como pseudo-medidas na primeira etapa do Método dos Pesos com Refinamento Iterativo permite que erros de modelagem envolvendo as restrições de igualdade sejam detectados antes do refinamento Iterativo (segunda etapa do método) ser realizado, evitando assim que o resultado final seja contaminado por eles.

Entretanto, a grande vantagem do método proposto é a possibilidade de obter-se resultados comparáveis aos obtidos com o Método dos Pesos, sem a necessidade de utilizarem-se pesos elevados para as linhas correspondentes às restrições de igualdade. Dessa forma, não se corre o risco de divergência como o ocorrido quando um *software* de 16 bits foi utilizado, devido a problemas numéricos causados pela grande disparidade de pesos entre as linhas da matriz Jacobiana. O custo computacional a ser pago é relativamente pequeno.

A qualidade dos resultados é superior à obtida pela utilização de um método "exato" como o Método da Matriz de Espaço Nulo pois o número de operações em ponto flutuante é bem inferior, diminuindo os erros de arredondamento.

AGRADECIMENTOS

J. P. S. Gouvêa e A. J. A. Simões Costa agradecem à CAPES e ao CNPq, respectivamente, pelo apoio financeiro para o desenvolvimento desta pesquisa.

9 REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

_____ (1981-II) "An Orthogonal Row Processing Algorithm for Power System Sequential State Estimation". *IEEE Trans. on PAS*, vol. 100, no. 8, pp. 3791-3800.

A. Simões Costa, S. Seleme Jr. E R. S. Salgado (1985). "Equality Constrained State Estimation via Orthogonal Row Processing Techniques". Proc. IFAC Conf. Electric Energy Systems, Rio, Brazil, pp. 43-49.

A. Abur. (1990). "A Bad Data Identification Method for Linear Programming State Estimation", *IEEE Transaction on Power System*, vol. 5, no. 3, pp. 894-902.

A. Björk. (1995). "Numerical Methods for Least Square Problems". SIAM, Philadelphia, 408 pp.

A. J. A. Simoes Costa; V.H. Quintana (1981-I). "A Robust Numerical Technique for Power System State Estimation". *IEEE Trans. on PAS*, vol. 100, no. 2, pp. 691-698.

C. Lawson.; R. Hanson. (1995). "Solving Least Square Problems". (reimp. from Prentice-Hall, New Jersey, 1974), Philadelphia, SIAM,

Ch. Van Loan. (1985). "On the Method of Weighting for Equality Constrained Least-Squares Problems". *SIAM J. Numer. Anal.*, vol. 22, no. 5, pp. 851-864.

D. M. Falcão; S. M. Assis. (1988). "Linear Programming State Estimation: Error Analysis and Gross Error Identification". *IEEE Trans. On Power System*, vol. 3, Aug. , pp. 809-815.

F. C. Aschmoneit.; N. M. Peterson; A. C. Adrian. (1977). "State Estimation with Equality Constraints". *Proc. PICA*, pp. 427-436.

F. C. Schweppe ; J. Wildes. (1970). "Power System Static State Estimation, Part I: Exact Model". *IEEE Trans. on PAS*, vol. 89, no 1, pp. 120-125.

G. H. Golub.; C. Van Loan. (1989). *Matrix Computation*. 2nd Ed., John Hopkins Univ. Press. Baltimore,

Gentleman, W. M. "Least Square Computations by Givens Transformations Without Square Roots". *Journal of Inst. Math Applics*, no. 12, 1974, pp. 329-336.

George, A.; Heath, M. T.(1980). "Solution of Linear Least Squares Problems Using Givens Rotations". *Linear Algebra and its Applications*, vol. 34, pp. 69-83.

Gjelsvik, A.;Aam, S.; Holten, L. (1985). "Hachtel's Augmented Matrix Method - A Rapid Method Improving Numerical Stability in Power System Static State Estimation". *IEEE Trans. on PAS*, vol. 104, no. 11, pp. 2987-2993.

K. A. Clements; P. W. Davis; K. D. Frey. (1989). "An Efficient Algorithm for Coupling the Weighted Least Absolute Value Estimator in Power System Static State Estimation". *IFAC Int. Symp. In Power System and Power Plant Control*, Aug. 22-25, Seul, Korea.

M. Falcão; P. A. Cooper; A. Brameller. (1982). "Power System State Estimation and Bad Data Processing ". *IEEE Trans. On PAS*, vol. PAS-101, no. 2, pp. 325-333.

N. Vempati; I. Slutsker.; W. F. Tinney. (1991). "Enhancements to Givens Rotations for Power Systems State Estimation". *IEEE Trans.on Power Systems.*, vol. 6, no. 2, pp. 842-849.

V. H. Quintana.; B. W. Scott; A. Y. Chikinani. (1986). "Power System State Estimation with Equality Constraints". IASTED Conf. On High Technology in the Power Industry, Bozeman, Montana.

W. F. Tinney; J. W. Walker. (1967). "Direct Solution of Sparse Network Equations by Optimally Ordered Triangular Factorization". *Proc. of the IEEE*, Vol. 55, pp. 1801-1809.