

ANÁLISE DE ESTABILIDADE TRANSITÓRIA DE SISTEMAS DE POTÊNCIA  
COM REGULADORES AUTOMÁTICOS DE TENSÃO POR MÉTODO DIRETO  
PARTE I: MÁQUINA VS. BARRA INFINITA

Laurence D. Colvara  
Depto. de Engenharia Elétrica  
FEIS/UNESP- CP31  
Ilha Solteira - SP

Liu Hsu  
Programa de Engenharia Elétrica  
COPPE/UFRJ - CP 68504  
Rio de Janeiro - RJ

Resumo

O efeito do regulador automático de tensão é considerado no modelo do sistema, adotando uma aproximação para a tensão terminal da máquina síncro na levando em conta suas componentes de eixos direto e em quadratura. Deriva-se uma função de Lyapunov para o modelo expresso na forma de Persidskii generalizada, e um procedimento de análise de estabilidade transitória de primeira oscilação é estabelecido com base em uma parcela da função de Lyapunov identificada como "Função Potencial", e em considerações sobre o torque sincronizante. Determinando tempos críticos de eliminação de curto-circuito, encontram-se resultados compatíveis com os obtidos com o modelo de Park para a tensão terminal da máquina.

TRANSIENT STABILITY ANALYSIS OF POWER SYSTEMS WITH  
AUTOMATIC VOLTAGE REGULATORS BY DIRECT METHOD  
PART I: MACHINE AGAINST INFINITE BUS

Abstract

The automatic voltage regulator effect is considered in the system model using a machine terminal voltage approximation. This approximation considers direct and quadrature-axis components of the terminal voltage. A Lyapunov function is derived for the model and a first swing transient stability analysis is proposed considering the potential function part of the Lyapunov function and additional information about synchronizing torque. The determination of critical clearing times of short-circuit faults has led to results which agree closely with those obtained with Park's model for the machine terminal voltage.

1. INTRODUÇÃO

A aplicação do método direto de Lyapunov à análise de estabilidade de sistemas de potência atingiu já uma certa maturidade, considerando o modelo mais simples (clássico) da máquina síncrona (Ribbens-Pavella e Evans, 1985). O mesmo, entretanto, não ocorre quando se considera modelos mais realistas, como é o caso da inclusão dos efeitos do Regulador Automático de Tensão (RAT). Este problema foi abordado por Siddiquee (1968), determinando uma função de Lyapunov (FL) obtida através de "considerações físicas" sobre o sistema, para o caso de máquina contra barra infinita. O RAT foi considerado como um elemento de resposta exponencial. Para o mesmo modelo, Pai e Rai (1974) obtiveram uma FL através de procedimento sistemático (Lyapunov-Popov). Ainda com este modelo do RAT, Hsu e Kaszkurewicz (1985), obtiveram uma FL para sistemas multimáquinas. Levando em conta a influência das variações da tensão terminal ( $V_T$ ) sobre a resposta do RAT, Miyagi (1984) obteve uma FL para o sistema máquina contra barra infinita através de uma aproximação pa-

ra  $V_T$  e uma extensão para o caso multimáquinas foi apresentada por Miyagi e Bergen (1986). Entretanto, os resultados obtidos estão sujeitos a uma forte restrição imposta ao ganho do RAT, não se admitindo valor realista deste parâmetro.

Propõe-se neste trabalho uma outra aproximação da tensão terminal, permitindo-se a utilização de valores realistas de ganho na análise de estabilidade. Para o modelo do sistema máquina x barra infinita obtido, uma FL é construída a partir de uma generalização do método de determinação de FL's para sistemas do tipo de Persidskii (1969) generalizado (Hsu e Kaszkurewicz, 1985). Com esta FL, um domínio de estabilidade poderia ser determinado pelo valor da função calculado em um ponto de equilíbrio instável (PEI) "interessante". Entretanto, a análise de estabilidade daí decorrente conduziria a resultados fortemente conservativos, além de impor a necessidade de determinar o PEI. Apresenta-se mais interessante adotar um procedimento similar ao método da "Potential Energy Boundary Surface (PEBS)" (vide Pai, 1981). Tomando-se uma

parte da FL como energia potencial estabeleceu-se um método de análise de estabilidade utilizando o conceito de Região de Sincronização Positiva (RSP), considerado importante para evitar possíveis conclusões errôneas sobre o comportamento do sistema após uma perturbação.

Neste trabalho, que é a primeira parte de uma abordagem mais ampla do assunto, apresenta-se o caso de sistema composto de uma máquina contra barra infinita. Na segunda parte, é realizada a extensão do tratamento ao caso de sistemas multimáquinas.

