SBA: Controle & Automação, Vol. 2, Nº 1, pp. 3-15, (TC)

MODELAGEM E CONTROLE DE POSIÇÃO DE ROBÔS

Luis Gimeno Latre

Universidade Estadual de Campinas
Faculdade de Engenharia Elétrica
Departamento de Engenharia de Computação e Automação Industrial
C.P. 6101 - 13081 - Campinas - São Paulo

Resumo

Este trabalho apresenta as principais ferramentas e resultados disponíveis em modelamento de robôs rígidos com o objetivo da sua utilização em controle de posição de robôs. A apresentação é de caráter introdutório visando o leitor não especialista na área. São apresentados exemplos e resultados de simulação para apoiar a compreensão dos conceitos. O problema de controle de posição é analisado partindo dos esquemas utilizados na prática e passando ao estudo de técnicas que utilizam mais intensivamente o modelo matemático. Esta abordagem é exemplificada através da técnica do torque calculado.

Robot Modelling and Position Control

Abstract

This work contains a description of the main tools and results in robot modelling with impact in the position control problem. Contexts has an introductory goal for no specialized readers. Examples and simulation results are utilized for better understanding. Position control problem is analyzed starting from the industrial schemes utilized in practice followed by the study of model based techniques, this is exemplified by the computed torque technique.

1. INTRODUÇÃO

Este trabalho tem como objetivo introduzir o leitor não especialista em robótica na área de modelagem e controle de posição de robôs. O enfoque é o de analisar as ferramentas e resultados disponíveis em modelagem com o objetivo da sua utilização no controle. Em termos de controle estuda-se o problema de controle de posição, discutindo-se as técnicas utilizadas na prática e introduzindo técnicas baseadas na utilização do modelo dinâmico.

As áreas de modelagem e controle de robôs são bastante abrangentes e a quantidade de trabalhos publicados nestes últimos anos é grande. O trabalho não é um "survey" geral da literatura recente limitando-se aos trabalhos mais significativos.

A seção 2 contém um resumo das características mais importantes do problema de controle de posição de robôs. O objetivo é caracterizar o problema dentro do contexto de controle de processos.

As principais ferramentas de modelagem existentes são analisadas na seção 3: modelo cinemático direto e inverso, Jacobiano, modelo dinâmico e modelo das juntas. Para ilustrar as características destes modelos utiliza-se o robô planar proposto em [Craig, 1986a]. Nesta seção são analisados dois assuntos colaterais importantes no controle de robôs: a necessidade de um elemento gerador de trajetórias de referência e a frequência de discretização requerida pela aplicação.

Na seção 4 estuda-se o problema de controle de posição partindo dos esquemas de controle utilizados na prática. As características do processo analisadas nas seções 2 e 3 justificam o estudo de esquemas de controle mais sofisticados baseados numa maior utilização dos modelos matemáticos existentes. Trata-se de uma área de pesquisa e desenvolvimento recente e em grande expansão que é exemplificada neste trabalho através da técnica do torque calculado ("computed torque control"). Finalmente são feitos alguns comentários sobre o problema de controle de esforço.

2. CARACTERÍSTICAS DO PROCESSO A SER CONTROLADO

Vendo o controle de posição e esforço do

robô como uma aplicação particular das técnicas de controle de processos cabe destacar algumas características que têm importância no projeto do controlador.

A. A medida direta das variáveis de saída que devem ser controladas é difícil e cara. Controlam-se de fato variáveis intermediárias

O objetivo é o de controlar a posição e orientação da garra (controle de posição) e os esforços/torques na garra (controle de esforço). No primeiro caso a medida não é realizada através de sensores internos tipo codificadores de posição por razões tecnológicas (peso, sensibilidade, ...) e quando é imprescindível dispor desta medida utilizam-se sensores externos (ex.: visão). No caso de controle de esforço existem a nível de protótipos robôs dotados de sensores entre a garra e a junta anterior que fornecem os três componentes de esforço e os três de torque [Scheinman, 1969], mas a utilização deste tipo de dispositivos ainda é pequena. O robô industrial típico hoje em dia contém sensores internos tipo codificadores que fornecem as posições/velocidades das juntas. As variáveis de controle são os torques aplicados nas juntas, controlando-se assim, de fato, variáveis intermediárias.

O controle de variáveis intermediárias é frequente no controle de processos industriais, mas via de regra ele é complementado pela medida das variáveis de saída e a malha externa correspondente. A ausência desta malha, na maior parte das aplicações atuais de robótica, implica na disponibilidade de modelos suficientemente precisos que relacionem a evolução das variáveis de juntas com a das variáveis da garra. Este modelo existe para a situação de regime: modelo cinemático. A evolução durante os transitórios é bem mais complexa: o modelo dinâmico relaciona torques fornecidos pelas juntas com a posição e derivadas das juntas ou da garra e introduz diversos componentes não lineares, a histerese em redutores e o atrito seco introduzem outras não linearidades e a elasticidade no sistema de transmissão de torque introduz modos pouco amortecidos. Tudo isto contribui para que os esquemas de controle simples de variáveis intermediárias utilizados hoje em dia sejam válidos apenas para movimentos da garra em pequenos volumes de trabalho e a velocidades relativamente reduzidas.

B. A geração dos sinais de referência quando a garra deve seguir uma trajetória específica pode ser um problema complexo que requer um nível adicional de planejamento/geração de trajetórias

Em controle de processos frequentemente a definição dos sinais de referência ("set-points") para as malhas de controle resulta diretamente das especificações do processo, sem requerer um nível de processamento adicional. Existem algumas situações onde aqueles valores são o resultado de um nível de otimização do desempenho da planta (estrutura hierárquica), de cálculos intermediários (controle em cascata) ou onde o problema é o de seguimento de um sinal de referência dado (servomecanismo). Em controle de robôs sempre aparece, com maior ou menor complexidade, o problema de determinar trajetórias para a garra (e juntas): a aplicação pode especificar o seguimento de trajetórias definidas a-priori (pintura, solda, ...) ou durante a operação (solda, montagem, ...) ou simplesmente o movimento do robô no espaço de trabalho é restrito e deve ser feito evitando determinadas regiões.

Um problema adicional resulta do fato de que as variáveis controladas são as variáveis de juntas mas as especificações sobre a trajetória fornecidas pelo usuário o serão sobre os movimentos realizados no espaço cartesiano da garra. Novamente será necessária a utilização do modelo cinemático para obter as trajetórias/restrições para cada uma das variáveis de juntas.

C. O processo a ser controlado é complexo, correspondendo a um modelo dinâmico não linear com equações acopladas. Porém a estrutura e parâmetros são relativamente bem conhecidos quando se compara com a situação encontrada normalmente em controle de processos industriais

Esta situação leva à possibilidade real de utilizar este conhecimento no projeto dos controladores. Se bem esta é a razão que leva a estudar o modelo matemático quando se trata de controlar um determinado processo, frequentemente o resultado da análise teórica do processo fornece apenas um conhecimento parcial da estrutura do modelo e ainda mais reduzido das expressões dos parâmetros que aparecem no modelo. O modelo dinâmico de um robô rígido relacionando os torques aplicados pelas juntas e as posições dos elementos e suas derivadas é bem conhecido e introduz parâmetros que são funções conhecidas das características geométricas e de distribuição de massa nos elementos. Se bem os torques assim calculados não representam a totalidade do torque a ser fornecido, devido a fenômenos de atrito não modelados, etc., tem-se uma situação em que se dispõe de modelos matemáticos bastante mais precisos do que costuma ser o caso em processos industriais.

D. A frequência de amostragem nas malhas de controle das juntas é frequentemente bem mais alta que a utilizada no controle de processos industriais

Enquanto a maioria de controladores industriais de uso geral trabalham com intervalos de discretização da ordem de centenas de mseg.,

o controle de robôs exige intervalos menores, na faixa de dezenas ou alguns mseg. A razão principal é a de ter-se condições de diminuir suficientemente as oscilações devido à ressonância. As frequências de ressonância da estrutura mecânica são altas devido à rigidez do robô.