## 2. FUNÇÃO DE LYAPUNOV PARA SISTEMAS DE PERSIDSKII GENERALIZADOS

Persidskii (1969) tratou da estabilidade de sistemas de forma  $\dot{x} = A\phi(x)$ ;  $x \in \mathbb{R}^n$ ;  $\phi: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^n$ ;  $\phi(x) = [\phi_1(x_1) \phi_2(x_2) \dots \phi_n(x_n)]$ ; sendo A uma matriz real (nxn). Aqui, considera-se sistemas de forma

$$\dot{x} = A\phi(x) + F(x) \quad (2.1)$$

sendo  $F: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^n$  considerada como perturbação de  $x = A\phi(x)$  e admitindo inclusive  $\phi(x)$  não separável ( $\phi_i: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$ ). Para o sistema (2.1) Hsu e Kaszkurewicz (1985) consideraram FL's do

tipo  $V(x) = \sum_i p_i \int_0^{x_i} \phi_i(\tau) d\tau_i$ . Trata-se aqui de generalizar a FL adotando a forma

$$V(x) = \sum_{i,j=1}^n p_{ij} \int_0^{x_j} \phi_j(\tau) d\tau_j \quad (2.2)$$

envolvendo a matriz não singular  $P = [p_{ij}]$  enquanto no caso anterior só era admitida  $P = \text{diag}[p_i]$ . O gradiente de  $V(x)$  é dado por

$$\nabla V = P^T \phi(x) + \psi(x) \quad (2.3)$$

onde  $\psi^T(x) = [\psi_1(x) \psi_2(x) \dots \psi_n(x)]$

$$\text{com } \psi_i(x) = \sum_{\substack{\ell, k=1 \\ \ell \neq i}}^n p_{k\ell} \int_0^{x_\ell} \frac{\partial \phi_k(\tau)}{\partial x_i} d\tau_\ell, \quad i=1,2,\dots,n \quad (2.4)$$

A derivada temporal, de (2.2) com respeito a (2.1) é dada por  $\dot{V} = \nabla V^T \dot{x}$ , que, com conveniente manipulação algébrica, pode ser escrita

$$\dot{V} = -\frac{1}{2} [R \nabla V]^T Q [R \nabla V] + \nabla V^T [F - AR\psi] \quad (2.5)$$

onde  $R = (P^T)^{-1}$  e

$$Q = - [A^T P^T + PA] \quad (2.6)$$

Em alguns casos, é possível estabelecer P tal que

$$F - AR\psi = 0 \quad (2.7)$$

e, para  $V(x) < 0$  ou  $\dot{V}(x) < 0$  é suficiente obter simultaneamente  $Q > 0$  ou  $Q < 0$ .

## 3. MODELO DO SISTEMA MÁQUINA VS. BARRA INFINITA

A máquina é modelada como uma fonte de tensão atrás da reatância transitória de eixo direto e o RAT é representado por modelo linear de primeira ordem, caracterizado pelo ganho transitório ( $K_R$ ) e constante de tempo ( $T_R$ ). A ação do RAT depende das variações  $\Delta V_T$  da tensão terminal da máquina, que o modelo de Park estabelece como

$$\Delta V_T = \sqrt{v_d^2 + v_q^2} - V_T^0 \quad (3.1)$$

onde  $v_d$  ( $v_q$ ) é a componente de  $V_T$  no eixo direto (quadratura) e  $(\cdot)^0$  denota valor de equilíbrio ("steady state"). O modelo empregado por Miyagi (1984) e Miyagi e Bergen (1986) estabelece  $\Delta V_T = k^0 \Delta v_q$ , sendo  $k^0$  avaliado na situação de equilíbrio. Nota-se que a linearização desta expressão em relação ao desvio da tensão interna ( $e^{\Delta E} - E^0$ ) e ao desvio da defasagem angular ( $\delta$ ) entre as tensões interna ( $E'$ ) e da barra infinita ( $V$ ) ( $\Delta \delta - \delta^0$ ) não conduz o resultado da linearização respectiva de (3.1), a qual foi determinada por DeMello e Concordia (1969), como  $\Delta V_T = K_5 \sigma + K_6 e$ , onde

$$K_5 = \frac{X_q}{X_e + X_q} V \cos \delta^0 \frac{v_d^0}{V_T^0} - \frac{X'_d}{X_e + X'_d} V \sin \delta^0 \frac{v_q^0}{V_T^0}; \quad (3.2)$$

$$K_6 = \frac{X_e}{X_e + X'_d} \frac{v_q^0}{V_T^0} \quad (3.3)$$

sendo  $X_q$  ( $X'_d$ ) a reatância de eixo em quadratura (transitória de eixo direto) e  $X_e$  a reatância "externa" (da linha de transmissão). DeMello e Concordia (1969) mostraram que, se  $K_5 > 0$ , a realimentação via RAT contribui positivamente ao amortecimento das oscilações eletromecânicas e contrariamente se  $K_5 < 0$ . Com o modelo de Miyagi (1984) a parcela positiva de (3.2) é desconsiderada, implicando em conservar apenas o efeito instabilizante do RAT, e levando consequentemente a severa restrição sobre o ganho do regulador. É usual encontrar-se em situações práticas valores deste parâmetro substancialmente mais elevados do que os permitidos pela restrição mencionada.