3. RESULTADOS PRINCIPAIS DA ANÁLISE DO PROCESSO - MODELAGEM

Nesta seção são descritos em forma resumida os resultados principais relevantes para o problema de controle que resultam da análise do processo. A apresentação é sucinta e são indicadas referências para um estudo mais profundo. Para ilustrar de uma forma concreta estes resultados utiliza-se como exemplo o robô planar proposto em [Craig, 1986a] que está descrito no Anexo 1. Trata-se de um robô muito simples que permite ilustrar a maior parte dos conceitos e resultados apresentados sem exigir um tratamento matemático pesado.

Os pontos abordados nesta seção são os seguintes:

A. Modelo cinemático direto e inverso

B. Jacobiano

C. Modelo dinâmico

D. Modelo dinâmico do sistema de acionamento de juntas

E. Geração de trajetórias

F. Frequências de discretização requeridas

A. Modelo cinemático direto e inverso: relação entre variáveis de juntas e situação da garra

A representação matemática da posição e orientação da garra em relação a um sistema de coordenadas (s.c.) de referência é obtida através de: i) definição de um conjunto de s.c. associados a cada um dos elementos do robô, e ii) estabelecimento da relação entre dois s.c. consecutivos como uma transformação homogênea envolvendo translações e rotações. A definição do s.c. de cada elemento deve ser criteriosa para reduzir o esforço computacional necessário [Paul, 1981], [Craig, 1986a]. O modelo matemático obtido desta forma denomina-se modelo cinemático e fornece a posição e orientação do s.c. da garra em função dos valores das variáveis de juntas

MODELO CINEMÁTICO/Anexo 1

$$\begin{bmatrix} C_{123} & -S_{123} & L_1C_1 + L_2C_{12} \\ S_{123} & C_{123} & L_1S_1 + L_2S_{12} \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$ {}^{o}_{G}P = \begin{bmatrix} L_1C_1 + L_2C_{12} \\ L_1S_1 + L_2S_{12} \end{bmatrix} \qquad (1) $$

$$ {}^{o}_{G}O = \begin{bmatrix} C_{123} & -S_{123} \\ S_{123} & C_{123} \end{bmatrix} $$

onde a representação da posição da origem do s.c. da garra em relação ao s.c. de referência (${}^{o}_{G}P$) é dada pelas suas coordenadas e a representação da orientação (${}^{o}_{G}O$) é dada pela matriz contendo como vetores coluna as representações dos vetores unitários do s.c. da garra no s.c. de referência.

O modelo cinemático permite obter a situação da garra dado um conjunto de valores para as variáveis de juntas (problema direto). Do ponto de vista da operação e controle de um robô o que interessa é a situação inversa, ou seja obter os valores que devem ser colocados nas juntas para que a garra atinja uma situação especificada (modelo inverso). A solução em geral não é única e pode não existir solução quando a situação especificada não é atingível pela garra, ou seja, está fora do espaço de trabalho do robô. A existência de diversas soluções implica na definição de um critério para a escolha da solução mais adequada (proximidade da situação em que já se encontra o robô, evitar obstáculos, ...). Dado que o problema a resolver é um sistema de equações algébricas não lineares, não existe solução geral em forma analítica. Tem-se soluções analíticas caso a caso que fornecem todas as soluções possíveis ao problema inverso e algorítmos iterativos que convergem para soluções particulares. O Anexo 1 contém a solução para o robô planar já utilizado anteriormente.

MODELO INVERSO/Anexo 1

Dados X, Y (coordenadas da origem do s.c. da garra) e ϕ(ângulo do s.c. da garra em relação ao s.c. de referência) tem-se:

$$\begin{aligned} \Theta_2 &= \text{arctg}(S^2/C^2) \ ; \\ C_2 &= (X^2 + Y^2 - L_1^2 - L_2^2)/2L_1L_2 \ ; \\ S_2 &= \pm\sqrt{1 - C_2^2} \\ \Theta_1 &= \text{arctg}(Y/X) - \gamma \ ; \\ \gamma &= \text{arctg}(L_2S_2/(L_1 + L_2C_2)) \\ \Theta_3 &= \phi - \Theta_1 - \Theta_2 \end{aligned} \qquad (2)$$

Duas soluções para cada ângulo de junta.

Normalmente os modelos cinemáticos direto e inverso são utilizados apenas "off-line", por exemplo no planejamento de trajetórias. Existem situações em que o modelo direto é utilizado na malha de controle, são os chamados esquemas de controle cartesiano [Craig, 1986a], onde os controladores de juntas trabalham sobre os erros nas variáveis de garra em coordenadas cartesianas. A eficiência na programação do modelo cinemático é crítica neste caso, e importante em qualquer situação; em [Craig, 1986a] discutem-se os principais aspectos envolvidos: eliminação de redundâncias, cálculo de funções trigonométricas e utilização de operações entre inteiros.

A obtenção do modelo cinemático é tipicamente um processo adequado para ser automatizado através de técnicas de projeto assistido por computador e cálculo simbólico [Ferreira, 1988].

B. Jacobiano: relação entre velocidades da garra e das juntas. Relação entre torques/esforços na garra e nas juntas

Define-se a matriz Jacobiana (Jacobiano) de uma função vetorial como a matriz constituída pelas derivadas parciais de primeira ordem:

$$y = f(x) \qquad J \triangleq [J_{ij}]; \quad J_{ij} = \frac{\partial f_i}{\partial x_j}$$

Tem-se então $\dot{y} = J\dot{x}$

Em robótica o Jacobiano que interessa é a matriz que relaciona velocidades nas juntas com velocidades linear e angular na garra.

$$V = J(\Theta) \cdot \Omega \tag{3}$$

onde

$V^T = [v_x \; v_y \; v_z \; \omega_x \; \omega_y \; \omega_z]$;

$\Omega^T = [\dot{\Theta}_1 \; \dot{\Theta}_2 \; ..... \; \dot{\Theta}_n]$;

$\Theta^T = [\Theta_1 \; \Theta_2 \; ..... \; \Theta_n]$

supondo que todas as n juntas sejam rotacionais.

O Jacobiano será geralmente função da configuração do robô, ou seja, do conjunto de valores das variáveis de juntas Θ, dado que a dependência entre variáveis de juntas e posição e orientação da garra é não linear. Por outro lado os seus termos dependerão do s.c. no qual se representam as velocidades linear e angular da garra.

JACOBIANO/Anexo 1

$${}^oV^T = [{}^ov_x \; {}^ov_y \; {}^o\omega_z] \; ;$$

$$\Omega^T = [\dot{\Theta}_1 \; \dot{\Theta}_2 \; \dot{\Theta}_3] \; ;$$

$${}^oV = {}^oJ(\Theta) \cdot \Omega$$

${}^oV$: velocidades da garra em relação ao s.c. de referência, descritas neste s.c.

$$(4)$$

$${}^oJ(\Theta) = \begin{bmatrix} -L_2S_{12} - L_1S_1 & -L_2S_{12} & 0 \\ L_2C_{12} + L_1C_1 & L_2C_{12} & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

Existem na literatura diversas técnicas para o cálculo do Jacobiano: através da propagação de velocidades entre os elementos do robô [Craig, 1986a], utilizando transformações diferenciais [Paul, 1981], etc.

O Jacobiano inverso permitirá determinar as velocidades necessárias nas juntas de forma a que a garra apresente determinadas velocidades linear e angular. As configurações do robô para as quais o determinante do Jacobiano é nulo são denominadas singularidades do robô: nestas configurações será impossível controlar as velocidades da garra.

A relação entre torques/esforços nas juntas e na garra numa situação estática é também dada pelo Jacobiano: aplicando o princípio do trabalho virtual tem-se:

$$F^T \cdot \Delta x = \tau^T \Delta\Theta \tag{5}$$

onde:

$F^T = [f_x \; f_y \; f_z \; n_x \; n_y \; n_z]$ vetor de esforços e torques na garra

$\tau^T = [\tau_1 \; \tau_2 \; ..... \; \tau_n]$ vetor de esforços ou torques nas juntas

Δx : vetor de translações e rotações diferenciais na garra

$\Delta\Theta$: vetor de movimentos diferenciais nas juntas

Dado que $\Delta x = J \cdot \Delta\Theta$ tem-se finalmente:

$$\tau = J^T \cdot F$$

C. Modelo dinâmico: relação entre movimentos na garra e torques/esforços aplicados nas juntas

O objetivo da modelagem dinâmica de um robô é o de obter uma solução simbólica que represente os movimentos da garra em função dos torques aplicados pelas juntas.