Para evitar este problema, adota-se uma aproximação ao desvio da tensão terminal de modo que sua linearização conduza ao resulta

do de DeMello e Concordia (1969), preservando, portanto, as características de amortecimento do sistema em torno do ponto de equilíbrio. Assim, faz-se

$$\Delta V_T \approx K_e e + K_f f(\sigma, e) \quad (3.4)$$

com

$$K_e = (1 - X'_d B) V^0 / V_T^0 - K_5 \tan \delta^0 / E'^0, \quad (3.5)$$

$$K_f = K_5 / (E'^0 B V \cos \delta^0), \quad (3.6)$$

$$f(\sigma, e) = BV [(E'^0 + e) \sin(\sigma + \delta^0) - E'^0 \sin \delta^0], \quad (3.7)$$

sendo  $B = (X_e + X'_d)^{-1}$ . A função não linear  $f(\sigma, e)$  representa o desvio da potência ativa (ou torque) fornecida pela máquina. A aproximação (3.4) considera efeitos de eixo direto nos desvios de tensão o que não ocorre no outro modelo; além disto, parte da dependência não linear de  $V_T$  em relação às variáveis

eletromecânicas  $(\sigma, e)$  é refletida através de  $f(\sigma, e)$ . Resultados de simulações têm mostrado ser razoável esta aproximação (ver Figura 6.1), especialmente notando que as variáveis eletromecânicas  $(\sigma, e)$ , nas quais se concentra o interesse maior desta análise, são representadas com fidelidade comparadas com os resultados obtidos com (3.1). O modelo do sistema, então, é escrito como:

$$\begin{bmatrix} \dot{\omega} \\ \dot{\sigma} \\ \dot{e} \\ \dot{\bar{\epsilon}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -M^{-1}D & -M^{-1} & & \\ & 1 & & \\ & & -\eta_1 & \eta_3 \\ & & -\eta_7 & -\eta_5 & -\eta_4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \omega \\ f(\sigma, e) \\ e \\ \bar{\epsilon} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 & -\eta_2 g(\sigma) & 0 \end{bmatrix}^T; \quad (3.8)$$

$$g(\sigma) = BV [-\cos(\sigma + \delta^0) + \cos \delta^0]$$

onde  $\omega$  [rad/s] = desvio da velocidade angular em relação ao valor de equilíbrio (nominal);  $\bar{\epsilon} \Delta E_{fd} - E_{fd}^0$  [p.u.] é o desvio da tensão de excitação em relação ao valor de equilíbrio;  $\eta_1 \Delta (X_e + X'_d) B \eta_3$  ( $X'_d$  é a reatância de eixo direto);  $\eta_2 \Delta (X'_d - X'_d) \eta_3$ ;  $\eta_3 \Delta T'_{do}{}^{-1}$  ( $T'_{do}$  [s] é a constante de tempo de circuito aberto de eixo direto);

$$\eta_4 \Delta T_R^{-1}; \quad \eta_5 \Delta K_R \eta_e K_e; \quad \eta_7 = K_R \eta_e K_f.$$

#### 4. FUNÇÃO DE LYAPUNOV

Com a suposição de comportamento exponencial do RAT (Siddiquee, 1968; Pai e Rai, 1974), e seguindo a seção 2, uma FL da forma (2.2) é facilmente determinada adotando matriz  $P$  diagonal tal que (2.7) é verificado, como já mostrado por Hsu e Kaszkurewicz (1985) considerando sistemas multimáquinas. Adotando a aproximação  $\Delta V_T = k^0 \Delta V_q$  (Miyagi, 1984) uma FL para o sistema máquina x barra

infinita é sem dificuldades obtida após efetuar uma alteração da estrutura do sistema (dada por uma mudança de variável  $\bar{\epsilon} = \epsilon + \alpha e$ ). Como no caso anterior, utiliza-se  $P = \text{diag}[p_i]$

de modo a obter (2.7). Não há impedimento à generalização para sistemas multimáquinas. Note-se a simplicidade do método de obtenção de FL (seção 2), contrastando com a complexa abordagem de Miyagi (1984) empregando o método de Lagrange-Charpit ou de Miyagi e Bergen (1986) que propõem FL do tipo Lur'e. Entretanto, como já foi observado (seção 3), o modelo do sistema não é considerado satisfatório e os resultados mencionados não serão empregados.

Considera-se o sistema (3.8), e a determinação da FL será efetuada de acordo com a seção 2. Inicialmente, uma estrutura mais conveniente é obtida para o sistema (3.8) através da mudança de variáveis

$$\bar{\epsilon} = \epsilon + \alpha e, \quad (4.1)$$

sendo a constante  $\alpha$  determinada posteriormente. O sistema resultante é

$$\begin{bmatrix} \dot{\omega} \\ \dot{\sigma} \\ \dot{e} \\ \dot{\bar{\epsilon}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -M^{-1}D & -M^{-1} & & \\ & 1 & & \\ & & -\bar{\eta}_1 & \bar{\eta}_3 \\ & & -\eta_7 & -\bar{\eta}_5 & -\bar{\eta}_4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \omega \\ f(\sigma, e) \\ e \\ \bar{\epsilon} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 & -1 & -\alpha \end{bmatrix} \eta_2 g(\sigma) \quad (4.2)$$

$$\text{onde } \bar{\eta}_1 \Delta \eta_1 + \alpha \eta_3; \quad \bar{\eta}_4 \Delta \eta_4 - \alpha \eta_3; \quad \bar{\eta}_5 \Delta \eta_5 + (\eta_1 - \eta_4) \alpha + \eta_3 \alpha^2 \quad (4.3)$$

O sistema (4.2) é da forma (2.1) e uma FL da forma (2.2) é proposta. Observa-se que não é possível obter definição de sinal de  $V(x)$  com  $P$  diagonal e para contornar esta dificuldade, fixa-se a estrutura de  $P$  tal que o único elemento não nulo fora da diagonal é  $p_{41}$ . Para simplicidade de notação, os elementos  $p_{ii}$  serão referidos por  $p_i$ .

Seguindo a seção 2,  $\dot{V}$  é dado por (2.5). Para o presente caso, tem-se

$$\int_0^\sigma \frac{\partial f(\tau, e)}{\partial e} d\tau = g(\sigma) \quad (4.4)$$

e, com (2.4):

$$\dot{V}^T = [0 \quad 0 \quad p_2 g(\sigma) \quad p_{41} \omega] \quad (4.5)$$

De (2.3) tem-se o gradiente

$$\nabla V^T = [p_1 \omega + p_{41} \bar{\epsilon}; p_2 f; p_3 e + p_2 g; p_4 \bar{\epsilon} + p_{41} \omega] \quad (4.6)$$

com o que

$$RVV = \begin{bmatrix} \beta\omega & f \\ \vdots & \vdots \\ e + \frac{p_2}{p_3}g & \vdots \\ \vdots & \vdots \\ \bar{\epsilon} + \frac{p_{41}}{p_4}\omega & \vdots \end{bmatrix}^T \quad (4.7)$$

onde

$$\beta \triangleq (p_1 p_4 - p_{41}^2) / (p_1 p_4) \quad (4.8)$$

Tem-se ainda

$$F-AR\psi = \begin{bmatrix} -\frac{D}{M} \frac{p_{41}}{p_1 p_4} \omega & \vdots & \frac{p_{41}^2}{p_1 p_4} \omega & \vdots & (-\eta_2 + \bar{\eta}_1) \frac{p_2}{p_3} g - \eta_3 \frac{p_{41}}{p_4} \omega & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ (-\alpha \eta_2 + \bar{\eta}_5 \frac{p_2}{p_3}) g - \eta_4 \frac{p_{41}}{p_4} \omega & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \end{bmatrix}^T \quad (4.9)$$

Não é possível obter (2.7), entretanto os termos em g podem ser eliminados de (4.9) com

$$\alpha = \eta_5 / \eta_4; \quad p_3 = p_2 (\eta_1 \eta_4 + \eta_3 \eta_5) / (\eta_2 \eta_4) \quad (4.10)$$

A determinação unívoca de  $\alpha$  evidencia a importância da mudança de variáveis (4.1).