O modelo cinemático inverso fornece as posições, requeridas nas juntas para que a garra atinja a situação especificada, ou seja, descreve a situação em regime. Os valores calculados para as variáveis de juntas serão valores de referência. O modelo cinemático não dá nenhuma informação sobre os torques a serem fornecidos para implementar uma mudança de posição nas juntas (e consequentemente na garra), sobre o tipo de transitório e sobre os eventuais erros em regime. Estas informações que podem ser utilizadas no projeto e na operação do sistema de controle são obtidas através da análise do modelo dinâmico do robô.

No que segue exclui-se a análise do sistema de acionamento e consideram-se como variáveis de entrada no modelo os torques/esforços aplicados pelas juntas.

As duas técnicas mais utilizadas na literatura para a obtenção do modelo dinâmico são a equação de Lagrange e o método de Newton-Euler. Esta segunda técnica está baseada na propagação de velocidades e acelerações desde a base até a garra seguida da propagação de esforços/torques desde a garra até a base. Não é o objetivo deste trabalho a descrição detalhada destas técnicas que pode ser encontrada na literatura [Craig, 1986a], [Paul, 1981], [Snyder, 1985]. Não serão também discutidos os aspectos computacionais da obtenção do modelo dinâmico, que abrangem desde aspectos de eficiência computacional na programação [Hollerbach, 1982], até a utilização de técnicas de cálculo simbólico para a geração do modelo dinâmico [Izaguirre, 1986], [Siqueira Neto, 1986], [Ferreira, 1988].

O modelo dinâmico obtido pode ser escrito na forma da eq. 6

$$F_i = \sum_{j=1}^{N} D_{ij}\,\ddot{q}_j + \sum_{j=1}^{N}\sum_{k=1}^{N} D_{ijk}\,q_j\,q_k + D_i \qquad i = 1,\ldots N \qquad (6)$$

onde:

F_i : esforço/torque na junta i

N : número de juntas

q_j : variável da junta j (posição ou ângulo)

D_{ij} : parâmetros de inércia
- $i = j$ inércia efetiva da junta i
- $i \neq j$ inércia de acoplamento entre as juntas i e j

D_{ijk} : parâmetros de força centrífuga ($i = j$, $i = k$ ou $j = k$)
parâmetros devidos a termos de Coriolis ($i \neq j \neq k$)

D_i : termo de gravidade atuando na junta i

MODELO DINÂMICO

Supondo para os dois primeiros elementos massa concentrada nos extremos mais afastados e para o terceiro elemento supondo coincidência do c.d.g. com a origem do s.c.3, com o tensor de inércia indicado obtém-se

$$3_I = \begin{bmatrix} 0.05 & 0 & 0 \\ 0 & 0.1 & 0 \\ 0 & 0 & 0.1 \end{bmatrix}$$

$$\tau_3 = D_{31}\ddot{\theta}_1 + D_{32}\ddot{\theta}_2 + D_{33}\ddot{\theta}_3$$

$$D_{31} = D_{32} = D_{33} = .0.1$$

$$\tau_2 = D_{21}\ddot{\theta} + D_{22}\ddot{\theta}_2 + D_{23}\ddot{\theta}_3 + D_{211}\dot{\theta}_1^2 + D_2$$

$$D_{21} = 0.1 + m_2 L_1 L_2 C_2 + m_2 L_2^2$$

$$D_{22} = 0.1 + m_2 L_2^2$$

$$D_{23} = 0.1$$

$$D_{211} = m_2 L_1 L_2 S_2$$

$$D_2 = m_2 L_2 g C_{12}$$

$$\tau_1 = D_{11}\ddot{\theta}_1 + D_{12}\ddot{\theta}_2 + D_{13}\ddot{\theta}_3 + D_{111}\dot{\theta}_1^2 + D_{122}\dot{\theta}_2^2 + (D_{112} + D_{121})\dot{\theta}_1\dot{\theta}_2 + D_1$$

$$D_{11} = 0.1 + (m_1 + m_2 + m_3)L_1^2 + m_2 L_2^2 + (2m_2 + m_3)L_1 L_2 C_2$$

$$D_{12} = 0.1 + m_2 L_2^2 + (m_2 + m_3)L_1 L_2 C_2$$

$$D_{13} = 0.1$$

$$D_{111} = -m_3 L_1 L_2 S_2$$

$$D_{122} = -(m_2 + m_3)L_1 L_2 S_2 \qquad (7)$$

$$D_{112} = D_{121} = -(m_2 + m_3)L_1 L_2 S_2$$

$$D_1 = m_2 L_2 g C_{12} + (m_1 + m_2 + m_3)L_1 g C_1$$

As principais características do modelo dinâmico geral (eq. 6), exemplificadas no robô planar (eqs. 7) são as seguintes: i) as equações estão interligadas, refletindo o fato de que existem acoplamentos entre os elementos do robô, ii) o modelo é não linear, devido aos termos de força centrífuga e Coriolis, os termos de gravidade que introduzem funções trigonométricas das variáveis de juntas e devido em geral aos parâmetros D_{ij}, D_{ijk} que são funções da configuração do robô, ou seja, das variáveis de juntas.

O modelo dinâmico incluindo as N juntas pode ser escrito em forma compacta como indicado na eq. 8

$$\tau = M(\Theta)\,.\,\ddot{\Theta} + V(\Theta, \dot{\Theta}) + G(\Theta) \qquad (8)$$

onde:

τ : vetor de esforços/torques nas N juntas

M : matriz de inércia do robô (contendo os elementos D_{ij}) (N x N)

V : vetor contendo os termos de força centrífuga e Coriolis (D_{ijk})

G : vetor contendo os termos de gravidade (D_i)

A equação 8 pode ser escrita [Khatib, 1980] em função do vetor de esforços/torques na garra F e de um vetor X contendo as seis variáveis que definem a posição e orientação da garra. Obtém-se o resultado indicado na equação 9

$$F = M_X(\Theta)\ddot{X} + V_X(\Theta, \dot{\Theta}) + G_X(\Theta) \qquad (9)$$

onde M_X, V_X e G_X são obtidas a partir de M, V, G e do Jacobiano.

De um ponto de vista de controle um fato importante que mostra o modelo dinâmico é que o torque a ser fornecido a uma junta i pelo motor correspondente é o resultado de uma soma de componentes onde apenas um dos elementos $D_{ii}\ddot{\Theta}_i$ corresponde ao torque de inércia da própria junta. Os outros termos representam consumo de torque na junta i devido a acoplamentos, força centrífuga e gravidade. Dependendo da sua importância relativamente à inércia efetiva na junta (importância que varia com a configuração), será conveniente adicionar ao sinal de controle, calculado a partir dos erros de posição e velocidade na junta, um termo que corresponda ao torque adicional necessário para compensar aquelas perturbações. Calcular estas componentes adicionais implica numa utilização mais ou menos intensiva do modelo dinâmico.

A importância relativa dos diferentes termos do modelo dinâmico é variável, dependendo das condições em que opera o robô: velocidades e acelerações e das trajetórias que efetuam a garra e as juntas. Geralmente para baixas velocidades os termos de força centrífuga e de Coriolis são desprezados, mas existem situações [Hollerbach, 1982] onde esta hipótese não é válida. A análise da importância relativa em função da trajetória é complexa e recorre-se a simulações para determinar quais são os termos preponderantes. O torque total resultante a ser fornecido pela junta pode então apresentar variações grandes ao longo das trajetória, o que justifica a utilização de mecanismos de controle que introduzam componentes adicionais de torque calculadas a partir do modelo. A seguir apresentam-se alguns resultados de simulação obtidos com o robô planar que ilustram as variações em torque citadas. A garra do robô segue a reta AB indicada na figura 1 num plano vertical. As posições inicial e final são dadas respectivamente por A(-0.966, -0.5) e B(0.6, 0.866), a orientação inicial é ψ = 180 e a final ψ = 0. O tempo de percurso é fixado em 3 seg. Definem-se vinte pontos intermediários através de interpolação linear com trechos parabólicos no início e fim para a abcissa, a ordenada e o ângulo.