É possível colocar a segunda parcela de V(2.5) em forma tal que seus termos sejam semelhantes a termos da primeira parcela, o que permite reescrever V como

$$\dot{V} = -\frac{1}{2} [RVV]^T \hat{Q} [RVV] \quad (4.11)$$

sendo  $\hat{Q} = [\hat{q}_{ij}]$  matriz simétrica, cujos elementos de interesse são

$$\hat{q}_{11} = 2M^{-1} D p_1 / \beta \quad (4.12)$$

$$\hat{q}_{12} = M^{-1} p_1 - p_2 / \beta \quad (4.13)$$

$$\hat{q}_{13} = \eta_3 p_3 p_{41} / (\beta p_4) \quad (4.14)$$

$$\hat{q}_{14} = p_{41} [M^{-1} D - (\eta_4 - \alpha \eta_3)] / \beta \quad (4.15)$$

$$\hat{q}_{24} = M^{-1} p_{41} + \eta_7 p_4 \quad (4.16)$$

$$\hat{q}_{34} = -\eta_3 p_3 + \bar{\eta}_5 p_{41} \quad (4.17)$$

Para obter  $\hat{Q} \geq 0$  é necessário ter-se  $\hat{q}_{12} = \hat{q}_{24} = 0$  uma vez que  $\hat{q}_{22} = 0$ . Assim, de (4.13) e (4.16), fixando  $p_2 = 1$ , determina-se

$$p_1 = M/\beta; \quad p_{41} = -\eta_7 M p_4 \quad (4.18)$$

Destaca-se aqui a importância de  $p_{41}$ , sem o qual não se obtém definição de sinal de  $\dot{V}$  (4.11). Combinando (4.8) e (4.18), têm-se

$$\beta^{-1} = 1 + \eta_7^2 M p_4 \quad (4.19)$$

É possível ainda obter  $\hat{q}_{34} = 0$ , determinando

$$p_4 = \eta_3 p_3 / \bar{\eta}_5 = (\eta_3 \eta_4) / (\eta_2 \eta_5) \quad (4.20)$$

Havendo determinado todos os elementos de P, a matriz  $\hat{Q}$  é dada por

$$\hat{Q} = \begin{bmatrix} 2D\beta^{-2} & 0 & -\eta_7 \bar{\eta}_5 M \beta^{-1} p_4 & \hat{q}_{14} \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\eta_7 \bar{\eta}_5 \beta^{-1} p_4 & 0 & \frac{(\eta_1 \eta_4 + \eta_3 \eta_5)^2}{2} & 0 \\ \hat{q}_{14} & 0 & 0 & \frac{\eta_2 \eta_4^2 - \eta_3 \eta_5}{2} p_4 \end{bmatrix} \quad (4.21)$$

$$\hat{q}_{14} = -\eta_7 M p_4 (\eta_4 M^{-1} D - \eta_4^2 + \eta_3 \eta_5) / \beta \eta_4$$

A definição de sinal de  $\hat{Q}$  depende dos parâmetros do sistema, e as considerações a seguir apontam no sentido de  $\hat{Q} \geq 0$ , nas situações práticas. Note-se que  $\eta_7$  é fator constante de todos os elementos não nulos fora da diagonal e que  $\eta_7$  é proporcional a  $K_R K_5$ . Usualmente, quando o RAT está contribuindo positivamente ao amortecimento do sistema, com  $0 < K_5 < 1$  (El-Sherbiny e Mehta, 1973), na faixa de valores práticos do ganho  $K_R$ ,  $\eta_7$  não tem magnitude elevada. Por outro lado, se a contribuição do RAT ao amortecimento é negativa (com  $K_5 < 0$ ), o produto dado por  $K_R K_5$  (e consequentemente  $\eta_7$ ) não pode ter magnitude elevada por razão de estabilidade do ponto de equilíbrio (DeMello e Concordia, 1969). Geralmente tem-se  $M \ll 1$ ,  $\eta_2 < 1$ ,  $\eta_7 / \eta_4 < 1$ , com o que os elementos fora da diagonal têm valores pequenos, especialmente quando comparados com  $\hat{q}_{33}$ . Por outro lado, é necessário que se verifique  $\eta_4^2 - \eta_3 \eta_5 > 0$ , o que conduz a uma restrição de máximo para  $K_R$  ( $K_R < T'_{do} / (K_e T_R)$ ). Entretanto, os valores usuais de  $K_R$  encontram-se substancialmente abaixo deste máximo.