A figura 1 mostra três situações intermediárias na configuração do robô e na figura 2 estão representadas as variações dos ângulos de juntas.

Os torques calculados a partir do modelo dinâmico descrito na seção 3C estão representados na figura 3.

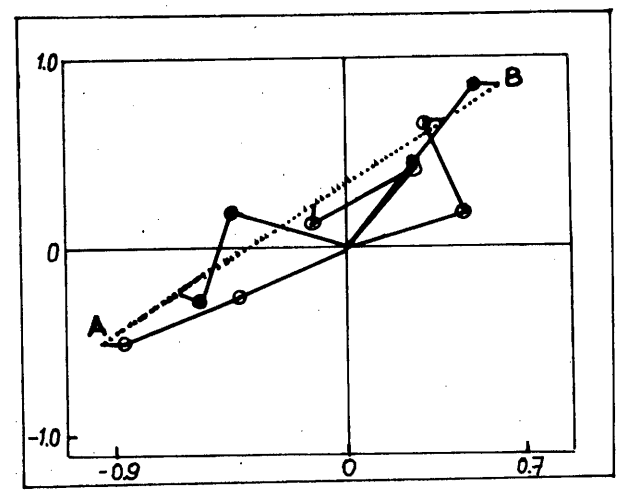

Fig. 1 : Trajetória da garra e configurações do robô.

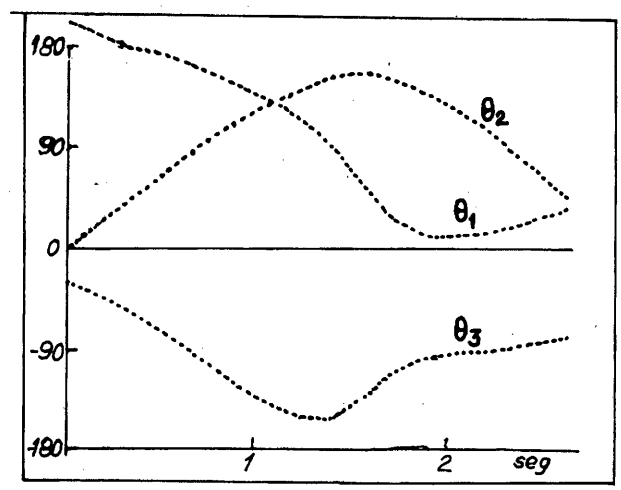

Fig. 2 : Ângulos das juntas.

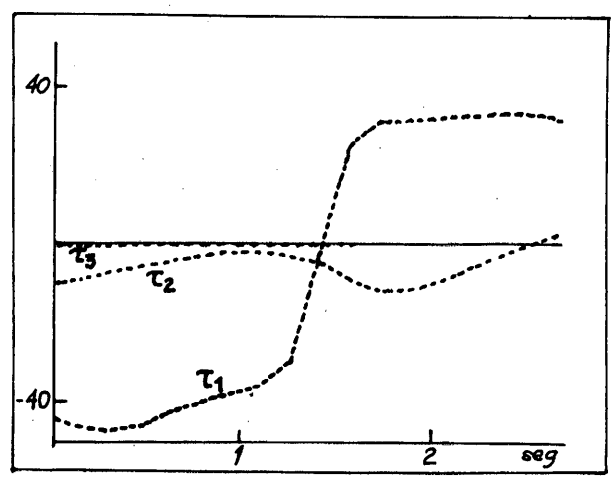

Fig. 3 : Torques nas juntas.

Observa-se claramente uma mudança grande no torque da junta 1 (base) quando o primeiro elemento do manipulador passa pela vertical. Nesta simulação a componente de torque dominante é devida à gravidade, à exceção da região próxima a $\theta_1 = 90^o$ (elemento 1 na vertical), quando o termo preponderante é o de inércia da própria junta. Os termos de força centrífuga e Coriolis não têm, neste exemplo, uma contribuição significativa.

O exemplo mostra o interesse em utilizar mecanismos que adicionem torques calculados a partir do modelo, para evitar que as variações grandes de torque tenham que ser unicamente de responsabilidade do controlador de posição (trabalhando sobre o erro de posição). Isto levaria a um aumento grande do ganho do controlador para obter uma resposta rápida, o que pode instabilizar o sistema.

D. Modelo dinâmico do sistema de acionamento das juntas

Supondo que cada junta seja acionada através de um redutor por um motor DC a imã permanente, o modelo matemático entre a tensão de entrada e a posição dos eixos motor e carga é apresentado em [Luh, 1983a] como segue:

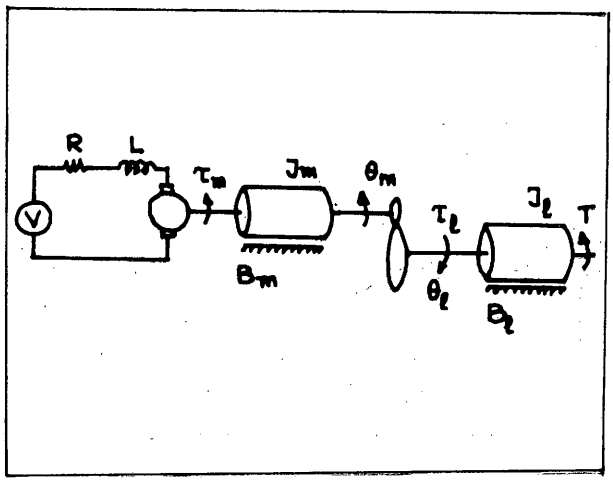

Fig. 4 : Sistema de acionamento da junta.

$$\frac{\Theta_m(s)}{V(s)} = \frac{k_I/R}{Den(s)} \; ; \quad \frac{\Theta_m(s)}{T(s)} = -\frac{n}{Den(s)} \; ;$$

$$\Theta_\ell(s) = n \cdot \Theta_m(s) \qquad (10)$$

$$Den(s) = (J_m + n^2 J_\ell)s^2 + \left(B_m + n^2 B_\ell + \frac{K_I K_b}{R}\right)s$$

onde:

K_I : constante de torque

R : resistência

n : relação de redução $n << 1$

J_m, J_ℓ : inércias de motor e carga

B_m, B_ℓ : coeficientes de atrito viscoso de motor r carga

K_b : constante de f.c.e.m

T : torque de perturbação

O modelo anterior é obtido sem considerar folgas nas engrenagens e atrito seco, supõe um modelo linear para o atrito viscoso e não considera nenhum efeito de torção na transmissão de torque. Considerando-se o efeito de torção através do modelo dado pela eq. 11:

$$\tau_\ell = K_s(n\,\Theta_m - \Theta_\ell) \qquad (11)$$

onde:

K_s : constante de mola

τ_ℓ : torque no eixo da carga

obtém-se:

$$\frac{\Theta_m(s)}{V(s)} = \frac{(K_I/R)\cdot Num(s)}{Den^*(s)} \; ; \quad \frac{\Theta_m(s)}{T(s)} = -\frac{n}{Den^*(s)} \; ;$$

$$\frac{\Theta_\ell(s)}{\Theta_m(s)} = \frac{n}{Num(s)} \qquad (12)$$

onde:

$$Num(s) = \frac{J_\ell}{K_s}s^2 + \frac{B_\ell}{K_s}s + 1$$

$$Den^*(s) = \left[J_m s^2 + \left(B_m + \frac{K_I K_b}{R}\right)s\right] \cdot \left[\frac{J_\ell}{K_s}s^2 + \frac{B_\ell}{K_s}s + 1\right] + n^2 J_\ell s^2 + n^2 B_\ell s$$

que coincide com o modelo dado pelas eqs. 10 quando $K_s \to \infty$. Nas duas situações a função de transferência $\Theta_\ell(s)/V(s)$ apresenta um polo na origem e um polo real, no segundo caso tem-se dois polos complexos conjugados adicionais próximos ao eixo imaginário.