A FL obtida pode ser escrita como

$$V(x) = \frac{1}{2} M \omega^2 + \frac{1}{2} \frac{\eta_3 \eta_4}{\eta_2 \eta_5} (\epsilon + \frac{\eta_5}{\eta_4} e - \eta_7 M \omega)^2 + V_p(\sigma, e) \quad (4.22)$$

onde

$$V_p(\sigma, e) = \frac{1}{2} \frac{\eta_1 \eta_4 + \eta_3 \eta_5}{\eta_2 \eta_4} e^2 + BV \{ (E'0 + e) [-\cos(\sigma + \delta^0) + \cos \delta^0] - \sigma E'0 \sin \delta^0 \} \quad (4.23)$$

A função  $V_p(\sigma, e)$  tem as seguintes propriedades:

- (a)  $V(x^e) = V_p(\sigma^e, e^e)$  para qualquer ponto de equilíbrio  $x^e$  do sistema.
- (b)  $(\sigma^e, e^e)$  em qualquer ponto de equilíbrio corresponde a um extremo local de  $V_p$  (mínimo, máximo ou minimax), visto que  $\nabla V_p(\sigma^e, e^e) = 0$ .
- (c) Os extremos de  $f(\sigma, e)$  com respeito a  $\sigma$  ocorrem em  $f(\sigma, e) = 0$ .

As propriedades (a) e (b) são propriedades de função potencial, motivando a consideração de  $V_p$  como tal. A propriedade (c) indica que os extremos de  $V_p$ , tomada como função de  $\sigma$  parametrizada por  $e$ , ocorrem nos pontos onde o torque líquido  $f(\sigma, e)$  é nulo.

Observa-se que com a eliminação do RAT ( $K_R \rightarrow 0$ ;  $T_R \rightarrow \infty$ ;  $\epsilon \equiv 0$ ), têm-se  $V(x) = M\omega^2/2 + V_p$  ;

$$V_p = (\eta_1/2\eta_2)e^2 + \int_0^\sigma f(\tau, e) d\tau. \text{ Esta é a FL (com}$$

$V \leq 0$ ) para o caso de consideração apenas de decaimento de fluxo. Eliminando ainda o decaimento de fluxo ( $T'_{do} \rightarrow \infty$ ;  $e \equiv 0$ ), têm-se o modo

$$\text{clássico da máquina e a conhecida função energia } V(x) = M\omega^2/2 + \int_0^\sigma f(\tau) d\tau.$$

## 5. ANÁLISE DE ESTABILIDADE

Considerando que o sistema é fortemente não conservativo, o método da PEBS não será diretamente aplicado. Introduce-se uma informação adicional associada ao conceito da Região de Sincronização Positiva (RSP) enunciada adiante, a fim de evitar possíveis conclusões errôneas sobre a estabilidade. A RSP é definida como a região do espaço  $(\sigma, e)$  onde, para  $e$  fixado, o torque líquido desenvolvido no eixo da máquina se caracteriza como ação restaurativa do equilíbrio. Seja  $\bar{\sigma}(e)$  o valor de equilíbrio de  $\sigma$  quando  $e$  é fixado. Então a RSP é dada por

$$RSP = \{(\sigma, e) : \bar{\sigma}(e); (\sigma - \bar{\sigma})f(\sigma, e) > 0 \text{ para } \sigma \neq \bar{\sigma}\} \quad (5.1)$$

As fronteiras da RSP são dadas por: (a) Curvas de Torque Nulo (CTN's) definidas por  $f(\sigma, e) = 0$  e (b) linha de Mínima Tensão Interna (MTI), que corresponde à condição necessária de existência de  $\bar{\sigma}(e)$  em (5.1), dada por

$$e > e^* = E'0(\sin \delta^0 - 1) \quad (5.2)$$

A figura 5.1 é uma ilustração destes conceitos.

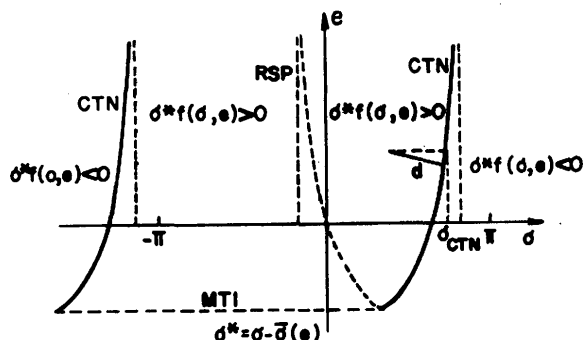


Fig. 5.1 : RSP, CTN, MTI, distância de um ponto à CTN

Note-se que eliminando as variações da tensão interna (modelo clássico) a RSP é reduzida a  $-\pi - 2\delta^0 < \sigma < \pi - 2\delta^0$ , a região onde se verifica a condição de setor  $\sigma \cdot f(\sigma) > 0$  (para  $\sigma \neq 0$ ) empregada na determinação de FL do tipo Lur'e.

Considera-se falta do tipo curto-circuito e a avaliação de estabilidade de primeira oscilação após a eliminação do defeito. Durante a falta a tensão interna evolui de modo crescente, e no início do regime pós-falta a variável  $e$  tem valor positivo e significativamente distante de  $e^*$  (5.2). Na primeira oscilação esta situação não é acentuadamente alterada e assume-se que: (i) no caso de instabilidade, a RSP é abandonada através da CTN; (ii) na faixa de valores de  $e$  na primeira oscilação a curvatura da CTN não é muito acentuada. Externamente à RSP o torque líquido é dessincronizante, isto é, atua no sentido de afastar o sistema do ponto de equilíbrio estável.

Com as considerações anteriores, permite-se: (1) avaliar a estabilidade observando o comportamento da trajetória pós-falta em relação à RSP e à CTN pela distância deste ponto à reta tangente à CTN em  $(\sigma_{CTN}, e)$ , como ilustrado na Figura 5.1.

Para o presente propósito, basta avaliar a taxa de crescimento de  $d$  (d-velocidade de afastamento do sistema em relação à CTN), a

$$\text{qual é dada por } \dot{d} = [\dot{\sigma} \ e] \cdot \nabla f(\sigma_{CTN}, e) \quad \text{onde}$$

$$\sigma_{CTN} = \sin^{-1}[\xi(e)] - \delta^0 \quad (\text{Figura 5.1}) \text{ com } \xi(e) \triangleq E'0 \sin \delta^0 / (E'0 + e). \text{ Substituindo as expressões, } \dot{d} \text{ é expresso por}$$

$$\dot{d} = BV[-\omega(E'0 + e)\sqrt{1 - \xi^2(e)} + e\xi(e)] \quad (5.3)$$

Procedimento de Análise de Estabilidade

1. Se o regime de pós-falta (p.f.) inicia no interior da RSP (se não instabilidade), monitorar a trajetória p.f. até atingir um máximo de  $V_p$ . Se isto ocorre no interior da RSP, ir para 2.; caso contrário, con-

clui-se pela instabilidade.

2. Se  $d > 0 \rightarrow$  estabilidade;  
Se  $d < 0 \rightarrow$  continuar a monitoração da trajetória.
3. Se a CTN é atingida com  $d < 0 \rightarrow$  instabilidade; Se  $d$  inverter o sinal  $\rightarrow$  estabilidade.

#### OBSERVAÇÕES

(i) Note-se que para falta do tipo curto circuito, geralmente o regime pós-falta inicia com  $V_p$  crescente, de modo que o valor  $V_{pmax}$  considerado no passo 1 ocorre quando  $[\sigma e]$ .  $\nabla V_p(\sigma, e) = 0$  é encontrado pela primeira vez.  
(ii) Observa-se ainda que o procedimento de análise descrito requer a monitoração da trajetória p.f.; maior velocidade de análise seria obtida adotando uma aproximação da trajetória, como, por exemplo, através de expansão em série de Taylor (Vide Pai, 1981). Não se explora aqui este aspecto do problema, uma vez que o principal objetivo no momento é apresentar o método de análise de estabilidade. (iii) Notando que o procedimento de análise requer apenas o sinal de  $d$ , o fator BV pode ser eliminado de (5.3).

Um exemplo numérico é apresentado na próxima seção, com o objetivo de ilustrar a qualidade dos resultados do teste de estabilidade de proposto.

#### 6. EXEMPLO DE APLICAÇÃO

As simulações foram efetuadas utilizando o "Continuous Systems Modelling Program (CSMP)". A seguir apresentam-se dados e resultados de interesse, na simulação de curto-circuito trifásico nos terminais do gerador.

Máquina:  $M=0,0245$ ;  $D=0,02$ ;  $X_d=0,7266$ ;

$$X'_d = 0,1328; T'_{do} = 5,36.$$

RAT:  $K_R=25$ ;  $T_R=0,06$ ;  $V_T^0=1,05$ .

Linha de Transmissão: pré falta:  $X_e=0,20$ ; pós falta:  $X_e=0,25$ .

A figura 6.1 mostra comparação entre a tensão terminal obtida via modelo de Park  $(\Delta V_T = \sqrt{V_d^2 + V_q^2} - V_T^0)$  (curva 1) e a aproximação (3.2) (curva 2), obtidas em simulações do mesmo caso.

A tabela 6.1 mostra tempos críticos obtidos em simulações de diversos modelos, considerando a análise por integração passo-a-passo e pelo método proposto.

O tempo crítico obtido com o procedimento de análise proposto coincide com o valor dado pela simulação passo-a-passo (Tabela 6.1).