O modelo da junta mostra um fato importante: a inércia da carga vista do lado do elemento de controle, ou seja, o motor, é multiplicada por n^2 $(n << 1)$. A sua importância será então menor e eventualmente algumas das suas variações com a configuração do robô poderão ser desprezadas. As engrenagens, por outro lado, introduzem sempre histerese devido às folgas, o que originará oscilações na garra. Existem já robôs dotados de motores de disco eliminando o uso de engrenagens ("direct-drive-arm").

E. Geração de trajetórias: sinais de referência para os servomecanismos que controlam as juntas

Na situação mais simples o problema pode ser colocado como segue: a partir da especificação pelo usuário da situação inicial e final da garra, possivelmente de alguns pontos intermediários e de condições sobre velocidade e aceleração em alguns pontos ou regiões, gerar uma sequência de valores de referência para os servomecanismos das juntas a serem fornecidos com certos intervalos de tempo. Seria, por exemplo, a situação numa tarefa de posicionamento de objetos ("pick and place"). No outro extremo pode-se pensar em situações onde a garra tem que seguir uma trajetória definida durante a operação, com especificações estritas em erro de posição, velocidade, etc. como pode ser o caso em solda contínua.

A solução do problema implica geralmente na utilização de algum mecanismo de interpolação para obter expressões analíticas que descrevam a trajetória por trechos. O interesse desta representação analítica é o de poder gerar rapidamente durante a operação a sequência de valores de referência. Tipicamente [Craig, 1986a], tem-se as malhas de controle atuando na faixa de 100-500 Hz e a comunicação de valores de referência é feita com frequências da ordem de 20-200 Hz. Normalmente utilizam-se para a interpolação polinômios cúbicos que permitem especificar posição e velocidade nos extremos de cada trecho [Paul, 1981].

A especificação pelo usuário das características e restrições da trajetória é feita normalmente no espaço cartesiano da garra. A obtenção das referências para as variáveis de juntas implica na utilização do modelo inverso e do Jacobiano inverso. Aparecem assim dois esquemas de interpolação: no espaço cartesiano da garra ou no espaço de juntas. No primeiro caso, o usuário projeta a interpolação no espaço em que está definindo o problema mas implica na utilização do modelo inverso para o envio de cada um dos valores de referência durante a operação. Na segunda situação, o modelo inverso é utilizado apenas para transformar os pontos da trajetória especificados pelo usuário seguindo-se da interpolação já no espaço de juntas. Neste caso, é necessário verificar posteriormente se a trajetória resultante para a garra é aceitável, mas durante a operação utilizam-se diretamente os polinômios interpoladores.

A interpolação no espaço cartesiano da garra pode ainda gerar posições intermediárias nas juntas que estejam fora do espaço de trabalho das mesmas ou que resultem em configurações singulares para o robô. Todas estas razões fazem com que normalmente seja utilizada a interpolação no espaço das juntas, empregando-se a interpolação no espaço cartesiano da garra apenas quando a aplicação assim o exige.

F. Frequências de discretização requeridas [Craig, 1986a], [Franklin, 1980]

A limitação principal na escolha da frequência para as malhas de controle são as frequências de ressonância do manipulador ω_R . A possibilidade de reduzir as vibrações implica numa frequência de discretização que seja no mínimo o dobro de ω_R. Em [Craig, 1986a] e [Paul, 1980] são sugeridos valores entre $10\,\omega_R$ e $15\,\omega_R$. Por outro lado, as frequências de ressonância são altas dada a rigidez dos manipuladores. Em [Luh, 1983a] tem-se dados sobre o manipulador de Stanford onde as frequências de ressonância das juntas estão na faixa de 25 rad/seg a 125 rad/seg. O resultado é a necessidade de intervalos de discretização da ordem de alguns msec, o que leva a exigências fortes sobre o hardware de controle.

4. CONTROLE DE POSIÇÃO

A maioria dos robôs industriais existentes no mercado utilizam controladores para cada junta baseados no controle em cascata da posição e velocidade. Frequentemente o controle de velocidade e de corrente é feito em forma analógica e uma malha de controle digital externa é responsável pelo controle de posição. Considerando uma junta isolada, o esquema de blocos correspondente, utilizando as eqs. 10, é o indicado na figura 5 [Luh, 1983a].

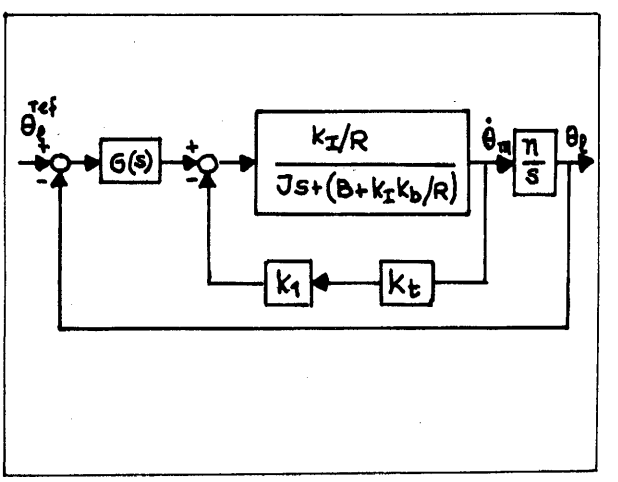

Fig. 5 : Controle de posição com realimentação de velocidade.

onde:

K_1 : ganho na realimentação de velocidade

G(s) : função de transferência do controlador de posição

$J = J_m + n^2 J_\ell$

$B = B_m + n^2 B_\ell$

Utilizando um controle proporcional de posição tem-se dois parâmetros para o ajuste da frequência natural e o amortecimento em malha fechada. Em [Luh, 1983a] e [Paul, 1981] discute-se o ajuste dos parâmetros em função da frequência de ressonância e a especificação de $\xi \geq 1$ para o coeficiente de amortecimento.

A introdução de ação integral no controlador permitirá anular assintoticamente erros em regime. Em [Ferreira, 1984] são apresentados resultados utilizando estruturas PI e PII para o controlador de posição em função do grau do polinômio que constitui o sinal de referência (resultado da interpolação na definição da trajetória).

A estrutura de controle indicada na figura é simples, permitindo um ajuste experimental dos parâmetros de controle sem um conhecimento detalhado do modelo do robô. O seu desempenho porém será limitado dado que não se consideram uma série de aspectos tais como:

- variação dos parâmetros (J) com a carga e a configuração;
- atrito seco;
- efeito de torção na transmissão do torque;
- histerese nas engrenagens;
- limitação na corrente;
- perturbações devidas a torques de acoplamento, gravidade, força centrífuga e Coriolis.

A variação de parâmetros com o ponto de operação do robô é às vezes corrigida em robôs industriais através da mudança dos parâmetros do controlador de posição de uma forma pré-programada. A compensação dos outros efeitos não é comum em robôs industriais, sendo que os resultados apresentados na literatura são obtidos geralmente sobre simulações ou protótipos.

O efeito das não-linearidades originadas pelo atrito seco, histerese nas engrenagens e limitação na corrente depende do robô particular, do seu sistema de acionamento e do redutor. A sua importância deve ser analisada porque podem originar erros de regime e ciclos limites. Em [Good, 1985] e [Lim, 1987] são apresentadas situações onde estas não linearidades são preponderantes sobre os efeitos de força centrífuga e Coriolis considerados no modelo dinâmico. O controle de torque, a partir da medida do torque de carga por "strain gauges" no eixo da carga, [Luh, 1983b], [Paul, 1981], permite diminuir o efeito das não linearidades no redutor e na carga: corresponde a implementar uma malha de controle "mais externa" a malha de controle de posição, que mede a posição no eixo motor. Porém, a colocação no eixo de um elemento menos rígido, que permita uma medida precisa de torque através da sua deformação, introduz uma frequência de ressonância adicional, o dispositivo de medida deve então ser projetado conjuntamente com a malha de controle de posição [Asada, 1987].

O efeito de torção na transmissão de torque pode introduzir frequências de ressonância na faixa de frequências de trabalho da malha de controle de posição. Em [Good, 1985] comparam-se resultados experimentais da resposta em frequência com os valores obtidos a partir da função de transferência $\Theta_m(s)/V(s)$ dada em 12 obtendo-se uma boa aproximação. Esta função de transferência apresenta um par de polos e um par de zeros complexos conjugados próximos do eixo imaginário que originam o efeito anti-ressonância/ressonância descrito em [Good, 1985]. Como é colocado nesta referência qualquer estrutura de controle (por desacoplamento, adaptativa, etc.) deverá levar em consideração este comportamento dinâmico para garantir a estabilidade e robustez do sistema em malha fechada.

O desenvolvimento de técnicas de controle que levem em consideração as perturbações devidas a torques de acoplamento, gravidade, força centrífuga e Coriolis, modelados através do modelo dinâmico, é o aspecto mais discutido na literatura. Em [Kuntze, 1984] é apresentado um "survey" das técnicas e tendências em controle de robôs industriais e as conferências anuais do IEEE em "Robotics and Automation" apresentam as contribuições mais recentes. A apresentação aqui limita-se à técnica do torque calculado ("computed torque control") e à aplicação de técnicas de controle adaptativo conjuntamente com o torque calculado. Deve-se salientar que existem situações em que os aspectos discutidos anteriormente têm maior influência sobre o desempenho do sistema que os efeitos considerados pelo modelo dinâmico [Good, 1985].

A técnica do torque calculado [Craig, 1986a, 1986b], [Freund, 1982] utiliza o modelo dinâmico do robô na estrutura de controle de forma a conseguir um sistema desacoplado e linear. Supondo conhecido o modelo dinâmico dado pela eq. 13 (corresponde ao modelo obtido na eq. 7 com o termo $F(\Theta, \dot{\Theta})$ representando os termos de atrito)

$$\tau = M(\Theta)\ddot{\Theta} + V(\Theta, \dot{\Theta}) + G(\Theta) + F(\Theta, \dot{\Theta}) \qquad (13)$$

a estrutura de controle é a indicada na figura 6 [Craig, 1986a].

Tem-se então em malha fechada

$$\tau = M(\Theta) \cdot \left[\ddot{\Theta}^{ref} + K_V\dot{E} + K_pE\right] + V(\Theta, \dot{\Theta}) + G(\Theta) + F(\Theta, \dot{\Theta}) = \qquad (14)$$

$$= M(\Theta) \cdot \ddot{\Theta} + V(\Theta, \dot{\Theta}) + G(\Theta) + F(\Theta, \dot{\Theta})$$

Sendo o modelo exato obtém-se finalmente

$$\ddot{E} + K_V\dot{E} + K_pE = 0 \qquad (15)$$

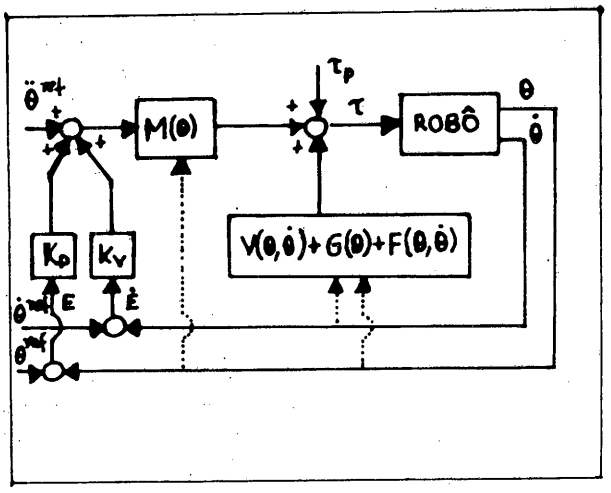

Fig. 6 : Esquema do controlador na técnica de torque calculado.

A equação 15 mostra que escolhendo as matrizes K_V e K_p em forma diagonal tem-se em malha fechada um sistema desacoplado onde o comportamento do erro de cada junta obedecerá a uma equação diferencial de segunda ordem na qual podemos fixar a frequência natural e o coeficiente de amortecimento. O comportamento em malha fechada seria independente da configuração (Θ) do robô e da velocidade ($\dot{\Theta}$) dado que estas informações são incluídas no cálculo das variáveis de controle.

A situação descrita anteriormente não é real dado que sempre existirão perturbações e erros no modelo. O efeito de um torque de perturbação τ_p, originado por exemplo por atritos não considerados no modelo, leva em malha fechada à equação 16.

$$E + K_V\dot{E} + K_pE = M^{-1}(\Theta) \cdot \tau_p \qquad (16)$$

Dado que em geral a matriz $M(\Theta)$ não é diagonal, as equações serão acopladas, isto é, o comportamento de cada junta influirá nas outras.

A existência de erros no modelo dinâmico leva também a um acoplamento entre as equações. Se M, V, G e F correspondem ao sistema real e $\hat{M}$, $\hat{V}$, $\hat{G}$ e $\hat{F}$ ao modelo tem-se em malha fechada:

$$\ddot{E} + K_V\dot{E} + K_pE = \\ = \hat{M}^{-1}\left[(M-\hat{M})\ddot{\Theta} + (V-\hat{V}) + (F-\hat{F}) + (G-\hat{G}) + \tau_p\right] \qquad (17)$$

A figura 6 pode ser utilizada para visualizar outras técnicas de controle com menor ou maior utilização do modelo dinâmico. O controle de posição e velocidade descrito inicialmente corresponde ao caso $\hat{M}=I$, $\hat{V} = \hat{G} = \hat{F} = 0$. Em [Craig, 1986a] são propostas duas técnicas intermediárias: "effective joint inertia" com $\hat{V} = \hat{G} = \hat{F} = 0$ e $\hat{M}$ diagonal com elementos que dependem da configuração e "inertial decoupling" onde $\hat{V} = \hat{G} = \hat{F} = 0$ e $\hat{M}$ modela M. Em [Khosla, 1986] propõe-se a técnica denominada "computed-torque control with reduced dynamics" onde $\hat{V} = 0$ e o controle utiliza $\hat{M}$, $\hat{F}$ e $\hat{G}$. Obviamente em todas estas situações existe um maior ou menor grau de acoplamento que deverá ser analisado caso a caso e que dependerá da trajetória que segue o robô, dadas as variações grandes que podem ocorrer na contribuição de cada um dos termos do modelo dinâmico.

As técnicas de torque calculado implicam na utilização em maior ou menor grau do modelo dinâmico durante a operação do robô o que supõe uma maior potência de cálculo na estrutura de controle. Em [Craig, 1986a] propõe-se que a atualização dos componentes de torque (fig. 6) originados pelo modelo seja feita a uma taxa inferior à frequência de execução da malha que processa os erros de posição e velocidade.

Qualquer técnica de torque calculado será sensível a erros no modelo utilizado. A questão da aplicabilidade de um determinado algoritmo para um problema específico num robô real deve ser analisada caso a caso. Em [Fournier, 1984], por exemplo, são apresentados resultados experimentais considerando vários tipos de perturbações, que levam os autores a concluir que a técnica de torque calculado permitiu um desacoplamento significativo com um comportamento robusto adequado.

O conhecimento limitado de alguns dos parâmetros do modelo dinâmico que origina os erros citados acima pode ser corrigido através da utilização de técnicas de controle adaptativo. Em [Craig, 1986b] é apresentado um esquema de controle adaptativo globalmente estável onde o mecanismo de adaptação é adicionado ao controlador de torque calculado sem nenhuma alteração na sua estrutura. Escrevendo o modelo dinâmico na forma dada pela eq. 18

$$\tau = M(\Theta)\ddot{\Theta} + Q(\Theta, \dot{\Theta}) \qquad (18)$$

onde o termo Q inclui as componentes de gravidade, força centrífuga, Coriolis e atrito, utiliza-se a seguinte parametrização para cada componente de τ:

$$\tau_j = \sum_{i=1}^{u_j} m_{ji}\, f_{ji}(\Theta, \ddot{\Theta}) + \sum_{i=1}^{v_j} q_{ji}\, g_{ji}(\Theta, \dot{\Theta}) \qquad (19)$$

Nesta equação m_{ji} e q_{ji} são parâmetros constituídos por produtos de parâmetros do modelo dinâmico dos quais $r_j \leq u_j$ e $s_j \leq v_j$ são desconhecidos. As funções f_{ji} e g_{ji} são funções em Θ e $\dot{\Theta}$ de funções conhecidas obtidas do modelo dinâmico. Em suma supõe-se conhecida a estrutura do modelo dinâmico e parcial ou totalmente desconhecidos os seus parâmetros.