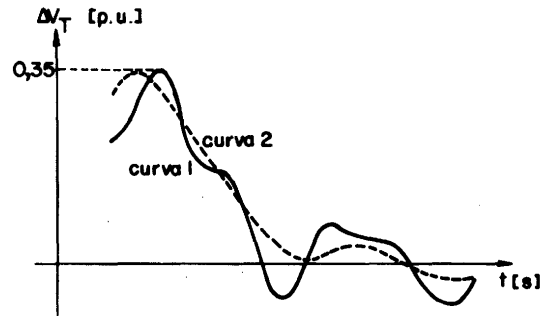


Fig. 6.1 : Desvios da tensão terminal

TABELA 6.1 Tempos Críticos

MODELO		Tempos Críticos	
		passo-a-passo	método direto
sem RAT	decaimento de fluxo	0,28	0,28
	clássico	0,30	0,30
com RAT	$\Delta V_T = \sqrt{V_d^2 + V_q^2} - V_T^0$	0,34	-
	$\Delta V_T = K_E e + K_f f(\sigma, e)$	0,34	0,34

A figura 6.2 mostra as trajetórias para tempo de chaveamento (a) 0,34s  $\rightarrow$  estável e (b) 0,35s  $\rightarrow$  instável, considerando a atuação do RAT.

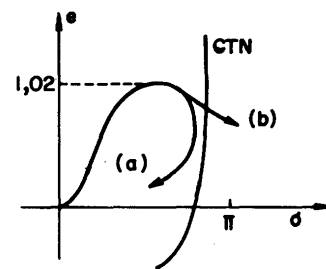


Fig. 6.2: Trajetórias

Na ausência do RAT, e considerando decaimento de fluxo, a evolução da tensão interna da máquina não tem qualquer compromisso com as suposições empregadas para adotar a aproximação de  $d$  (seção 5). Mesmo assim, o tempo crítico obtido neste caso coincide com o dado pela simulação passo-a-passo, indicando que o método não é fortemente dependente das suposições.

#### 7. CONCLUSÕES

Apresentou-se um modelo aproximado do sistema máquina x barra infinita incluindo os efeitos do RAT. Simulações realizadas com este modelo mostraram que a aproximação con

siderada não introduziu erro apreciável nas trajetórias de regime transitório do sistema, especialmente para primeira oscilação.

Foi proposta uma metodologia de determinação de uma FL baseada no conceito de sistemas tipo Persidskii com perturbações (do campo vetorial). A FL obtida pode ser aplicada com valores realistas dos parâmetros do sistema, sem restrição "a priori".

O teste de estabilidade proposto mostrou-se eficaz para análise de estabilidade de primeira oscilação.

#### REFERÊNCIAS

- DeMello, F.P., and Concordia, C. (1969). Concepts of synchronous machine stability as effected by excitation control. IEEE Trans. Power Apparatus and Systems, vol. PAS-98, nº 4, pp. 316-329.
- El-Sherbiny, M.K. and Mehta, D.M. (1973). Dynamic stability part I - Investigation of the effect of different loading and excitation systems. IEEE Trans. Power Apparatus and Systems, vol. PAS-92, nº 5, pp. 1538-1546.
- Hsu, L. and Kaszkurewicz, E. (1985). Structural approach applied to power systems analysis. IFAC/IFORS CSTD'85, Beijing, China.
- Miyagi, H. (1984). Transient stability of the power system with the effect of the automatic voltage regulator. IEEE Trans. Automatic Control, vol. AC-29, nº 12, pp. 1120-1122.

Miyagi, H. and Bergen, A.R. (1986). Stability studies of multimachine power systems with the effects of automatic voltage regulators. IEEE Trans. Automatic Control, vol. AC-31, nº 3, pp. 210-215.

Pai, M.A. (1981). Power system stability analysis by the direct method of Lyapunov. North Holland Publishing Company.

Pai, M.A. and Rai V. (1974). Lyapunov-Popov - stability analysis of synchronous machine with flux decay and voltage regulator. International Journal of Control, vol. 19, nº 4, pp. 817-829.

Persidskii, S.K. (1969). Problem of absolute stability. Autom. & Remote Control, nº 12, pp. 1889-1895.

Ribbens-Pavella, M. and Evans, F.J. (1985). Direct methods for studying dynamics of large-scale electric power systems a survey. Automática, vol. 21, nº 1.

Siddiquee, M.W. (1968). Transient stability of an a.c. generator by Lyapunov's direct method. International Journal of Control, vol. 8, nº 2, 131-144.

#### AGRADECIMENTOS

Os autores agradecem ao LNCC/CNPq do Rio de Janeiro pelas facilidades computacionais que lhes foram concedidas. Agradecem também ao professor Alquindar S. Pedroso (CEPEL/RJ) pelas críticas construtivas levantadas sobre o presente trabalho.