Utiliza-se a lei de controle do torque

calculado (eq. 13) com os valores estimados

$$\tau = \hat{M}(\Theta)\ddot{\Theta}^* + \hat{Q}(\Theta, \dot{\Theta})$$
$$\ddot{\Theta}^* = \ddot{\Theta}^{ref} + K_V\dot{E} + K_pE \qquad (20)$$

obtendo-se para o erro em malha fechada a expressão dada pela eq. 21

$$\ddot{E} + K_V\dot{E} + K_pE = \hat{M}^{-1}(\Theta) \cdot W(\Theta, \dot{\Theta}, \ddot{\Theta})\phi \qquad (21)$$

Nesta equação ϕ é o vetor de erros nos parâmetros e a matriz W contém funções conhecidas. A lei de adaptação tipo gradiente proposta é dada por

$$\dot{\hat{P}} = T\, W^T \hat{M}^{-1} E$$

onde $\hat{P}$ e o vetor de parâmetros estimados: $\phi = P - \hat{P}$ e T é uma matriz diagonal definida positiva.

Na literatura existem diversas abordagens ao controle adaptativo de robôs. Em [Hsia, 1986] apresenta-se um "survey" recente.

5. CARACTERÍSTICAS DO PROBLEMA DE CONTROLE DE ESFORÇO

O problema real de controle é frequentemente o controle conjunto de posição e esforço na garra. Esta é, por exemplo, a situação em tarefas de montagem. Os trabalhos sobre controle de esforço são bem menos frequentes na literatura ainda que as primeiras implementações datem de 1940/1950 [Whitney, 1985]. Como é colocado nesta referência o problema é mais vasto que o controle de posição dado que exige a integração de: i) planejamento da tarefa em termos de definição dos graus de liberdade da garra que serão controlados em posição ou esforço [Mason, 1981], ii) geração da trajetória, iii) realimentação e controle da posição e do esforço e iv) modificação da trajetória em função das medidas. Em [Whitney, 1985] são apresentados diferentes esquemas de controle e discute-se o problema de estabilidade que surge quando se tentam obter respostas rápidas no controle do esforço aplicado pela garra sobre elementos rígidos. A inclusão da possibilidade de movimentos de acomodação na garra é, para este autor, a única solução compatível com resposta rápida e esforços de contato pequenos entre a garra e o ambiente.

6. CONCLUSÕES

A utilização de robôs em tarefas complexas como montagem, e o aumento da velocidade, implicará na utilização de mecanismos de controle mais complexos do que os atualmente utilizados na prática. Estas técnicas de controle certamente estarão baseadas numa maior utilização dos modelos matemáticos que descrevem o comportamento do robô e do seu sistema de acionamento. O objetivo será o de eliminar comportamentos não satisfatórios como oscilações devidas a não-linearidades e polos pouco amortecidos e conseguir características na resposta suficientemente independentes da configuração ou do meio externo.

A área de controle de robôs se configura assim como uma área extremamente adequada para a utilização de técnicas de controle modernas e para a aplicação de metodologias de controle recentes. Trata-se de uma situação em que o processo é bem mais conhecido do que é o usual na área de controle de processos, possibilitando que o sistema de controle leve a uma melhoria grande no desempenho do sistema.

7. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Asada, H., Lim, S.K., (1987). The Joint Torque Feedback Control of a Direct-Drive Arm. Preprints X IFAC World Congress, vol. 4, pp. 238-243, IFAC.

Craig, J.J., (1986a). Introduction to Robotics: Mechanics and Control. Addison-Wesley, Reading, Mass.

Craig, J.J., Hsu, P., Sastry, S.S., (1986b). Adaptive Control of Mechanical Manipulators. Proceedings 1986 IEEE International Conference on Robotics and Automation, pp. 190-195, IEEE.

Ferreira, E.P., (1984). Contribution à l'Identification de Paramètres et à la Commande Dynamique Adaptative des Robots Manipulateurs. Tese de Doutoramento - LAAS, CNRS. Université Paul Sabatier, Toulouse.

Ferreira, E.P., et. al., (1988). Laboratório de Automação Industrial e Robótica, III Escola Brasileiro-Argentina de Informática, Edição EBAI.

Fournier, S.J., Schilling, R.J., (1984). Decoupling of a Two-Axis Robotic Manipulator Using Nonlinear State Feedback: A Case Study. The International Journal of Robotics Research, vol. 3, nº 3, pp. 76-86.

Franklin, G., Powell, D., (1980). Digital Control of Dynamic Systems. Addison-Wesley.

Freund, E., (1982). Fast Nonlinear Control with Arbitrary Pole Placement for Industrial Robots and Manipulators. International Journal on Robotics Research, vol. 1, nº 1, pp. 65-78. Também em: Brady, M. et. al. Robot Motion: Planning and Control, MIT Press.

Good, M.C., Sweet, L.M., Strobel, K.L., (1985). Dynamic Models for Control System Design of Integrated Robot and Drive Systems. Journal of Dynamic Systems, Measurement and Control. Transactions of the ASME. vol. 107, nº 1, March.

Hollerbach, J.M., (1982). Dynamics, in: Brady, M. et. al. Robot Motion: Planning and Control, MIT Press.

Hsia, T.C., (1986). Adaptive Control of Robot Manipulators. A Review. Proceedings 1986 IEEE International Conference on Robotics and Automation, pp. 183-189, IEEE.

Izaguirre, A., (1986). Automatic Generation of the Dynamic Equations of the Robot Manipulators Using a Lisp Program. 1986 IEEE International Conference on Robotics Automation, pp. 220-226, IEEE.

Khatib, O., (1980). Commande dynamique dans l'espace operationnel des robots manipulateurs en presence d'obstacles. Tese Docteur Ingénieur. Ecole Nationale Superieure de l'Aeronautique et de l'Espace. Toulouse, França.

Khosla, P.K., Kanade, T., (1986). Real Time Implementation and Evaluation of Model-Based Controls on CMU DD ARM II. Proceedings 1986 IEEE International Conference on Robotics and Automation, pp. 1546-1555, IEEE.

Kuntze, H.B., (1984). Closed-Loop Algorithms for Industrial Robots - State of the Art. Process Automation.

Lim, D.J., Chyung, D.H., (1987). Robust Optimal Tracking Controller for a Robotic Manipulator. Preprints X IFAC World Congress, vol. 4, pp. 320-324, IFAC.

Luh, J.Y.S., (1983a). Conventional Controller Design for Industrial Robots. A Tutorial. IEEE Trans. on Systems, Man and Cybernetics. vol. SMC 13, nº 3, May/June.

Luh, J.Y.S., Fisher, W.D., Paul, R.C., (1983b). Joint Torque Control by a Direct Feedback for Industrial Robots. IEEE Transactions on Automatic Control, vol. AC-28, nº 2, February.

Mason, M., (1981). Compliance and Force Control for Computer Controlled Manipulators. IEEE Transactions on Systems, Man and Cybernetics, vol. SMC-11, nº 6, pp. 418-432.

Paul, R.P., (1981). Robot Manipulators: Mathematics, Programming, and Control. MIT Press, Cambridge, Mass.

Scheinman, V.C., (1969). Design of a Computer Controlled Manipulator. Stanford Artificial Intelligence Laboratory, AIM 92, June.

Siqueira Neto, J.L., Alves, J.B.M., Pereira, A.E.C., (1986). Symbolic Computation Applied to Robot Dynamic Modelling. 16th ISIR - International Symposium on Industrial Robots, IFS.

Snyder, W.E., (1985). Industrial Robots Computer Interfacing and Control. Prentice Hall.

Whitney, D.E., (1985). Historical Perspective and State of the Art in Robot Force Control. Proceedings 1985 IEEE Conference on Robotics and Automation, pp. 262-268, IEEE.

ANEXO 1. Robô planar [Craig, 1986]

Sistemas de coordenadas e modelo cinemático

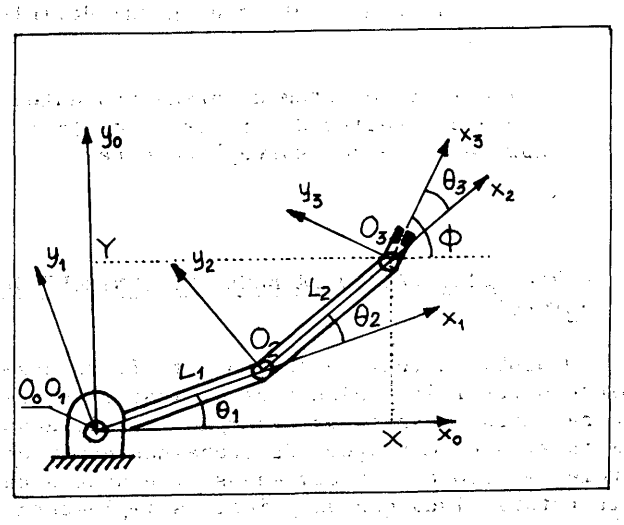

Fig. A1 : Sistemas de coordenadas.

O robô dispõe de três juntas rotacionais trabalhando num plano.

A descrição de cada s.c. i+1 em relação ao s.c. i anterior ${}^{i}_{i+1}T$ é dada por:

$$ {}^{0}_{1}T = \mathrm{Rot}(Z, \theta_1) = \begin{bmatrix} C_1 & -S_1 & 0 \\ S_1 & C_1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} ; $$

$$ {}^{1}_{2}T = \mathrm{Trans}(X, L_1) \cdot \mathrm{Rot}(Z, \theta_2) = \begin{bmatrix} C_2 & -S_2 & L_1 \\ S_2 & C_2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} $$

$$ {}^{2}_{3}T = \mathrm{Trans}(X, L_2) \cdot \mathrm{Rot}(Z, \theta_3) = \begin{bmatrix} C_3 & -S_3 & L_2 \\ S_3 & C_3 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} $$

(A1)

$S_i = \text{sen}(\theta_i)$

$C_i = \cos(\theta_i)$

$C_{ij} = \cos(\theta_i + \theta_j)$

O modelo cinemático: ${}^0_3T$ é dado por:

$$ {}^0_3T = {}^0_1T \cdot {}^1_2T \cdot {}^2_3T = \begin{bmatrix} C_{123} & -S_{123} & L_1C_1 + L_2C_{12} \\ S_{123} & C_{123} & L_1S_1 + L_2S_{12} \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \qquad (A2) $$

Modelo Inverso

Da equação A2, com X, Y e ϕ indicados na figura A.1, obtém-se:

$$ \begin{aligned} C_\phi &= C_{123} \\ S_\phi &= S_{123} \\ X &= L_1C_1 + L_2C_{12} \\ Y &= L_1S_1 + L_2S_{12} \end{aligned} \qquad (A3) $$

Evitando operações mal condicionadas como a divisão pelas funções seno ou coseno obtém-se:

$$ \theta_2 = \text{arctg}(S_2/C_2) \; ; \quad C_2 = \frac{X^2 + Y^2 - L_1^2 - L_2^2}{2L_1L_2} \; ; \quad S_2 = \pm\sqrt{1 - C_2^2} \qquad (A4) $$

$$ \theta_1 = \text{arctg}(Y/X) - \gamma; \; \gamma = \text{arctg}(L_2S_2/(L_1 + L_2C_2)) $$

$$ \theta_3 = \phi - \theta_1 - \theta_2 $$

Nota-se que existem duas soluções para cada uma das variáveis de juntas.

Jacobiano

Considerando dois elementos i e i+1 separados por uma junta rotacional i+1 tem-se os seguintes resultados:

$$ {}^{i+1}\omega_{i+1} = {}^{i+1}_iR \; {}^i\omega_i + \dot\theta_{i+1} \; {}^{i+1}\hat Z_{i+1} \qquad (A5) $$

onde:

${}^{i+1}\omega_{i+1}$: velocidade angular da origem do s.c. i+1 em relação ao sistema de referência, representada no s.c. i+1.

${}^{i+1}_iR = \left({}^i_{i+1}R\right)^{-1} = {}^i_{i+1}R^T$; ${}^i_{i+1}R$: matriz de rotação correspondente a ${}^{i+1}_iT$.

$\dot\theta_{i+1}$: velocidade angular da junta i+1

${}^{i+1}\hat Z_{i+1}$: vetor unitário na direção Z do s.c. do elemento i+1.

A velocidade linear da origem do s.c. i+1 em relação ao sistema de referência, representada no s.c. i+1 é dada por:

$$ {}^{i+1}v_{i+1} = {}^{i+1}_iR\left({}^iv_i + {}^i\omega_i \times {}^iP_{i+1}\right) \qquad (A6) $$

onde ${}^iP_{i+1}$: vetor unindo a origem do s.c. i com a origem do s.c. i+1 representado no s.c. i.

Para o robô planar com os s.c. indicados na figura A1 tem-se:

$$ {}^1\omega_1^T = [0 \; 0 \; \dot\theta_1] \; ; \; {}^1v_1^T = [0 \; 0 \; 0] $$

$$ {}^2_1R = \begin{bmatrix} C_2 & S_1 & 0 \\ -S_2 & C_2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} ; \; {}^2\omega_2^T = [0 \; 0 \; \dot\theta_1 + \dot\theta_2] $$

$$ {}^1P_2^T = [L_1 \; 0 \; 0] \; ; \; {}^2v_2^T = [L_1S_2\dot\theta_1 \; L_1C_2\dot\theta_1 \; 0] $$

$$ {}^3_2R = \begin{bmatrix} C_3 & S_3 & 0 \\ -S_3 & C_3 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} ; \; {}^3\omega_3^T = [0 \; 0 \; \dot\theta_1 + \dot\theta_2 + \dot\theta_3] $$

$$ {}^2P_3^T = [L_2 \; 0 \; 0] \; ; \; {}^3v_3^T = \left[\begin{array}{l|l|l} L_1S_{23}\dot\theta_1 + & L_1C_{23}\dot\theta_1 + & 0 \\ +L_2S_3(\dot\theta_1 + \dot\theta_2) & +L_2C_3(\dot\theta_1 + \dot\theta_2) & \end{array}\right] $$

As velocidades angular e linear em relação ao s.c. de referência, descritas no s.c. de referência obtém-se como:

$$ {}^0\omega_3 = {}^0_3R \cdot {}^3\omega_3 \rightarrow {}^0\omega_3^T = [0 \; 0 \; \dot\theta_1 + \dot\theta_2 + \dot\theta_3] $$

$$ {}^0v_3 = {}^0_3R \; {}^3v_3 \rightarrow {}^0v_3^T = \left[\begin{array}{l|l|l} -L_1S_1\dot\theta_1 & L_1C_1\dot\theta_1 + & 0 \\ -L_2S_{12}(\dot\theta_1 + \dot\theta_2) & +L_2C_{12}(\dot\theta_1 + \dot\theta_2) & \end{array}\right] $$

O Jacobiano pode então ser escrito eliminando as componentes nulas como:

$$ {}^0J(\theta) = \begin{bmatrix} -L_2S_{12} - L_1S_1 & -L_2S_{12} & 0 \\ L_2C_{12} + L_1C_1 & L_2C_{12} & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} $$

$$ {}^0\underline{v} = {}^0J(\theta) \cdot \underline{\Omega} \qquad {}^0\underline{v}^T = [{}^0v_{3x} \; {}^0v_{3y} \; {}^0\omega_{3z}] $$

$$ \underline{\Omega}^T = [\dot\theta_1 \; \dot\theta_2 \; \dot\theta_3] $$